UNTERRICHTSPLANUNG

Zahlenketten

Die Kinder vertiefen ihre Einsichten in mathematische Zusammenhänge, indem sie Zahlenketten lösen und mit Hilfe von Mitteln zum Forschen vervollständigen sowie eigenständige Entdeckungen an diesen machen und sie nachvollziehbar erklären.

JAHRGANG	2 bis 3
DAUER	6 Unterrichtseinheiten ggf. in mehrere Blöcke aufgeteilt (s.u.)
MATERIAL	Arbeitsblätter zu den 6 Unterrichtseinheiten, Plättchen, gemeinsam entwickelter Sprachspeicher

Allgemeines zur Durchführung

- Die Lernenden benötigen zentrale arithmetische Basiskompetenzen, insbesondere in den Bereichen des Operationsverständnisses (Addition und Subtraktion), um sich mit Zahlenketten auseinandersetzen zu können, da bei dem Aufgabenformat das Entdecken und Begründen von Zusammenhängen im Mittelpunkt steht und nicht das Üben der Subtraktion und Addition (vgl. Orientierungsrahmen Arithmetische Basiskompetenzen).
- Mit variiertem Zahlenmaterial und/oder einer Anpassung der Komplexität ist auch ein Einsatz in Klasse 4 möglich.
- Die Einheiten müssen nicht als zusammenhängende Unterrichtsreihe durchgeführt werden, sondern können auch über einen längeren Zeitraum hinweg bearbeitet werden. Die Reihenfolge der Einheiten sollte jedoch beibehalten werden und vor Beginn der nächsten Einheit sollten die wichtigsten Erkenntnisse der vorangegangenen Einheit noch einmal gesammelt werden.

Übersicht über die Einheiten der Unterrichtsreihe:

1: Zahlenketten kennenlernen (45 min)
2: Lücken herausfinden (45 min)
3: Erste Startzahl um 1 erhöhen (45 min)
4: Gleiche Startzahlen (45 min)
5: Was sind unsere Startzahlen? (45 min)
6: Wir treffen die Zielzahl 50 (12) (45 min)

Variationsmöglichkeiten

- Anpassung des Zahlraums (für niedrigere und höhere Jahrgangsstufen), der Anzahl an Beschreibungen und Begründungen, Differenzierungsarbeitsblätter, Anpassung der Länge der Zahlenketten

Lehrplan-Bezug

Die Lernenden …

- beschreiben Gesetzmäßigkeiten innerhalb einer Zahlenkette und Beziehungen von Zahlenketten mit operativen Veränderungen anhand von Beispielen (Argumentieren)
- vergleichen die mathematischen Muster und Strukturen im Hinblick auf Zusammenhänge, Gemeinsamkeiten und Unterschiede (Argumentieren)
- Setzen Material und Mittel zum Forschen für das Bearbeiten von Aufgabenstellungen und das Erklären von Einsichten und Zusammenhängen ein (Darstellen, Argumentieren)
- lösen Additions- und Subtraktionsaufgaben im ZR bis 100 unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (Zahlenrechnen)
- entwickeln Ideen für mögliche Vorgehensweisen beim Finden von Zahlenketten zu einer bestimmten Zielzahl (Problemlösen)
- verwenden bei der Darstellung mathematischer Sachverhalte geeignete Fachausdrücke, mathematische Zeichen und Konventionen (Fachsprache verwenden; Darstellen/Kommunizieren)

DARUM GEHT ES

Unter dem Aufgabenformat „*Zahlenketten*“ wird eine Kette von Zahlen verstanden, die unterschiedlich lang sein kann und deren Zahlen sich durch wiederholte Addition einzelner Kettenglieder ergeben. In der vorliegenden Unterrichtsreihe wird mit Fünferketten gearbeitet. Zur Differenzierung oder zur Anpassung der Aufgaben im Hinblick auf weiterführende Entdeckungen können auch längere oder kürzere Ketten eingesetzt werden.

Zahlenketten sind wie folgt aufgebaut (vgl. Krauthausen & Scherer, 2014):

1. Zunächst werden **zwei** beliebige **Startzahlen** ausgewählt und in die ersten beiden Kreise der Zahlenkette notiert (hier: Startzahl 1 = 6, Startzahl 2 = 2).

   6 – 2 – ◯ – ◯ – ◯

2. Die Summe der beiden Startzahlen ergibt die **dritte Zahl** (Startzahl 1 + Startzahl 2 = dritte Zahl). Diese wird in den dritten Kreis notiert (hier: dritte Zahl = 8).

   6 – 2 – 8 – ◯ – ◯

3. Die **vierte Zahl** wird berechnet, indem die Summe der zweiten Startzahl und der dritten Zahl gebildet wird (Startzahl 2 + dritte Zahl = vierte Zahl). Die vierte Zahl (hier: 10) wird im vierten Kreis notiert.

   6 – 2 – 8 – 10 – ◯

4. Die letzte Zahl in einer Zahlenkette wird **Zielzahl** genannt. Die Zielzahl wird berechnet, indem die Summe aus der dritten und vierten Zahl gebildet wird (dritte Zahl + vierten Zahl = Zielzahl). Die Zielzahl (hier: 18) wird in den fünften und somit letzten Kreis der Fünfer-Zahlenkette notiert.

   6 – 2 – 8 – 10 – 18

Allgemein gilt in einer Fünferkette:

a – b – a+b – a+2b – 2a+3b

Da mit diesem Übungsformat sowohl inhaltsbezogene als auch prozessbezogene Kompetenzen (vgl. S. 1) gefördert werden können, zählen Zahlenketten zu den sog. „guten Aufgaben“ , mittels derer die im Lehrplan formulierten zentralen Leitideen (MSW NRW, 2021, S. 73) des „Einsatzes ergiebiger Aufgaben“ und des „entdeckenden Übens“ realisiert werden können. Um das Aufgabenformat ergiebig im Unterricht einzusetzen, ist es daher wichtig, die Lernenden nicht selbstständig das gesamte Übungsformat durchrechnen zu lassen, sondern sie zum Entdecken und Beschreiben und Begründen anzuregen. Dabei können wichtige Sprachmittel etabliert werden, die Lernende beim Verstehen der Zahlenketten und der zugrundeliegenden mathematischen Zusammenhänge unterstützen. Insbesondere Zwischenfragen wie „Wie bist du darauf gekommen?“, „Wie bist du vorgegangen?“, „Was fällt dir auf?“, “Warum ist das so?“ können diese Denkprozesse anregen, besonders auch im gegenseitigen Austausch über eigene Vorgehensweisen.

Literaturverweise:

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht – Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule. Kapitel 5: Zahlenketten. Seelze: Kallmeyer, S. 119-137.

INFOS/MATERIAL

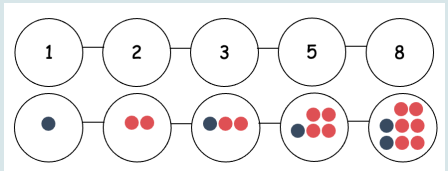
pikas.dzlm.de/node/1074

DARUM GEHT ES

Um Lernende dabei zu unterstützen, Entdeckungen an Zahlenketten zu machen und diese beschreiben und begründen zu können, können **Mittel zum Forschen** zum Einsatz kommen.

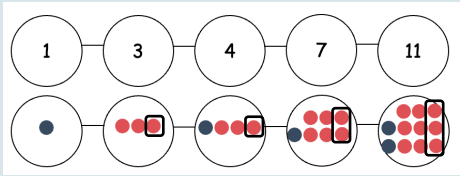
Plättchen:

- Mit Plättchen kann insbesondere das Verständnis für den Zusammenhang von der ersten bzw. zweiten Startzahl und der daraus resultierenden Zielzahl (dem Ergebnis) vertieft werden. Die Lernenden erlangen Einsicht darin, inwiefern sich die Veränderung einer bzw. beider Startzahlen auf die Zielzahl auswirkt. Die einzelnen Zahlen in der Zahlenkette können dabei jeweils mit Plättchen gelegt werden.



Die erste Startzahl eins kommt in der Zielzahl zweimal vor. Die zweite Startzahl zwei kommt in der Zielzahl dreimal vor.

- Handlungsbeschreibung: Ich lege meine erste Startzahl in blau (ein blaues Plättchen) und meine zweite Startzahl in rot (zwei rote Plättchen). Jetzt habe ich ein blaues und zwei rote Plättchen und lege sie nacheinander in das dritte Kettenglied (erste Startzahl + zweite Startzahl = dritte Zahl). Danach lege ich das eine blaue und die zwei roten Plättchen (dritte Zahl) und die zwei roten Plättchen (zweite Startzahl) nacheinander ins vierte Kettenglied. Somit erhalte ich meine vierte Zahl (zweite Startzahl + dritte Zahl = vierte Zahl). Zum Schluss lege ich das eine blaue Plättchen und die zweimal zwei roten Plättchen (vierte Zahl) und das eine blaue Plättchen und die zwei roten Plättchen (dritte Zahl) in das fünfte Kettenglied. Somit erhalte ich meine Zielzahl. Nun kann ich erkennen, dass sich meine Zielzahl aus zweimal der ersten Startzahl und dreimal der zweiten Startzahl zusammensetzt.
- Für die Veränderung der zweiten Startzahl um eins ergibt sich folgende Zahlenkette und Zielzahl:



Die zweite Startzahl wird um eins größer. Somit kommt dreimal ein Plättchen hinzu. Die Zielzahl wird somit um drei größer.

Allgemein:

- Um operative Veränderungen mit Plättchen veranschaulichen zu können, müssen kleine Startzahlen verwendet werden, da die Plättchenanzahl ansonsten zu groß ist. Das Nutzen von Plättchenmaterial ist aber grundlegend für den Vorstellungsaufbau der Lernenden.
- Auch das Vorwissen zur Addition und Subtraktion sollte ggf. mit Plättchen reaktiviert werden.

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

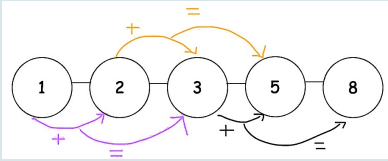
DARUM GEHT ES

Um Lernende dabei zu unterstützen, Entdeckungen an Zahlenketten zu machen und diese beschreiben und begründen zu können, können **Mittel zum Forschen** zum Einsatz kommen.

Pfeile

- Pfeilen können dabei helfen, die einzelnen Additions- bzw. (von der Zielzahl ausgegangen) Subtraktionsaufgaben zu fokussieren.

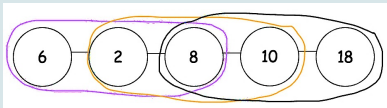
Zur Fokussierung auf die einzelnen Aufgaben innerhalb der Zahlenkette.



Einkreisen mit verschiedenen Farben

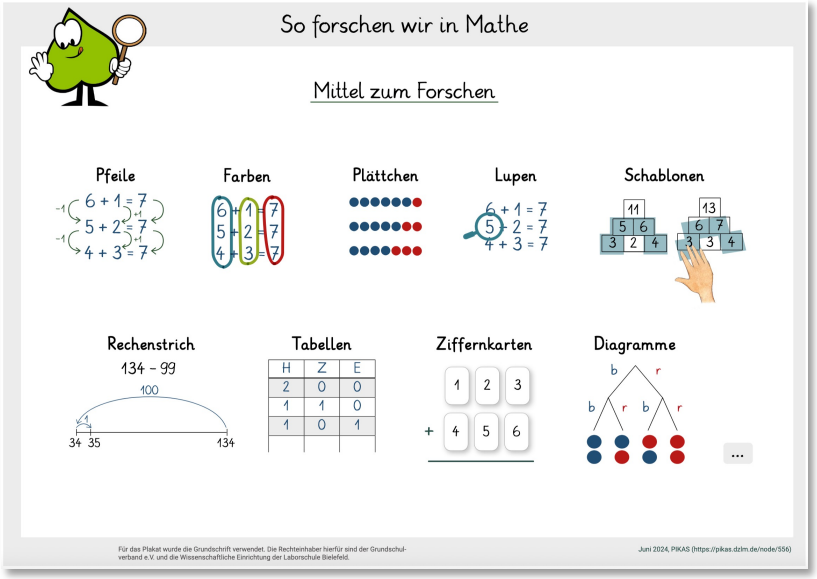
- Einkreisungen können ebenfalls dabei helfen, die einzelnen Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben zu fokussieren. Sie können außerdem auch eingesetzt werden, um Lernende mit Beeinträchtigungen in der Wahrnehmung zu unterstützen.
- Alternativ können auch Schablonen genutzt werden, die den Fokus auf die einzelnen Aufgaben lenken (siehe S. 4).
- Außerdem ist es möglich, die Arbeitsblätter in Klarsichtfolien zu schieben und mit einem wasserlöslichen Folienstift eine Umkreisung in einer Farbe zu machen und diese nach dem Berechnen wieder wegzuwischen. Danach kann mit der nächsten Umkreisung in einer anderen Farbe begonnen werden.

Zur Fokussierung auf die einzelnen Aufgaben innerhalb der Zahlenkette.



Der konkrete Einsatz der einzelnen Mittel zum Forschen wird in den Ausführungen zu den Unterrichtseinheiten erläutert.

Eine Übersicht über diese und weitere Mittel zum Forschen bietet das Plakat „So forschen wir in Mathe“



INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 1: Wir lernen Zahlenketten kennen.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Aufgabenverständnis ermöglichen

- Es wird ohne weitere Einführung eine ausgefüllte Zahlenkette in die Kreismitte gelegt oder an die Tafel gehängt. Wichtig hierbei ist, dass alle Kinder gute Sicht auf die Zahlenkette haben. Die Kinder können alles äußern, was ihnen zu der Zahlenkette und insbesondere zur Bildungsregel einfällt.
- Im Anschluss daran wird die Bildungsregel erarbeitet. Dazu wird gemeinsam eine Zahlenkette berechnet. Zur Fokussierung der einzelnen Rechenschritte kann eine Schablone genutzt werden.
- Dabei werden auch bereits erste Begriffe, wie erste Startzahl, zweite Startzahl, dritte Zahl, vierte Zahl und Zielzahl in einem gemeinsam erstellten Sprachspeicher festgehalten. Zur Einführung der Begriffe können auch die einzelnen Streifen zu den jeweiligen Begriffen vom Sprachspeicher Arbeitsblatt verwendet werden. Zusätzlich ist es wichtig, auch Vorschläge zu Begriffen und Markierungen der Lernenden im Sprachspeicher zu berücksichtigen. Danach gibt die Lehrperson Transparenz über die gesamte Unterrichtsreihe.

Arbeitsphase: Aufgabenverständnis vertiefen und sichern

- Die Lernenden bearbeiten das Arbeitsblatt „Zahlenketten kennenlernen“. Sie sollen durch das Ausrechnen der Zahlenketten die Bildungsregel üben und mit dem Aufgabenformat vertraut werden.

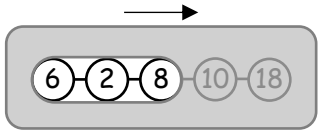
Reflexionsphase:

- Die in der Arbeitsphase zu beschreibende Zahlenkette wird mit den eingetragenen beiden Startzahlen in die Kreismitte gelegt oder an die Tafel gehängt. Ein Kind liest seine Beschreibung zur Berechnung der Zahlenkette vor und die Lehrkraft oder ein Kind führt die Rechnung gemäß der Beschreibung aus.
- Im Anschluss wird überprüft, ob die Beschreibung zur richtigen Zahlenkette geführt hat und gemeinsam festgehalten, welche Elemente einer guten Beschreibung berücksichtigt wurden oder inwiefern die Beschreibung optimiert werden könnte. Einige Kriterien guter Beschreibungen sollten den Kindern bereits aus vorangegangenen Unterrichtsreihen bekannt sein, andernfalls sollte eine entsprechende Unterrichtseinheit zum Thema „Gute Beschreibungen“ ergänzt werden.

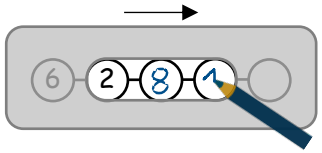
MÖGLICHE Sprachmittel und Impulse

Einstiegsphase:

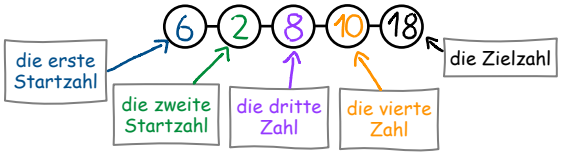
- „Was fällt dir bei der Zahlenkette auf?“
- „Hast du eine Idee, wie in Zahlenketten gerechnet wird?“
- Nutzung von Schablonen zur Fokussierung, der einzelnen Rechenschritte:
  - Rechenschritte an einer vollständig ausgefüllten Zahlenkette betrachten und zur Fokussierung der einzelnen Rechenschritte die Schablone schrittweise um eine Zahl nach rechts verschieben.



  - Gemeinsam eine Zahlenkette berechnen und auch hier zur Fokussierung der einzelnen Rechenschritte die Schablone immer um eine Zahl weiter nach rechts verschieben.



  - Exemplarischer Sprachspeicher, der gemeinsam mit den Kindern an der Tafel oder auf einem Plakat erstellt werden sollte. Für Markierungen und Farben sollten die Ideen der Kinder mit aufgegriffen werden.



Reflexionsphase:

- „Wie bist du beim Rechnen vorgegangen?“
- „War die Beschreibung gut oder was fehlte bei der
- Beschreibung?
- „Wie könnte die Beschreibung noch genauer werden?“
- „Was ist dir beim Rechnen aufgefallen?“
- „Was ist das Besondere an Zahlenketten?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 2: Wir vervollständigen Zahlenketten.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- In der Klasse wird gemeinsam mit den Kindern eine vorgegebene Zahlenkette ausgerechnet und die Erkenntnisse aus der ersten Stunde wiederholt.
- Danach wird eine Zahlenkette mit Lücken in die Kreismitte gelegt oder an die Tafel gehängt. Die Kinder sollen selbst überlegen, wie sie die Lücken ausrechnen können.
- Gemeinsam werden verschiedene Möglichkeiten (Mittel zum Forschen, abziehende oder ergänzende Vorgehensweise) gesammelt, die den Lernenden dabei helfen können, die Lücken herauszufinden.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Lernenden erhalten das Arbeitsblatt „Lücken herausfinden“. Sie berechnen mit Hilfe der kennengelernten Mittel zum Forschen, welche Zahlen in die fehlenden Lücken passen.

Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die Lernenden sollten die Möglichkeit erhalten, ihre Entdeckungen zu einzelnen Aufgaben an der Tafel oder im Sitzkreis vorzustellen. Daran anschließend werden die fehlenden Zahlen in den Zahlenketten besprochen. Gemeinsam soll überlegt werden, wie durch Mittel zum Forschen herausgefunden werden kann, welche Zahlen in die fehlenden Lücken eingesetzt werden müssen. Dabei können folgende Fragen thematisiert werden: Welche Mittel zum Forschen hast du verwendet? Wieso hat dir das Mitteln zum Forschen beim Finden der Lücken geholfen? Warum passen genau diese Zahlen?

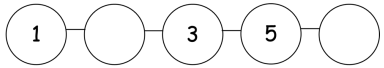
MÖGLICHE Sprachmittel und Impulse

Einstiegsphase:

- „Was fällt dir bei der dritten/vierten Zahl auf?“
- „Was fällt dir bei der Zielzahl auf?“
- „Wie können wir markieren, was uns auffällt?“
- „Ein anderes Kind hat es so markiert, was sagst du dazu?“

Arbeitsphase:

- „Was hast du bereits entdeckt?“
- „Hat jemand Tipps, die er den anderen Kindern vorstellen möchte?“
- „Verwende die Mittel zum Forschen um herauszufinden, welche Zahl als nächstes kommt.“



- Mögliche Vorgehensweisen der Lernenden zum Lösen der oberen Zahlenkette:
  - Die Lernenden könnten auf zwei unterschiedliche Weisen vorgehen, um die Lücken in der Zahlenketten zu berechnen:

Ergänzendes Rechnen:	**Abziehendes Rechnen:**
1 + <u>2</u> = 3	3 – 1 = <u>2</u>

  - Zur Hilfe könnten sie beispielsweise Plättchen benutzen:

  - Abziehendes Rechnen: „Ich habe ein rotes und zwei blaue Plättchen im dritten Kettenglied. Ich lege die zwei blauen Plättchen ins zweite Kettenglied und das eine rote Plättchen ins erste Kettenglied. Somit lautet meine zweite Startzahl 2 und meine erste Startzahl 1.“
  - Ergänzendes Rechnen: „Wie viele Plättchen muss ich in das zweite Kettenglied legen, um von einem roten Plättchen auf ein rotes und zwei blaue Plättchen zu kommen?“

Reflexionsphase:

- „Warum kommt hier als nächste die Zahl … hin?“
- „Warum passen genau diese Zahlen?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 3: Wir erhöhen die erste Startzahl in den Zahlenketten um 1.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Gemeinsam wird exemplarisch eine Zahlenkette ausgerechnet. Danach vermuten die Lernenden, ohne die Zahlenkette zu berechnen, wie sich die Zahlenkette verändert, wenn die erste Startzahl um 1 erhöht wird und die zweite Startzahl gleich bleibt.
- Die Vermutungen werden an der Tafel festgehalten, die in der Arbeitsphase von den Lernenden überprüft werden.
- Es wird gemeinsam begonnen, diese Zahlenkette mit der um 1 erhöhten Startzahl zu berechnen, um den Lernenden den Aufbau des Arbeitsblattes zu verdeutlichen.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Zunächst notieren die Kinder ihre Vermutung auf dem Arbeitsblatt. Bei Kindern mit schriftsprachlichen Schwierigkeiten können die Vermutungen aus der Einstiegsphase nummeriert werden, sodass die Kinder lediglich die Nummer der Vermutung, die sie für wahrscheinlich halten, im Feld notieren können.
- Anschließend beginnen sie die Zahlenketten, bei denen von Kette zu Kette immer die erste Startzahl weiter um 1 erhöht wird, zu berechnen, um zu entdecken, was mit den weiteren Zahlen der Zahlenkette, insbesondere mit der Zielzahl, passiert.
- Diese Entdeckungen visualisieren und markieren sie mit Mitteln zum Forschen. Sollten die Mittel zum Forschen noch nicht bekannt sein, müssen diese zuvor eingeführt werden. Die Kinder überprüfen inwiefern sie mit ihrer Vermutung richtig lagen und beschreiben ihre Entdeckungen schriftlich.

Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die in der Einstiegsphase aufgestellten Vermutungen werden mit den Entdeckungen aus der Arbeitsphase abgeglichen. Ein Kind stellt seine Entdeckungen vor und zeigt diese mit Mitteln zum Forschen am Beispiel.
- Mit Hilfe der Mittel zum Forschen werden zudem Begründungen für die Auswirkungen der Veränderung der ersten Startzahl auf die Zielzahl veranschaulicht und erklärt. Besonders die Frage nach dem „Warum?“ wird somit explizit von den Lernenden visualisiert.

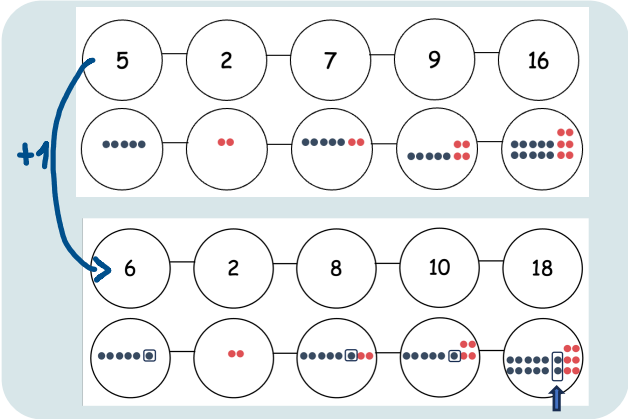
MÖGLICHE Sprachmittel und Impulse

Arbeitsphase:

- „Was hast du bereits entdeckt?“
- „Hat jemand Tipps für die anderen Kinder?“
- „Verwende die Mittel zum Forschen, um deine Entdeckung zu zeigen.“
- „Warum kommt hier als nächste die Zahl … hin?“
- „Warum wird die Zielzahl immer um … größer?“

Reflexionsphase:

- „Zeige deine Entdeckung mit Mitteln zum Forschen.“
- „Warum wird die Zielzahl immer um 2 größer und nicht nur um 1 bzw. …?“
- Plättchen eignen sich als Mittel zum Forschen, um zu visualisieren, warum die Zielzahl immer um 2 und nicht nur um 1 größer wird:



Durch diese Visualisierung kann gezeigt werden, dass bei der Zahlenkette 6 und 2 zweimal ein blaues Plättchen mehr ist als bei der Zahlenkette 5 und 2, weil die erste Zahl in der Zielzahl zweimal und die zweite Zahl in der Zielzahl dreimal vorkommt. Somit bleibt die Anzahl der Zweier (rot) in den beiden Zielzahlen gleich und aus zwei Fünfern werden zwei Sechser (blau).

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 4: Wir untersuchen Zahlenketten mit gleichen Startzahlen.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Es wird gemeinsam eine Zahlenkette gebildet, bei der die erste und zweite Startzahl identisch sind. Die Zahlenkette wird berechnet.
- Nun wird eine zweite Zahlenkette mit ebenfalls identischer erster und zweiter Startzahl gebildet. Bevor diese berechnet wird, sollen die Kinder Vermutungen darüber anstellen, was an den Zielzahlen besonders ist, wenn die Startzahlen identisch sind. Die Vermutungen werden an der Tafel festgehalten.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Bevor die Lernenden verschiedene Zahlenketten mit identischer Startzahl berechnen, sollen sie auf dem Arbeitsblatt ihre Vermutung über die Zielzahl bei identischen Startzahlen festhalten.
- Neben den abgedruckten Zahlenketten kann es sinnvoll sein, den Kindern ein Probierblatt mit weiteren leeren Zahlenketten zur Verfügung zu stellen, damit sie ihre gemachten Entdeckungen am Beispiel weiterer Zahlenketten überprüfen können. Zudem können die Zahlenketten auf dem Arbeitsblatt ausgeschnitten werden, um die Zahlenketten im Hinblick auf gemachte Entdeckungen zur Zielzahl in Abhängigkeit der Startzahl, leichter sortieren zu können.
- Zur Visualisierung und als Unterstützung der schriftlichen Beschreibung und Begründung der Entdeckungen sollten die Kinder angeregt werden, Mittel zum Forschen zu nutzen. Abschließend gleichen die Kinder ihre Entdeckungen mit ihrer zuvor aufgestellten Vermutung ab und notieren ihre Entdeckungen schriftlich.

Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die in der Einstiegsphase aufgestellten Vermutungen werden mit den Entdeckungen aus der Arbeitsphase abgeglichen. Ein Kind stellt seine Entdeckungen vor und zeigt diese mit Mitteln zum Forschen an Beispielen. Hierbei kann es hilfreich sein, bereits berechnete Zahlenketten an die Tafel zu hängen, die vom Kind genutzt werden können und an denen mit Hilfe der Mittel zum Forschen die Entdeckungen beschrieben werden können.
- Besonders die Frage nach dem „Warum?“ sollte noch einmal explizit mit den Lernenden visualisiert werden.

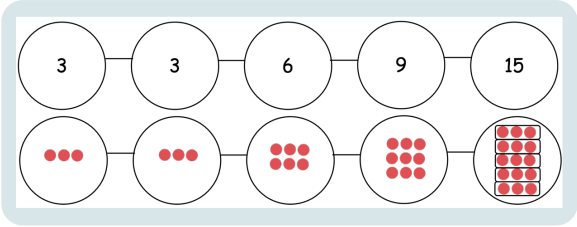
MÖGLICHE Sprachmittel und Impulse

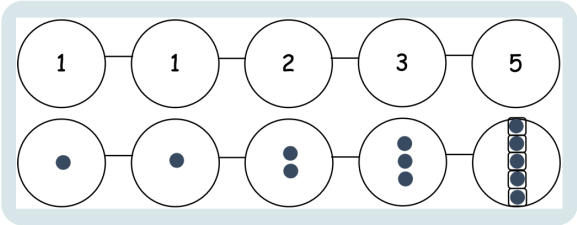
Arbeitsphase:

- „Was hast du bereits entdeckt?“
- „Hat jemand Tipps, die er/sie den anderen Kindern vorstellen möchte?“
- „Zeige deine Entdeckung mit Mitteln zum Forschen.“ (vgl. S. 3)
- „Was ist das Besondere an den Zielzahlen?“

Reflexionsphase:

- „Zeige deine Entdeckung mit Mitteln zum Forschen.“
- “Was wäre ein sinnvolles Mittel zum Forschen?“ „Welches Mittel zum Forschen ist hier hilfreicher?“
- Die Entdeckungen können gut mit Plättchen visualisiert werden:





Anhand der Darstellung kann man sehen, dass die Zielzahl bei zwei gleichen Startzahlen das fünffache der Startzahl ist, da für die Zielzahl $2a + 3b$ gilt (z. B. $2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5 \cdot 1$ oder $2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 5 \cdot 3$).

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 5: Was sind unsere Startzahlen?

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Die Lehrperson hängt eine Zahlenketten an die Tafel, bei der nur die letzten drei Zahlen gegeben sind. Die beiden Startzahlen fehlen. Gemeinsam werden Ideen gesammelt, wie die Startzahlen ermittelt werden können. Hierbei sollten auch Mittel zum Forschen eingesetzt werden.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Kinder bearbeiten das Arbeitsblatt „Was sind unsere Startzahlen“. Zur Unterstützung bei der Lösung der Zahlenketten, können insbesondere Pfeile und Einkreisungen in verschiedenen Farben hilfreich sein und die Kinder sollten zu deren Nutzung angeregt werden.
- Auch der Austausch über verschiedene Vorgehensweisen in Zweiergruppen kann sinnvoll sein, um sowohl Einblicke in die Vorgehensweisen anderer Kinder zu bekommen, als auch die eigenen Gedanken und Entdeckungen zu verbalisieren und das eigene Verstehen und tiefere Durchdringen der Entdeckungen fördert (kommunikative und kognitive Funktion von Sprache).
- Nachdem die Kinder einige Zahlenketten gelöst haben, sollen sie ihr Vorgehen, möglichst allgemeingültig, beschreiben.

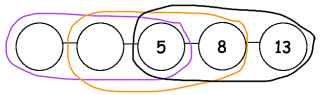
Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Eine Zahlenkette mit fehlenden Startzahlen wird an die Tafel gehängt. Ein Kind beschreibt einem anderen Kind, wie es die Zahlenkette lösen kann. Hierbei werden auch Mittel zum Forschen in die Beschreibung einbezogen.
- Im Anschluss wird überprüft, ob die Beschreibung zur richtigen Zahlenkette geführt hat und die Kriterien guter Beschreibungen eingehalten wurden.

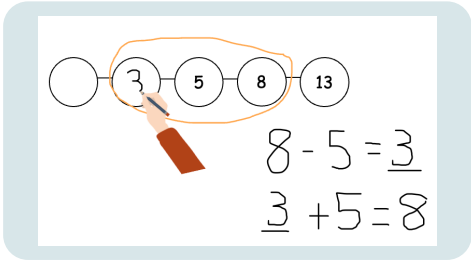
MÖGLICHE Sprachmittel und Impulse

Einstiegsphase:

- „Was fällt dir auf?“
- „Wie können wir vorgehen, um die Startzahlen herauszufinden?“
- „Nutze Mittel zum Forschen.“



  - Es sollte hierbei immer eine Farbe fokussiert werden (z. B. mit einer Schablone), bevor die nächste Farbe in den Blick genommen wird
  - Schwarz ist schon ausgerechnet, daher folgt danach der Fokus auf die Farbe orange, um die zweite Startzahl zu berechnen. Dabei kann die Aufgabe sowohl abziehend (erste Variante) als auch ergänzend(zweite Variante) gelöst werden:



Arbeitsphase:

- „Was hast du bereits entdeckt?“
- „Hat jemand Tipps für die anderen?“
- „Wie können Mittel zum Forschen helfen, die Startzahlen zu finden?“
- „Warum müssen die Startzahlen … und … sein?“

Reflexionsphase:

- „Warum müssen die Startzahlen … und … sein?“
- „Wie können wir überprüfen, ob die Zahlen richtig sind?“
- „Wie bist du vorgegangen?“
- „Wurden die Kriterien guter Beschreibungen eingehalten?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 6: Wir treffen die Zielzahl 50/12.

DARUM GEHT ES

Hinweis: *Die Grundaufgabe umfasst das Arbeitsblatt zum Finden von Zahlenketten zur Zielzahl 50. Für Lernende mit Schwierigkeiten kann die Variante zum Finden von Zahlenketten zur Zielzahl 12 genutzt werden. In diesem Fall kann es sinnvoll sein, in den Plenumsphasen in zwei Gruppen zu arbeiten oder die Variante mit der Zielzahl 12 zu nutzen, damit alle Kinder kognitiv aktiviert werden. Leistungsstärkere Kinder können in der Arbeitsphase zudem das Arbeitsblatt „Wir finden viele Zahlenketten zur Zielzahl 50." bearbeiten.*

Die Kinder müssen die algebraischen Zusammenhänge nicht vollständig durchdringen. Sie werden hier dennoch erläutert, um Lehrkräften die dahinterliegenden Zusammenhänge zu verdeutlichen.

Fachlicher Hintergrund:

Bei einer fünfgliedrigen Zahlenkette ergibt sich für die Zielzahl 2a + 3b = 50. Das bedeutet, damit ein gerades Ergebnis wie 50 erreicht werden kann, b gerade sein muss, da 2a immer gerade ist und 3b nur wenn b gerade ist.

Lösungen für Zielzahl 50:

Die größtmögliche Zahl für a ist somit 25, wenn b gleich 0 ist und die kleinstmögliche 1, wenn b gleich 16 ist.

Folgende Lösungen sind für die Zielzahl 50 möglich:

erste Startzahl	zweite Startzahl	dritte Zahl	vierte Zahl	Zielzahl
25	0	25	25	50
22	2	24	26	50
19	4	23	27	50
16	6	22	28	50
13	8	21	29	50
10	10	20	30	50
7	12	19	31	50
4	14	18	32	50
1	16	17	33	50

Lösungen für Zielzahl 12:

Die größtmögliche Zahl für a ist somit 6, wenn b gleich 0 ist und die kleinstmögliche 0, wenn b gleich 4 ist.

Folgende Lösungen sind für die Zielzahl 12 möglich:

erste Startzahl	zweite Startzahl	dritte Zahl	vierte Zahl	Zielzahl
6	0	6	6	12
3	2	5	7	12
0	4	4	8	12

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074

Einheit 6: Wir treffen die Zielzahl 50/12.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase: Vermutungen anstellen und überprüfen

- Die Lehrperson hängt eine Zahlenkette an die Tafel, bei der nur die Zielzahl 50 gegeben ist. Gemeinsam werden Ideen gesammelt, wie die weiteren Zahlen gefunden werden können.
- Hierbei sollten Mittel zum Forschen zur Dokumentation der Vorgehensweise eingesetzt werden.

Arbeitsphase: Zusammenhänge beschreiben und begründen

- Die Kinder bearbeiten das Arbeitsblatt „Wir treffen die Zielzahl 50 (12)?“. Zum Ausprobieren und Finden von Zahlenketten zur vorgegebenen Zielzahl können die Lernenden ein Probierblatt nutzen. Um ihre Vorgehensweise im Anschluss beschreiben zu können, sollten sie diese mit Mitteln zum Forschen dokumentieren.

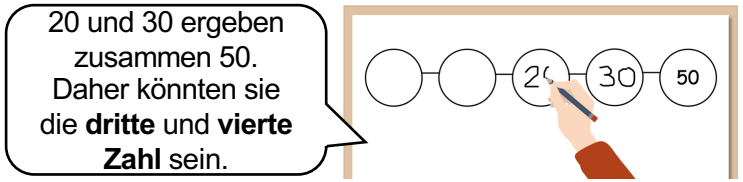
Reflexionsphase: Zusammenhänge prüfen und verallgemeinern

- Die Lernenden stellen ihre Vorgehensweisen und Arbeitsergebnisse vor. Hierbei kann es hilfreich sein, vorherige Vorgehensweisen, die nicht zielführend waren, zu thematisieren und zu begründen, warum diese nicht zu einer Zahlenkette mit der Zielzahl 50 geführt haben.
- Als weiterführender Denkauftrag auf Grundlage der Erfahrungen, kann gemeinsam überlegt werden, wie noch weitere Zahlenketten mit der Zielzahl 50 schnell gefunden werden können.

MÖGLICHE Sprachmittel und Impulse

Einstiegsphase:

- „Wie können wir die anderen Zahlen der Zahlenkette herausfinden?“
- „Gibt es auch noch eine andere Möglichkeit für eine Zahlenkette mit der Zielzahl 50?“
- „Wie kann es sein, dass … auch noch eine andere Zahlenkette zur Zielzahl 50 gefunden hat?“
- „Zeige mit Mitteln zum Forschen, wie du vorgegangen bist.“



Arbeitsphase:

- „Schau dir mal die Bilder auf dem Arbeitsblatt an. Wie können dir Mittel zum Forschen helfen?“
- „Ein anderes Kind hat die Möglichkeit … gefunden. Passen die Zahlen?“
- „Zeige mit Mitteln zum Forschen, wie du eine passende Zahlenkette gefunden hast.“

Reflexionsphase:

- „Warum gibt es mehrere Zahlenketten mit der Zielzahl 50?“
- „Ein anderes Kind hat die Möglichkeit … gefunden, stimmt das?“
- „Zeige mit Mitteln zum Forschen, wie du eine passende Zahlenkette gefunden hast.“
- Weiterführende Reflexionsfrage: „Wie können wir uns sicher sein, dass wir alle Möglichkeiten gefunden haben?“

INFOS/MATERIAL

pikas.dzlm.de/node/1074