UNTERRICHTSPLANUNG

Zerlegungsbäume

Die Kinder vertiefen ihre Einsichten in mathematische Zusammenhänge, indem sie Zerlegungsbäume lösen und mit Hilfe von Mitteln zum Forschen vervollständigen sowie eigenständige Entdeckungen an diesen machen und sie nachvollziehbar erklären.

JAHRGANG	3-4
DAUER	7 Unterrichtseinheiten, ggf. in mehrere Blöcke aufgeteilt
MATERIAL	Arbeitsblätter zu den Unterrichtseinheiten, Plättchen, leeres Papier, gemeinsam entwickelter Sprachspeicher

Allgemeines zur Durchführung

- Die Lernenden benötigen zentrale arithmetische Basiskompetenzen, insbesondere im Bereich des Operationsverständnisses (v. a. Multiplikation und Division), um sich mit Zerlegungsbäumen auseinandersetzen zu können (Erkennen/Nutzen von Aufgabenbeziehungen) (vgl. Orientierungsrahmen Arithmetische Basiskompetenzen).
- Durch die Komplexität des Aufgabenformats und das benötigte Wissen über Teiler einer Zahl ist es auch in Klasse 4 einsetzbar.
- Die Einheiten müssen nicht als zusammenhänge Unterrichtsreihe durchgeführt werden, sondern können auch über einen längeren Zeitraum hinweg bearbeitet werden. Die Reihenfolge der Einheiten sollte jedoch beibehalten werden und vor Beginn der nächsten Einheit sollten die wichtigsten Erkenntnisse der vorangegangenen Einheit noch einmal gesammelt werden.

Übersicht über die Einheiten der Unterrichtsreihe:

1: Zerlegungsbäume kennenlernen (45 min)
2: Lücken herausfinden (45 min)
3: Muster entdecken (45 min)
4: Zerlegungsbaum ja oder nein? (45 min)
5: Passende Zahlen herausfinden (45 min)
6: Lange und kurze Zerlegungsbäume finden(45 min)
7: (Alle) Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 finden (45 min)

Variationsmöglichkeiten

- Anpassung des Zahlraums/der Komplexität der Zerlegungsbäume
- Variation der Anzahl möglicher Teiler einer Zahl
- Nutzung von Plättchenfelder zur Visualisierung der Teiler

Lehrplan-Bezug

Die Lernenden …

- lösen Multiplikations- und Divisionsaufgaben im ZR bis 100 unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (Zahlenrechnen).
- beschreiben Gesetzmäßigkeiten innerhalb eines Zerlegungsbaumes und zwischen Zerlegungsbäumen mit operativen Veränderungen anhand von Beispielen (Argumentieren).
- vergleichen diese mathematischen Muster und Strukturen in Hinblick auf Zusammenhänge, Gemeinsamkeiten und Unterschiede (Argumentieren).
- setzen Material und Mittel zum Forschen für das Bearbeiten von Aufgabenstellungen und das Erklären von Einsichten und Zusammenhängen ein (Darstellen, Argumentieren).
- vollziehen Beschreibungen anderer nach und prüfen deren Passung zum Zerlegungsbaum (Problemlösen, Kommunizieren).
- verwenden Fachausdrücke beim Beschreiben von Zahl- und Aufgabenbeziehungen innerhalb eines Zerlegungsbaumes (Kommunizieren).
- erfinden eigene Zerlegungsbäume (Problemlösen).
- entwickeln Ideen für mögliche Vorgehensweisen beim Finden von Zahlen zu einem vorgegebenen Zerlegungsbaum (Problemlösen).

DARUM GEHT ES

Im Rahmen der Division und Multiplikation sind „*Zerlegungsbäume*“ ein grundlegendes Aufgabenformat. Der Aufbau der Zerlegungsbäume beruht immer auf demselben Prinzip, dass Teiler einer Zahl gefunden werden. Als **Teiler** werden Zahlen bezeichnet, die ohne Rest in eine andere Zahl passen.

Zerlegungsbäume beginnen stets mit einer Startzahl. Ausgehend von dieser Startzahl wachsen sie von oben nach unten. Im nachfolgenden Beispiel wurde die Startzahl 30 ausgewählt.

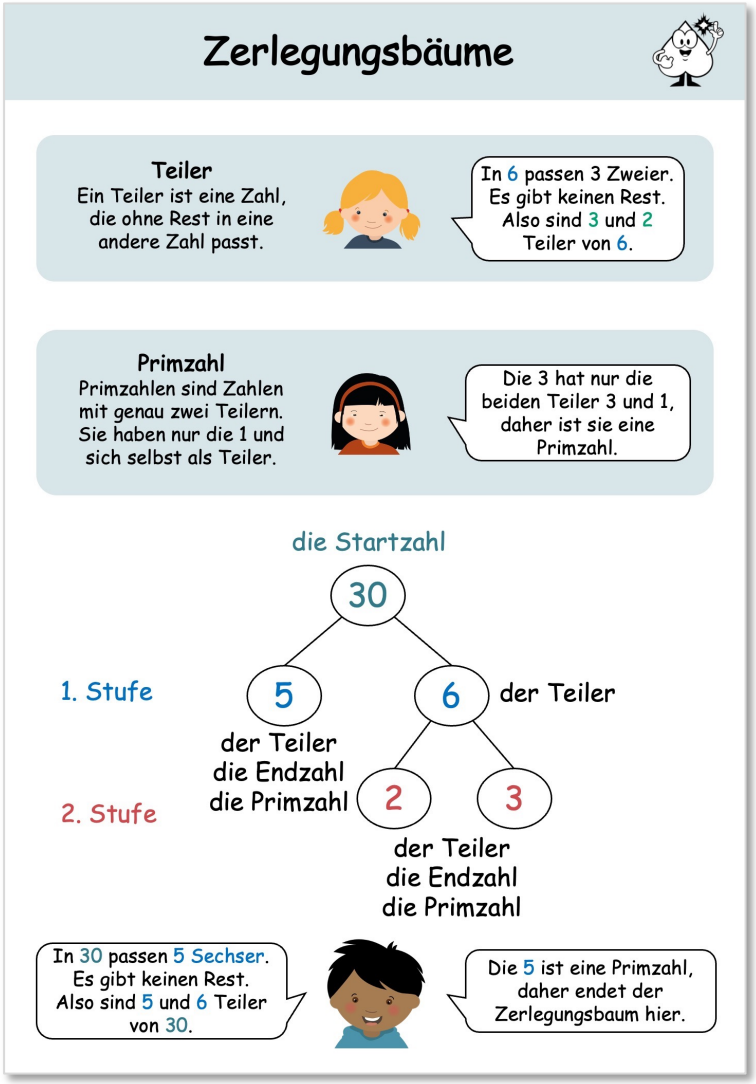
Die Startzahl 30 wird in zwei Zahlen zerlegt, indem zwei Teiler der Zahl 30 gefunden werden. In diesem Beispiel 5 und 6. Sie werden auf der ersten Stufe des Zerlegungsbaums notiert.

Nun wird überlegt, ob die Zahlen der ersten Stufe weiter zerlegt werden können.

5 kann nicht weiter zerlegt werden, da es sich um eine Primzahl handelt. **Primzahlen** sind die kleinsten multiplikativen Bausteine natürlicher Zahlen. Es sind Zahlen mit genau zwei Teilern, 1 und sich selbst. Daher endet der Baum auf der linken Seite in der 1. Stufe.

6 kann ohne Rest in 2 und 3 zerlegt werden. Diese Zahlen werden werden Teiler der zweiten Stufe des Zerlegungsbaums genannt. 2 und 3 können nicht weiter zerlegt werden, da es Primzahlen sind. Daher endet der Zerlegungsbaum in der zweiten Stufe.

Neben 5 und 6 können für die erste Stufe auch andere Teiler für die erste Stufe gefunden werden. Beispielsweise 3 und 10 oder 2 und 15. Somit können zu vielen Startzahlen verschiedene Zerlegungsbäume gefunden werden.



INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

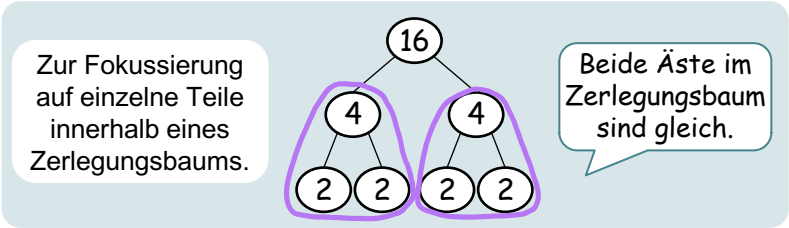
DARUM GEHT ES

Da mit diesem Aufgabenformat sowohl inhalts- als auch prozessbezogene Kompetenzen (vgl. S.1) gefördert werden können, zählen *Zerlegungsbäume* zu den sogenannten „guten Aufgaben“, mittels derer die im Lehrplan formulierten zentralen Leitideen (MSW NRW, 2021, S. 73) des „Einsatzes ergiebiger Aufgaben“ und des „entdeckenden Übens“ realisiert werden können. Um das Aufgabenformat gewinnbringend im Unterricht einzusetzen, ist es daher wichtig, die Lernenden nicht selbstständig die Arbeitsblätter im Sinne eines Selbstlernheftes durchrechnen zu lassen, sondern sie zum Entdecken, Beschreiben und Begründen anzuregen und den Austausch der Kinder untereinander anzuregen. Dabei können wichtige Sprachmittel etabliert werden, die Lernende beim Verstehen der Zerlegungsbäume und der zugrundeliegenden mathematischen Zusammenhänge unterstützen. Zwischenfragen wie „Wie bist du darauf gekommen?“, „Wie bist du vorgegangen“, „Was fällt dir auf?“, „Warum ist das so?“ können diese Denkprozesse anregen, insbesondere im gegenseitigen Austausch über eigene Vorgehensweisen.

Um Lernende dabei zu unterstützen, Entdeckungen an Zerlegungsbäumen zu machen und diese beschreiben und begründen zu können, können **Mittel zum Forschen** zum Einsatz kommen. Hierbei eignen sich vor allem die Mittel „Einkreisen mit verschiedenen Farben“ und „Abdeckfelder“, um einzelne Teile der Zerlegungsbäume zur Lösung und auch zum späteren Vergleich/Beschreiben fokussierter in den Blick nehmen zu können.

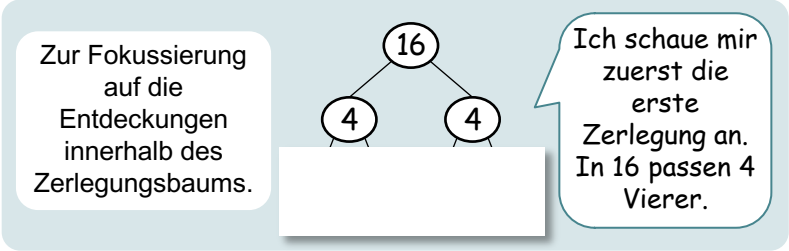
Einkreisen mit verschiedenen Farben:

- Einkreisungen können dabei helfen, einzelne Teile der Zerlegungsbäume zu fokussieren. Sie können außerdem eingesetzt werden, um Lernende mit Beeinträchtigungen in der Wahrnehmung zu unterstützen. Bei großen Zerlegungsbäumen kann es jedoch auch unübersichtlich werden, wenn alle Zerlegungen eingekreist werden. Hier kann es sinnvoll sein, sich auf relevante Stellen zu fokussieren. Beispielsweise nur Gemeinsamkeiten oder Unterschiede innerhalb eines Zerlegungsbaums oder im Vergleich mehrerer Zerlegungsbäume zu markieren.



Abdeckfelder:

- Abdeckfelder können dabei helfen, den Fokus auf die einzelnen Zerlegungen innerhalb eines Zerlegungsbaums zu lenken (S. 4) und beispielsweise verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten der ersten Stufe zu einer Startzahl in den Blick nehmen und vergleichen zu können. Dies kann vor allem für Kinder mit Schwierigkeiten sinnvoll sein. Als Abdeckfeld kann ein festes Blatt Papier verwendet werden.



Der konkrete Einsatz der einzelnen Mittel zum Forschen wird in den Ausführungen zu den Unterrichtseinheiten erläutert.

Eine Übersicht über diese und weitere Mittel zum Forschen bietet das Plakat „So forschen wir in Mathe“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 1: Zerlegungsbäume kennenlernen

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Aufgabenverständnis ermöglichen

- Es wird ohne weitere Einführung ein ausgefüllter Zerlegungsbaum in die Kreismitte gelegt oder an die Tafel gehängt. Die Kinder können alles äußern, was ihnen zu dem Zerlegungsbaum und insbesondere zur Bildungsregel einfällt.
- Im Anschluss wird die Bildungsregel gemeinsam erarbeitet. Dazu wird gemeinsam ein teilweise ausgefüllter Zerlegungsbaum berechnet. Zur Fokussierung der einzelnen Rechenschritte kann ein Abdeckfeld genutzt werden.
- Erste Begriffe und Ausdrücke wie „die Startzahl“, „der Teiler“, „Zahlen auf der ersten/zweiten Stufe“, „die Endzahl“ und „die Primzahl“ werden in einem gemeinsam erstellten Sprachspeicher festgehalten. Dieser wird im Verlauf der weiteren Unterrichtsreihe stetig erweitert.
- Die Lehrkraft gibt Transparenz über den Verlauf der Unterrichtsreihe und stellt den Arbeitsauftrag für die Arbeitsphase vor.

Arbeitsphase: Aufgabenverständnis vertiefen und sichern

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „Zerlegungsbäume kennenlernen“. Sie sollen durch das Ausrechnen der Zerlegungsbäume die Bildungsregel üben und mit dem Aufgabenformat vertraut werden. Kinder, die schon eher fertig sind, können auf einem zusätzlichen Blatt Papier weitere Möglichkeiten zu den vorgegebenen Zerlegungsbäumen und Startzahlen finden.

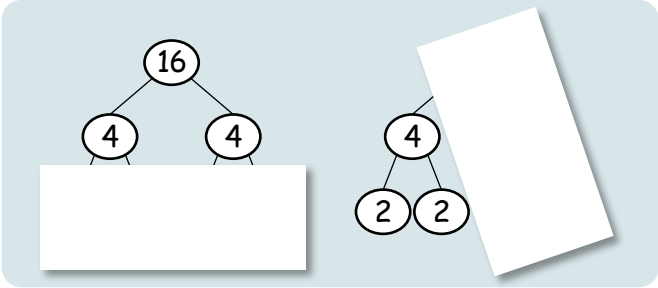
Reflexionsphase:

- Gemeinsam werden exemplarisch zwei Zerlegungsbäume an der Tafel oder im Sitzkreis ausgerechnet und mit Hilfe des Abdeckfeldes einzelne Entdeckungen der Kinder besprochen.

MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Einstiegsphase:

- „Was fällt dir auf?“
- „Wie wird ein Zerlegungsbaum gebildet?“
- „Wie lautet die Bildungsregel?“
- „Was können wir für unseren Sprachspeicher festhalten?“
- Nutzung von Abdeckfeldern zur Fokussierung der einzelnen Rechenschritte sowie zur Fokussierung der Entdeckungen der Lernenden:
  - Rechenschnitte an einem vollständig ausgefüllten Zerlegungsbaum betrachten und zur Fokussierung der einzelnen Rechenschritte das Abdeckfeld verschieben



  - Gemeinsam einen Zerlegungsbaum berechnen und auch hier zur Fokussierung der Entdeckungen das Abdeckfeld immer um einen Ast weiter verschieben
  - Am Ende sollte der Zerlegungsbaum als Gesamtheit betrachtet werden.

Arbeitsphase:

- „In … passen ...?“
- „… und … sind Teiler von …“
- „Hat die Zahl noch weitere Teiler?“

Reflexionsphase:

- „Wie hast du die Teiler/die Zahlen gefunden?“
- „Welche Teiler hat die Zahl?“
- „Welche Zahlen waren leichter/schwerer zu finden? Warum?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 2: Lücken herausfinden

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- In der Klasse wird gemeinsam mit den Kindern ein vorgegebener Zerlegungsbaum ausgerechnet und die Erkenntnisse aus der ersten Stunde wiederholt.
- Danach wird ein Zerlegungsbaum mit Lücken in die Kreismitte gelegt oder an die Tafel gehängt. Die Kinder überlegen, wie sie die Lücken berechnen können und beschreiben ihr Vorgehen für alle nachvollziehbar. Ggf. werden weitere relevante Sprachmittel im Sprachspeicher aufgenommen.
- Gemeinsam werden verschiedene Möglichkeiten (Mittel zum Forschen) gesammelt, die den Lernenden dabei helfen können, die Lücken herauszufinden. Vor allem Abdeckfelder können hierbei hilfreich sein, um einzelne Bereiche des Zerlegungsbaums zu fokussieren.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „ Lücken herausfinden“. Sie berechnen mit Hilfe der kennengelernten Mittel zum Forschen, welche Zahlen in die fehlenden Lücken passen. Je nachdem welche Zahlen fehlen, können verschiedene Strategien erforderlich werden (Teiler finden, Multiplikativ die (Start-)Zahl finden…).
- Sollten die Mittel zum Forschen noch nicht bekannt sein, müssen diese zuvor eingeführt werden.
- Lernende, die eher fertig sind, können das Spiel „Wer zerlegt zuletzt“ (Erklärung auf der letzten und vorletzten Seite im Dokument „Arbeitsblätter“) spielen. Auf dieses Spiel kann auch in den anderen Unterrichtseinheiten immer wieder zurückgegriffen werden. Im Verlauf der Unterrichtsreihe können die Spielstrategien der Kinder immer durchdachter werden. Hierzu sollten die Kinder immer wieder in den Austausch über ihre Strategien kommen und diese reflektieren.

Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Einige Kinder stellen im Plenum ihre Vorgehensweisen zum Finden der fehlenden Zahlen in den Zerlegungsbäumen vor. Diese Vorgehensweisen werden im Anschluss gemeinsam reflektiert.

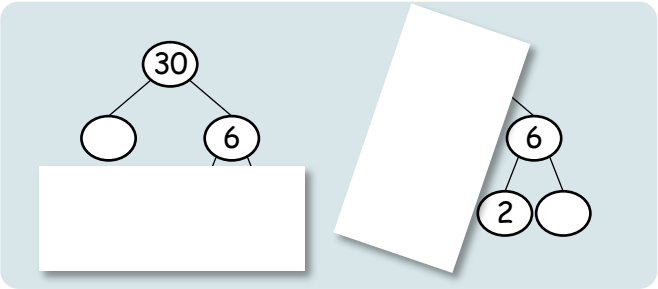
MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Einstiegsphase:

- „Was ist das Besondere an Zerlegungsbäumen?“
- „Erläutere die Bildungsregel von Zerlegungsbäumen?“
- „Wie kann ich passende Teiler einer Zahl finden?“
- „Schaue nochmal auf den Sprachspeicher.“

Arbeitsphase:

- „In … passen ...?“
- „… und … sind Teiler von …“
- „Wie konntest du die weiteren Zahlen finden?“
- „Bist du beim Finden der Zahlen unterschiedlich vorgegangen?“
- „Nutze das Abdeckfeld. Vielleicht kann dir das helfen die fehlenden Zahlen zu finden.“ „Wie konnten dir Abdeckfelder helfen?“
- Beispielhaftes Nutzen von Mittel zum Forschen:
  - Abdeckfeld:



Reflexionsphase:

- „In … passen ...?“
- „… und … sind Teiler von …“
- „Wie konntest du die weiteren Zahlen finden?“
- „Wie hat dir das Abdeckfeld beim Lösen geholfen?!
- „Könnte man noch anders vorgehen, um die fehlenden Zahlen herauszufinden?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 3: Muster entdecken

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Die Zerlegungsbäume zur Startzahl 6 und Startzahl 12 werden in die Kreismitte gelegt. Gemeinsam werden die Zerlegungsbäume ausgerechnet und Auffälligkeiten sowie Gemeinsamkeiten und Unterschiede besprochen.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „Muster entdecken“ und halten ihre Entdeckungen schriftlich fest.
- Einkreisungen können helfen zu fokussieren, welche Äste in allen drei bzw. in zwei Zerlegungsbäumen gleich sind.
- Lernende, die das Muster schnell entdeckt haben und erklären können, können weitere Zerlegungsbaumfamilien mit ähnlichem Muster finden und beschreiben, wie sie schnell weitere Zerlegungsbaumfamilien finden können. Dies ist beispielsweise bei den Startzahlen 4, 8 und 16 oder 8, 16 und 24 möglich. Sie können aber auch Zerlegungsbaumfamilien mit anderem Muster finden (z. B. ein Teiler ist immer 3)

Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die Lernenden stellen ihre Arbeitsergebnisse vor und es werden gemeinsam die Reflexionsfragen besprochen.
- Die Entdeckungen können gemeinsam auf eine ähnliche Zerlegungsbaumfamilie übertragen werden. Indem die Kinder zuvor Vermutungen äußern und diese anschließend überprüfen.

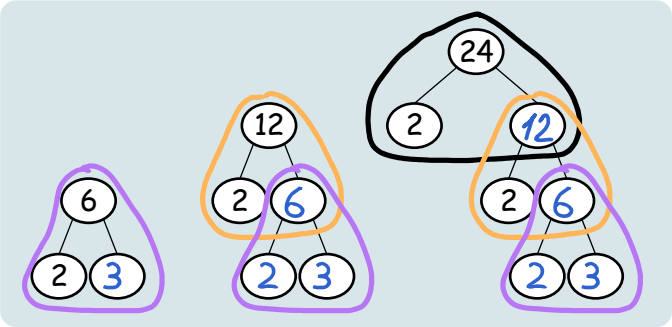
MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Einstiegsphase:

- „Was fällt dir auf, wenn du die beiden Zerlegungsbäume vergleichst?“
- „Was vermutest du ist das Besondere bei diesen Zerlegungsbäumen?“

Arbeitsphase:

- „Was ist bei den Zerlegungsbäumen gleich?“
- „Welches Muster kannst du bei diesen Zerlegungsbäumen erkennen?“
- „Was fällt dir auf?“
- Die Lernenden sollten erkennen, dass die Startzahlen der Zerlegungsbäume jeweils verdoppelt werden und alle Startzahlen den gemeinsamen Teiler 2 haben ($2 \cdot 3 = 6$, $2 \cdot 6 = 12$, $2 \cdot 12 = 24$). Der Zerlegungsbaum zur Startzahl 6 ist daher in dem Zerlegungsbaum zur Startzahl 12 enthalten, denn $12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot (2 \cdot 3)$. Die Zerlegungsbäume zur Startzahl 6 und 12 sind wiederum im Zerlegungsbaum der Startzahl 24 enthalten, denn $24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot (2 \cdot 6) = 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 3))$



Reflexionsphase:

- „Welche Gemeinsamkeiten haben die Zerlegungsbäume?“
- „Welches Muster hast du bei diesen Zerlegungsbäumen entdeckt?“
- „Was ist das Besondere an den Zahlen in diesen Zerlegungsbäumen?“
- „Zeige das Muster mit Mitteln zum Forschen“
- „Warum ist das so?“
- „Kannst du weitere Zerlegungsbaumfamilien finden?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 4: Zerlegungsbaum ja oder nein?

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase:

- Die Lehrkraft hängt einen teilweise ausgefüllten Zerlegungsbaum an die Tafel, der jedoch nicht lösbar ist, da nicht für alle Lücken Zahlen gefunden werden können, die Teiler sind und dementsprechend keinen Rest lassen.
- Die Kinder versuchen den Zerlegungsbaum zu lösen und stellen fest, dass dies nicht möglich ist. Sie finden erste Begründungen, warum der Zerlegungsbaum nicht lösbar ist und überlegen gemeinsam, wie einzelne Zahlen verändert werden müssten, damit es sich um einen Zerlegungsbaum handelt. Hier sind unter Umständen verschiedene Lösungen möglich.
- Die Kinder vermuten, bei welchen dieser Bäume es sich um Zerlegungsbäume handelt und bei welchen nicht. Bei den Zerlegungsbäumen, die keine Zerlegungsbäume sind, überlegen und begründen die Kinder, wie einzelne Aufgaben verändert werden müssten, damit es sich um einen Zerlegungsbaum handelt. Hierbei nutzen sie Mittel zum Forschen.

Arbeitsphase:

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „ Zerlegungsbaum ja oder nein?“. Sie sollen zunächst ohne Ausrechnen überlegen, ob es sich bei dem Baum um einen Zerlegungsbaum handelt oder nicht.
- Nach dem Ausrechnen begründen sie, warum es sich (nicht) um einen Zerlegungsbaum handelt und zeigen dies mit Mitteln zum Forschen.
- Falls der Baum kein Zerlegungsbaum ist, markieren die Lernenden die konkrete Stelle im Baum und notieren den Zerlegungsbaum auf einem extra Blatt Papier oder in ihr Matheheft.

Reflexionsphase:

- In einem gemeinsamen Reflexionsgespräch stellen die Lernenden vor, wie sie die Stellen im Zerlegungsbaum ermittelt haben, die dazu führen, dass zu einigen Zahlen keine passenden Teiler bzw. zu gegebenen Teilern die darüberliegende Zahl nicht passt. Die Kinder versuchen zu verallgemeinern, wie diese Stellen schnell und ggf. sogar so, dass nicht erst der gesamte Zerlegungsbaum berechnet werden muss, identifiziert werden können.

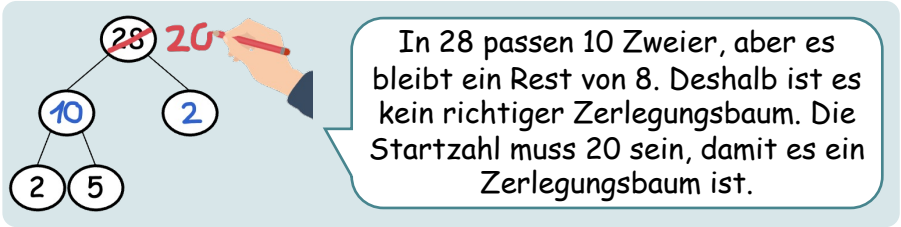
MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Einstiegsphase:

- „Was fällt dir auf?
- „Warum ist es ein/kein Zerlegungsbaum?“
- „Was musst du verändern, damit es ein Zerlegungsbaum ist?“
- „Verändere den Zerlegungsbaum.“

Arbeitsphase:

- „Was fällt dir auf?
- „Warum ist es ein/kein Zerlegungsbaum?“
- „Wie bist du vorgegangen, um herauszufinden, ob der Zerlegungsbaum lösbar ist? Woran hast du erkannt, dass der Zerlegungsbaum (nicht) lösbar ist?“
- „Was musst du verändern, damit es ein Zerlegungsbaum ist?“
- „Verändere den Zerlegungsbaum.“
- „Könntest du auch noch eine andere Stelle im Zerlegungsbaum verändern, damit es ein richtiger Zerlegungsbaum ist?“



Reflexionsphase:

- „Wie bist du vorgegangen, um herauszufinden, ob der Zerlegungsbaum lösbar ist? Woran hast du erkannt, dass der Zerlegungsbaum (nicht) lösbar ist?“
- „Welcher Zerlegungsbaum ist kein Zerlegungsbaum?“
- „Wie musst du den Zerlegungsbaum verändern, damit es einer ist?“
- „Warum ist es jetzt ein Zerlegungsbaum?“
- „Welche (Start-)Zahl musst du wählen, damit kein Rest bleibt?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 5: Passende Zahlen herausfinden

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Die Lehrkraft legt zwei unausgefüllte, unterschiedlich aussehende Zerlegungsbäume in die Kreismitte. Die Kinder sollen Ideen äußern, wie sie vorgehen können, um passende Zahlen für die Zerlegungsbäume zu finden. Gemeinsam werden die Zerlegungsbäume ausgefüllt.
- Die Lehrkraft legt noch einmal dieselben beiden Leerformulare in die Kreismitte und gemeinsam wird überlegt, ob auch noch andere Zahlen gewählt werden könnten

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „Passende Zahlen herausfinden“.
- Lernende, die alle leeren Zerlegungsbäume mit passenden Zahlen ausgefüllt haben, tauschen sich mit einem anderen Kind über ihre Vorgehensweise zum Finden passender Zahlen aus.
- Gemeinsam können sie anschließend noch weitere Lösungen finden.

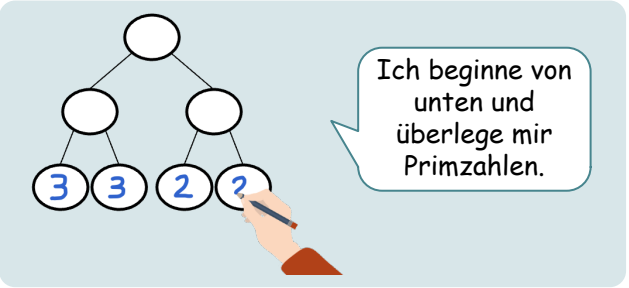
Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die Lernenden stellen ihre Arbeitsergebnisse und unterschiedlichen Vorgehensweisen vor. Gemeinsam werden verschiedene Zerlegungsbäume zu unterschiedlichen vorgegebenen Zerlegungsbäumen gesammelt und Gemeinsamkeiten und Unterschiede besprochen.

MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Einstiegsphase:

- „Was fällt dir an den Zerlegungsbäumen auf?“
- „Wie können wir passende Zahlen für den Zerlegungsbaum finden?“
- „Ein anderes Kind hat von unten angefangen. Was sagst du dazu?“
- „In … passen ...?“
- „Gibt es noch eine andere Möglichkeit?“



Arbeitsphase:

- „Fange unten an.“
- „Nutze Mittel zum Forschen, um die fehlenden Zahlen herauszufinden.“
- „In … passen ...?“
- „… und … sind Teiler von …“
- „Wie bist du vorgegangen? Schreibe es auf.“

Reflexionsphase:

- „Welche Zahlen hast du für den Zerlegungsbaum gefunden?“
- „Wie bist du vorgegangen?“
- „Gibt es noch andere passende Zahlen für den Zerlegungsbaum?“
- „Welche Gemeinsamkeiten/Unterschiede haben die Zerlegungsbäume?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 6: Lange und kurze Zerlegungsbäume finden

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Die Lehrperson legt einen langen und einen kurzen Zerlegungsbaum als stummen Impuls in die Kreismitte. Die Kinder können alles äußern, was ihnen an Unterschiedenen und Gemeinsamkeiten auffällt.
- Danach werden im Plenum erste Ideen gesammelt, wie möglichst kurze und möglichst lange Zerlegungsbäume gefunden werden können. Hierzu kann von einem Kind ein weiterer Zerlegungsbaum gebildet werden und die anderen Kinder können beurteilen, ob es sich bei dem Zerlegungsbaum um einen kurzen oder einen langen Zerlegungsbaum handelt.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Lernenden finden auf dem Arbeitsblatt „Lange und kurze Zerlegungsbäume finden“ verschiedene lange und kurze Zerlegungsbäume durch (systematisches) Ausprobieren. Gegebenenfalls kann es sinnvoll sein den Lernenden weitere leere Blätter zur Verfügung zu stellen.
- Durch Veränderungen bereits gefundener Zerlegungsbäume können sie unter Umständen kürzere oder längere Zerlegungsbäume finden.
- Sobald die Kinder mehrere Zerlegungsbäume gefunden habe oder der Meinung sind, dass es keine längeren/kürzeren Zerlegungsbäume mehr gibt, finden sie sich nach dem Haltestellenprinzip in Zweierteams zusammen
- Die beiden Lernenden tauschen sich über ihre gefundenen Zerlegungsbäume aus und finden ggf. weitere kürzere/längere Zerlegungsbäume.
- Die Lernenden halten ihre Entdeckungen schriftlich fest. Dazu können auch Mittel zum Forschen genutzt werden.

Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

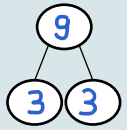
- Die Lernenden stellen ihre Arbeitsergebnisse und unterschiedlichen Vorgehensweisen vor. Gemeinsam werden verschiedene Zerlegungsbäume der Größe nach sortiert und Gemeinsamkeiten sowie Unterschiede festgehalten.
- Aus den Gemeinsamkeiten und Unterschieden werden Strategien abgeleitet, um möglichst kurze und lange Zerlegungsbäume zu finden.

MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Arbeitsphase:

- „Wie lang ist dein längster/kürzester Zerlegungsbaum?“
- „Wie könnte man den Zerlegungsbaum verändern, damit er noch kürzer/länger wird?“
- „Könnt ihr einen noch kürzeren/längeren Zerlegungsbaum finden?
- „Wie bist du vorgegangen, um einen möglichst kurzen Zerlegungsbaum zu finden? Erkläre.“

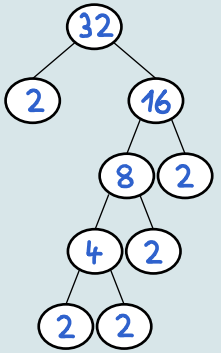
Ich beginne von unten und suche mir zwei Primzahlen, die ich multipliziere. Das Ergebnis nehme ich als Startzahl



Ich suche mir eine Zahl, die zwei Endzahlen als Teiler hat.

- „Wie bist du vorgegangen, um einen möglichst langen Zerlegungsbaum zu finden? Erkläre.“

Ich starte unten mit zwei Primzahlen, die ich multipliziere. Das Ergebnis notiere ich in der Stufe darüber und schreibe daneben eine neue Primzahl als Teiler. Beide Zahlen multipliziere ich und so mache ich immer weiter.



Reflexionsphase:

- „Wie bist du vorgegangen, um einen möglichst kurzen/langen Zerlegungsbaum zu finden?“
- „Hat jemand noch einen kürzeren/längeren Zerlegungsbaum gefunden?“
- „Wie können wir die Zerlegungsbäume sortieren?“
- „Welche Gemeinsamkeiten/Unterschiede gibt es?“
- „Warum kann ein Zerlegungsbaum unendlich lang werden?

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

Einheit 7: (Alle) Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 finden

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Die Lehrperson hängt einen Zerlegungsbaum bei dem nur die Startzahl 24 ausgefüllt ist, an die Tafel.
- Gemeinsam werden Ideen gesammelt, wie weitere Zahlen des Zerlegungsbaums gefunden werden können.
- Falls die Kinder bereits die Vermutung äußern, dass verschiedene Möglichkeiten für die weiteren Zahlen gefunden werden können, sollte dies als Ausgangspunkt für den Arbeitsauftrag der Arbeitsphase genutzt werden.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „ Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 finden“.
- Für Kinder mit Schwierigkeiten kann es unter Umständen leichter sein, Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 zu finden, bei denen einige weitere Zahlen gegeben sind.
- Zur Differenzierung nach oben kann weiterführend das Arbeitsblatt „Alle Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 finden“ bearbeitet werden. Um alle Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 finden zu können, können die Lernenden angeregt werden, ihre Zerlegungsbäume zu sortieren und dies mit Mitteln zum Forschen zu markieren.

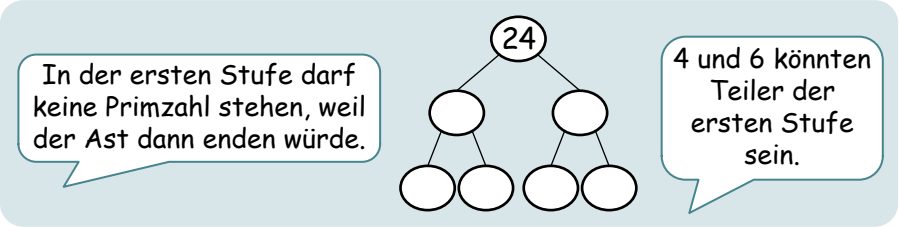
Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die Lernenden stellen ihre Arbeitsergebnisse und unterschiedlichen Vorgehensweisen vor. Hierbei kann es auch hilfreich sein, vorherige Vorgehensweisen, die nicht zielführend waren, zu thematisieren und zu begründen, warum diese nicht zu einem Zerlegungsbaum mit der Startzahl 24 geführt haben.
- Als weiterführender Denkauftrag auf Grundlage der Erfahrungen, kann gemeinsam überlegt werden, wie noch weitere Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 schnell gefunden werden können. Sie finden alle Möglichkeiten zur Startzahl 24 auf der nächsten Seite.

MÖGLICHE ARBEITSAUFTRÄGE UND IMPULSE

Einstiegsphase:

- „In 24 passen welche Zahlen restlos?“
- Wenn die Kinder Schwierigkeiten haben: „Ein anderes Kind hat die Teiler 4 und 6 in der ersten Stufe notiert. Passt das?“



- „Gibt es noch eine andere Möglichkeit?“
- „Warum können Primzahlen hier nicht als Teiler in der ersten Stufe gewählt werden?“

Arbeitsphase:

- „Gibt es noch eine andere Möglichkeit?“
- „In … passen ...?“
- „Warum können … und … in diesem Fall keine Teiler sein?“
- „Warum können nur … und … Teiler der ersten Stufe sein?“
- „Was vermutest du, wie viele Zerlegungsbäume mit der Zielzahl 24 gibt es?“

Reflexionsphase:

- „Gibt es noch eine andere Möglichkeit?“
- „In … passen ...?“
- „Warum können … und … in diesem Fall keine Teiler sein?“
- „Warum können nur … und … Teiler der ersten Stufe sein?“
- „Wie viele Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 hast du gefunden?“
- „Warum glaubst du sind das alle Zerlegungsbäume zur Startzahl 24?“
- „Wie können wir die Zerlegungsbäume sortieren?“
- „Was sind die Gemeinsamkeiten/Unterschiede?“

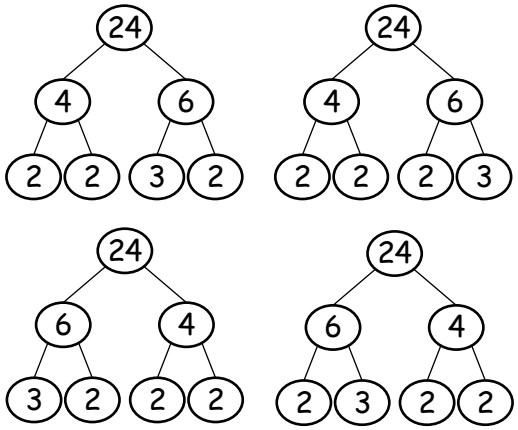
INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075

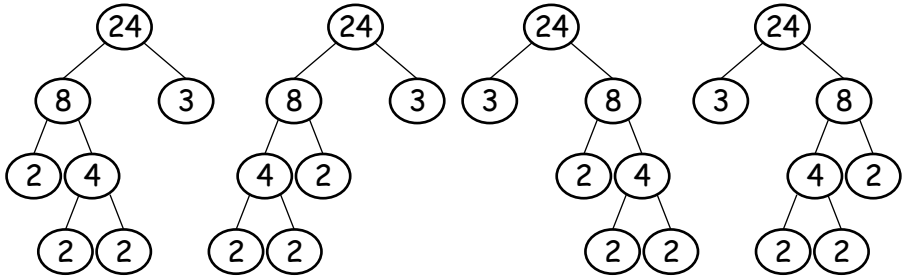
Einheit 7: (Alle) Zerlegungsbäume zur Startzahl 24 finden

LÖSUNGEN

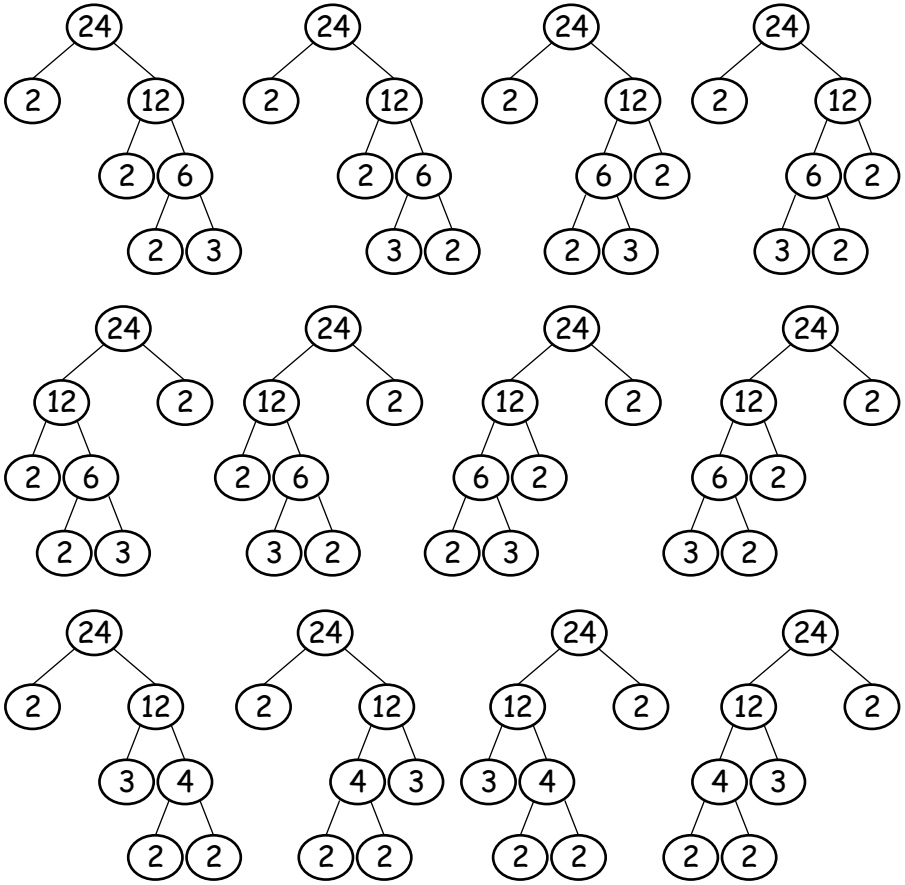
- Zerlegungsbäume mit den Teilern 6 und 4 bzw. 4 und 6 auf der ersten Stufe



- Zerlegungsbäume mit den Teilern 8 und 3 bzw. 3 und 8 auf der ersten Stufe



- Zerlegungsbäume mit den Teilern 2 und 12 bzw. 12 und 2 auf der ersten Stufe



INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1075