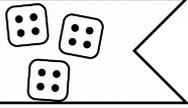


OPERATIONSVORSTELLUNGEN

MULTIPLIKATION – Würfelbilder



MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- **Multiplikative Struktur** im zeitlich-sukzessiven und im räumlich-simultanen Kontext erkennen.
- Die **Rolle der Faktoren** bei gruppierten Darstellungen thematisieren.
- Die Bedeutung der **Tauschaufgabe** durch unterschiedliche Würfelbilder veranschaulichen.
- **Darstellungswechsel** zwischen gruppierter Darstellung und Term durchführen.

AUSGANGSAUFGABE



Zeichne zu drei Würfeln die Würfelbilder mit gleichen Augenzahlen.

Welche Würfelbilder findest du?

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Argumentationskompetenz fördern:

- **Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten beschreiben:** Würfelbilder sortieren, ergänzen, zueinander in Beziehung setzen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten beschreiben.
- **Vermutungen anstellen:** Anzahl der Augenzahlen eines Würfels mit der Anzahl an Würfelbildern in Beziehung setzen. Vermutung über Zusammenhang zwischen Augenzahlen und Einmaleinsreihen anstellen.
- **Lösungswege, Vorgehensweisen** und **Vermutungen** mit Skizzen, Forschermitteln und Würfeln **begründen**. **Vermutungen, Lösungen** und **Aussagen** anderer Kinder in gemeinsamen Phasen **überprüfen** und ggf. durch Beispiele widerlegen.

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- **Wortspeicherarbeit** und **Einschleifübungen:** Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathewörtern und ihre sprachliche Einbettung in würfelbildbezogene Ausdrücke und Satzmuster.
- **Ganzheitliche Übungen** und **Eigenproduktionen:** Mit der selbständigen Anwendung des Wortspeichers über Multiplikation als wiederholte Addition kommunizieren, eigene Aussagen zu gruppierten Darstellungen vornehmen und den Wechsel zwischen gruppierten Darstellungen und Termen sprachlich begleiten.

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- **Eher:** Die Grundaufgabe im höheren Zahlenraum durch Veränderung der Spielwürfel bearbeiten.
- **Tiefer:** Am Punktefeld mathematische Strukturen zeigen.
- **Mehr:** Knobelaufgaben anbieten.



MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

An Würfelbildern kann sowohl die multiplikative Vorstellung der Wiederholung als auch des Zusammenfassens verdeutlicht werden. Bei der Übertragung eines Würfelbildes in eine Multiplikationsaufgabe und umgekehrt, einer Multiplikationsaufgabe in ein Würfelbild, gilt es folgende Aspekte zu berücksichtigen.

Das Würfelbild stellt eine wiederholte Handlung **zeitlich-sukzessiv** dar:

„Ich würfeln 1 mal 4, 2 mal 4, 3 mal 4.“

Das endgültige Würfelbild hingegen wird **räumlich-simultan** zusammengefasst: „Ich sehe 3 Vierer.“

In beiden Darstellungen sollen die Lernenden die **multiplikative Struktur** erkennen.

- Multiplikation als wiederholte Handlung nachspielen: „Gehe 3 mal zum Regal und bringe jeweils 5 Bücher mit.“
- Würfelspiel (Sammeln einer bestimmten Augenzahl) nutzen, damit zunächst die wiederholte Handlung des Würfelns im Vordergrund steht. Das Würfelbild gleicher Augenzahlen aufzeichnen und die gesammelten Augenzahlen sowohl als Additions- als auch als Multiplikationsaufgabe notieren. Somit wird die zeitlich-sukzessive multiplikative Struktur mit statischen Würfelbildern in Beziehung gesetzt.
- Die Rechnungen können verglichen und die Beziehung zwischen der Addition und der Multiplikation verdeutlicht werden:
additiv: $4 + 4 + 4$, multiplikativ: $3 \cdot 4$
→ Multiplikation als verkürzte Schreibweise der Addition.
- „Wie findet man die passende Mal-Aufgabe zur Plus-Aufgabe?“
- Stellungnahme zur Behauptung: „Zu jeder Mal-Aufgabe kann eine passende Plus-Aufgabe gefunden werden.“ (und umgekehrt)
- Übung: Zu statischen Würfelbildern die Additions- und Multiplikationsaufgabe notieren.

Bei der gruppierten Darstellung der Multiplikation sind nicht beide Faktoren als Objekte sichtbar. Der Multiplikand (2. Faktor) lässt sich als Augenzahl auf dem Würfel ablesen, der Multiplikator (1. Faktor) aber ist nur als Anzahl der Gruppen sichtbar. Daher soll die **Rolle der Faktoren** bei gruppierten Darstellungen thematisiert werden.

- Die Rolle der Faktoren verdeutlichen:
Die Augenzahl ist auf dem Würfel ablesbar.
Die Anzahl der Würfel muss erfasst werden.
- Bewusst die unterschiedlichen Würfelbilder der Tauschaufgaben thematisieren: „Lege die Würfelbilder zu $3 \cdot 4$ und $4 \cdot 3$. Was fällt dir auf?“

Berechne die Anzahl der Punkte mit einer Mal-Aufgabe und einer Plus-Aufgabe.



Mal-Aufgabe: _____

Plus-Aufgabe: _____



Mal-Aufgabe: _____

Plus-Aufgabe: _____



Die Anzahl der Würfel

Die Augenzahl



3 mal 4

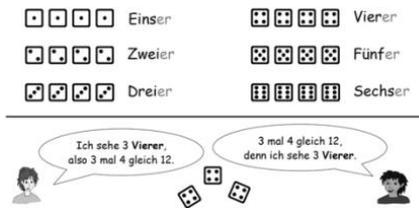


4 mal 3



Die Lernenden sollen bei der Betrachtung des Würfelbildes die 4 (Augenzahl der Würfel) und die 3 (Anzahl der Würfel) nicht nur als Einzelemente wahrnehmen und diese lediglich durch einen Malpunkt miteinander verbinden, sondern sich die Bedeutung der **Tauschaufgabe** durch unterschiedliche Würfelbilder bewusst machen.

- Die Gruppenbildung kann sprachlich durch die Gruppensprache (*Zweier, Dreier, Vierer, usw.*) hervorgehoben werden und unterstützt die Lernenden somit in ihrer Vorstellungsentwicklung: „*Ich sehe 3 Vierer.*“
- Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen (materialgestützt) verdeutlichen.



Die Lernenden sollen flexibel zwischen gruppierten Darstellungen und Termen wechseln und den **Darstellungswechsel** erklären können.

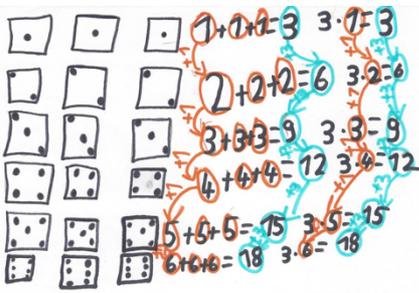
- Partnerarbeit: Ein Kind legt mehrere Würfel mit gleicher Augenzahl, das andere Kind nennt die passende Malaufgabe (bzw. ein Kind nennt eine Malaufgabe, das andere Kind legt das passende Würfelbild).

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Durch eine Veränderung der Augenzahlen oder eine veränderte Anzahl an Würfeln ergeben sich unterschiedliche Würfelbilder, die das Bilden verschiedener Multiplikationsaufgaben zulassen. Dadurch, dass es zu jeder Anzahl an Würfeln mit der gleichen Augensumme insgesamt sechs verschiedene Würfelbilder gibt, können gefundene Beispiele sortiert, ergänzt und miteinander in Beziehung gesetzt werden. Neben dem Beschreiben sollte auch das Vermuten, das Begründen und das Überprüfen angeregt werden, um die Argumentationskompetenz zu fördern.

Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten beschreiben: Zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln mit gleicher Augenzahl werden die verschiedenen Würfelbilder gebildet. Die Anzahl aller Augenzahlen vergrößert sich dabei immer um drei, wenn die Augenzahl bei den drei Würfeln jeweils um eins erhöht wird. Die Lernenden markieren ihre Entdeckungen mit Forschermitteln und beschreiben die Auffälligkeiten.

- Alle möglichen Würfelbilder zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln zeichnen: „*Zeichne zu 3 Würfeln mit gleichen Augenzahlen die Würfelbilder.*“
- Gefundene Würfelbilder sortieren und ggf. fehlende ergänzen: „*Sortiere die Würfelbilder der Größe nach.*“ „*Hast du alle Würfelbilder gefunden?*“



- Würfelbilder zueinander in Beziehung setzen und mit Forschermitteln markieren. „Fällt dir an den Augenzahlen der Würfelbilder etwas auf?“
- Passende Rechenaufgaben (Malaufgaben und/oder Plusaufgaben) zueinander in Beziehung setzen und mündlich oder schriftlich beschreiben: „Fällt dir an den Faktoren der Mal-Aufgaben etwas auf?“ „Fällt dir an den Summanden der Plus-Aufgaben etwas auf?“ „Fällt dir an den Ergebnissen der Rechenaufgaben etwas auf?“
- Gemeinsamkeiten/Unterschiede mit Forschermitteln markieren: „Markiere deine Entdeckungen mit Forschermitteln.“

Vermutungen über mathematische Auffälligkeiten anstellen: Die Lernenden können Vermutungen darüber anstellen, wie viele Würfelbilder es zu einer gewählten Augenzahl gibt (Zu jeder Anzahl an Würfeln gibt es 6 verschiedene Würfelbilder). Darüber hinaus können sie Vermutungen über die Ergebnisse äußern, die mit einer bestimmten Anzahl an Würfeln erreicht werden können (Die Anzahl der Würfel (der Gruppen) bestimmt die Multiplikationsreihe. Bei vier Würfeln wird mit vier multipliziert, bei drei Würfeln mit drei, usw.).

- Vermutungen zur Anzahl an Würfelbildern äußern: „Vermute: Wie viele Würfelbilder findest du, wenn du 4 Würfel mit gleicher Augenzahl benutzt?“
- Vermutungen zu Malaufgaben bei veränderter Anzahl an Würfeln anstellen: „Vermute: Wie verändert sich das Ergebnis der Mal-Aufgaben bei 4 Würfeln mit gleicher Augenzahl?“
- Schriftliche oder mündliche Vermutungen durch einen angelegten Wortspeicher und mögliche Satzphrasen unterstützen: „Nutze den Wortspeicher, um den anderen Kindern deine Vermutung zu beschreiben.“ „Nutze die Satzanfänge, um den anderen Kindern deine Vermutung zu beschreiben.“ Die Lehrkraft kann Kinder auch in Kleingruppen dazu anregen, sich mündlich auszutauschen und sich ihre Vermutungen gegenseitig zu beschreiben und zu erklären.

Lösungswege, Vorgehensweisen, Vermutungen begründen: Beschriebene Auffälligkeiten und Vermutungen werden nun begründet. Kinder sollten dazu angeregt werden, Forschermittel, Skizzen, Legematerial einzusetzen.

- Alle Würfelbilder zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln finden und die eigenen Lösungswege / Vorgehensweisen begründen: „Finde alle Würfelbilder mit 3 (mit 4, mit 5, ...) Würfeln. Begründe, warum du alle gefunden hast.“

Meine Vermutung
Bei vier Würfeln wird das Ergebnis um 4 größer, weil es vier Würfel sind. Es ist ungefähr die viererreihe.

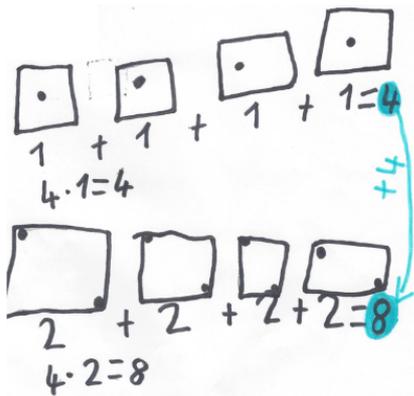


Die zweite Zahl in der Malaufgabe wird um 1 größer. Weil das 4 mal passiert wird das Ergebnis um 4 größer.

- Eigene oder auch fremde Vermutungen werden zunächst beschrieben und anschließend mithilfe von Forschermitteln, Skizzen, Legematerial, etc. begründet: „Vermute: Wie verändert sich das Ergebnis der Mal-Aufgabe bei 4 Würfeln mit gleicher Augenzahl? Begründe, warum es sich so verändert.“ Die Lernenden haben hier die Möglichkeit zu ihrer Begründung Würfelbilder zu zeichnen, Würfelbilder mit Würfelkarten zu legen, Malaufgaben zu notieren, Malaufgaben mit Plättchen zu legen und an der gewählten Darstellung Veränderungen zu beschreiben und zu begründen.

Vermutungen, Lösungen, Aussagen überprüfen: Kinder vollziehen die Lösungen, Aussagen und Vermutungen von sich und anderen Kindern nach und überprüfen Aussagen anderer. Ggf. werden die Aussagen durch Gegenbeispiele oder Erklärungen widerlegt.

- Eigene Vermutungen, Lösungswege und Aussagen für andere Kinder übersichtlich darstellen, so dass die anderen Kinder es nachvollziehen können: „Stelle deinen Lösungsweg (z. B. zu der Aufgabe alle Würfelbilder zu einer bestimmten Würfelanzahl zu finden) mit Forschermitteln und Beispielen für die anderen Kinder übersichtlich dar.“ „Präsentiere den anderen Kindern deinen Lösungsweg.“
- Vermutungen und Aussagen anderer Kinder (auch fiktive Beispiele möglich) sammeln und in Einzelarbeit oder in Kleingruppen überprüfen und bestätigen oder widerlegen: „Julia behauptet: „Bei 4 Würfeln wird das Ergebnis um 4 größer, weil es 4 Würfel sind. Also ungefähr die Vierer-Reihe.“ Stimmt Julias Behauptung?“
„Lisa behauptet: „Wenn ich 3 Würfel mit der gleichen Augenzahl hab, dann gehören die Mal-Aufgaben zur Dreier-Reihe, bei 4 Würfeln zur Vierer-Reihe und bei fünf zur Fünfer-Reihe.“ Kann das stimmen? Überprüfe Lisas Behauptung.“



SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

Beim Wechseln von Darstellungen, zum Beispiel bei der Übertragung eines Würfelbildes in eine Multiplikationsaufgabe oder umgekehrt einer Multiplikationsaufgabe in ein Würfelbild, geschieht das Versprachlichen von mathematischen Zusammenhängen zunächst meist noch unbewusst. Es ist wichtig dieses implizite Wissen explizit zu machen. Denn das bildliche und sprachliche Darstellen von multiplikativen Beziehungen hilft die dahinterliegenden Vorstellungen bewusst zu machen, mögliche Fehlvorstellungen aufzudecken und neue Vorstellungen erarbeiten zu können. Das Würfeln stellt eine wiederholte Handlung dar, das endgültige Würfelbild hingegen wird räumlich-simultan erfasst, beide Darstellungen

sollen als multiplikative Struktur erkannt und versprachlicht werden. Die Betrachtung der Augenzahl der Würfel und der Anzahl der Würfel sollen dabei nicht nur als Einzelemente wahrgenommen werden, die Lernenden sollen sich bewusst machen, dass es sich um eine gruppierte Darstellung handelt und dies auch versprachlichen. („Ich sehe 5 Dreier“). Eine mögliche Herangehensweise stellt das WEGE-Konzept dar (vgl. <http://pikas.dzlm.de/377>)

Wortspeicherarbeit und **Einschleifübungen**: Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathewörtern und ihre sprachliche Einbettung in würfelbildbezogene Ausdrücke und Satzmuster.

Exemplarischer Auszug aus einem Wortspeicher zum Themenfeld Würfelbilder

Mathe-Wörter

- der Würfel, die Würfel, die Anzahl der Würfel, die Augenzahl
- mal, malnehmen
- die gleiche Anzahl/Menge/Augenzahl
- immer die gleiche Zahl dazu- tun/ plus rechnen, addieren
- Einsen, Zweier, Dreier, Vierer, ...

Satzmuster

- Ich hole ... mal immer/ jedes Mal ... Stifte.
- Ich sehe 3 Vierer also 3 mal 4 gleich 12.
- Ich sehe ... Reihen mit jeweils ... Punkten.
- 3 mal 4 gleich 12, denn ich sehe 3 Vierer
- Insgesamt sind es ... Punkte.
- Ich habe ...



Wortspeicher

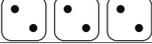
- Anknüpfen an das fachliche und sprachliche Vorwissen der Lernenden: „Ich würfele 4 mal die 6.“ „Ich würfele einen Dreierpasch.“
- Gemeinsam mit Lernenden notwendige Satzmuster wie zum Beispiel: „Ich sehe 4 Dreier, also 4 mal 3 gleich 12.“ erarbeiten.
- Einführen, gemeinsames Erarbeiten und Visualisieren notwendiger weiterer Mathe-Wörter und Satzmuster für den Wortspeicher. <http://pikas.dzlm.de/154>

Lernfördernder Umgang mit dem Wortspeicher zum Themenfeld Würfelbilder:

- Aktivitäten mit den Würfeln sprachlich begleiten lassen (Würfel, Augenzahl, Anzahl der Würfel).
- Mathe-Wörter zu den Würfelbildern immer wieder vorlesen und definieren lassen.
- Mathe-Wörter zu den Würfelbildern in Sätze einbinden lassen.
- Satzmuster zu Würfelbildern leise/ laut (etc.) und durch Handlung begleitet, im Chor nachsprechen lassen.

Einschleifübungen:

- Unterstützung bei der direkten gedächtnismäßigen Verankerung aktuell erworbener Mathe-Wörter und Satzmuster zum Themenfeld Würfelbilder (s. Wortspeicher).
- Die Lernenden nehmen die Augenzahl der Würfel und die Anzahl der Würfel nicht nur als Einzelemente wahr und entwickeln so ein Verständnis zur Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen.

Zerschneide und bringe in die richtige Reihenfolge.			
	Ich sehe 3 Fünfer,	also 5 mal 4	gleich 15.
	Ich sehe 4 Dreier,	also 3 mal 5	gleich 12.
	Ich sehe 3 Zweier,	also 4 mal 3	gleich 30.
	Ich sehe 5 Sechser,	also 5 mal 6	gleich 6.
	Ich sehe 5 Vierer,	also 3 mal 2	gleich 20.

- Lernende erfinden Malhandlungen: „Hole immer 3 Stifte, gehe 4 mal., Springe 4 mal immer 5 Sprünge auf einem Bein. Führe diese Handlungen durch und notiere die passenden Aufgaben.“
- „Pasch würfeln“: „Ich habe 3 mal 6 gewürfelt, das sind 6+6+6 oder 3 mal immer 6.“ Die passenden Plus- und Malaufgaben formulieren (<http://pikas.dzlm.de/377> AB 5/6)

Ganzheitliche Übungen und Eigenproduktionen: Mit der selbständigen Anwendung des Wortspeichers über Multiplikation als wiederholte Addition kommunizieren, eigene Aussagen zu gruppierten Darstellungen vornehmen und den Wechsel zwischen gruppierten Darstellungen und Termen sprachlich begleiten.

Ganzheitliche Übungen:

- Den Lernenden werden in den Ganzheitlichen Übungen alle erworbenen und gesicherten Mathe-Wörter und Satzmuster zum Würfelbild angeboten. Der Lückentext bietet ihnen die Möglichkeit, sich über Zusammenhänge und Entdeckungen bei der Beschreibung der Multiplikation als wiederholte Addition sachgerecht zu äußern.

Setze richtig ein: Anzahl, Vierer, Augenzahl, Plusaufgabe, 4 mal 5, Malaufgabe

Ich sehe auf dem Würfel 3 Punkte. Die _____ ist 3.

 Ich sehe 2 Würfel. Die _____ der Würfel ist 2.

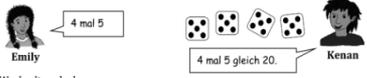
 Ich sehe 4 _____ also 4 mal 5 gleich 20.

 _____ gleich 20, ich sehe 4 Fünfer.

Ich kann zu jeder _____ Aufgabe eine passende _____ Aufgabe finden.

- Weitere Übungen: Fehlersuche, richtige Aussagen identifizieren, passen Bild und Aufgabe zusammen? (<http://pikas.dzlm.de/377> AB 7/8)

- a) Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.
 Die eine legt mehrere Würfel mit der gleichen Augenzahl. Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

 Emily: Wechselt euch ab.
 Kenan: 2 mal 4 gleich 8.
- b) Die eine nennt eine Mal-Aufgabe. Der andere legt das passende Würfelbild und nennt das Ergebnis.

 Emily: 4 mal 5.
 Kenan: 4 mal 5 gleich 20.
 Wechselt euch ab.
- c) Wie viele verschiedene Mal-Aufgaben kannst du mit maximal fünf Würfeln legen?

Finde passende Mal-Aufgaben zu den Bildern. Rechne sie aus.

(1) Wie viele Stücke hat die Schokolade?

 Mal-Aufgabe: _____

(2) Wie viele Gummibärchen?

 Mal-Aufgabe: _____

(3) Wie viele Törtchen?

 Mal-Aufgabe: _____

(4) Wie viele Teile hat das fertige Puzzle?

 Mal-Aufgabe: _____

(5) Wie viele Fensterscheiben?

 Mal-Aufgabe: _____

Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

Eigenproduktion:

- Impulse zur selbständigen Anwendung aller erworbenen Mathe-Wörter und Satzmuster zum Themenfeld Würfelbilder mit inhaltlicher und sprachlicher Öffnung.
- *Erfinde selbst Rätselaufgaben zu Würfelbildern:*
 „Wenn ich mit zehn Würfeln Fünfen lege, wie viele Punkte wären das dann insgesamt?“
- „Ich habe die Augenzahl 25 gewürfelt. Wie kann sie zustande kommen?“
 „Wo verstecken sich Mal-Aufgaben in unserer Schule, auf dem Schulgelände oder zu Hause?“ Die Entdeckungen den anderen Kindern beschreiben, zeichnen und als Plus- und Malaufgabe notieren.
- Memory erstellen: gruppierte Darstellung – Term
- Quartett erstellen: Drei Darstellungsformen zu selbstgewähltem Term: Würfelbild „3 mal 4“ - Rechengeschichte: „Kind holt immer 3 Flaschen aus dem Schrank und geht 4 mal.“ - Ergebnis

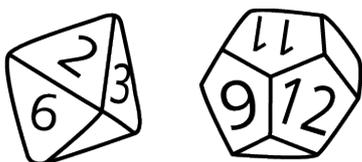
MATHESTÄRKEN FÖRDERN

Im Folgenden wird die Aufgabe „Würfelbilder“ auf verschiedene Art und Weise für Kinder, die bereits weiterführende Übungen zur Multiplikation bearbeiten, angepasst.

PIKAS unterscheidet die verschiedenen Fördermöglichkeiten in den Kategorien „Mehr, tiefer, eher“ (vgl. <https://pikas.dzlm.de/201> Fortbildungsmodul 6.2). Zu bevorzugen ist zunächst die Förderung im Bereich „Tiefer“, da der Lerngegenstand somit für die Lerngruppe identisch ist, nur tiefergehender erfolgt. Anschließend könnte sich die komplexere Idee aus dem Bereich „Mehr“. Bei der Aufgabe im Bereich „Eher“ handelt es sich durch den Einsatz größerer Faktoren lediglich um eine Adaption in den höheren Zahlenraum.

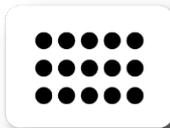
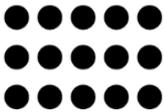
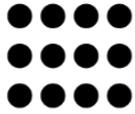
Im Folgenden wird für jeden Bereich eine exemplarische Aufgabenstellung erläutert.

„Eher“ – Durch den Einsatz veränderter Spielwürfel wird die Aufgabe in einem größeren Zahlenraum erarbeitet.



Auf dem 6-flächigen Würfel können anstatt der Zahlen von 1-6 größere Zahlen notiert werden (z.B. 5-10). Ebenso können Spielwürfel mit z.B. 8,10 oder 12 Flächen zum Einsatz kommen. Im größeren Zahlenraum können nun mögliche multiplikative Würfelbilder ermittelt werden.

Diese und ähnliche Aufgaben finden bereits in der nächsten Klassenstufe Berücksichtigung. Deswegen ist ein Vorgehen über diese Aufgaben nur sinnvoll, wenn die Kinder bereits an dem Mathematikunterricht einer höheren Klasse (Drehtürenmodell) teilnehmen oder jahrgangsübergreifend unterrichtet werden.



3 • 5

1 • 5
+
2 • 5

„Tiefer“ – Mit Begründungen und Darstellungswechseln wird die Grundaufgabe tiefgehend thematisiert.

Eine weitere Möglichkeit der tieferen Förderung ist die Umsetzung der Würfelbilder in verschiedenen Darstellungen.

Zur Grundaufgabe könnte die beschriebene Entdeckung: „Wenn bei 3 Würfeln die Augenzahl jeweils um 1 größer wird, dann erhöht sich das Ergebnis um 3.“ erklären. Diese operativen Veränderungen können die Kinder z.B. am Punktefeld erklären.

Zur Grundaufgabenstellung mit den Würfelzahlen 1-6 können die rechenstarken Kinder noch stärker zum Argumentieren und Begründen angeregt werden. Die Aufgabenform *„Kann das stimmen? Begründe.“* fordert die Kinder zusätzlich heraus, Aussagen zu überprüfen, zu begründen und ggf. zu widerlegen.

- „Das kleinste Ergebnis, das man mit 4 Würfeln erhalten kann, ist 4.“
- „Das größte Ergebnis, das man mit 3 Würfeln erhalten kann, ist 15.“
- „Bei beliebig vielen Würfeln gibt es zu dem Ergebnis 12 genau 4 verschiedene Möglichkeiten.“

Interessant könnten für leistungsstarke Kinder auch die folgenden Fragestellungen oder Aufgaben sein:

- *„Bei welchen Zahlen gibt es keine Würfelbilder mit mindestens 2 gleichen Augenzahlen?“*
- *„Finde Würfelbilder zur Zahl Begründe, warum es alle sind.“*

Eine weitere Möglichkeit bietet die Erstellung verschiedener Karteikarten für eine Zuordnungsübung. Dazu stellen die Kinder auf einer Karte den Würfelprozess dar. *„Ich würfeln zuerst einen Fünfer und dann nochmal 2 Fünfer hinzu.“* (Ergebnis, Punktefeld, Aufgabe (zusammengesetzt nach dem Distributivgesetz)). *„Warum passen die Karten zusammen? Erkläre!“*

„Mehr“ – Der Einsatz von Knobelaufgaben weckt durch die höhere kognitive Herausforderung größeres Interesse.

Erweitert werden könnte die Aufgabe, indem eine Knobelaufgabe eingesetzt wird:

„Paul wirft mit 5 Würfeln einen Dreier- und einen Zweierpasch. Er erhält als Gesamtaugensumme 24. Welche Augenzahlen zeigen die 5 Würfel? Gibt es verschiedene Möglichkeiten?“

LITERATUR

- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2014). *Mathe sicher können. Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen*. Berlin: Cornelsen.

LINKS

- https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/docs/BausteinN4A_S_Multiplikationsaufgaben_zu_Situationen_finden_150120.pdf (Förderbausteine zum Operationsverständnis Multiplikation)
- <http://kira.dzlm.de/016> (Prozessbezogene Kompetenzen-Hinweis auf Aufgaben zum Argumentieren)
- <http://pikas.dzlm.de/154> (Grundlegendes zur Sprachförderung)
- <https://pikas.dzlm.de/201> (Leistungsstarke Kinder im Mathematikunterricht)
- <http://pikas.dzlm.de/377> (Informationen und Beispiele zum sprachbildendem Unterrichten nach dem WEGE-Konzept)
- <http://primakom.dzlm.de/113> (Grundlageninformationen zum Darstellen)
- <http://primakom.dzlm.de/114> (Grundlageninformationen zum Kommunizieren)
- <http://primakom.dzlm.de/115> (Grundlageninformationen zum Argumentieren)
- <http://primakom.dzlm.de/145> (Wie Kinder Darstellungen verstehen)
- <http://primakom.dzlm.de/350> (Operationsvorstellungen mit Schwerpunkt Darstellungswechsel)

Ausgangsaufgabe:

Zeichne zu drei Würfeln die Würfelbilder mit gleichen Augenzahlen.

Welche Würfelbilder findest du?



Alle Bereiche sind eng miteinander verzahnt und bedingen sich gegenseitig.

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

- „Sortiere die Würfelbilder der Größe nach. Fällt dir an den Würfelbildern etwas auf? Fällt dir an den passenden Mal-Aufgaben etwas auf? Markiere Unterschiede/Gemeinsamkeiten mit Forschermitteln.“
- „Vermute: Wie viele Würfelbilder gibt es, wenn du Würfelbilder zu 4 Würfeln mit gleicher Augenzahl finden sollst?“
- „Vermute: Wie verändert sich das Ergebnis der Mal-Aufgaben mit 4 Würfeln mit gleicher Augenzahl?“
- „Finde alle Würfelbilder mit 3 (4, 5,...) Würfeln. Begründe, warum du alle gefunden hast. Wie bist du dabei vorgegangen?“
- „Julia behauptet: ‚Bei 4 Würfeln wird das Ergebnis um 4 größer, weil es 4 Würfel sind. Also ungefähr die Viererreihe.‘ Stimmt Julias Behauptung? Begründe.“

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- Lege das passende Würfelbild zur Mal-Aufgabe.“
- „Nenne zum Würfelbild die passende Plus- und die passende Mal-Aufgabe.“
- „Nenne die passende Mal-Aufgabe zum Würfelbild.“
- „Notiere die passende Mal-Aufgabe zum Würfelbild.“

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- „Kann das stimmen? Begründe. Das kleinste Ergebnis, das man mit 4 Würfeln erhalten kann, ist 4.“
- „Bei welchen Zahlen gibt es keine Würfelbilder mit mindestens 2 gleichen Augenzahlen?“
- „Finde alle Würfelbilder zur Zahl _____. Begründe, warum es alle sind.“
- „Paul wirft mit 5 Würfeln einen Dreier- und einen Zweierpasch. Er erhält als Gesamtsumme 24. Welche Augenzahlen zeigen die 5 Würfel? Gibt es verschiedene Möglichkeiten?“

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- „Vervollständige die Sätze:
3 · 4 gleich 12, denn ich sehe 3 ____ .
Ich hole ____ mal immer/jedes Mal ____ Stifte.“
- „Fülle den Lückentext aus:
Ich sehe 2 Würfel. Die _____ der Würfel ist 2. Ich sehe 2 Fünfer Würfel, die _____ ist 10.“
- „Sprecht über diese Frage:
Ich habe die Augenzahl 25 gewürfelt. Wie kann sie zustande kommen? Wo verstecken sich Mal-Aufgaben in unserer Schule, auf dem Schulgelände oder zu Hause? Findet alle Würfelbilder mit 3 (mit 4, mit 5, ...) Würfeln. Begründet, warum ihr alle gefunden habt.“