OPERATIONSVORSTELLUNGEN

MULTIPLIKATION – Punktebilder

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- **Multiplikative** (und additive) **Strukturen** in der flächigen Darstellung erkennen.
- **Mal- und Tauschaufgabe** durch Perspektivwechsel veranschaulichen.
- Die **Rolle der Faktoren** im Punktebild material- und bildgestützt verdeutlichen.
- **Darstellungswechsel** zwischen flächiger Darstellung und Term durchführen.

AUSGANGSAUFGABE

Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Darstellen/Kommunizieren:

- **Darstellungen nutzen:** Ein Punktebild zu einer Malaufgabe zeichnen, übersichtlich darstellen, präsentieren und den Darstellungswechsel begründen.
- **Darstellungen vernetzen:** Punktebilder von Aufgaben und Tauschaufgabe vergleichen, beschreiben und Zusammenhänge begründen (Kommutativgesetz).
- **Kommunizieren und kooperieren:** Über verschiedene Sichtweisen auf ein Punktefeld austauschen und begründen.
- **Unterrichtssprache verwenden:** Fachbegriffe, wie „Tauschaufgabe“ oder „Verdoppeln“, werden mit bildlichen Darstellungen vernetzt.

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- **Wortspeicherarbeit** und **Einschleifübungen:** Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathe-Wörtern und ihre sprachliche Einbettung in punktefeldbezogene Ausdrücke und Satzmuster.
- **Ganzheitliche Übungen** und **Eigenproduktionen:** Mit der selbständigen Anwendung des Wortspeichers kommutative Strukturen in Punktefeldern versprachlichen und den Wechsel zwischen flächiger Darstellung und Term sprachlich begleiten.

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- **Tiefer:** Distributivgesetz mithilfe des Malkreuzes und des Punktefeldes (Malwinkel auf dem Hunderterpunktefeld) erkennen.
- **Eher:** Punktefelder am 400er-Feld für Multiplikationsaufgaben mit einem Faktor >10 legen. Erkennen des Distributivgesetzes.
- **Mehr:** Knobelaufgaben anbieten (z.B. Rechteckzahlen).

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

Während die Kinder unter anderem bei Würfelbildern, in vielen Sachsituationen und auch am Zahlenstrahl die Erfahrung machen, dass es inhaltlich einen Unterschied macht, ob sie $5 \cdot 6$ oder $6 \cdot 5$ nachspielen, zeichnen oder sich vorstellen, ist die passende Malaufgabe in der flächigen Darstellung abhängig von der Perspektive. Dies ist eine wichtige Erkenntnis, die es gemeinsam mit den Kindern zu thematisieren gilt, um die flächige Vorstellung der Multiplikation zu entwickeln sowie das Kommutativgesetz zu veranschaulichen.

Die Lernenden sollen die flächige Vorstellung der Multiplikation entwickeln und **multiplikative Strukturen** in Punktbildern erkennen.

- Grundlegend klären, was ein Punktbild ist.
- Im Punktbild die Anzahl der Punkte nicht durch Abzählen, sondern durch geschicktes Zusammenfassen gleichgroßer Teilmengen erfassen und somit additive und/oder multiplikative Strukturen im Punktefeld entdecken: (Hinweis: Plusaufgaben mit gleichen Summanden) „Finde Plus- und Mal-Aufgaben im Punktbild. Kreise ein.“ Die Rechnungen können verglichen und die Beziehung zwischen der Addition und der Multiplikation verdeutlicht werden: „Wie kann ich im Punktbild die Aufgabe $3 \cdot 4$ sehen? Wo sehe ich dort die Aufgabe $4 + 4 + 4$?“
- Partnerarbeit: Punktbild mit dem Malwinkel am Punktefeld legen: „Sucht gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben.“

Bei der flächigen Darstellung der Multiplikation sind beide Faktoren direkt ablesbar. **Malaufgabe und entsprechende Tauschaufgabe** lassen sich prinzipiell einem Punktbild zuordnen und durch Perspektivwechsel veranschaulichen.

- Die Rolle der Faktoren im Punktbild thematisieren:
Meist wird die Anzahl der Zeilen durch den 1. Faktor und die Anzahl der Punkte in jeder Zeile durch den 2. Faktor angegeben. Gemeinsam mit den Kindern wird besprochen, dass es sich dabei nur um eine Konvention (in Kindersprache: Vereinbarung) handelt, um eindeutiger kommunizieren zu können. (Grundsätzlich sollen die Lernenden einen flexiblen Blick auf das Punktbild entwickeln.)
- Die Tauschaufgabe durch Perspektivwechsel der Kinder verdeutlichen:
z. B. ein Punktefeld aus großen Plättchen legen und die Kinder dieses aus unterschiedlichen Perspektiven betrachten lassen. „Tim sieht drei Vierer und notiert $3 \cdot 4$. Lisa sieht 4 Dreier und notiert $4 \cdot 3$.“

Die Lernenden sollen bei der Betrachtung des Punktebildes die **Faktoren nicht nur als Einzelemente betrachten** und diese lediglich durch einen Malpunkt miteinander verbinden, sondern sich die **Rolle der Faktoren** bewusst machen.

- Die Gruppierung der Punkte bildlich oder materialgestützt thematisieren:

„Ich sehe in 3 Zeilen jeweils 4 Punkte.“

„Ich sehe 3 mal 4 Punkte.“

„Ich sehe 3 Vierer.“

Die Gruppensprache (*Dreier, Vierer, usw.*) unterstützt die Lernenden in ihrer Vorstellungsentwicklung.

- Gesprächsanlass: „Warum wird der erste Punkt doppelt gezählt?“
- Die Rechteckskonvention vertiefend thematisieren:
„Warum passt die Aufgabe $3 \cdot 4$ (nicht) zu diesem Punktebild?“

Die Lernenden sollen flexibel zwischen flächigen Darstellungen und Termen wechseln und den **Darstellungswechsel** erklären können.

- Malaufgaben zum Punktebild finden (und umgekehrt) und die Passung zwischen flächiger Darstellung und Term als Gesprächsanlass nutzen:

„Warum passt das Punktebild (nicht) zur Mal-Aufgabe?“

- Mehrere Darstellungen (auch in anderer Punktanordnung) zur Auswahl stellen:

„Welches Bild passt zur Mal-Aufgabe?“

- Partnerarbeit: Punktebilder operativ verändern und dabei Beziehungen zwischen Malaufgaben erkennen: Der Malwinkel wird auf dem Punktefeld um eine Reihe (nach unten oder zur Seite) verschoben und gemeinsam wird überlegt: „Wie viele Punkte sind es durch das Verschieben mehr oder weniger geworden? Welche Mal-Aufgabe entsteht, wenn ich den Malwinkel eine Zeile nach unten/oben (Spalte nach links/rechts) verschiebe?“

Die Mathesprache unterstützt die multiplikative Vorstellung: „Wenn ich den Malwinkel nach unten schiebe, dann kommt 1 Vierer dazu.“

*weiterführend: Ein fester Startpunkt auf dem Punktefeld wird vorgegeben:

„Welche Aufgaben kannst du mit einmaligem Verschieben erreichen?“

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Bei der Aufgabe eine Malaufgabe durch ein passendes Punktebild darzustellen, wird eine symbolsprachliche Repräsentation (z. B. $5 \cdot 4$) in eine bildliche Repräsentation (Punktebild) übersetzt. Derartige Vernetzungen von Darstellungen, sowie der Austausch über verschiedene Darstellungen unter Nutzung geeigneter mathematischer Fachsprache, tragen gezielt dazu bei, Kompetenzen im Darstellen und Kommunizieren zu fordern und zu fördern (Selter & Zannetin, 2018).

Darstellungen nutzen: Zu einer ausgewählten Malaufgabe wird ein passendes Punktebild gezeichnet. Dadurch wird die räumlich-simultane Vorstellung der Multiplikation angeregt und das Punktebild als Lernhilfe bei der Multiplikation verinnerlicht. Die Lernenden halten ihre Ergebnisse übersichtlich fest, präsentieren diese und begründen ihre Darstellung.

- Ein Punktebild zu einer Malaufgabe z. B. auf ein weißes Blatt zeichnen und die passende Malaufgabe notieren:
„Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“
- Ersten und zweiten Faktor im Punktebild und in der Malaufgabe mit Forschermitteln markieren: „Markiere die einzelnen Zahlen (Faktoren) der Mal-Aufgabe in der Rechnung und im Punktebild.“
- In gemeinsamen Reflexionsrunden Ergebnisse präsentieren (vgl. Ich-Du-Wir-Prinzip und Mathekonzferenz <http://pikas.dzlm.de/394>). „Präsentiere anderen Kindern dein Ergebnis übersichtlich.“ Dabei können auch Punktebilder mit gleichen Ergebnissen oder gleichen Faktoren sortiert, verglichen und beschrieben werden.
„Erkläre, warum dein Punktebild zu deiner Mal-Aufgabe passt“.

Darstellungen vernetzen: Die Lernenden können beim Vergleich von symbolisch dargestellten Rechenaufgaben und den jeweils passenden Punktebildern (ikonische Darstellung) Auffälligkeiten beschreiben und begründen. Auf diese Weise werden Rechengesetze anschaulich dargestellt und verinnerlicht (z. B. Kommutativgesetz: Aufgabe und Tauschaufgabe).

- Malaufgaben zu Punktebildern von Aufgabe und Tauschaufgabe notieren: „Notiere die Mal-Aufgabe zu den vorgegebenen Punktebildern.“
- Auffälligkeiten zu Aufgabe und Tauschaufgabe mit Forschermitteln markieren, wie z. B. vertauschte Faktoren oder gleiches Ergebnis: „Fällt dir an den Faktoren oder dem Ergebnis der Mal-Aufgaben etwas auf?“
- Mit verschiedenen Sichtweisen auf ein Punktebild oder mit um 90 Grad gedrehten Punktebildern das Kommutativgesetz visualisieren

Hier sind 5 Punkte in einer Reihe.
Es sind 4 Reihen.
Ich kann auch rechnen:
 $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

und erklären: „Erkläre mit den Punktebildern den Unterschied zwischen den beiden Mal-Aufgaben.“

- Schriftliche oder mündliche Begründungen durch einen angelegten Wortspeicher unterstützen: „Begründe, warum deine Mal-Aufgaben zu den Punktebildern passen.“ Die Lehrkraft kann Kinder auch in Kleingruppen dazu anregen, sich auszutauschen und geeignete Impulsfragen oder Plättchen zum Legen der Punktebilder bereitlegen.

Kommunizieren und kooperieren: Die Lernenden können beim Vergleich von Punktebildern, aber auch beim Vergleich verschiedener Sichtweisen auf ein Punktebild eigene und fremde Standpunkte zueinander in Beziehung setzen.

- Gemeinsam mit einem Partner das gleiche Punktebild betrachten und die Malaufgabe durch Einkreisen von gruppierten Mengen sichtbar machen: „Finde zu dem Punktebild verschiedene Mal-Aufgaben. Kreise so ein, dass ein anderes Kind deine Mal-Aufgabe gut sehen kann.“
- Die eigene Sichtweise auf das Punktebild begründen: „Begründe, warum deine Mal-Aufgabe zu dem Punktebild passt.“
- Die Sichtweise des Partners nachvollziehen und verstehen: „Begründe, warum die Mal-Aufgabe deines Partners zu dem Punktebild passt.“

Unterrichtssprache verwenden: Die Lernenden werden dazu angeregt, mathematische Fachbegriffe im Austausch mit anderen (Partnerarbeit, Reflexionsphasen, Präsentationsphasen, etc.) zu nutzen. Darüber hinaus können Fachbegriffe durch das gezielte Nutzen von bildlichen Darstellungen genau erklärt und verinnerlicht werden.

- Bildliche Darstellungen können als Unterstützung zur Erarbeitung von mathematischen Fachbegriffen, wie z. B.: „Produkt“, „Tauschaufgabe“, „Verdoppeln“, „das Zehnfache“, „10mal so viel“, u.a. genutzt werden:
„Ordne den Punktebildern die passenden Begriffe zu. Begründe.“
Alternativ:
„Wähle ein Mathewort und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“
- Eine Präsentation vorbereiten, in der das Mathewort durch das Punktebild, Markierungen und passenden Erklärungen deutlich wird.

Zu diesem Punkte bild
Passt das wort **verdoppeln**
weil ich: $3+3$, $4+4$, $5+5$... rechnen kann
oder: $2 \cdot 3$, $2 \cdot 4$, $2 \cdot 5$...

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

Die räumlich-simultane Anordnung an einem solchen Punktfeld stellt eine Möglichkeit dar, mit Lernenden Strukturmerkmale von Multiplikationsaufgaben und die Ergebnisgleichheit von Tauschaufgaben zu erarbeiten und zu versprachlichen. Bei der flächigen Darstellung der Multiplikation lassen sich die Malaufgabe und die entsprechende Tauschaufgabe einem Punktbild zuordnen, abhängig von der Perspektive der Betrachtung. Das sprachbildende Unterrichten hilft den Lernenden dabei, die strukturellen Zusammenhänge des Kommutativgesetzes besser zu erfassen und Begründungen dafür zu entwickeln. So wird eine umfassende Grundlage für das Verständnis dieser Rechenoperation geschaffen. Eine mögliche Herangehensweise stellt das WEGE-Konzept dar (vgl.: <http://pikas.dzlm.de/377>).

Wortspeicherarbeit und **Einschleifübungen:** Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathe-Wörtern und ihre sprachliche Einbettung in punktfeldbezogene Ausdrücke und Satzmuster.

Wortspeicher:

- Anknüpfen an das fachliche und sprachliche Vorwissen der Lernenden „Ich sehe ... Reihen mit immer ... Punkten.“
- Gemeinsam mit Lernenden notwendige Satzmuster wie zum Beispiel: „Ich sehe ... mal“ „Die Tauschaufgabe von ... ist“ erarbeiten.
- Einführen, gemeinsames Erarbeiten und Visualisieren notwendiger weiterer Mathewörter und Satzmuster für den Wortspeicher. (<http://pikas.dzlm.de/154>)

Exemplarischer Auszug aus einem Wortspeicher zum Punktfeld	
Mathe-Wörter	Satzmuster
die Zeile, die Zeilen, die Spalte, die Spalten	Ich sehe ... Reihen mit immer Punkten.
links von, rechts von, von oben, von unten	Ich sehe ... mal... .
waagrecht, senkrecht	Die Tauschaufgabe von ... ist...
immer gleich	Wenn ich die Zeilen anschau, sehe ich
4 Siebener bedeutet: 4 mal 7 7 Vierer bedeutet: 7 mal 4 , das ist die Tauschaufgabe	Wenn ich die Spalten anschau, sehe ich... .
plus rechnen, addieren, mal nehmen, ich nehme mal verdoppeln, halbieren	Das Ergebnis ist immer gleich groß.
das Zehnfache, zehnmal soviel	...
Faktor, tauschen, ich tausche	
...	

Lernfördernder Umgang mit dem Wortspeicher zum Punktfeld:

- Mathewörter zum Punktfeld immer wieder vorlesen und definieren lassen.
- Mathewörter zum Punktfeld in Sätze einbinden lassen.
- Satzmuster zum Punktfeld leise/ laut (etc.) und durch Handlung begleitet, im Chor nachsprechen lassen.

Einschleifübungen:

- Unterstützung bei der direkten gedächtnismäßigen Verankerung aktuell erworbener Mathewörter und Satzmuster zum Themenfeld Punktebilder. „Ich sehe in 5 Zeilen jeweils 8 Punkte. Ich sehe 5 mal 8. Ich sehe 5 Achter.“
- Die Lernenden benennen die Multiplikationsaufgaben, erkennen und beschreiben die immer gleichen Merkmale und werden befähigt, sich im Plenum über ihre Entdeckungen (Kommutativität) auszutauschen. Zwei Kinder sitzen über Eck und zeigen und beschreiben am Punktefeld (Tauschaufgabe durch Perspektivwechsel der Kinder verdeutlichen) „Ich sehe 2 Fünfer, also 2 mal 5.“ „Ich sehe 5 Zweier, also 5 mal 2.“ „Die Tauschaufgabe von... ist.. .“

Schneide aus und füge richtig zusammen:

Ich sehe in 4 Zeilen jeweils 5 Punkte.	Ich sehe 8 mal 3.	Ich sehe 3 Sechser.
Ich sehe in 3 Zeilen jeweils 6 Punkte.	Ich sehe 5 mal 2.	Ich sehe 4 Fünfer.
Ich sehe in 5 Zeilen jeweils 2 Punkte.	Ich sehe 3 mal 6.	Ich sehe 8 Dreier.
Ich sehe in 8 Zeilen jeweils 3 Punkte.	Ich sehe 4 mal 5.	Ich sehe 5 Zweier.

- Mögliche Impulse der Lehrkraft mit Verweis auf die konsequente Nutzung des Wortspeichers: „*Welche Mal-Aufgabe siehst du? Findest du noch eine andere Mal-Aufgabe, die man auch sehen kann? Erkläre mit Hilfe des Wortspeichers, wie du die Aufgabe siehst.*“ „*Welche der vorgegebenen Aufgaben passen zu dem Punktefeld und warum?*“ (vgl. Akinwunmi, Deutscher & Selter, 2014, S. 43).

Ganzheitliche Übungen und Eigenproduktionen: Mit der selbständigen Anwendung des Wortspeichers kommutative Strukturen in Punktefeldern versprachlichen und den Wechsel zwischen flächiger Darstellung und Term sprachlich begleiten.

Ganzheitliche Übungen:

- Die Lernenden benennen die Malaufgabe, die durch den Perspektivwechsel sichtbare Tauschaufgabe und begründen die Ergebnisgleichheit unter Nutzung des gemeinsam erarbeiteten Wortspeichers.

Was kannst du entdecken?
Nutze unseren Wortspeicher.
in ... Zeilen, jeweils
in ... Spalten, jeweils
Tauschaufgabe, Ergebnis

Ich sehe in 8 zeilen jeweils 5 Punkte. $8 \cdot 5 = 40$
Ich sehe in 5 Spalten jeweils 8 Punkte. $5 \cdot 8 = 40$
Mir fällt auf das es Tauschaufgaben sind.
Die Tauschaufgabe von $8 \cdot 5$ ist $5 \cdot 8 = 40$.
Das Ergebnis bleibt gleich groß.

- PA am Punktefeld: Aufgaben und Tauschaufgaben zeigen, nennen und Rechenvorteile/-strategien benennen und nutzen lassen („*Bei welcher Aufgabe siehst du schneller das Ergebnis?*“).

Man kann aufeinander
klicken das sieht man das
angepasst ist gleich

Abbildung 10

Weil die Aufgaben gedreht
wurden. Sie wurden gedreht weil
eine ist aus wie eine Spalte die
andere wie eine Zeile.

Abbildung 8

Wenn man die Punktefelder um dreht
dann ist das Ergebnis gleich.

Abbildung 9

Eigenproduktion:

- Impulse zur selbständigen Anwendung aller erworbener Mathe-Wörter und Satzmuster zum Punktefeld mit inhaltlicher und sprachlicher Öffnung
- Kinder erstellen selbst Loop-übungen zum Punktefeld. „Auf meiner Karte sehe ich 6 mal 4 Plättchen. Meine Aufgabe heißt: $6 \cdot 4 = 24$. Wer hat die Tauschaufgabe?“ „Ich habe die Tauschaufgabe. Sie heißt $4 \cdot 6 = 24$. Meine Aufgabe heißt: $5 \cdot 3 = 15$. Wer hat die Tauschaufgabe?“
- Impuls der Lehrkraft mit Verweis auf die konsequente Nutzung des Wortspeichers: „Erkläre, warum das Ergebnis der Tauschaufgaben gleich ist?“, „Findest du eine Erklärung, die für alle Tauschaufgaben richtig ist?“

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

Die angebotene offene Grundaufgabenstellung kann ein Indikator dafür sein, Kinder zu erkennen, welche bereits ein ausgeprägtes Verständnis der Multiplikation besitzen. Hat die Lehrkraft bereits solche Beobachtung gemacht, sollte diesen Kindern direkt eine weiterführende Aufgabenstellung angeboten werden. Geeignet sind ergiebige Aufgaben, die es den Kindern ermöglichen ihre Kompetenzen zu zeigen.

Im Folgenden wird die Aufgabe „Punktebilder“ auf verschiedene Art und Weisen für Kinder, die bereits weiterführende Übungen zur Multiplikation bearbeiten, angepasst. PIKAS unterscheidet die verschiedenen Fördermöglichkeiten in den Kategorien „Mehr, tiefer, eher“ (<http://pikas.dzlm.de/201> Fortbildungsmodul 6.2). Im Folgenden wird für jeden Bereich mindestens eine exemplarische Aufgabenstellung erläutert.

„Tiefer“ – Mit Begründungen und Darstellungswechseln wird die Grundaufgabe tiefgehend thematisiert.

Mathestarke Kinder können Malaufgaben berechnen und mit dem Malkreuz auf dem Hunderterpunktefeld legen oder auch selbst zeichnen. Hier kann ein Vergleich mit der Multiplikation im Malkreuz stattfinden. Das Distributivgesetz lässt sich auf diese Weise anschaulich darstellen und erklären.

$$\text{Bsp.: } 4 \cdot 7 = 4 \cdot (5 + 2) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 2$$

Die Kinder können das Punktebild zur Aufgabe mit dem Winkel auf dem Hunderterpunktefeld legen. Es lässt sich durch die Einfärbung nach der Kraft der 5 erkennen, dass sich $4 \cdot 7$ aus zwei Punktebildern ($4 \cdot 7 = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 2$) zusammensetzt. Durch die Zerlegung der Zahl 7 in $5 + 2$ wird das Distributivgesetz auch bei der Berechnung am Malkreuz deutlich. Die Kinder können diesen Zusammenhang gut durch farbiges Einkreisen von der entsprechenden Aufgabe und dem zugehörigen Punktebild zeigen.

Durch Verschieben des Malwinkels können Zusammenhänge gezeigt werden:

- $4 \cdot 7 \rightarrow 4 \cdot 8$ Ich verschiebe von $4 \cdot 7$ den Malwinkel um 1 Spalte nach rechts und erhalte $4 \cdot 8$. Es kommt in jedem Vierer ein Punkt hinzu. Das sind 4 mehr.
- $4 \cdot 7 \rightarrow 5 \cdot 7$ Ich verschiebe von $4 \cdot 7$ ausgehend den Malwinkel um 1 Zeile nach unten und erhalte $5 \cdot 7$. Es kommt ein Siebener hinzu. Das sind 7 mehr.

Eine weitere Möglichkeit bietet die Erstellung verschiedener Karteikarten für eine Zuordnungsübung. „Ich lege zuerst 1 Fünfer und dann nochmal 2 Fünfer darunter. (Ergebnis, Punktfeld, Aufgabe (zusammengesetzt nach dem Distributivgesetz)). Warum passen die Karten zusammen? Erkläre.“

(Vgl. <https://pikas-mi.dzlm.de/inhalte/operationsvorstellungen-multiplikation-und-division/unterricht/aufgabenstellung-kompakt>)

„Eher“ – Durch Malaufgaben mit Faktoren größer als 10 wird die Aufgabe in einem größeren Zahlenraum erarbeitet.

Mathestarke Kinder können Malaufgaben in größeren Zahlenräumen berechnen und mit dem Malwinkel auf dem Vierhunderterpunktfeld legen oder auch selbst zeichnen. Auch hier kann gut das Distributivgesetz gezeigt werden.

Beispiel: $7 \cdot 12 = 7 \cdot 10 + 7 \cdot 2 = 70 + 14 = 84$

Da die Erarbeitung des höheren Zahlenraums im nächsten Schuljahr erfolgt, sollte diese Form der Förderung nur für Kinder angeboten werden, die den Mathematikunterricht einer höheren Klasse besuchen. Gesetzmäßigkeiten können ebenso im kleineren Zahlenraum entdeckt und gezeigt werden. So wird ein besserer Austausch innerhalb der Lerngruppe gewährleistet.

•	10	2	
7	70	14	
			84

„Mehr“ – Der Einsatz von Knobelaufgaben weckt durch die höhere kognitive Herausforderung größeres Interesse.

Erweitert werden könnte die Aufgabe, indem eine Knobelaufgabe eingesetzt wird:

- „Zerlege das Punktfeld in weitere gleiche Mal-Aufgaben. Hast du alle Möglichkeiten gefunden? Begründe.“
Beispiel: $4 \cdot 8$ (Punktfeld $4 \cdot 8$ unterschiedlich zerlegen: z.B. $(2 \cdot 4) \cdot 4$, $(4 \cdot 4) \cdot 2$, $(8 \cdot 2) \cdot 2$)
- „Lege ein Punktfeld mit genau 24 Plättchen. Welche Mal-Aufgaben kannst du damit legen?“
- Rechteckzahlen

„Aus wie vielen Plättchen besteht die 10. Rechteckzahl?“ (Vgl. http://www.sinus-transfer.de/fileadmin/Materialien/IPN/G7_fuer_Download.pdf, S. 26)

Rechteckzahlen

LITERATUR

- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2014). *Mathe sicher können. Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen*. Berlin: Cornelsen.
- Selter, C. & Zannetin, E. (2018): *Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte – Leitideen – Beispiele*. Seelze: Klett, Kallmeyer.

LINKS

- https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/docs/BausteinN4A_S_Multiplikationsaufgaben_zu_Situationen_finden_150120.pdf (Förderbausteine zum Operationsverständnis Multiplikation)
- <http://pikas.dzlm.de/154> (Grundlegendes zur Sprachförderung)
- <http://pikas.dzlm.de/201> (Leistungsstarke Fortbildungsmodul 6.2)
- <http://pikas.dzlm.de/377> (WEGE-Konzept)
- <http://pikas.dzlm.de/394> (Basisinfos Mathekonferenzen)
- <https://pikas-mi.dzlm.de/inhalte/operationsvorstellungen-multiplikation-und-division/unterricht/aufgabenstellung-kompakt> (Operationsvorstellungen Multiplikation und Division)
- <http://primakom.dzlm.de/113> (Grundlageninformationen zum Darstellen)
- <http://primakom.dzlm.de/114> (Grundlageninformationen zum Kommunizieren)
- <http://primakom.dzlm.de/145> (Wie Kinder Darstellungen verstehen)
- <http://primakom.dzlm.de/350> (Operationsvorstellungen mit Schwerpunkt Darstellungswechsel)
- http://www.sinus-transfer.de/fileadmin/MaterialienIPN/G7_fuer_Download.pdf (Rechteckzahlen)

Ausgangsaufgabe:

Wähle eine Malaufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.

Alle Bereiche sind eng miteinander verzahnt und bedingen sich gegenseitig

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

- „Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“
- „Markiere die einzelnen Zahlen (Faktoren) der Mal-Aufgabe in der Rechnung und im Punktebild.“
- „Erkläre, warum dein Punktebild zu deiner Mal-Aufgabe passt.“
- „Notiere die Mal-Aufgabe zu den vorgegebenen Punktebildern.“
- Aufgabe- und Tauschaufgabe: „Fällt dir an den Faktoren oder dem Ergebnis der Mal-Aufgabe etwas auf? Erkläre mit den Punktebildern den Unterschied zwischen den beiden Mal-Aufgaben.“
- „Finde zu dem Punktebild verschiedene Mal-Aufgaben.“
- „Ordne den Punktebildern die passenden Begriffe zu. Begründe.“
- „Wähle ein Mathe-Wort aus und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- „Finde Plus- und Mal-Aufgaben im Punktebild. Kreise ein.“
- „Wie kann ich im Punktebild die Aufgabe $3 \cdot 4$ sehen? Wo sehe ich dort die Aufgabe $4 + 4 + 4$?“
- Partnerarbeit: Punktebild mit dem Malwinkel am Punktefeld legen: „Sucht gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben.“
- „Tim sieht $3 \cdot 4$, Lisa sieht $4 \cdot 3$.“
- „Warum passt die Aufgabe $3 \cdot 4$ (nicht) zu diesem Punktebild?“
- „Welches Bild passt zur Mal-Aufgabe?“
- „Wie viele Punkte sind es durch Verschieben des Malwinkels mehr oder weniger geworden? Welche Mal-Aufgabe entsteht, wenn ich den Malwinkel eine Zeile nach oben/unten (Spalte nach links/rechts) verschiebe?“

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- Hunderterpunktfeld/ Vierhunderterpunktfeld nach der Kraft der 5 eingefärbt. Mit dem Malwinkel ist ein Punktefeld gelegt: „Welche zwei Punktefelder siehst du in dem Punktefeld, das zur Aufgabe $4 \cdot 7$ passt?“
- „Verschiebe den Malwinkel auf dem Hunderterpunktfeld. Beschreibe und erkläre die Veränderung des Punktefeldes und der Mal-Aufgabe.“
- „Zerlege das Punktebild in weitere gleiche Mal-Aufgaben. Hast du alle Möglichkeiten gefunden? Begründe.“
- „Lege ein Punktebild mit genau 24 Plättchen. Welche Mal-Aufgabe kannst du damit legen?“
- „Aus wie vielen Plättchen besteht die 10. Rechteckzahl?“

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- „Vervollständige die Sätze:
Ich sehe ___ Reihen mit immer ___ Punkten.
Wenn ich die Zeilen anschau, sehe ich _____.
Wenn ich die Spalten anschau, sehe ich _____.“
- „Fülle den Lückentext aus:
Die _____ zu $4 \cdot 5$ heißt $5 \cdot 4$.
Ich sehe in 4 Zeilen ___ 5 Punkte. Ich sehe 4 ____.“
- „Sprecht über diese Fragen:
Welche Mal-Aufgaben siehst du? Findest du noch andere Mal-Aufgaben, die man auch sehen kann? Erkläre mit Hilfe des Wortspeichers, wie du die Aufgaben siehst. Erkläre, warum das Ergebnis der Tauschaufgaben gleich ist? Findest du eine Erklärung, die für alle Tauschaufgaben richtig ist?“