

### **Haus 8: Guter Unterricht**

### Forschendes Lernen im Mathematikunterricht

- Erkundungen und Entdeckungen am Mal-Plus-Haus -

Forschendes Lernen ist eine natürliche Lernweise auch bereits - oder gerade auch! – bei kleinen Kindern. "Kinder beobachten und vergleichen andauernd Dinge. Aus ihren Beobachtungen, Vergleichen und Zuordnungen entwickeln sie Muster des Verstehens." (Ollenshaw u.a., S.9). Beim forschenden Lernen in der Schule geht es darum, die eher zufallsbedingten Erkundungen in ein systematisch-probierendes Untersuchen zu überführen. Neben der Förderung einer durch Neugier und Interesse gekennzeichneten Forscher- und Entdeckerhaltung müssen von daher Lernarrangements geschaffen werden, die den Aufbau von Vorgehens-, Arbeits- und Darstellungsweisen (systematisch probieren, analysieren, sortieren, ordnen, vergleichen, verallgemeinern, übertragen, dokumentieren, beschreiben, …) zielgerichtet unterstützen. Den Kindern müssen "Forschermittel" an die Hand gegeben werden, die ihnen helfen, Forschertätigkeiten zu strukturieren und zu systematisieren.

Die forschende Auseinandersetzung mit Phänomenen aus der Umwelt, das Untersuchen, Erkunden, Beobachten, das Dokumentieren in Forscherheften etc. scheint vorrangig eine Domäne des Sachunterrichts zu sein und ist als eine zentrale Methode für dieses Fach unmittelbar einleuchtend. Doch forschendes Lernen im Mathematikunterricht? Wie soll eine solche Herangehensweise insbesondere im Bereich Arithmetik, wo es nicht um konkrete Objekte sondern um abstrakte Zahlen und Gesetzmäßigkeiten geht, realisiert werden?

Bereits 1975 hat Heinrich Winter das Explorieren als zu entwickelnde allgemeine Fähigkeit postuliert. Beim probierenden Erforschen sollen die Kinder Beziehungen und Strukturen entdecken, Muster erfinden und kreative Ideen entwickeln. Die inhaltliche Nähe des forschenden Lernens zum entdeckenden, problemlösenden und individuellen Lernen ist evident. Forschendentdeckendes Lernen erfordert eine Öffnung von Unterricht, die es den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, selbstgesteuert und eigenständig aktiv zu werden.

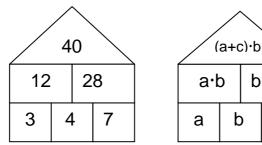
Der Zielvorstellung des forschenden Lernens trägt ein zentrales Prinzip des Mathematikunterrichts Rechnung, das operative Prinzip, das besagt, dass mathematische Sachverhalte und Strukturen dann mit Einsicht erfasst werden können, wenn erforscht wird, "wie sie sich verhalten, wenn auf sie Operationen ausgeübt werden." (Wittmann, Erich, Ch. S.7). Die operative Aufgabenvariation mit der zentralen Fragestellung: "Was passiert, wenn …?" ist ein zentrales methodisches Mittel zur Initiierung eines forschenden Mathematiktreibens. Dabei werden einzelne Zahlen in einem Aufgabenkomplex (wie Zahlenmauern, Zauberdreiecke, Mal-Plus-Häuser) systematisch verändert und es wird untersucht, wie sich diese Veränderungen auf andere Zahlen in diesem Komplex auswirken. Auf diese Weise wird die mathematische Struktur innerhalb des Zahlengeflechts sichtbar. Durch das operative Durcharbeiten dringen die Schülerinnen und Schüler immer tiefer in die mathematischen Zusammenhänge ein.

Wie derartige Aufgabenvariationen dazu verhelfen, Verständnis für Zahlbeziehungen und Gesetzmäßigkeiten aufzubauen, soll am Beispiel des Mal-Plus-Hauses aufgezeigt werden.

### Das Mal-Plus-Haus: Ein Übungsformat zum multiplikativen Rechnen

Das Mal-Plus-Haus erinnert in seinem Aufbau an dreistöckige Zahlenmauern. Es werden jedoch neben den additiven vor allem auch multiplikative Operationen durchgeführt. Je nachdem, welche Zahlen vorgegeben sind, werden für die Ermittlung der fehlenden Werte auch die beiden Umkehroperationen Subtraktion (Abziehen und Ergänzen) und Division verlangt. Das Mal-Plus-

Haus ist eines der wenigen Übungsformate, mit denen das Einmaleins flexibel und beziehungshaltig geübt und durchgearbeitet werden kann.



p.c

C

Die allgemeine Form macht deutlich, dass die Zahl im Dach das Produkt ist aus der Summe der beiden Außenzahlen in der unteren Reihe und der Mittelzahl.

### Beziehungen im Mal-Plus-Haus erforschen

Die vorliegende Unterrichtsreihe wurde in einem dritten Schuljahr durchgeführt. Sie erstreckte sich über mehrere Einheiten:

- 1. Einheit: "Wo können die Zahlen in diesem Haus wohnen?" Entdeckung des Bildungsgesetzes und automatisierende Übungen zur Sicherung des Bildungsgesetzes
- 2. Einheit: "Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln" Ermittlung der Lernausgangslage und Ableitung einer Forscherfrage
- 3. 5. Einheit: Erforschung des Mal-Plus-Hauses im Forscherheft (mit einer gemeinsamen Forscherstunde)
- 6. Einheit: "Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln" abschließende Lernstandsbestimmung zur Reflexion des Lernzuwachses

### Einführung des Mal-Plus-Hauses und Sicherung des Bildungsgesetzes

Bereits bei der Einführung des Aufgabenformats kann das Prinzip des forschend-entdeckenden Lernens umgesetzt werden: An die Tafel wurde ein leeres Mal-Plus-Haus gezeichnet. Die einzelnen Stockwerke wurden wie folgt benannt: Keller, Wohnung, Dach. Der Name des Hauses wurde noch nicht verraten. Daneben wurden Zahlenkarten mit den Zahlen 3, 5, 7, 15, 21, 36 durcheinander angeheftet. Schnell erkannten die Kinder, dass die Zahlen in das Haus einsortiert werden sollten. Erste Vermutungen wurden geäußert. Falls notwendig sollte die Lehrkraft die Kinder darüber informieren, dass sich mit den Zahlen Rechenaufgaben bilden lassen. Der genaue Auftrag für die folgende Partnerarbeit lautete: "Wie passen die Zahlen zusammen? Ordnet die Zahlenkarten so in das Mal-Plus-Haus ein, dass man Rechnungen finden kann." Zusätzlich sollten die Kinder überlegen, welcher Name das Haus haben könnte. Die Kinder erhielten zu zweit ein Leerformat des Mal-Plus-Hauses und Zahlenkarten. Kinder, die sich schon eine schwierigere Aufgabe zutrauten, bekamen folgende Zahlenkarten: 2, 3, 6, 7, 21, 27. Hier ist die Beziehung zwischen den einzelnen Zahlen nicht so einfach zu erkennen, insbesondere weil die drei kleinsten Zahlen nicht alle in der unteren Reihe positioniert sind.

Die Kinder setzten sich motiviert mit der handlungsorientierten Aufgabenstellung auseinander. In der Arbeitsphase waren unterschiedliche Vorgehensweisen zu beobachten:

- Manche Kinder fingen gezielt von oben an. Sie legten die größte Zahl ins Dach und in die Wohnung die beiden Zerlegungszahlen. Es dauerte dann in der Regel eine Weile, bis sie erkannten, dass die drei kleinen Zahlen keine weiteren Zerlegungszahlen sondern Faktoren darstellen.
- Andere Kinder fingen von unten an und ordneten die drei kleinsten Zahlen in den Keller ein. Manche suchten dann zunächst nach passenden Summen, bis sie bemerkten, dass diese Überlegungen nicht weiterführten und sie nach anderen rechnerischen Verknüpfungen Ausschau halten mussten.



- Wieder andere Kinder "sahen" direkt die Zusammengehörigkeit von drei Zahlen, z.B. von 3, 7 und 21 (7 · 3 = 21; Abb.1). Manchmal kamen sie dann nicht weiter. Erst das Tauschen der beiden Zahlen 3 und 7 ermöglichte es, zur Zahlenkarte 6 die passende Malaufgabe (nämlich 2·3) zu bilden.



Abb. 1

Indem die Kinder anschließend nach passenden Namen für das Haus suchten, setzten sie sich noch einmal bewusst mit den Besonderheiten und den Rechenoperationen des Hauses auseinander. "Rechenhaus", "Zahlenhaus", "Fast-alles-Häuschen", "Mal-Plus-Haus", Mal-Haus" sind einige der Bezeichnungen, die sie sich ausdachten.

Zur Sicherung der Struktur wurden Arbeitsblättern verschiedene auf Aufgabenstellungen mit Lücken bearbeitet (Abb.2). Diese Übung ist notwendig, da einige Kinder - obwohl sie den Aufbau des Mal-Plus-Hauses verstanden haben - zwischendurch in Anlehnung an das bekannte Aufgabenformat "Zahlenmauern" immer wieder einmal dazu übergehen, die Zahlen im Keller zu addieren.

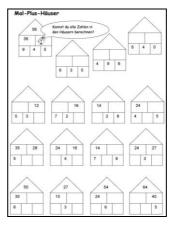


Abb. 2

### Sinnstiftung für das Forschen

Forschung dient der Beantwortung gezielter Fragen, die sich zumeist aus Problemen ergeben. Auch mathematische Forschungen sollten von einer Forscherfrage ausgehen, die sich wie ein roter Faden durch die verschiedenen Erkundungsaktivtäten zieht. Mit einer solchen übergreifenden Forscherfrage erhalten die mathematischen Erkundungen einen Sinn. Sie bietet den Kindern Transparenz, strukturiert den gesamten Lemprozess und regt eine bewusste, zielorientierte Auseinandersetzung an.

Vom Sachunterricht her sind solche Forscherfragen bekannt, z.B.: "Warum schwimmt ein Schiff?" oder "Ist Luft nichts?" Welche übergreifende Forscherfrage könnte eine zielweisende Rahmung für die Erforschung des Mal-Plus-Hauses darstellen? Welches Problem könnte ein Ausgangspunkt sein?

In der nächsten Unterrichtsstunde wurde den Kindern an der Tafel ein Mal-Plus-Haus präsentiert, in das nur die Dachzahl 56 (Abb.3) eingetragen war. Der Auftrag lautete: "Finde passende Zahlen für das Mal-Plus-Haus. Wie viele Möglichkeiten findest du? Es wurde den Kindern erläutert, dass sie mit dieser Aufgabe eine richtige Nuss zu knacken hätten und dass sie die Lösung mit Sicherheit nicht auf Anhieb finden würden. Zum Ausprobieren wurde den Kindern ein Blatt mit leeren Häusern ausgehändigt.



Abb. 3

Die Aufgabe stellte in der Tat für die meisten Kinder eine große Herausforderung dar, insbesondere wenn sie versuchten, direkt passende Zahlen im Keller zu finden. Erfolgreicher war die Strategie, die 56 in zwei Zahlen zu zerlegen, die sich durch eine gemeinsame Zahl teilen ließen, z.B. durch die 2. Manche Kinder benötigten bis zu 10 Versuche, bis sie eine richtige Lösung gefunden hatten. Die Suche nach weiteren Lösungen erfolgte im Allgemeinen eher unsystematisch. Kein Kind schien den Zusammenhang zwischen Dachzahl und Mittelzahl zu diesem Zeitpunkt erkannt und genutzt zu haben. Es war erstaunlich, mit welchem Ehrgeiz und welcher Ausdauer dennoch alle Kinder versuchten, eine bzw. mehrere Lösungen zu finden. Auf einem Selbsteinschätzungsbogen sollten sie sodann Vorgehensweise beschreiben und eintragen, wie viele Versuche sie gebraucht hatten, wie viele richtige Lösungen sie gefunden hatten und wie sie die Aufgabe einschätzten: sehr schwer, ein bisschen schwer oder total leicht (Abb.4). Letztere Einschätzung fiel sehr unterschiedlich aus.



Abb. 4

In einer gemeinsamen Abschlussrunde beschrieben die Kinder noch einmal ihre Vorgehensweisen und ihre Schwierigkeiten. Als stummen Impuls notierte die Lehrkraft an der Tafel: "Wie kann man die passenden Zahlen noch leichter finden? Gibt es eine Strategie?"

Die Kinder erhielten ein Heft mit den unterschiedlichsten Forscheraufträgen zum Mal-Plus-Haus. Als Transparenz wurde ihnen erklärt: "Wenn ihr in diesem Heft forscht und viel ausprobiert, könnt ihr ein solches Knobelhaus sicher bald leichter und schneller lösen. Ihr könnt nämlich die Strategie selbst herausfinden."

### Forschen im Forscherheft

Forscherhefte beinhalten zu einem einheitlichen Themenkomplex miteinander vernetzte Forscheraufträge, Aufgaben zum Erfinden und zum Problemlösen und bieten den Kindern somit eine vorstrukturierte Lernumgebung. "Das Forscherheft als Schreib- und Gestaltungsmedium besitzt für Kinder einen hohen Aufforderungscharakter. … Mit dem Fortschreiten der Bearbeitung und der individuellen Gestaltung entwickelt sich das Heft immer mehr zu einem persönlichen Dokument und zu einem Produkt, mit dem sich die Kinder identifizieren." (Anders et al., S.17).

Den Schwerpunkt im Forscherheft zum Mal-Plus-Haus bilden folgende Aufgabenvariationen nach dem operativen Prinzip:

Was passiert mit der Dachzahl, wenn ...

- die linke und die rechte Kellerzahl vertauscht werden?
- die linke oder die rechte Kellerzahl immer um 1 größer (kleiner) werden?
- die linke Kellerzahl immer um 1 größer wird und die rechte Kellerzahl immer um 1 kleiner wird?
- die Mittelzahl um 1 größer (kleiner) wird?

Weitere Forscherfragen regen zu gezielten Überlegungen bezüglich der Zahlbeziehung im Mal-Plus-Haus an:

- Wie passen die Mittelzahl im Keller und die Dachzahl zusammen?
- Haben die beiden Außenzahlen im Keller und die Dachzahl auch etwas miteinander zu tun?
- Ist es eigentlich egal, wo man die drei Zahlen im Keller einträgt? Kommt trotzdem immer die gleiche Dachzahl heraus?
- Die Mittelzahl ist immer die 6. Was fällt dir bei der Dachzahl auf?

Einfachere Problemstellungen regen an, bereits erkannte Zahlbeziehungen zu nutzen:



- Die Zahlen im Keller fehlen. Wie kannst du sie schnell finden?
- Im Dach stehen nur Zehnerzahlen (10, 20, ... 90). Findest du zu jedem Haus passende Zahlen?
- Nur die Mittelzahl ist gegeben. Wie viele verschiedene Häuser findest du?

Bis auf drei verpflichtende Forscheraufträge konnten die Kinder auswählen, welche Seiten im Forscherheft sie bearbeiten wollten. Alle Aufträge dienten dazu, in die Gesetzmäßigkeit des Aufgabenformats einzudringen. Auch konnten die Kinder wählen, ob sie lieber alleine oder mit einem Partnerkind arbeiten wollten. Einige Tipps halfen, den Blick der Kinder gezielt auf Besonderheiten zu lenken, z.B.: "Sieh dir die Zahlen in der Wohnung an. Welche Zahl bleibt gleich? Warum? Welche Zahl wird größer? Um wie viel? Warum?"

Als Hilfe für das Versprachlichen wurde eine Liste mit (Fach-)Ausdrücken zur Verfügung gestellt.

Bei aller Förderung des selbstständigen, eigenverantwortlichen Arbeitens brauchen die Kinder dennoch die individuelle Rückmeldung, Ermutigung und Unterstützung durch die Lehrkraft. Aus diesem Grunde wurden die Hefte zwischendurch eingesammelt und mit weiterführenden, individuellen Tipps (auf post-it-Zetteln) versehen (Abb.5).

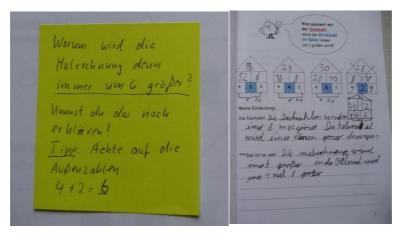
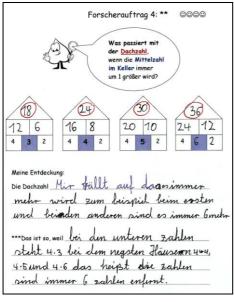


Abb. 5

Es ist erstaunlich, wie weit manche Kinder bei einigen Forscheraufträgen in die Struktur des Mal-Plus-Hauses eindrangen und die Beziehungen zwischen den Zahlen erklären und begründen konnten (Abb.6 und 7).



0000 Forscherauftrag 9\*\* Nanu, was ist denn mit diesen Häusern los 2222222 a) Rechne die Mal-Plus-Häuser aus 50 15 32 30 20 50 56 3 5 7 10 40 4 5 6 30 20 2 5 8 6 5 4 50 50 25 25 50 5 5 5 35 15 753 Mir fällt auf das es immer 50 sind. Das ist so weil die auseren zahlen immer 10 ergeben and finf mal 10 sind 50.

Abb. 7

Aber nicht alle Kinder führten die selbstständigen Erkundungen so in die Tiefe. Manche Kinder hatten auch große Schwierigkeiten, ihre Beobachtungen schriftlich zu formulieren.

gemeinsam bearbeitender zu Forscherauftrag im Forscherheft (Abb.8) gab zwischendurch Gelegenheit, vor allem für diese Kinder Erkenntnisse zu bündeln. veranschaulichen. ZU vertiefen und zu übertragen. Auf den Fotos ist zu erkennen, wie die Kinder Häuser sortieren (Abb.9), Beziehungen zwischen den Zahlen im Keller und der Dachzahl (Abb.10) veranschaulichen und gemeinsam aufgrund der bekannten Beziehungen schnell weitere Aufgaben lösen können (Abb.11).



Abb. 8







Abb. 9

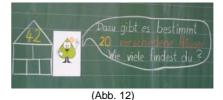
Abb.10

Ab.11

### Abschließende Lernstandsbestimmung und Reflexion

Ausgehend von der übergreifenden Forscherfrage: "Wie kann man die passenden Zahlen noch leichter finden? Gibt es eine Strategie?", sollten die Schülerinnen und Schüler zum Abschluss der Reihe überprüfen, ob sie nun schneller und leichter ein ähnliches Knobelhaus wie beim ersten Versuch lösen konnten.

Der Arbeitsauftrag lautete entsprechend: "Findet möglichst viele Häuser zur Zielzahl 42." (Abb.12). Es stand ähnlich viel Zeit zur Verfügung.



Ihren Lernerfolg sollten die Kinder anhand eines Reflexionsbogens (Abb.13) reflektieren. Dieser war ähnlich aufgebaut wie der Selbsteinschätzungs-Bogen beim ersten Mal.



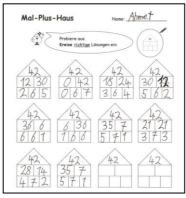


Abb. 14

Deutlich ist der Lernzuwachs bei Ahmet zu erkennen (Abb.14): Während er bei der ersten Problemstellung acht Versuche benötigte, bis er eine richtige Lösung gefunden hatte, ging er die erneute Knobelaufgabe von Anfang an gezielt an. Als Mittelzahl wählte er die 6 und suchte für die beiden äußeren Zahlen im Keller nach Zerlegungen der 7. Als er keine Zerlegungen mehr fand, setzte er die 7 als Mittelzahl ein und notierte nun Zerlegungen der 6. Viele Kinder konnten auch schriftlich begründen, warum sie das Knobelhaus "heute besser lösen konnten, als beim ersten Mal": "Weil ich einen Trick jetzt habe." "Weil ich schon viel mehr über das Mal-Plus-Haus weiß und kenne viele Tricks." "Weil ich herausgefunden habe, dass man eine Malaufgabe machen muss. Zu der Zahl 42 kann man die Malaufgabe 6·7 oder 7·6 bilden."

Im mündlichen Gespräch brachte Lisa es wie einige andere Kinder genau auf dem Punkt. Sie erklärte ihre Vorgehensweise wie folgt: "Erst mal hab' ich mir eine Malaufgabe für die Dachzahl überlegt, das war die 6·7. Dann hab' ich eine Zahl ausgesucht, das war die 7; die hab' ich in die Mitte im Keller geschrieben. Dann hab' ich die 6 in der rechten und in der linken Kellerzahl aufgeteilt. Man kann noch Tauschaufgaben machen und noch anders aufteilen."

Fast alle Kinder hatten auf der Grundlage des erkannten Distributivgesetzes selbstständig eine Strategie gefunden, die sie gezielt anwandten. Die übergreifende Forscherfrage "Gibt es eine Strategie" konnten sie nun mit Stolz beantworten.

#### Literatur:

Anders,K., Oerter,A. (2009): Forscherhefte und Mathematikkonferenzen in der Grundschule 3+4. Vpm/Kallmeyer

Ollenshaw, Ch., Ritchie, R., Rieder, K. (2000): Kinder forschen – Naturwissenschaften im modernen Sachunterricht. Wien

Winter H. (1975): Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 7, 3, S. 106-116

Wittmann, Erich Ch. (1985): Objekte-Operationen-Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. In: Mathematik lehren, H. 11

Hinweis: Die gesamte Unterrichtsreihe mit allen Materialien ist unter www.pikas.tu-dortmund.de dokumentiert.

Anmerkung: Dies ist die Vorversion eines Beitrags von Lilo Verboom, der im August 2010 erscheint in: Häring, G. (Hrsg.) (2010): Mathematik Klasse 3. In der Reihe: Start in den Unterricht. Friedrich Verlag, Seelze

#### Info-Papier



### Forschen im Forscherheft "Mal-Plus-Haus"

### - Unterrichtskonzept -

Forscherhefte im Mathematikunterricht sind kein eindeutig definiertes Arbeitsmittel. In der offensten Form sind es leere Hefte, in die die Kinder ihre mathematischen Erfindungen und Entdeckungen zu selbstgewählten Inhalten als "freie mathematische Texte" eintragen.

Das vorliegende Forscherheft zum Mal-Plus-Haus beinhaltet dagegen verschiedenste miteinander vernetzte Forscheraufträge, Problemstellungen und Anregungen zum Erfinden rund um einen einheitlichen Themenkomplex. Die Gestaltung des Heftes bietet den Kindern eine vorstrukturierte Lernumgebung, die eine weitgehend eigenständige, selbstgesteuerte Auseinandersetzung mit dem Aufgabenformat ermöglicht. Durch die Bearbeitung einzelner Forscheraufträge dringen die Kinder immer tiefer in die Struktur des Mal-Plus-Hauses ein. So erschließen sie sich zunehmend die distributive Verknüpfung der Zahlen und erkennen die Beziehung zwischen den Zahlen im Keller und der Dachzahl. Weiterführende Explorationen geben Gelegenheit, Verständnis zu vertiefen und Erkanntes zu nutzen.

Das Forscherheft ist einerseits ein Instrument, um sich möglichst selbstständig mathematische Sachverhalte zu erschließen: Die Kinder äußern Vermutungen, variieren Zahlen systematisch, analysieren Veränderungen, vergleichen, untersuchen Zusammenhänge, dokumentieren Beobachtungen, suchen nach Erklärungen etc.

Für die Kinder ist das Forscherheft aber zugleich auch ein persönliches Dokument ihrer (fortschreitenden) Entdeckungen und Erkenntnisse. Im Gegensatz zu einer losen Sammlung von Arbeitsblättern gibt das Forscherheft den Kindern einen Überblick über die Gesamtheit aller Aufgabenstellungen. Vor allem aber bewirkt es, dass sich die Kinder mit "ihrem" Heft in zunehmendem Maße identifizieren und stolz sind auf ihre Einträge.

### Forscheraufträge im Forscherheft zum "Mal-Plus-Haus"

Einen Schwerpunkt im Forscherheft zum Mal-Plus-Haus bilden Aufgabenvariationen nach dem operativen Prinzip. In den Mal-Plus-Häusern werden die Ausgangszahlen im Keller systematisch verändert. Die Kinder untersuchen, wie sich diese Veränderungen auf die Dachzahl auswirken und erkennen erste Zusammenhänge zwischen den Zahlen im Mal-Plus-Haus:

Was passiert mit der Dachzahl, wenn ...

- die linke und die rechte Kellerzahl vertauscht werden? (F 1)<sup>1</sup>
- die linke oder die rechte Kellerzahl immer um 1 größer werden? (F 2a, 2b)
- die linke Kellerzahl immer um 1 größer und die rechte Kellerzahl immer um 1 kleiner
- die Mittelzahl um 1 größer (kleiner) wird? (F 4)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> In Klammern ist jeweils die Nummer des Forscherauftrags im Forscherheft angegeben.



Weitere Forscherfragen regen zu gezielten Überlegungen bezüglich der Zahlbeziehung im Mal-Plus-Haus an:

- Wie passen die Mittelzahl im Keller und die Dachzahl zusammen? (F 6)
- Haben die beiden Außenzahlen im Keller und die Dachzahl auch etwas miteinander zu tun? (F 8)
- Als Dachzahl kommt immer 50 heraus. Was haben alle Häuser gemeinsam? (F 9)
- Ist es eigentlich egal, wo man die Zahlen 3, 5, 8 im Keller einträgt? Kommt trotzdem immer die gleiche Dachzahl heraus? (F 11)
- Nur die Mittelzahl ist gegeben. Wie viele verschiedene Häuser findest du? (F 10)

Einfachere Problemstellungen regen an, bereits erkannte Zahlbeziehungen zu nutzen:

- Die Zahlen im Keller fehlen. Wie kannst du sie schnell finden? (F 5a, F 5b)
- Im Dach stehen nur Zehnerzahlen (10, 20, ... 90). Findest du zu jedem Haus passende Zahlen? (F 12)
- Die Dachzahl und die beiden Außenzahlen im Keller sind gegeben. Welche Zahl muss im Keller in die Mitte? (F 8)

Wenn Kinder selbst "ganz besondere" Mal-Plus-Häuser erfinden sollen (F 13) ist ihre Kreativität gefordert. Das können Häuser mit gleichen oder aufsteigenden Kellerzahlen sein, mit Zahlen aus einer Einmaleinsreihe oder....

### Die übergreifende Forscherfrage

Forschung dient der Beantwortung gezielter Fragen, die sich zumeist aus Problemen ergeben. Um ein sinnstiftendes, transparentes Erkunden des Mal-Plus-Hauses anzuregen, wird vor dem Einsatz des Forscherheftes eine zentrale Fragestellung entwickelt (siehe Unterrichtsplanung zur 2. Einheit), die als übergreifende Forscherfrage den gesamten Lernprozess strukturiert. Den Kindern wird eine problemhaltige Aufgabe zu den Mal-Plus-Häusern gestellt (ein "Knobel"-Haus, in dem nur die Dachzahl gegeben ist), die sie voraussichtlich über den Weg des mehr oder weniger systematischen Ausprobierens bearbeiten werden. Die sich daraus entwickelnde Frage lautet: "Kann man derartige Knobel-Häuser einfacher und schneller lösen? Gibt es eine bestimmte Strategie?" Diese Frage weckt den Forschergeist und gibt die Zielrichtung für die Arbeit im Forscherheft vor. Als Ergebnis ihrer Aktivitäten sollten die Kinder am Ende der Unterrichtseinheit in der Lage sein, diese Frage zu beantworten und die entdeckte Strategie zu beschreiben (siehe Unterrichtsplanung zur 4. Einheit).

#### Aufbau des Forscherheftes

Die einzelnen Seiten des Forscherheftes sind von ihrer Struktur her ähnlich aufgebaut und ermöglichen so eine schnelle Orientierung: Auf den meisten Seiten wird von der Leitfigur "Forscher-PIKO" eine Forscherfrage gestellt, die jeweils einen bestimmten Zusammenhang zwischen den Zahlen hervorhebt. Häufig ist mit dieser Frage auch schon der Arbeitsauftrag verknüpft. Bei vielen Forscheraufträgen müssen zunächst fehlende Zahlen in den Häusern



berechnet oder angegebene Variationen fortgesetzt werden. Dazu sind alle Kinder in der Lage. Im Anschluss daran müssen entdeckte Muster, die sich auf die Forscherfrage beziehen, beschrieben werden.

### Differenzierte Aufgabenstellungen

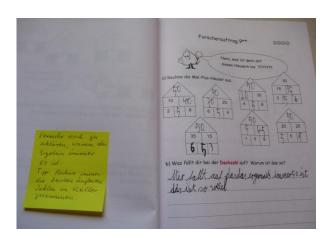
Aufgaben mit leicht zu beschreibenden Auffälligkeiten sind mit einem Forscherpunkt (●) versehen. Manche Aufgaben erfordern ein höheres Maß an eigenständiger Überlegung. Diese haben zwei Forscherpunkten (●●).

Das Begründen der erkannten Zusammenhänge stellt hohe Anforderungen: Die Kinder müssen regelmäßige Strukturen nicht nur wahrnehmen und beschreiben sondern mathematisch durchdringen. Entsprechende Aufforderungen sind als Sternchen-Aufgabe gekennzeichnet (\*\*\*). In den einleitenden Erläuterungen (S. 3 im Forscherheft) wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Formulierung von Begründungen nicht von allen Kindern erwartet wird.

Die Kinder müssen das Forscherheft nicht von vorne nach hinten durcharbeiten. Sie können sich vielmehr die Forscheraufträge nach Interesse auswählen. Da alle Forscheraufträge einen Zugang zur Erschließung der Struktur des Mal-Plus-Hauses eröffnen, ist Erkenntnisgewinn bei jedem Forscherauftrag gewährleistet.

#### Unterstützende Maßnahmen

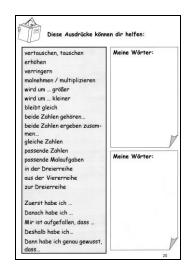
Auch wenn die Kinder möglichst selbstständig (alleine oder auch mit einem Partnerkind) das Mal-Plus-Haus erforschen sollen, wird die Lehrkraft die Kinder unterstützend begleiten und bei der Auswahl der Forscheraufträge beraten müssen. Ein bis zweimal sollte das Forscherheft eingesammelt und mit individuellen Rückmeldungen und Anregungen zu ausgewählten Seiten versehen werden. So können einzelne Kinder individuell zum Weiterdenken ermuntert werden.





Die Lehrerin sollte darauf achten, dass sie nicht vorschnell durch kleinschrittig-lenkende Fragen den Kindern bestimmte Erkenntnisse "in den Mund legt". Die Kinder haben genügend Zeit, sich mit der Bearbeitung unterschiedlicher Erkundungsaufträge die Struktur des MalPlus-Hauses Schritt für Schritt zu erschließen.

Hilfestellung seitens der Lehrkraft könnte allerdings förderlich sein, wenn ein Kind nicht über passende Ausdrücke verfügt, Gemeintes in Worte zu fassen. Die Lehrerin lässt sich die Entdeckungen von dem Kind erklären, verweist ggf. auf die Sammlung von Ausdrücken am Ende des Forscherheftes oder bietet gezielt passende Begriffe an. Diese sollten dann in den individuellen Wortspeicher des Kindes am Ende des Forscherheftes aufgenommen werden. (Zum Umgang mit dem Wortspeicher vergleiche auch: Haus 1: "Entdecken, Beschreiben, Begründen": Entdeckerpäckchen – Einheit 3 sowie Haus 4: "Sprachförderung".)



### Einbindung des Forscherheftes in den Unterricht

Für die Arbeit im Forscherheft sollten ca. 4 - 6 Unterrichtsstunden eingeplant werden. Der Einsatz kann im Rahmen von Frei- oder Wochenplanarbeit erfolgen oder innerhalb der regulären Mathematikstunden. Die Kinder sollten in der Regel nicht länger als 30 Minuten hintereinander im Heft arbeiten, um die Ausdauer nicht zu überstrapazieren.

Zwischen die Phasen der Arbeit im Forscherheft wird eine gemeinsame Unterrichtsstunde mit einer erneuten Problemstellung geschoben, um bei allen Kindern Erkenntnisse und Verständnis in Bezug auf die Struktur des Mal-Plus-Hauses zu sichern (vergleiche: Unterrichtsplanung zur 3. Einheit).

Ein weiterer Austausch zwischen den Schülerinnen und Schülern wird durch die sog. Forscherrunden angeregt. Zu drei Forscheraufträgen im Forscherheft können diese Runden durch die Kinder "einberufen" werden (vergleiche: Unterrichtsplanung zu "Forscherrunden"). Diese Forscheraufträge sind besonders gekennzeichnet (©©©©). Die Forscherrunden stellen eine notwendige Ergänzung zum eigenständigen Lernen durch die Bearbeitung des Forscherheftes dar. Durch das Vergleichen der individuellen Entdeckungen und durch das gemeinsame Bearbeiten eines zusätzlichen "Forscherrunden-Auftrags" wird die Auseinandersetzung mit den Sachverhalten im Forscherheft noch einmal vertieft. Das gegenseitige Erklären gibt neue Denkanstöße und kann bei manchen Kindern zur Erweiterung oder Schärfung der eigenen Erkenntnisse führen.

Die Forscherhefte sollten noch eine Weile in der Klasse verbleiben. Manche Kinder möchten auch nach Beendigung der Forscherreihe zum Mal-Plus-Haus in Freiarbeitsphasen weiter in ihrem Heft arbeiten.

### Übersicht über die Unterrichtsreihe zum Übungsformat Mal-Plus-Haus

Erste Einheit: "Wo können die Zahlen in diesem Haus wohnen?" – Entdeckung des Bildungsgesetzes; automatisierende Übungen

Zweite Einheit: "Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln" – Problemstellung zur Wahrnehmung der Lernausgangslage; Selbsteinschätzung

> Arbeit im Forscherheft und Einführung der Austauschform "Forscherrunde" (ca. 2 Unterrichtsstunden)

Dritte Einheit: "Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln" - Gemeinsame Forscherstunde

Arbeit im Forscherheft und Durchführung von Forscherrunden (ca. 3 Unterrichtsstunden)

Vierte Einheit: "Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln" – abschließende Lernstandsbestimmung zur Reflexion des Lernzuwachses; ggf. Würfelspiel: "Wer erreicht die höchste Dachzahl?"

#### Literatur:

Anders, K., Oerter, A. (2009): Forscherhefte und Mathematikkonferenzen in der Grundschule 3 + 4. Vpm/Kallmeyer

Anders, K. / Oerter, A.: Forscherhefte und Mathematikkonferenzen in der Grundschule. Seelze, 2009

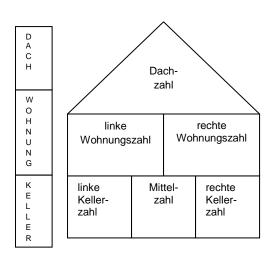
#### Info-Papier

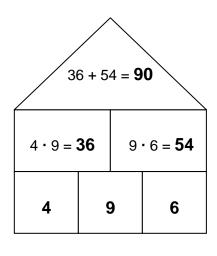
### Das Mal-Plus-Haus:

### ein Übungsformat zum multiplikativen Rechnen

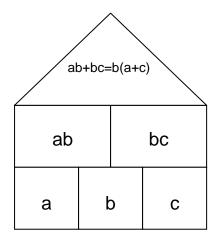
Beim Mal-Plus-Haus handelt es sich um ein Aufgabenformat, das ähnlich wie die dreistöckigen Zahlenmauern aufgebaut ist. Es werden jedoch neben den additiven vor allem auch multiplikative Operationen durchgeführt. Je nachdem, welche Zahlen vorgegeben sind, werden für die Ermittlung der fehlenden Werte neben der Multiplikation und der Addition auch die beiden Umkehroperationen Subtraktion (Abziehen bzw. Ergänzen) und Division verlangt. Das Mal-Plus-Haus ist eines der wenigen Übungsformate, mit denen das Einmaleins flexibel und beziehungshaltig geübt und durchgearbeitet werden kann.

Das Mal-Plus-Haus besteht aus drei Etagen. Die 3 Zahlen im "Keller" werden multiplikativ verknüpft. Die beiden Produkte werden in die beiden Felder in der "Wohnung" eingetragen. Die Addition der beiden "Wohnungszahlen" liefert die Dachzahl.



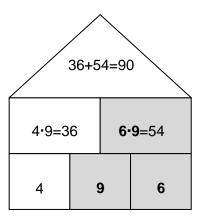


Dem Aufbau des Hauses liegt das Distributivgesetzt zugrunde: ab + bc = b • (a + c)



Daraus folgt, dass die Dachzahl immer ein Vielfaches der Mittelzahl ist (hier: 90 = \_\_\_ • 9). Der erste Faktor dieses Produkts ergibt sich aus der Summe der beiden äußeren Kellerzahlen (hier: 4+6 =10; 10-9 = 90).

Dieser Zusammenhang wird deutlicher, wenn die beiden Faktoren bei der Berechnung der rechten Wohnungszahl getauscht werden (6.9 statt 9.6). Diese Möglichkeit kann von vielen Kindern selbstständig entdeckt werden.



Zum Mal-Plus-Haus gibt es verschiedenste Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Zielvorstellungen und Anforderungen (siehe auch Basisinfo "Forscherheft"):

- 1) Berechnen fehlender Zahlen (Förderung des flexiblen Rechnens)
- Gegeben sind die drei Kellerzahlen
- Gegeben sind die linke Kellerzahl, die Mittelzahl und die rechte Wohnungszahl
- Gegeben sind die rechte Kellerzahl, die Mittelzahl und die linke Wohnungszahl
- Gegeben sind die linke und rechte Kellerzahl und eine der beiden Wohnungszahlen
- Gegeben sind die linke Kellerzahl und beide Wohnungszahlen
- Gegeben sind die rechte Kellerzahl und beide Wohnungszahlen
- Gegeben sind die Mittelzahl und beide Wohnungszahlen
- Gegeben sind die linke Kellerzahl, die linke Mittelzahl und die Dachzahl
- Gegeben sind die rechte Kellerzahl, die rechte Mittelzahl und die Dachzahl
- Gegeben sind die Mittelzahl, die linke Wohnungszahl und die Dachzahl
- Gegeben sind die Mittelzahl, die linke Wohnungszahl und die Dachzahl
- 2) Forscheraufgaben: Operative Aufgabenvariationen (Förderung des beziehungshaltigen Rechnens; Erkennen des Distributivgesetzes)

Was passiert mit der Dachzahl, wenn...

- ... die linke und die rechte Kellerzahl vertauscht werden?
- → Die Dachzahl bleibt gleich:

Die beiden Produkte in der Wohnung sind lediglich vertauscht. (Kommutativgesetz).



- ... die linke oder die rechte Kellerzahl um 1 größer wird?
- → Die Dachzahl wird um die Mittelzahl größer:

Wenn in einer multiplikativen Verknüpfung ein Faktor um 1 erhöht wird und der zweite Faktor konstant bleibt, wird das Produkt um den konstanten Faktor größer (linke oder rechte Wohnungszahl). Die Summe aus den beiden Wohnungszahlen wird entsprechend um den konstanten Faktor größer (Distributivgesetz).

- ... beide Außenzahlen im Keller jeweils um 1 größer werden?
- → Die Dachzahl wird um das Doppelte der Mittelzahl größer: Wenn beide äußeren Faktoren jeweils um 1 erhöht werden, werden beide Produkte (linke und rechte Wohnungszahl) um den konstanten Faktor (Mittelzahl) größer. Dementsprechend wird die Summe der beiden Produkte um das Doppelte des konstanten Faktors größer. (Distributivgesetz)
- ... die linke Kellerzahl um 1 größer und die rechte Kellerzahl um 1 kleiner wird?
- → Die Dachzahl bleibt gleich:

Das linke Produkt erhöht sich um die Mittelzahl. Das rechte Produkt verringert sich um die Mittelzahl. Bei der Addition dieser beiden Produkte heben sich diese gegensinnigen Veränderungen auf (Distributivgesetz; Konstanz der Summe).

- ... die Mittelzahl um 1 größer wird?
- → Die Dachzahl wird um die Summe der linken und rechten Kellerzahl größer: Beide äußeren konstanten Faktoren werden mit der um 1 erhöhten Mittelzahl multipliziert. Die Produkte (linke und rechte Wohnungszahl) vergrößern sich jeweils um die Mittelzahl. Dementsprechend wird die Summe der beiden Produkte um das Doppelte des konstanten Faktors größer (Distributivgesetz).
- 3) Problemstellungen: Ermittlung fehlender Zahlen in den Mal-Plus-Häusern, die nicht durch direktes Ausrechnen zu finden sind (Förderung des systematischen Probierens; Nutzen des Distributivgesetzes)

Die folgenden Erläuterungen basieren darauf, dass das Distributivgesetz und insbesondere der Zusammenhang zwischen Dachzahl und Mittelzahl genutzt werden. Andere probierende Vorgehensweisen (z.B. Zerlegung der Dachzahl in zwei Summanden als Ausgangspunkt) werden nicht berücksichtigt.

- Ermittlung der fehlenden Kellerzahlen bei Vorgabe der Dachzahl und beider Wohnungszahlen
- → Zunächst werden zu einer der Wohnungszahlen zwei passende Zahlen (Faktoren) für den Keller gesucht. Sodann wird überprüft, ob die eingesetzte Mittelzahl auch Teiler der anderen

Wohnungszahl ist. Ist dies nicht der Fall, müssen ggf. die beiden Faktoren getauscht oder zwei andere passende Faktoren gesucht werden.

Ggf. wird von Anfang an gezielt nach einem gemeinsamen Teiler für die Mittelzahl gesucht.

- Ermittlung der fehlenden Wohnungszahlen und der Mittelzahl bei vorgegebener Dachzahl und linker und rechter Kellerzahl
- → Unterschiedliche Teiler der Dachzahl werden als Mittelzahl gewählt. Die beiden Wohnungszahlen werden berechnet; es wird überprüft, ob deren Summe der Dachzahl entspricht.
- Ggf. werden direkt beide Kellerzahlen addiert. Die Dachzahl wird durch die Summe der beiden Kellerzahlen dividiert. So ergibt sich die Mittelzahl.
- Ermittlung der fehlenden Wohnungs- und Kellerzahlen bei vorgegebener Dach- und Mittelzahl (alle Möglichkeiten)
- → Die Dachzahl wird durch die Mittelzahl dividiert. Das Ergebnis liefert die Summe n der beiden äußeren Kellerzahlen. Sie wird (systematisch) in zwei Summanden zerlegt. Es gibt genau n+1 Zerlegungen. Daraus folgt, dass es n+1 verschiedene Malplushäuser gibt.
- Ermittlung aller fehlenden Zahlen bei vorgegebener Dachzahl (mehrere Möglichkeiten)
- → Es wird jeweils ein Teiler der Dachzahl als Mittelzahl gewählt. Weiteres Vorgehen s.o.

#### Literatur:

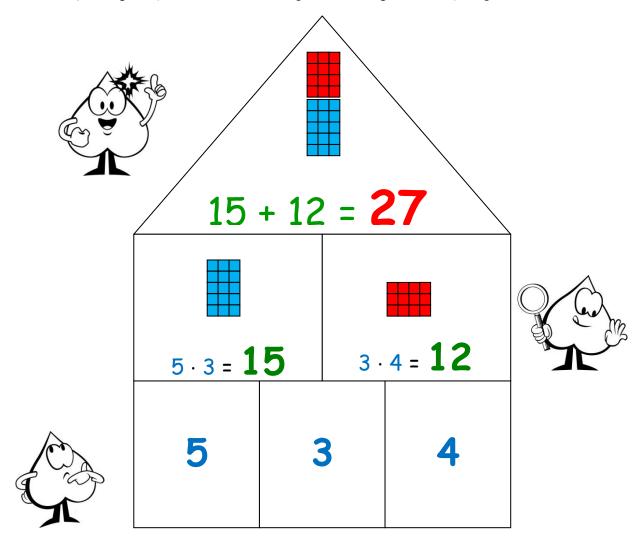
Valls-Busch, B: Rechnen und Entdecken am Mal-Plus-Haus. In: Die Grundschulzeitschrift 177/2004 Verboom, L: Aufgaben zum multiplikativen Rechnen. In: Praxis Grundschule, Heft 2/März 2002



# Mein Forscherheft

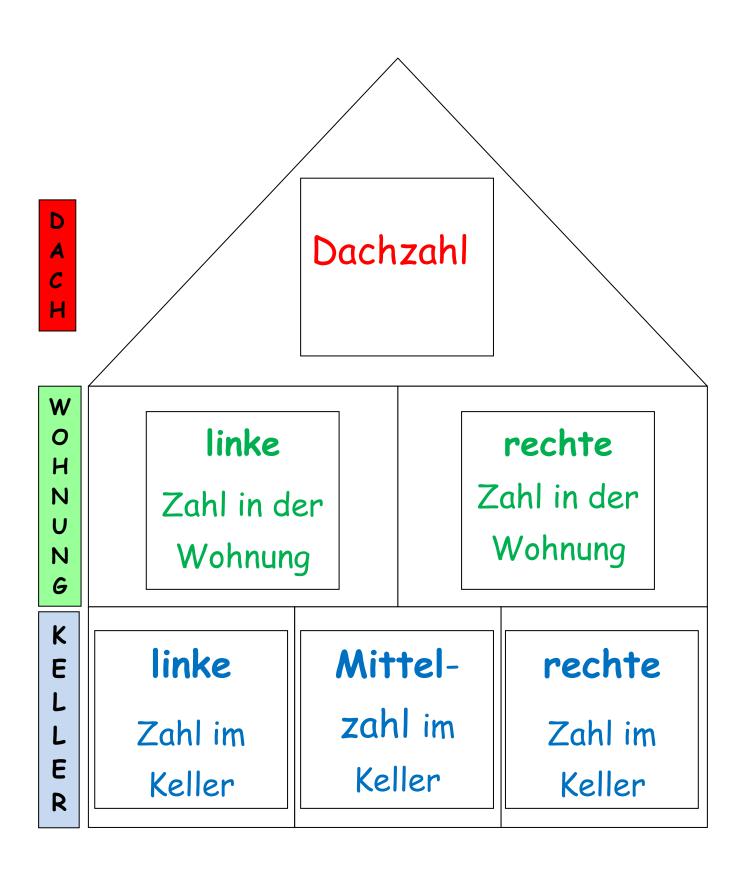
# zum

# Mal-Plus-Haus

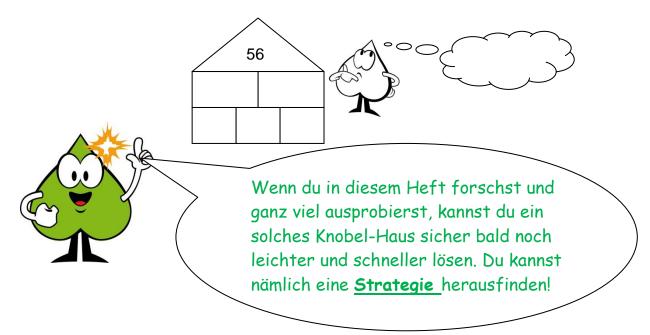


Name:

# Mal-Plus-Haus



### Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln



Du findest in diesem Forscherheft viele Forscheraufträge.

Manche Forscheraufträge sind leichter (\*), manche sind schwieriger (\*\*).

Suche dir zuerst die Aufträge aus, <u>die du interessant findest</u>. Du musst in diesem Heft nicht alles schaffen.

Du kannst <u>alleine</u> oder <u>mit einem Partnerkind</u> arbeiten.

Manchmal musst du etwas genau erklären (\*\*\*). Das ist besonders schwierig. Wenn dir dazu nichts einfällt, ist das nicht schlimm.

Manchmal macht ihr eine <u>Forscherrunde</u> (©©©©). Dann stellt ihr euch in einer kleinen Gruppe vor, was ihr herausgefunden habt. Außerdem löst ihr noch gemeinsam einen neuen Forscherauftrag und könnt dabei zeigen, dass ihr alles gut verstanden habt.

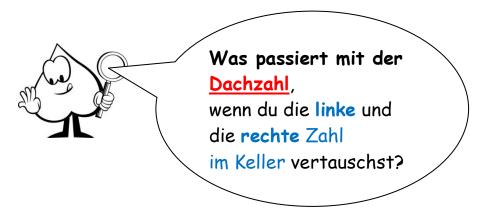
Den <u>Forscherauftrag 7</u> macht ihr mit der ganzen Klasse.

Nach einigen Forscherstunden werdet ihr <u>überprüfen</u>, ob ihr jetzt wirklich ein Knobelhaus leichter und schneller lösen könnt.

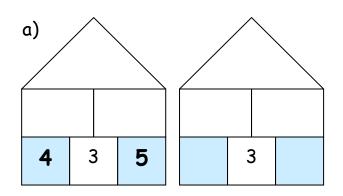
Wenn du möchtest, kannst du dann noch weiter forschen.

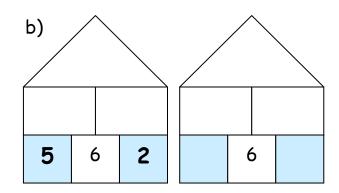


# • Forscherauftrag 1:



<u>Vertausche</u> die beiden Zahlen im Keller. Rechne die beiden Mal-Plus-Häuser aus



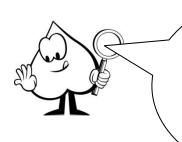


### Meine Entdeckung:

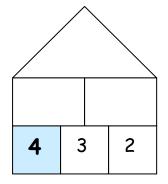
Die Dachzahl	 	 	
***Das ist so, weil _	 	 	

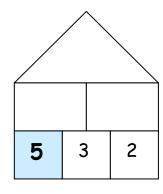
• Forscherauftrag 2a Was passiert mit der **Dachzahl**, wenn die linke Zahl im Keller immer um 1 größer wird? Die Dachzahl wird immer um \_\_\_ größer. Die Dachzahl Sieh dir die Häuser an. Rechne sie noch nicht aus. Vermute zuerst: Die Dachzahl wird immer um \_\_\_\_ größer. Rechne nach. Wie war deine Vermutung? falsch richtig

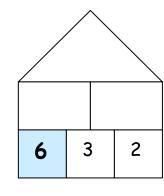
# •• Forscherauftrag 2b

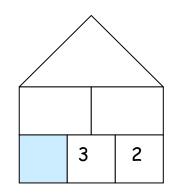


Was passiert mit der <u>Dachzahl</u>, wenn die linke Zahl im Keller immer um 1 größer wird?









### Meine Entdeckung:

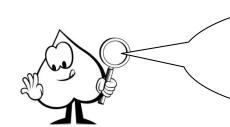
Die Dachzahl	 	 	
***Das ist so, weil			



Mein Tipp: Sieh dir die Zahlen in der Wohnung an.

Welche Zahl bleibt gleich? Warum?
Welche Zahl wird größer? Um wie viel? Warum?

### •• Forscherauftrag 3:



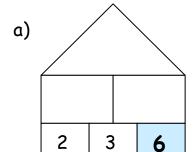
Wie verändern sich die Zahlen im Keller?

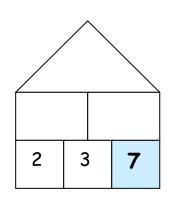
Was passiert mit der Dachzahl?

Vermute zuerst.

Rechne dann beide Häuser aus und <u>überprüfe</u>:

War deine Vermutung richtig oder falsch?

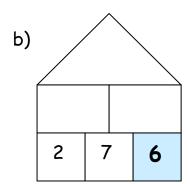


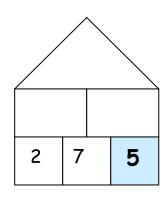


Ich vermute zuerst:

Die **Dachzahl** wird um \_\_\_\_ größer.

richtig falsch

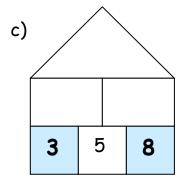


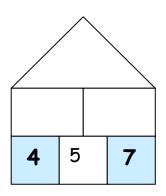


Ich vermute zuerst:

Die **Dachzahl** wird um \_\_\_\_\_

richtig falsch





<u>Ich vermute zuerst</u>:

Die Dachzahl \_\_\_\_\_

richtig falsch

• Forscherauftrag 4:	Was passiert mit der <u>Dachzahl</u> , wenn die Mittelzahl im Keller immer um 1 größer wird?
4 3 2 4 4	2 4 5 2 4
Meine Entdeckung:  Die Dachzahl  ***Das ist so, weil	



Mein Tipp: Sieh dir die Zahlen in der Wohnung an.

Um wie viel wird die linke Wohnungszahl immer größer? Um wie viel wird die rechte Wohnungszahl immer größer?

## • Forscherauftrag 5a

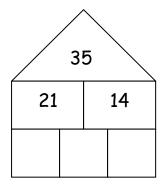


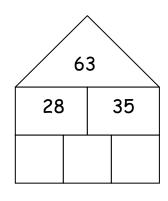


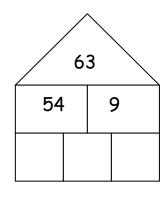
Die Zahlen im Keller fehlen.

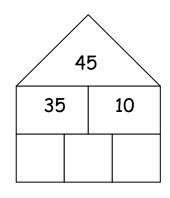
Wie kannst du sie schnell finden?

a) Versuche die Zahlen im Keller zu finden. Du kannst zuerst einmal auf einem Blatt mit leeren Häusern ausprobieren.









b) \*\*\*Erkläre möglichst genau, wie du hier die richtigen Zahlen für den Keller findest.

	7	7	
35			42

9

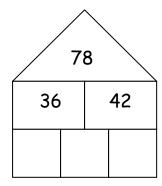
### •• Forscherauftrag 5b

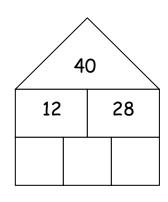


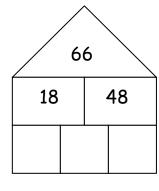


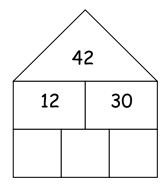
Die Zahlen im Keller dürfen nicht größer als **9** sein!
Achtung! Hier musst du gut überlegen!

a) Versuche die Zahlen im Keller zu finden. Probiere aus.

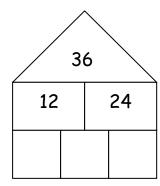


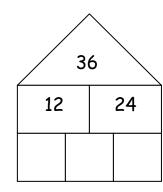


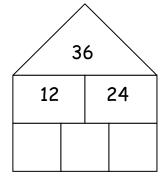




b) Finde 3 verschiedene Möglichkeiten:



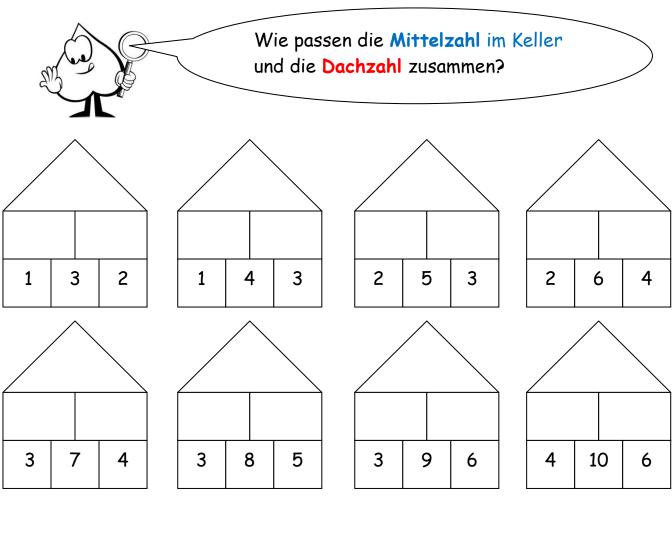




\*\*\* c) Warum kann in diesem Haus unten in der Mitte keine 5 stehen?

5	6
35	21

### •• Forscherauftrag 6



- a) Fülle die Mal-Plus-Häuser aus.
- b) <u>Markiere</u> in jedem Haus die **Dachzahl** und die **Mittelzahl**. <u>Vergleiche</u> die beiden Zahlen. Was fällt dir auf?

\_\_\_\_\_



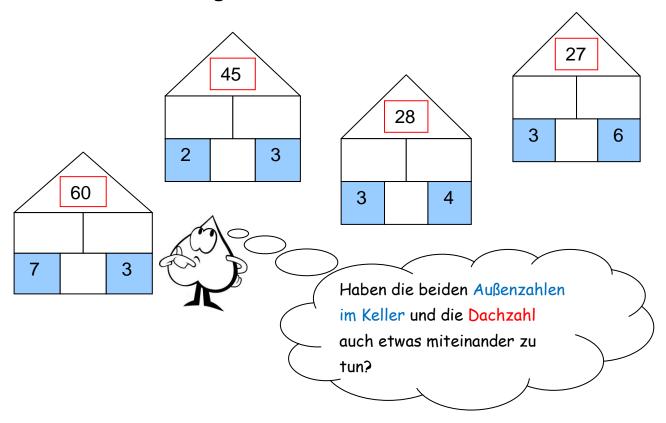
# •• Gemeinsamer Forscherauftrag 7



## Warte ab, wie dieser Forscherauftrag heißen wird!

So kann man alle möglichen Häuser finden: Das das habe ich herausgefunden / haben wir herausgefunden:					

## •• Forscherauftrag 8



a) Versuche, die fehlenden Zahlen für die vier Häuser zu finden. Du kannst zuerst einmal auf einem Blatt mit leeren Häusern ausprobieren.

b)***	a)*** Kannst du <u>einen Zusammenhang</u> zwischen den beiden Außenzahlen im Keller und der Dachzahl erkennen?						



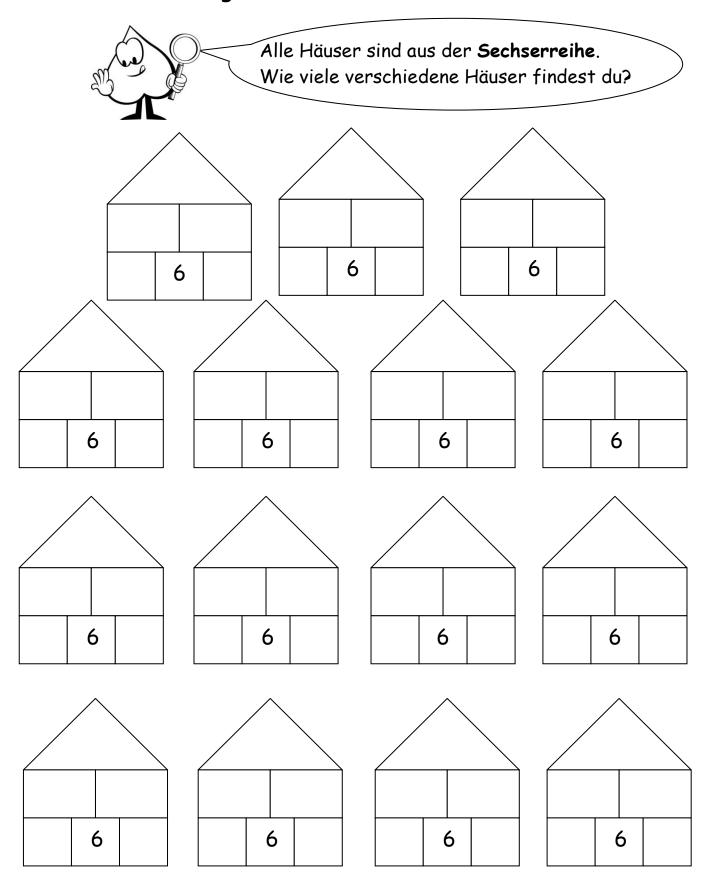
Mein Tipp: Addiere die Außenzahlen:

2 + 3 = **5** 

3 + 4 = \_\_ 7 + 3 = \_\_

# • Forscherauftrag 9 $\bigcirc$ Nanu, was ist denn mit diesen Häusern los ??????? a) Rechne die Mal-Plus-Häuser aus. b)\*\*\* Was fällt dir bei der Dachzahl auf? Warum ist das so?

# • Forscherauftrag 10



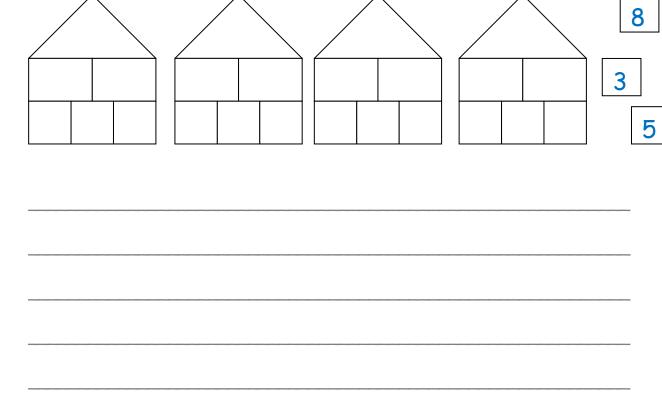
Ich habe \_\_\_\_ verschiedene Häuser gefunden.

# •• Forscherauftrag 11



a) Was <u>vermutest</u> du?

b) Probiere aus. Was stellst du fest?

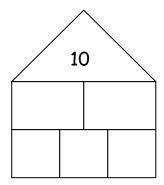


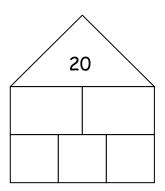
# • • Forscherauftrag 12

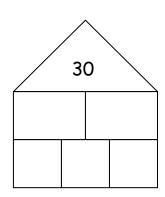


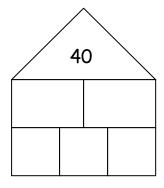
Im Dach stehen nur **Zehnerzahlen**. Findest du zu jedem Haus passende Zahlen?

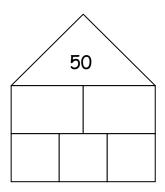
(Wenn du erst ausprobieren möchtest, nimm dir ein Blatt mit leeren Häusern)

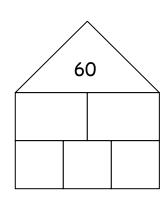


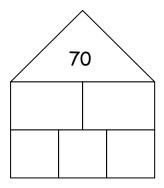


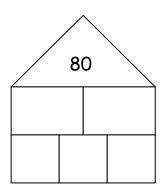


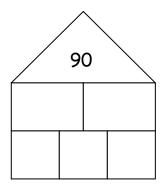










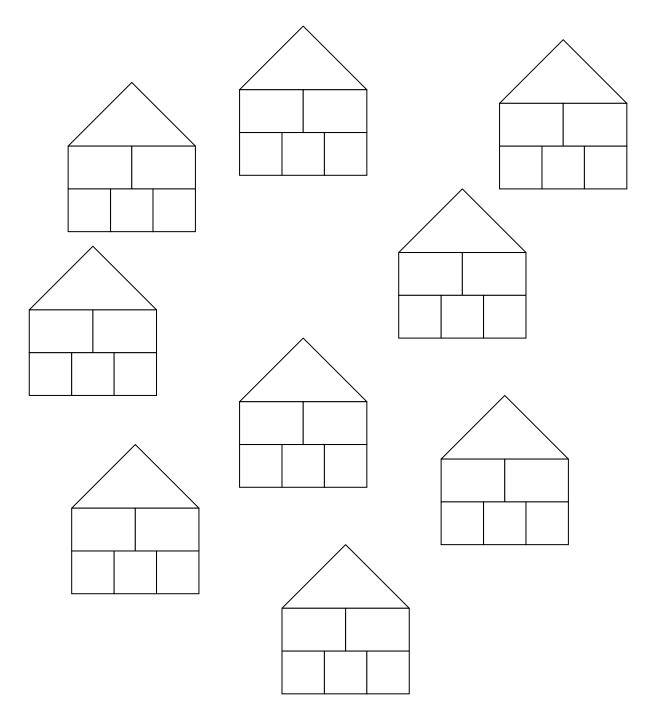


# •• Forscherauftrag 13



Denke dir selbst Mal-Plus-Häuser aus.

3 Häuser sollen ganz besondere Mal-Plus-Häuser sein.



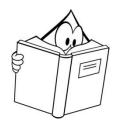
Zeige diese Seite einem Partnerkind.

Findet das Kind deine <u>besonderen</u> Häuser?

# •• Forscherauftrag 14

Überlege dir eine Forscheraufgabe für Piko.





# Diese Ausdrücke können dir helfen:

vertauschen, tauschen erhöhen verringern malnehmen / multiplizieren wird um ... größer wird um ... kleiner bleibt gleich beide Zahlen gehören... beide Zahlen ergeben zusammen... gleiche Zahlen passende Zahlen passende Malaufgaben in der Dreierreihe aus der Viererreihe zur Dreierreihe

Zuerst habe ich ...

Danach habe ich ...

Mir ist aufgefallen, dass ...

Deshalb habe ich...

Dann habe ich genau gewusst,

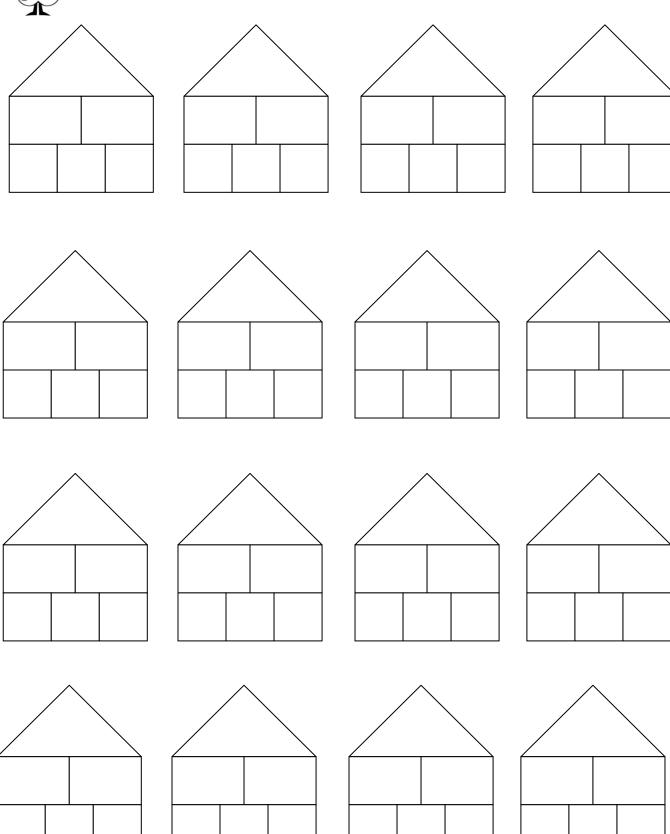
dass...

Meine Wörter:
$\sim$

# Meine Wörter:



# Hier kannst du ausprobieren!





# 1. Einheit: "Wie passen die Zahlen in dieses Haus?"

## Darum geht es:

Die Kinder haben bisher einige Aufgabenformate (z.B. Zahlenmauern, Rechendreiecke, Zauberdreiecke) kennen gelernt. Das Aufgabenformat "Mal-Plus-Haus" ist weniger bekannt und nur in einigen Schulbüchern zu finden. Bereits bei der Einführung des neuen Aufgabenformats sollte das Prinzip des forschend-entdeckenden Lernens, das die gesamte Unterrichtsreihe durchzieht, umgesetzt werden: Die Schüler sollen den Aufbau des Mal-Plus-Hauses selbstständig erkennen, indem sie Beziehungen zwischen dem Zahlenmaterial eines Mal-Plus-Hauses untersuchen und versuchen, die Zahlen entsprechend in ein leeres Haus einzupassen. In einer Übungsphase sollte der Aufbau des Mal-Plus-Hauses gesichert werden.

#### Ziele

- Zusammenhänge zwischen den Zahlen erkennen; Regel für den Aufbau des Mal-Plus-Hauses finden und Zahlen "passend" in ein leeres Mal-Plus-Haus einordnen
- den Aufbau des Mal-Plus-Hauses erklären
- eigene Mal-Plus-Häuser erfinden (quantitative Differenzierung)
- fehlende Zahlen im Mal-Plus-Haus berechnen und dadurch die Einhaltung des Bildungsgesetzes sichern

#### Zeit

60 - 70 Minuten

#### Schuljahr

2, 3

#### Lehrplanbezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

#### Bereich:

Zahlen und Operationen -Schwerpunkte: Operationsvorstellungen, schnelles Kopfrechnen und Zahlenrechen

Prozessbezogene Kompetenzen Problemlösen/kreativ sein, Argumentieren, Kommunizieren

#### **Material**

Lehrerin

Tafel, Zahlen auf post-it-Zetteln, Plakat 1 (Knobel-Piko), Plakat 2 (Bezeichnungen der Zahlen im Mal-Plus-Haus), Plakat 3 (Aufbau des Mal-Plus-Hauses) Tipp-Zettel Lösungsblatt

Schüler Schere, Klebestift

Material 1 - 4: Arbeitsaufträge (1) mit den entsprechenden 2 Zahlenkartensätzen (• und •• (2.3)) und leere Häuser (4);

Arbeitsblätter 1-2



# So kann es gehen:

#### 1. Einstieg/Einstimmung:

- Halbkreis vor der Tafel

L präsentiert an der Tafel Plakat mit dem "Knobel-Piko" (Plakat 1), leeres Mal-Plus-Haus und 6 Zahlenkarten (3, 5, 7, 15, 21, 36). Ggf. Impuls: "Piko hat sich ein ganz besonderes Rechenhaus für euch ausgedacht."

**SuS** äußern sich spontan; vermuten, dass die Zahlen in das Haus einsortiert werden sollen; machen erste Vorschläge (z.B., dass die kleinen Zahlen unten einsortiert werden müssen, die größte Zahl ins Dach gehört).

L unterbricht die Schüleräußerungen. Erläutert, dass die SuS gleich alle in Partnerarbeit versuchen sollen herauszufinden, wie man in einem Mal-Plus-Haus rechnen kann.

L erläutert den Arbeitsauftrag; zeigt dazu die entsprechenden Materialien (M 1–4):

- Zunächst sollen die SuS versuchen, die Zahlen im ersten Haus richtig anzuordnen.
- Dann sollen die SuS andere Zahlen in ein zweites Haus einsortieren.
- Fertige SuS können sich selbst Zahlen für ein drittes Haus ausdenken.

L erklärt, wo das Material ausliegt; weist auf leichteres (•) bzw. schwierigeres (••) Zahlenmaterial hin. (Ggf. verteilt L das differenzierte Zahlenmaterial gezielt an ausgewählte Partnerpaare).

L weist auf Tipp-Zettel hin (Tipp) (an 2 Stellen ausgehängt oder ausgelegt)

#### Anmerkungen:

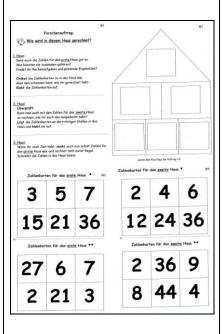
#### Differenzierung:

Bei dem schwierigeren Zahlenmaterial (••) sind die Zahlen so gewählt, dass die 3 kleinsten Zahlen nicht "automatisch" alle unten im Keller eingepasst werden können.

#### Zeitmangel:

Als "verkürzte" Form der Aufgabenstellung kann die Lehrerin ein ausgefülltes Mal-Plus-Haus präsentieren und die Kinder vermuten lassen, wie in diesem Haus gerechnet wurde. Allerdings werden sich die Kinder bei dieser







Aufgabenstellung weniger aktiv und intensiv mit dem Zahlenmaterial auseinandersetzen. Desweiteren besteht die Möglichkeit, die Bezeichnung "Mal-Plus-Haus" für das Haus direkt zu Beginn einzuführen. Das erleichtert den Kindern das Erkennen der Zahlebeziehungen.

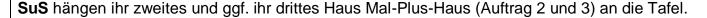
#### 2. Arbeitsphase I:

#### - Partnerarbeit

**SuS** bearbeiten den ersten Arbeitsauftrag: Sie legen zusammen mit einem Partnerkind die Zahlen versuchsweise in das erste Haus. Wenn sie sicher sind, die richtige Lösung gefunden zu haben, kleben sie die Zahlen auf.

L beobachtet die SuS bei ihrer Arbeit; hält sich mit Hilfen möglichst zurück. Verweist nochmals auf den Tipp-Zettel.

**SuS** bearbeiten den zweiten Arbeitsauftrag. Dadurch überprüfen sie, ob die Regel, die sie für das erste Haus gefunden haben, auch bei dem zweiten Zahlensatz anzuwenden ist. Fertige **SuS** denken sich selbst Mal-Plus-Häuser aus (Auftrag 3).



#### Anmerkungen:

#### Mögliche Vorgehensweisen/Schwierigkeiten der Kinder:

Sollten die Kinder Beziehungen zu den Zahlenmauern herstellen und ausschließlich nach Additionsmöglichkeiten Ausschau halten, sollte noch einmal auf den Namen des Hauses verwiesen werden.

Es ist damit zu rechnen, dass die SuS unterschiedliche Vorgehensweise wählen.

a) Manche Kinder legen – in Analogie zu ihren Erfahrungen mit Zahlenmauern - direkt die größte Zahl ins Dach. Schnell stellen sie dann fest, dass die beiden nächstgrößeren Zahlen die Zerlegungszahlen der Dachzahl sind. Manchmal dauert es etwas länger, bis sie erkannt haben, dass mit den drei verbleibenden Zahlen Malaufgabengebildet werden müssen, die zu den Zahlen in der Wohnung passen. Eine weitere Schwierigkeit taucht auf, wenn sie z.B. zu der Zahl 15 die Malaufgabe 3 • 5 gelegt haben, die 5 dann aber kein Teiler der 12 ist. Wenn die Kinder an dieser Stelle gar nicht weiterkommen, kann L den Tipp geben, die 3 und die 5 zu tau-







schen.

- b) Andere Kinder fangen von unten an und legen erst einmal die drei kleinsten Zahlen nach unten. In Analogie zu den Zahlenmauern suchen sie dann manchmal nach passenden Summen. Der Tipp-Zettel kann hier weiterhelfen.
- c) Ganz selten halten die Kinder überhaupt nicht nach Rechenmöglichkeiten Ausschau und ordnen die Zahlenkarten lediglich nach der Größe an. In diesem Fall sollte noch einmal auf den Arbeitsauftrag verwiesen werden.

#### 3. Reflexion:

#### - Kinohalbkreis vor der Tafel

**L:** "Ihr habt (fast) alle eine Möglichkeit gefunden, wie man in diesem Haus rechnen kann." Lobt die SuS für ihre Ausdauer. Fordert die SuS auf zu erzählen, wie sie vorgegangen sind, welche Überlegungen sie angestellt haben, was sie herausgefunden haben.

Einzelne **SuS** berichten.

L fordert einzelne Kinder auf, die post-it-Zettel im großen Haus an der Tafel einzusortieren und die beiden Malaufgaben und die Plusaufgabe in das Haus einzutragen. So wird das Bildungsgesetz für alle Kinder noch einmal erläutert.

L schreibt den Namen des Hauses dazu: "Mal-Plus-Haus".

L heftet Plakat mit den Bezeichnungen für die Zahlen im Haus an (Plakat 2) sowie ggf. das Plakat zum Aufbau des Mal-Plus-Hauses (Plakat 3) an.

#### Anmerkung:

## Unterschiedliche Ergebnisse:

Es ist davon auszugehen, dass innerhalb der Klasse 2 richtige Lösungen gefunden wurden (die beiden äußeren Zahlen im Keller und die beiden Zahlen in der Wohnung sind jeweils vertauscht). Wenn die Kinder diesen Sachverhalt nicht von alleine ansprechen, sollte darauf nicht unbedingt eingegangen werden, da es einen entsprechenden Forscherauftrag im Forscherheft gibt.









# 4. Arbeitsphase II:

#### **Einzel- oder Partnerarbeit**

L "Ihr könnt nun zeigen, dass ihr schon sicher im Mal-Plus-Haus rechnen könnt."

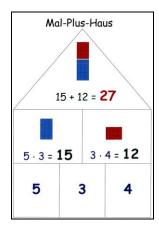
**SuS** bearbeiten je nach Zeit Arbeitsblatt 1 und/oder 2 (AB 1-2) in Einzelarbeit. Vergleichen Lösungen mit dem Partner oder mithilfe des Lösungsblattes (LB 1-2).

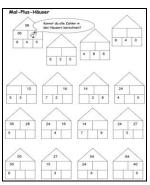
L verweist bei Unsicherheiten noch einmal darauf, wie im Mal-Plus-Haus gerechnet wird.

#### Anmerkung:

#### Hausarbeit:

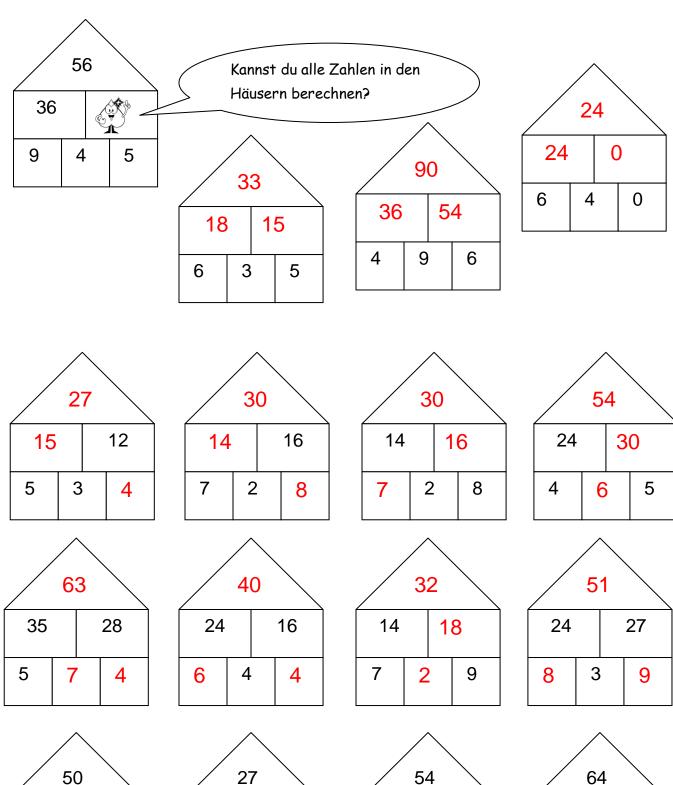
Das zweite Arbeitsblatt kann auch als Hausarbeit aufgegeben werden (AB 2).

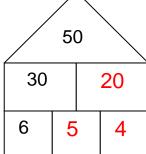




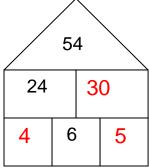
# Mal-Plus-Häuser

LB 1

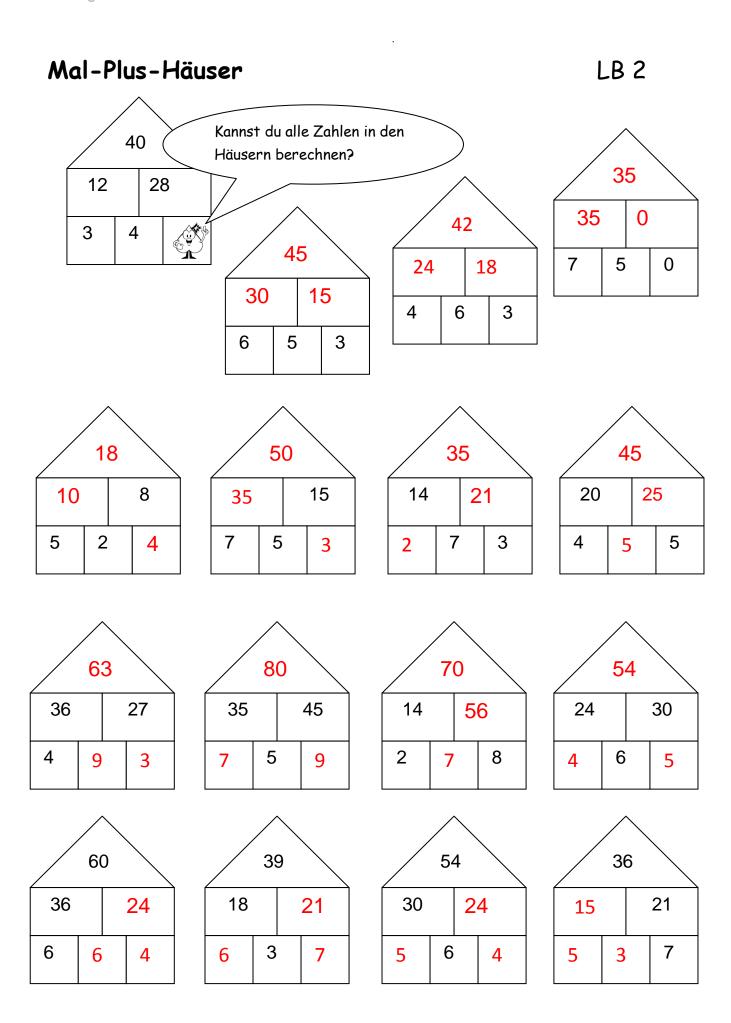




	2	7	
15			12
5	3		4



	64	4	
24			40
3	8	}	5

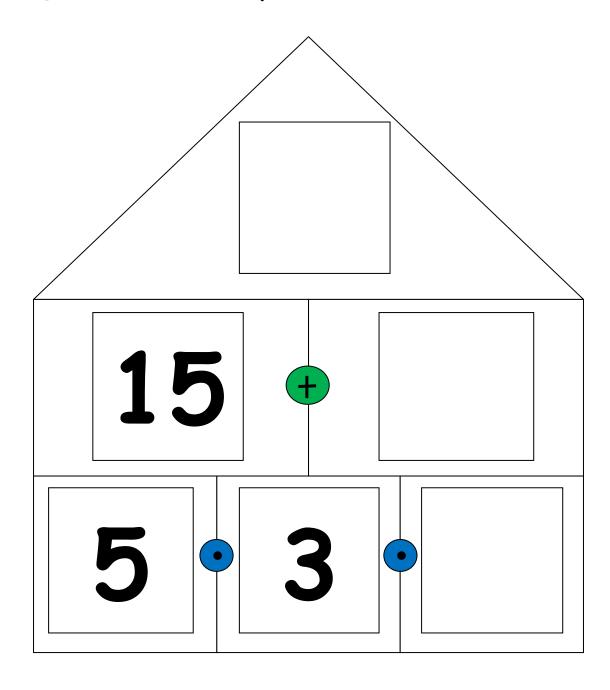


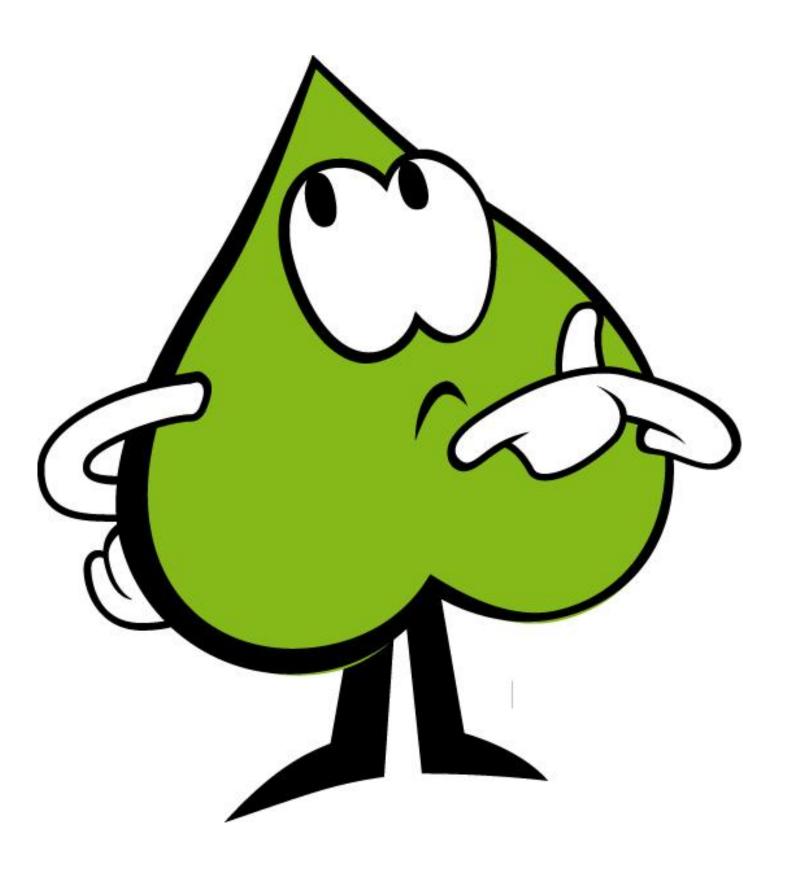
# Tipp:



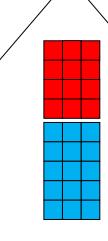


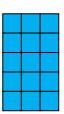
# Das Haus heißt Mal-Plus-Haus





# Mal-Plus-Haus





$$5 \cdot 3 = 15$$



$$4 \cdot 3 = 12$$

5

3

4



# Forscherauftrag:



# Wie wird in diesem Haus gerechnet?

# 1. Haus:

Seht euch die Zahlen für das <u>erste</u> Haus gut an. Wie könnten sie zusammen gehören? Findet ihr Rechenaufgaben und passende Ergebnisse?

Ordnet die Zahlenkarten so in das Haus ein, dass man erkennen kann, wie ihr gerechnet habt. Klebt die Zahlenkarten auf.

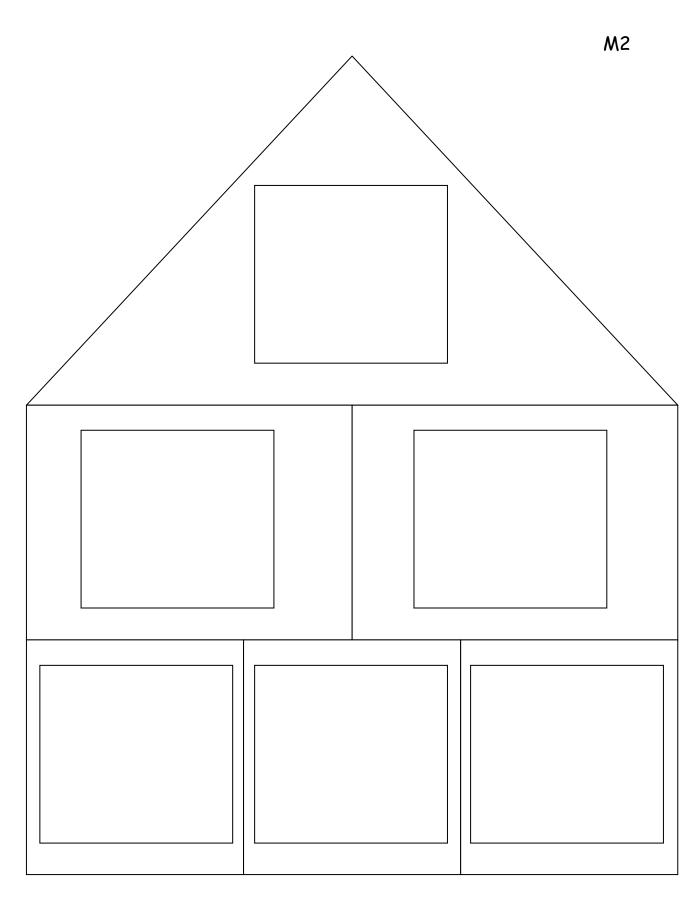
# 2. Haus:

# Überprüft:

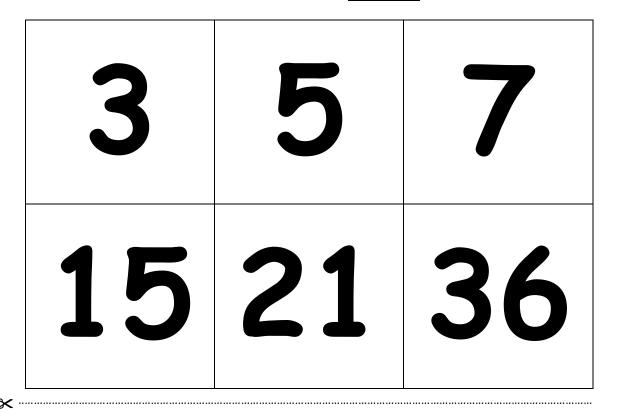
Kann man auch mit den Zahlen für das <u>zweite</u> Haus so rechnen, wie ihr euch das ausgedacht habt? **Legt** die Zahlenkarten an die richtigen Stellen in das Haus und **klebt** sie auf.

# 3. Haus:

Wenn ihr noch Zeit habt, **denkt** euch nun selbst Zahlen für das <u>dritte</u> Haus **aus** und rechnet nach eurer Regel. Schreibt die Zahlen in das Haus hinein.

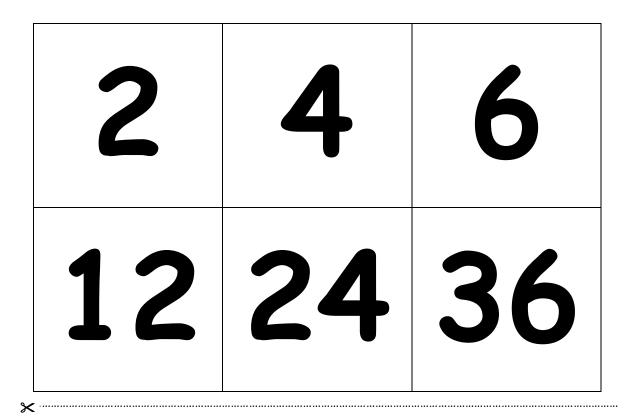


Leeres Mal-Plus-Haus für Auftrag 1-3



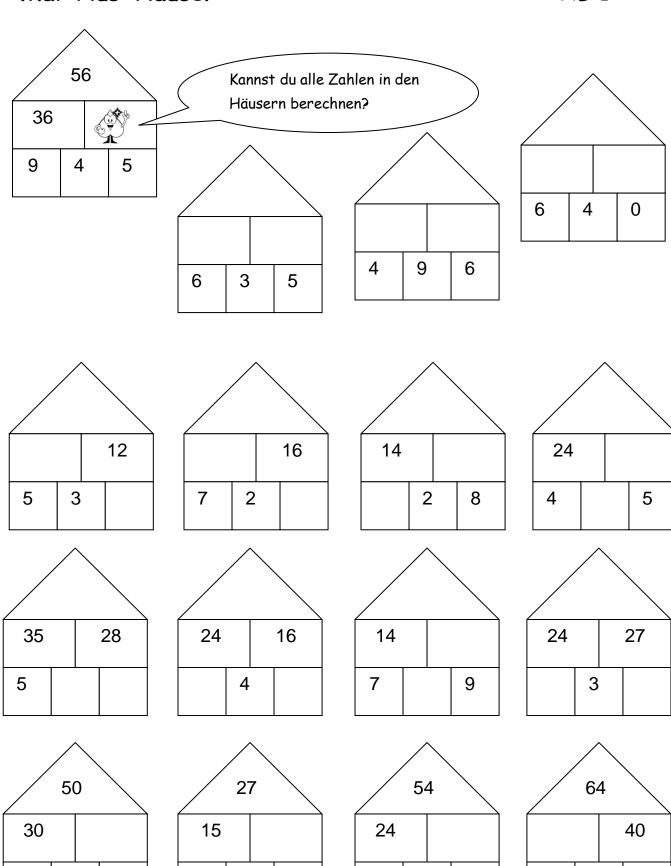
Zahlenkarten für das erste Haus ••

2767213



Zahlenkarten für das zweite Haus

2	36	9
8	44	4





## 2. Einheit: "Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln"

#### Darum geht es:

Den Kindern soll in dieser Stunde Sinnstiftung für die umfangreichen Forscheraktivitäten im Forscherheft zum Mal-Plus-Haus gegeben werden. Sie erhalten eine Problemstellung, die sehr hohe Anforderungen stellt und ohne Wissen um die mathematische Struktur des Mal-Plus-Hauses voraussichtlich nur durch mehr oder weniger systematisches Probieren gelöst werden kann. Die Kinder sollen in einem Selbsteinschätzungsbogen die Anzahl ihrer Versuche festhalten. Mit der Gestalt des Piko wird den Kindern anschließend vermittelt, dass es eine Strategie für solche "Knobel-Häuser" gibt, die man gezielt anwenden kann – wenn man sie kennt. Durch das Forschen im Forscherheft sollen die Kinder sich diese Strategie selbstständig erschließen.

#### Ziele

- Eine problemhaltige Aufgabenstellung zum Mal-Plus-Haus lösen: Passende Zahlen zu einer gegebenen Dachzahl finden.
- Die eigenen Vorgehensweisen beschreiben
- Den Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellung reflektieren

#### Zeit

Ca. 60 Minuten

#### Schuljahr

2, 3

#### Lehrplanbezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

#### Bereich:

Zahlen und Operationen Schwerpunkte: Operationsvorstellungen, schnelles Kopfrechnen und Zahlenrechen

Prozessbezogene Kompetenzen Problemlösen/kreativ sein, Darstellen

#### **Material**

Lehrerin Tafel, Plakat 1 (Knobel-Piko) Tipp-Zettel Plakat 4 (Forscherfrage) Ggf. Plakat 5 (Forscherheft)

#### Schüler

Arbeitsauftrag
Arbeitsblatt mit Leerformaten
Selbsteinschätzungsbogen
Sprachhilfen
Forscherhefte



# So kann es gehen:

#### 1. Einstieg/Einstimmung:

#### - Halbkreis vor der Tafel

L präsentiert an der Tafel den "Knobel-Piko" (Plakat 1) und kündigt an: "Piko stellt euch heute eine ganz schwierige Aufgabe zum Mal-Plus-Haus. Hier müsst ihr nicht einfach nur rechnen, ihr müsst bei diesem Haus richtig knobeln."

L öffnet Tafel. An der Tafel befindet sich ein gezeichnetes Mal-Plus-Haus mit der Dachzahl 56.

SuS äußern sich spontan; stellen fest, dass nur die Dachzahl gegeben ist.

L unterbricht, erklärt, dass man die passenden Zahlen durch Ausprobieren finden kann.

L erläutert den Arbeitsauftrag. Dabei heftet L zur Veranschaulichung die beiden Blätter mit dem Arbeitsauftrag und den leeren Mal-Plus-Häusern (AB 1-2), den Selbsteinschätzungsbogen und die Sprachhilfen an die Tafel.

L weist noch einmal ausdrücklich darauf hin, dass die Kinder eigentlich noch zu wenig über das Mal-Plus-Haus wissen, um eine solche Knobelaufgabe schnell lösen zu können. Deshalb sollen sie immer wieder erneut ausprobieren.

## 2. Arbeitsphase:

#### - Einzelarbeit

Die Blätter mit dem Arbeitsauftrag und den Leerformaten (AB 1-2) werden verteilt.

**SuS** tragen ihre "Versuche" in die Leerformate ein.

L beobachtet die SuS bei ihrer Arbeit; hält sich mit konkreten Hilfen zurück, ermutigt die SuS jedoch immer wieder weiter auszuprobieren.

L verweist ggf. auf den Tipp-Zettel. (Tipp)

L lässt sich von einigen SuS erklären, wie sie vorgegangen sind.











#### Unterrichtsplanung 2. Einheit

L verteilt nach ca. 20 Minuten den Selbsteinschätzungsbogen und die Sprachhilfen an einzelne Kinder, die eine Lösung (oder mehrere Lösungen) gefunden haben.

SuS bearbeiten den Selbsteinschätzungsbogen.

L achtet vor allem darauf, dass die SuS die beiden ersten Reflexionsfragen richtig beantworten.



#### Anmerkungen:

#### Scheu vor "Fehlern"

Manche Kinder spielen verschiedene Lösungsmöglichkeiten im Kopf durch. Sie scheuen sich, "Fehlversuche" in die Leerformate einzutragen. Diese Kinder sollten immer wieder darauf hingewiesen werden, dass fehlerhafte Eintragungen wichtig sind, um zu erkennen, welche Zahlen beim nächsten Ausprobieren evtl. geändert werden müssen. Auch sollte den Kindern erklärt werden, dass es für die Lehrerin wichtig ist zu erkennen, was die Kinder ausprobiert haben und was sie sich gedacht haben.

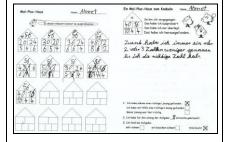
#### "Einfache" Lösungen:

Manche Kinder kommen sehr schnell zu einer Lösung, wenn sie z.B. die 56 zunächst in 2 Zahlen zerlegen (z.B. 50 und 6) und dann als mittlere Kellerzahl ein 1 eintragen. Diese Kinder sollten gezielt ermuntert werden, nach Lösungen zu suchen, bei denen keine 1unten im Keller steht.

#### Unterschiedliche Vorgehensweisen:

Viele Kinder zerlegen als erstes intuitiv die 56 in 2 gerade Zahlen. Sie kommen dann immer zu Lösungen, indem sie die 2 als mittlere Kellerzahl eintragen.

Schwieriger ist es, wenn die Kinder "von unten" anfangen und als erstes im Keller Zahlen einsetzen. Diese Kinder benötigen meist mehr Zeit, bis sie zu einer richtigen Lösung gelangen.



"Mal-Plus-Häuser erforschen" Unterrichtsplanung 2. Einheit

Einige wenige Kinder erkennen bereits einzelne Zusammenhänge im Mal-Plus-Haus. Sie tragen dann z.B. als erstes gezielt eine 7 oder 8 als mittlere Kellerzahl ein und suchen für die beiden äußeren Felder im Keller passende Zahlen.

#### Als erstes wird die 56 in das Dach eingetragen:

Vor allem, wenn die Kinder "von unten" beginnen, sollten sie nicht vorher schon die 56 im Dach eintragen. Bei "Fehlversuchen" ergibt sich nämlich eine andere Dachzahl. Diese sollte dann auch notiert werden, da sie Anlass geben kann, über eine gezielte Veränderung der unteren Zahlen nachzudenken.

#### Schlussphase/Ausblick:

- frontal oder Halbkreis vor Tafel

L würdigt die Ausdauer der Kinder. Stellt heraus, dass viele Kinder ja viel ausprobieren mussten, bis sie eine richtige Lösung gefunden haben. Hängt Plakat aus: "Piko fragt sich, ob man nicht die Zahlen noch schneller finden kann." (Plakat 4)

L Verteilt die Forscherhefte: "Ihr könnt in den nächsten Tagen noch viele Mal-Plus-Häuser erforschen und dabei tolle Entdeckungen machen. Vielleicht findet ihr dann ja wirklich eine Strategie heraus, wie man solche Knobelhäuser ganz leicht lösen kann."

L hängt ggf. Plakat mit Piko aus dem Forscherheft (Plakat 5) an die Tafel.







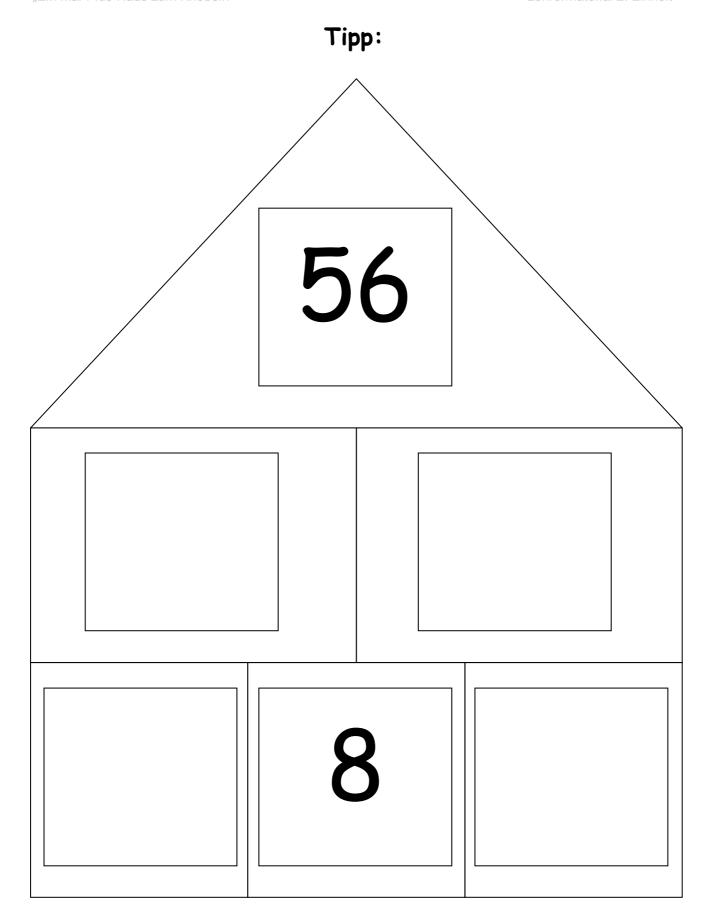
SuS sehen das Forscherheft durch.

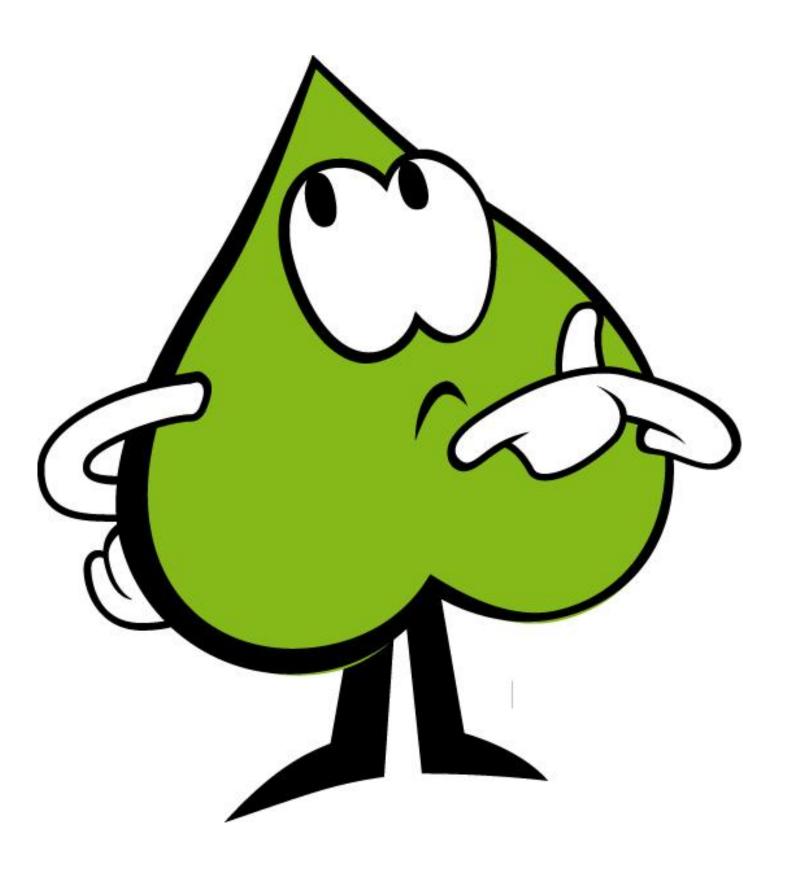
#### Unterrichtsplanung 2. Einheit

L bespricht mit den Kindern die Erläuterungen auf Seite 3 im Forscherheft.

**SuS** suchen im Forscherheft gezielt nach Forscheraufträgen, die sie als erstes bearbeiten möchten. Erläutern ihre Auswahl im Klassengespräch.











Wenn du in diesem Heft forschst und ganz viel ausprobierst, kannst du ein solches Knobel-Haus sicher bald noch leichter und schneller lösen. Du kannst nämlich eine Strategie herausfinden!



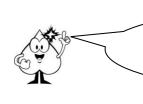
# Arbeitsauftrag:

1. Versuche, die fehlenden Zahlen zu finden. Trage <u>alle</u> deine **Versuche** immer in die leeren Mal-Plus-Häuser ein.

Wenn du eine richtige Lösung gefunden hast, kreise sie ein.

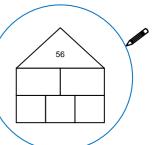
Wenn du keine richtige Lösung findest, ist das nicht schlimm. Gib aber möglichst nicht auf. Probiere immer weiter aus.

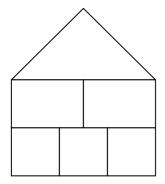
- 2. Es gibt viele verschiedene Häuser mit der Dachzahl 56. Wie viele weitere Lösungen findest du? Probiere weiter aus. Kreise immer deine richtigen Lösungen ein.
- 3. <u>Schreibe auf</u>, wie du vorgegangen bist. Hattest du einen besonderen Trick?

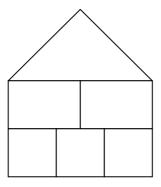


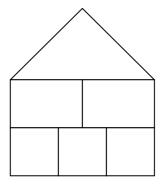
Probiere aus.

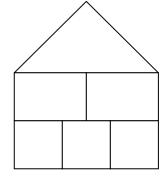
Kreise <u>richtige</u> Lösungen ein.

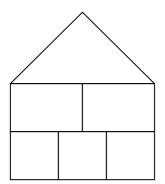


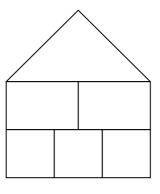


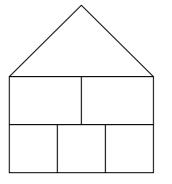


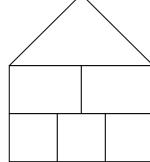


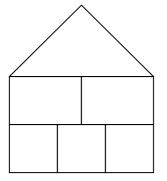


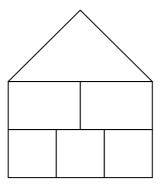


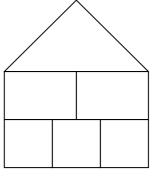


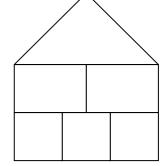


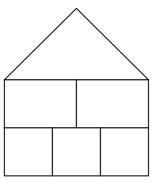


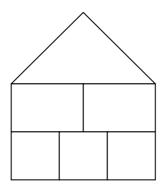


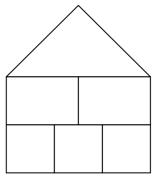


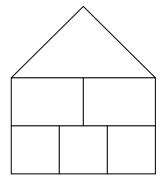












Ein Mal-Plus	-Haus zum Knobeln	Name:
56	So bin ich vorgegangen. Das habe ich ausprobier Das habe ich mir überleg Das habe ich herausge	rt.
1. Ich habe	Versuche benötigt.	
2. Ich habe insg	gesamt <u>    richtige</u> Häuser ge	efunden.
3. Ich fand die A	aufgabe:  ein bisschen schwer	total leicht



# Diese Ausdrücke können dir helfen:

Zuerst habe ich ...

Mir ist aufgefallen, dass...

Danach habe ich...

Ich habe bemerkt, dass...

Deshalb habe ich...

Dann habe ich genau gewusst, dass

×

AB4



# Diese Ausdrücke können dir helfen:

Zuerst habe ich ...

Mir ist aufgefallen, dass...

Danach habe ich...

Ich habe bemerkt, dass...

Deshalb habe ich...

Dann habe ich genau gewusst, dass

# 3. Einheit: "Wir forschen gemeinsam: Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln"

# Darum geht es:

Die Kinder haben erste Forscheraufträge im Forscherheft zum Mal-Plus-Haus bearbeitet. Sie haben selbstständig Auffälligkeiten erkannt und beschrieben. Allerdings haben zu diesem Zeitpunkt voraussichtlich nur wenige Kinder die Struktur des Hauses vollständig erfasst und den Zusammenhang zwischen den Zahlen im Keller und im Dach umfassend erkannt. Damit die Arbeit im Forscherheft nun mit noch mehr mathematischem Verständnis fortgesetzt werden kann, macht es Sinn, eine gemeinsame Forscherstunde einzufügen. Der Forscherauftrag für diese Stunde (im Forscherheft bereits angedeutet) macht deutlich, dass die Mittelzahl als ein Faktor in der Dachzahl enthalten ist. Diese Erkenntnis ist ein wichtiger Schritt auf dem Weg zu der Entdeckung einer Strategie, wie ein ähnliches Knobel-Haus aus der zweiten Einheit sehr schnell und gezielt gelöst werden kann. Der gemeinsame Austausch und vor allem auch die Veranschaulichung am Ende der Einheit helfen Verständnis aufzubauen und zu sichern.

#### **Ziele**

- Eine problemhaltige Aufgabenstellung zum Mal-Plus-Haus lösen: Passende Zahlen zu einer gegebenen Dach- und Mittelzahl finden.
- Die eigenen Vorgehensweisen beschreiben
- Beziehungen zwischen der Dachzahl und den Zahlen im Keller erkennen

#### Zeit

ca. 60 Minuten

#### Schuliahr

2, 3

#### Lehrplanbezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

#### Bereich:

Zahlen und Operationen Schwerpunkte:

Operationsvorstellungen, schnelles Kopfrechnen und Zahlenrechen

Prozessbezogene Kompetenzen Problemlösen/kreativ sein, Kommunizieren

#### Material

Lehrerin

Tafel,

9 Kopien große Mal-Plus-Häuser mit Dachzahl 48.

6 Kopien große Mal-Plus-Häuser mit Dachzahl 35. rote und blaue Rechteckfelder

#### Schüler

Arbeitsauftrag (AB 1), Arbeitsblatt mit Leerformaten (AB 2) Ausschneidebogen



## So kann es gehen:

#### 1. Einstieg/Einstimmung:

- Halbkreis vor der Tafel

L kündigt an: "Ihr habt ja schon viel in euren Forscherheften geforscht und herausgefunden. Ihr wisst, dass Piko auch einen gemeinsamen Forscherauftrag für euch hat, den Forscherauftrag Nummer 7. Es ist noch einmal ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln!"

L zeigt Tafelbild. An der Tafel befindet sich das Plakat "Knobel-Piko" sowie ein Mal-Plus-Haus mit der Dachzahl 48 und der Mittelzahl 6 (Plakat 6a und 6b).

L heftet die 3 Arbeitsblätter (AB 1-2; Ausschneidebogen) an und erläutert: "Versucht die fehlenden Zahlen für dieses Haus zu finden. Es gibt mehrere Lösungen. Ihr arbeitet zusammen mit einem Partnerkind. Ihr bekommt den genauen Arbeitsauftrag, ein Blatt zum Ausprobieren und ein Blatt zum Eintragen der richtigen Lösungen. Lest euch den Arbeitsauftrag zuerst zusammen durch. Bevor ihr mit der Arbeit anfangt, sprecht euch vorher genau ab, wie ihr zusammen arbeiten wollt."

Die Arbeitsblätter werden verteilt.

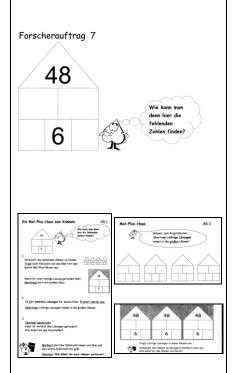
#### 2. Arbeitsphase:

- Partnerarbeit

**SuS** lesen sich gemeinsam den Arbeitsauftrag durch; stellen ggf. Verständnisfragen. Besprechen ihre Vorgehensweise.

**SuS** suchen Lösungen für das vorgegebene Knobel-Haus, übertragen richtige Lösungen in die größeren Häuser und sortieren diese.

L lässt sich von einzelnen SuS erklären, wie sie beim Ausprobieren vorgehen, ob sie schon etwas herausgefunden haben etc.







L verteilt an ein Partnerpaar, das schon alle Lösungen gefunden hat, 7 großformatige Mal-Plus-Häuser (DIN-A-4) zum Eintragen der Lösungen. **SuS** tragen dort ihre Lösungen mit einem dicken Stift ein und heften ihre Häuser für die anderen Kinder nicht sichtbar durcheinander an die Innentafel.

**SuS**, die alle Lösungen gefunden und ein Sortiersystem gefunden haben, können schon anfangen, ihre Entdeckungen ins Forscherheft (S. 14) einzutragen.

#### Anmerkung:

#### Kriterien für das Sortieren der Lösungen

Die Häuser können unterschiedlich sortiert werden:

- nach der aufsteigenden Reihenfolge der linken Kellerzahlen von 0 bis 8
- nach den beiden vertauschten Außenzahlen im Keller (z.B.:  $\mathbf{3} 6 \mathbf{5}$  und  $\mathbf{5} 6 \mathbf{3}$ )

#### 3. Ergebnissammlung / Reflexion:

- Halbkreis vor Tafel

L würdigt die Arbeit der Kinder; fragt ggf. nach, ob es schwierig war, Lösungen zu finden, wie die Kinder beim Ausprobieren vorgegangen sind, wie viele Lösungen gefunden wurden ....

SuS berichten von ihrer Arbeit.

L öffnet Innentafel; dort sind 7 Lösungen durcheinander angeheftet. "Einige Kinder haben ihre Lösungen in die großen Häuser eingetragen, damit wir sie hier an der Tafel besser sehen können."

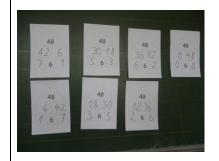
**SuS** äußern sich spontan, stellen fest, dass Häuser fehlen, wollen evtl. die Häuser sortieren, die Außenzahlen im Keller markieren, ....

L heftet 2 weitere DIN-A-4- Häuser zum Eintragen fehlender Lösungen an.

SuS tragen fehlende Zahlen ein; begründen, woran sie erkannt haben, dass genau diese Lösungen fehlen; ord-











nen die 2 Häuser in das bereits entwickelte Sortiersystem ein bzw. sortieren alle Häuser erneut.

## Anmerkung:

## Wie können die beiden fehlenden Häuser leicht gefunden werden?

- zu einem Haus fehlt das passende Haus mit den beiden vertauschten Kellerzahlen
- in der Reihenfolge der linken Kellerzahlen fehlen 2 Zahlen

L fordert die SuS auf, noch einmal zusammenzufassen, was sie alle gemeinsam herausgefunden haben.

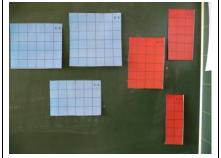
Falls noch nicht von den Kindern als Entdeckung benannt, lenkt **L** den Blick auf die Beziehungen zwischen den 3 Kellerzahlen und der Dachzahl (Distributivgesetz). Mögliche Impulse:

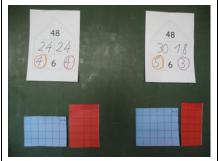
- "In der Mitte steht in allen Häusern eine 6, im Dach die 48. Haben die beiden Zahlen etwas miteinander zu tun?"
- "Ist euch bei den beiden Außenzahlen im Keller etwas aufgefallen?" (zeigt jeweils gleichzeitig auf die beiden äußeren Kellerzahlen in einem Haus, schreibt ggf. die beiden Außenzahlen heraus und setzt ein Plus-Zeichen dazwischen)
- "Haben die beiden Außenzahlen auch etwas mit der 48 zu tun?"
- "Wieso ergeben beide Außenzahlen zusammen immer 8?"

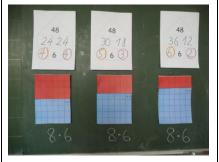
**L** heftet zur Veranschaulichung des Distributivgesetzes 6 Rechteckfelder (M1-3) an die Tafel. "Immer 2 Rechteckfelder gehören zu einem Haus."

**SuS** ordnen jeweils 2 Rechteckfelder dem passenden Haus zu und setzen sie (durch Drehen eines Feldes) immer zu einem großen Feld zusammen. Nennen die Malaufgabe, die zu diesem großen Rechteckfeld passt. Notieren sie unter dem Haus.











# "Mal-Plus-Häuser erforschen"

## 4. Sicherung / Transfer / Ausblick:

#### - Halbkreis vor der Tafel

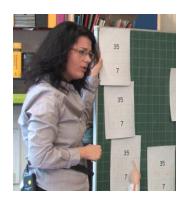
L heftet die 6 großen Mal-Plus-Häuser mit der Dachzahl 35 und der Mittelzahl 7 an die Tafel. Fordert auf, die fehlenden Zahlen einzusetzen.

SuS tragen in Meldekette jeweils 1 Zahl ein; erklären dabei immer, wie sie die Zahl gefunden haben.

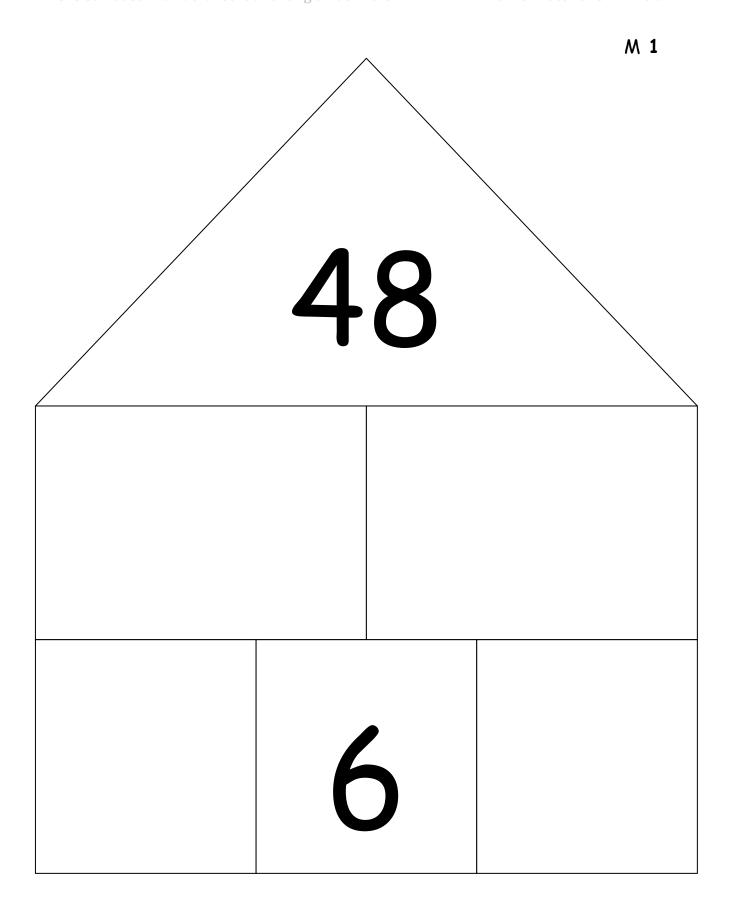
L gibt Ausblick: "Wenn ihr nun weiter in eurem Forscherheft arbeitet, könnt ihr sicherlich noch mehr hinter das Geheimnis der Mal-Plus-Häuser kommen und noch genauer erklären, was ihr entdeckt habt."

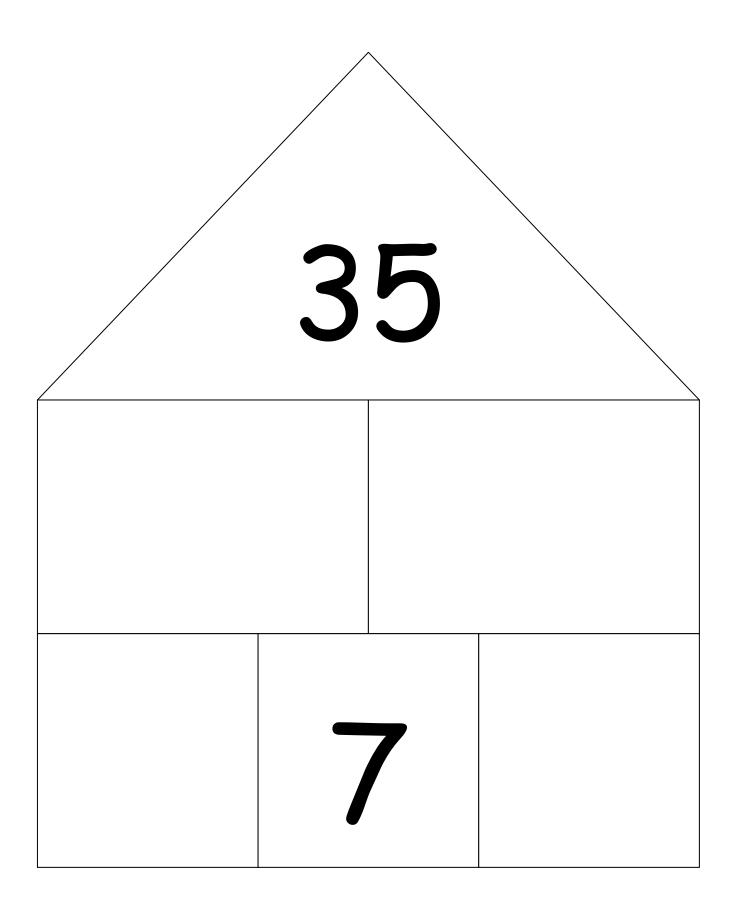
#### - Einzelarbeit

Es wird den Kindern freigestellt, ob sie ihre Erkenntnisse zu Forscherauftrag 7 in ihr Forscherheft eintragen bzw. vervollständigen wollen. Dies kann mit Worten oder/und durch Aufzeichnen einzelner Mal-Plus-Häuser geschehen.









			M 1
			6 · 6
6 · 2			

M 2

М3

Forscherauftrag 7



# Ein Mal-Plus-Haus zum Knobeln

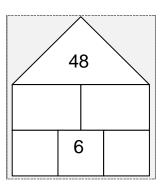
AB 1



Versucht, die fehlenden Zahlen zu finden.
 <u>Tragt</u> eure Versuche auf das Blatt mit den leeren Mal-Plus-Häuser ein.



Wenn ihr eine richtige Lösung gefunden habt, <u>übertragt</u> sie in ein großes Haus.



- 2.
  Es gibt **mehrere Lösungen** für dieses Haus. <u>Probiert weiter aus.</u>
  <u>Übertragt</u> richtige Lösungen immer in die großen Häuser.
- 3.

# <u>Überlegt</u> gemeinsam:

Habt ihr wirklich alle Lösungen gefunden? Wie könnt ihr das feststellen?

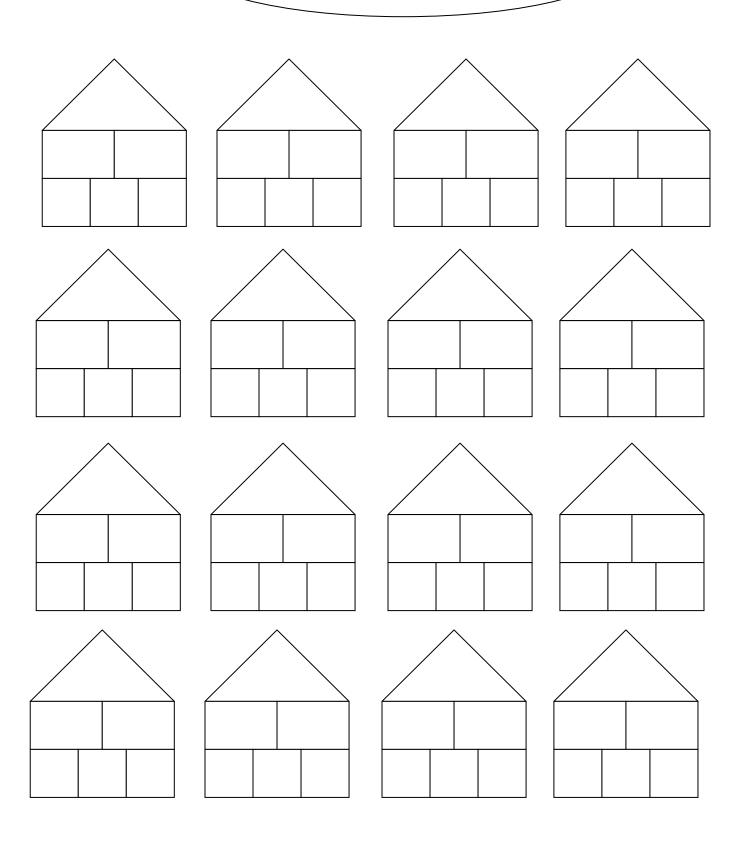


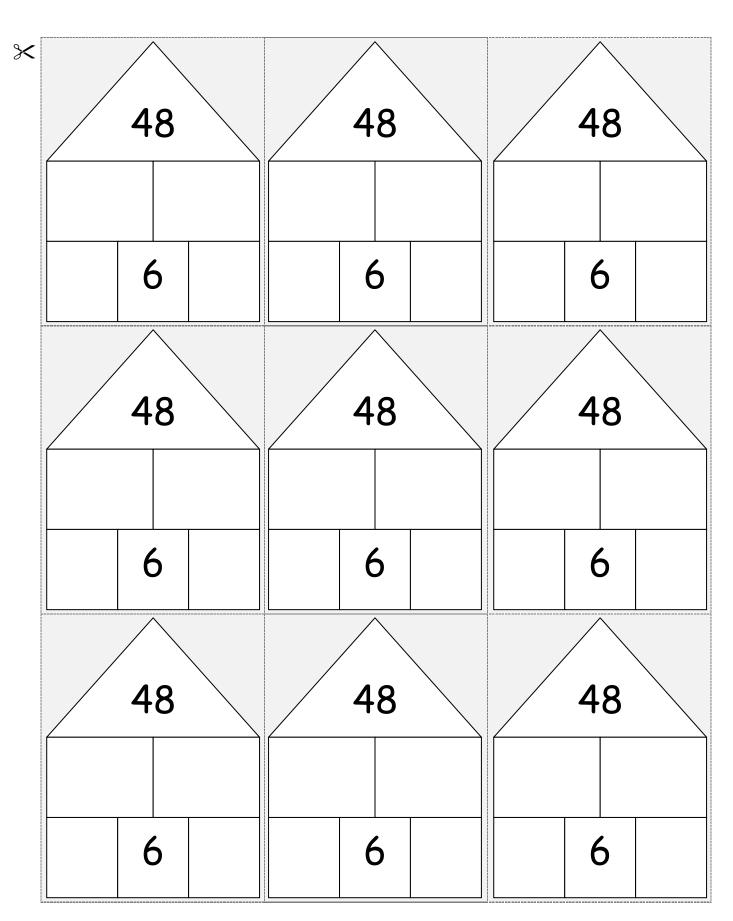
<u>Markiert</u> die linke Kellerzahl immer mit blau und die rechte Kellerzahl mit gelb.

Überlegt: Wie könnt ihr eure Häuser sortieren?



Häuser zum Ausprobieren. Übertragt **richtige Lösungen** immer in die <u>großen</u> Häuser!





Tragt richtige Lösungen in diese Häuser ein.



Schneidet die Häuser an den gestrichelten Linien aus. Wie könnt ihr die Häuser sortieren?

## Forscherrunden

# Darum geht es:

Auch wenn durch die Arbeit mit den Forscherheften insbesondere das selbstständige Lernen und Problemlösen gefördert werden soll, ist es dennoch zwischendurch notwendig, durch den gemeinsamen Austausch in den Forscherrunden das Lernen voneinander anzuregen. Die Kinder erhalten durch ihre Mitschülerinnen und Mitschüler Rückmeldungen zu ihren Entdeckungen und Erklärungen. Durch das gemeinsame Bearbeiten einer erneuten – den Forscherauftrag im Forscherheft vertiefenden – Aufgabenstellung durchdenken und erklären sich die Kinder die erkannten Zusammenhänge noch einmal gegenseitig. Anschauliches, zum Handeln aufforderndes Material für die Forscherrunden erleichtert das Argumentieren und veranschaulicht Zusammenhänge.

#### **Ziele**

- erkannte Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten erklären
- Entdeckungen und Begründungen der Mitschüler nachvollziehen
- erkannte Beziehungen auf weitere Aufgabenstellungen übertragen
- komplexere Aufgabenstellungen gemeinsam bearbeiten
- eine Darstellung in eine andere übertragen (Beziehungen der Zahlen in den Mal-Plus-Häusern auf Rechteckfelder übertragen)
- gemeinsame Erkenntnisse im Forscherbericht dokumentieren

#### Zeit

Pro Forscherrunde ca. 20 - 25 Minuten

### Schuljahr

2, 3

#### Lehrplanbezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Bereich:

Zahlen und Operationen

Schwerpunkte: Operationsvorstellungen, schnelles Kopfrechnen und Zahlenrechen

Prozessbezogene Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen

#### **Material**

Lehrerin

Plakat 9 mit Forscherrunden-Logo Seiten aus dem Forscherheft mit Forscherauftrag 4, 5(a, b), 9 Plakat 10: Forscherrunde 3 Blätter "Ablauf-Schritte" Klarsichthüllen, Ablagekörbe

#### Schüler

Pro Forscherrunde 4, 5(a, b),9:

- 1 Forscherrunden-Leitfaden
- Forscherauftrag mit Material
- Forscherbericht



# So kann es gehen:

### - Tafelhalbkreis

Zu Beginn der 2. Forscherstunde mit dem Forscherheft erläutert die Lehrerin den Kindern den Austausch in den Forscherrunden.

L legt die Seiten aus dem Forscherheft mit den Forscheraufträgen 4, 5(a,b) und 9 (Lehrermaterial: Forscherheft\_Seiten), dazu das Logo ©©©© (Plakat 9) in die Mitte (oder heftet sie an die Tafel). Weist darauf hin, dass sich die Kinder im Anschluss an die Bearbeitung dieser drei Forscheraufträge in Forscherrunden über ihre Entdeckungen und Erklärungen austauschen können. Jedes Kind sollte möglichst einmal an einer Forscherrunde teilgenommen haben.

L legt Abbildung einer Forscherrunde (Plakat 10) dazu. Fragt nach, wozu es wohl wichtig ist, dass sich Forscher über ihre Forschungsergebnisse in einer Konferenz oder in einer Forscherrunde austauschen.

**SuS** vermuten; bringen ggf. ihr Vorwissen von Schreib- oder Rechenkonferenzen oder anderen Formen kooperativen Arbeitens mit ein. Erklären z.B., dass man von anderen lernen kann etc.

L erklärt zusammenfassend den Sinn einer Forscherrunde:

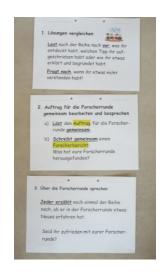
- zu erfahren und zu verstehen, was andere Forscher herausgefunden haben
- das gemeinsame Wissen für einen weiteren Forscherauftrag zu nutzen

- ..

L erläutert die 3 Schritte für den Ablauf einer Forscherrunde. Legt jeweils den passenden Ablauf-Schritt dazu. (Lehrermaterial: Ablauf\_Forscherrunde).









L legt das Material für die 3 Forscherrunden aus (Schülermaterial: Forscherrunden\_Material). Legt Ablauf-Schritt 2 dazu. Erläutert (ohne genauer auf die Forscheraufträge einzugehen): "So sieht das Material für die Forscherrunden aus. Auf dem kleinen Zettel steht euer gemeinsamer Forscherauftrag. Dafür braucht ihr das Material zum Legen. Wenn ihr etwas herausgefunden habt, schreibt ihr eure Entdeckungen und Erklärungen in einem gemeinsamen Forscherbericht auf. Ihr könnt wählen, ob ihr für euren Forscherbericht das Blatt mit Linien oder lieber ohne Linien nehmen wollt. Das hängt davon ab, ob ihr nur etwas aufschreiben wollt oder auch etwas aufzeichnen wollt. Wenn ihr eure Forscherrunde beendet habt, bringt das Material wieder ordentlich zurück. Legt euren Forscherbericht in den Ablagekorb."

L klärt Fragen. Weist darauf hin, wo das Material ausliegt.

L erläutert, wie sich die Forscherrunden zusammen finden. Schreibt an die Tafel (oder auf ein Blatt) die Zahlen 4, 5, 9. Unter jeder Zahl ist Platz für die Namen der Kinder. L erklärt: "Wenn ein Kind einen dieser Forscheraufträge bearbeitet hat und in eine Forscherrunde gehen möchte, schreibt es seinen Namen unter die entsprechende Nummer. Wenn 4 Namen unter der Nummer stehen, trifft sich die Forscherrunde an einem freien Platz in der Klasse, holt sich das Material und beginnt mit dem Austausch."

## Anmerkungen:

### Herstellung des Materials für die 3 Forscherrunden:

Das Material für jede einzelne Forscherrunde sollte 2 – 3mal kopiert (ausgedruckt), ausgeschnitten (ggf. laminiert) und jeweils zusammen mit dem Leitfaden "Forscherrunden" (Schülermaterial: Forscherrunden\_Leitfaden) z.B. in einer Klarsichthülle ausgelegt werden. Die Blätter für die Forscherberichte liegen daneben.

## Aufbewahrung des Materials:

Das Material für die Forscherrunden wird am besten jeweils in einer Klarsichthülle an einem festen Platz im Klassenraum bereit gestellt. Die Forscherberichte kommen in eine Ablage.

## Begleitung der Arbeit in den Forscherrunden durch die Lehrerin:

Wenn den Kindern die Form eines strukturierten, kooperativen Austauschs noch nicht geläufig ist, muss der Austausch in den Forscherrunden von der Lehrerin unterstützt werden. Insbesondere bei Schritt 1 sollte darauf geachtet werden, dass sich die Kinder auch wirklich zuhören und Fragen stellen, wenn sie etwas nicht verstanden haben. Das gemeinsame Formulieren eines Forscherberichts erfordert Absprache und Einigung. Es ist von Vorteil, wenn ein Kind die Leitung der Forscherrunde übernimmt, auf die Einhaltung der Ablauf-Schritte achtet und darauf achtet, dass jedes Kind zu Wort kommt.



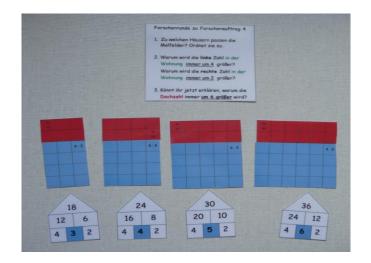


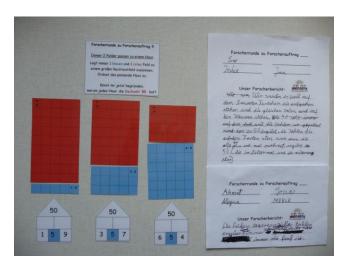




## Handlungen mit dem Material:

Die Handlungsergebnisse zu Forscherauftrag 4 und 9 sind unten abgebildet.





# Würdigung der Forscherberichte:

Die Lehrerin sollte zu den Forscherberichten der Kinder eine kurze Rückmeldung geben (evtl. eine Notiz auf einem post-it-Zettel auf den Bericht heften und Bericht in die "Gelesen"- Ablage legen).

# 1. Lösungen vergleichen



<u>Lest</u> euch der Reihe nach <u>vor</u>, was ihr entdeckt habt, welchen Tipp ihr aufgeschrieben habt oder wie ihr etwas erklärt und begründet habt.

Fragt nach, wenn ihr etwas nicht verstanden habt!

- 2. Auftrag für die Forscherrunde gemeinsam bearbeiten und besprechen
  - a) <u>Löst</u> den <u>Auftrag</u> für die Forscherrunde <u>gemeinsam</u>.
  - b) Schreibt gemeinsam einen Forscherbericht:
    Was hat eure Forscherrunde herausgefunden?

# 3. Über die Forscherrunde sprechen

Jeder erzählt noch einmal der Reihe nach, ob er in der Forscherrunde etwas Neues erfahren hat.

Seid ihr zufrieden mit eurer Forscherrunde?

• Forscherauftrag 4:	0000
	Was passiert mit der <u>Dachzahl</u> , wenn die Mittelzahl im Keller immer um 1 größer wird?
Meine Entdeckung:  Die Dachzahl  ***Das ist so, weil	2 4 5 2 4



Mein Tipp: Sieh dir die Zahlen in der Wohnung an.

Um wie viel wird die linke Wohnungszahl immer größer? Um wie viel wird die rechte Wohnungszahl immer größer?

# • Forscherauftrag 5a

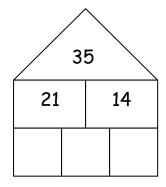


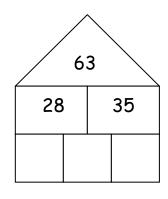


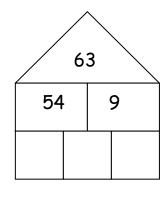
Die Zahlen im Keller fehlen.

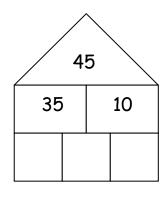
Wie kannst du sie schnell finden?

a) Versuche die Zahlen im Keller zu finden. Du kannst zuerst einmal auf einem Blatt mit leeren Häusern ausprobieren.







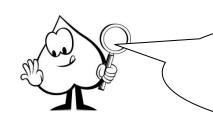


b) \*\*\*Erkläre möglichst genau, wie du hier die richtigen Zahlen für den Keller findest.

	7	7	
35			42

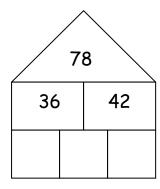
# •• Forscherauftrag 5b

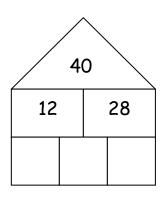


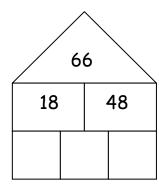


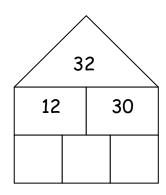
Die Zahlen im Keller dürfen nicht größer als **9** sein!
Achtung! Hier musst du gut überlegen!

a) Versuche die Zahlen im Keller zu finden. Probiere aus.

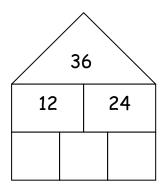


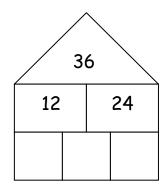


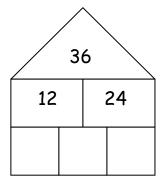




b) Finde 3 verschiedene Möglichkeiten:







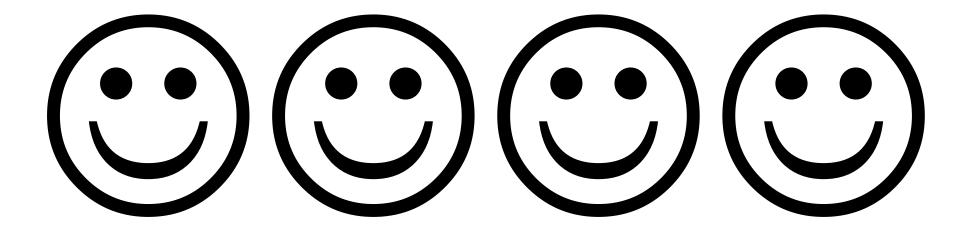
\*\*\* c) Warum kann in diesem Haus unten in der Mitte keine 5 stehen?

5	6
35	21

•• Forscherauftrag 9	©©©©	
	Nanu, was ist denn mit diesen Häusern los ?????	22
a) Rechne die Mal-Plus-Häus  10 2 8 6 35 15 b)*** Was fällt dir bei der l	20     4     6       4     5     9	50 15 3 25 25 5 as so?

Plakat 7: Logo Forscherrunde

Lehrermaterial: Forscherrunde







# Forscherrunde

# So könnt ihr vorgehen:

# 1. Lösungen vergleichen



<u>Lest euch</u> der Reihe nach <u>vor</u>, was ihr entdeckt habt, welchen Tipp ihr aufgeschrieben habt oder wie ihr etwas erklärt und begründet habt.

Fragt nach, wenn ihr etwas nicht verstanden habt!

# 2. Auftrag für die Forscherrunde gemeinsam bearbeiten und besprechen

- a) Löst den Auftrag für die Forscherrunde gemeinsam.
- b) <u>Schreibt gemeinsam</u> einen <mark>Forscherbericht</mark>: Was hat eure Forscherrunde herausgefunden?

# 3. Über die Forscherrunde sprechen

<u>Jeder erzählt</u> noch einmal der Reihe nach, was er durch die Forscherrunde Neues erfahren hat. Seid ihr zufrieden mit eurer Forscherrunde?

# Forscherrunde zu Forscherauftrag Nr. \_\_\_\_

(?!!!}

Namen der Forscher:	
Unser Forscherberio	:ht:

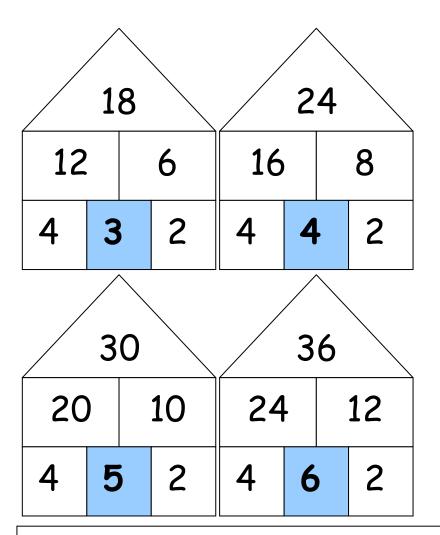
# Forscherrunde zu Forscherauftrag Nr. \_\_\_\_

(ii; ? ?)

Namen der Forscher:	

Unser Forscherbericht:

Forscherauftrag 4 Forscherrunde



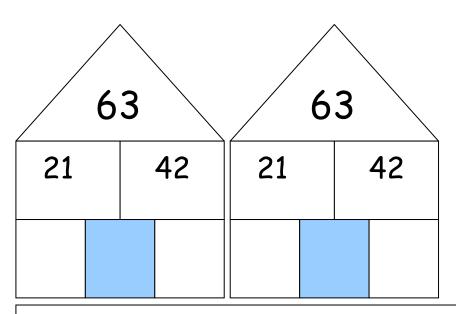
# Forscherrunde zu Forscherauftrag 4

- 1. Zu welchen Häusern passen die Malfelder? Ordnet sie zu.
- 2. Warum wird die linke Zahl in der Wohnung immer um 4 größer? Warum wird die rechte Zahl in der Wohnung immer um 2 größer?
- 3. Könnt ihr jetzt erklären, warum die Dachzahl immer <u>um 6 größer</u> wird?

Forscherauftrag 4 Forscherrunde

	4 · 4			4 · 5
	4 · 2			5 · 2
		4 · 6		4 · 3
		4 · 6		4 · 3
		4 · 6		4 · 3
		4 · 6		4 · 3
		4 · 6		4 · 3

Forscherauftrag 5 Forscherrunde



# Forscherrunde zu Forscherauftrag 5

Welche Zahl gehört unten im Keller in die Mitte?

Warum?

2

5

<u>6</u>

7

Forscherrunde zu Forscherauftrag 5

Welche Zahl gehört unten im Keller in die Mitte?

Warum?

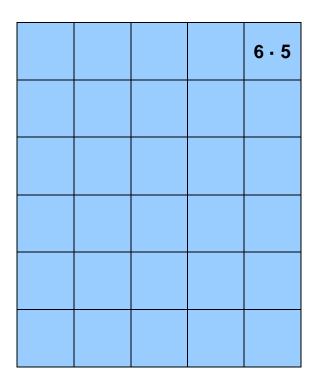
2

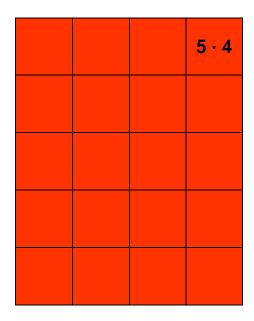
5

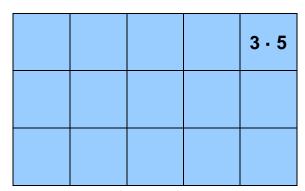
<u>6</u>

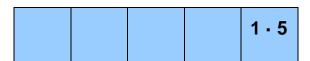
7

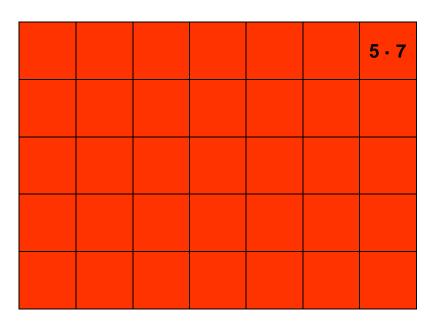
Forscherauftrag 9 Forscherrunde



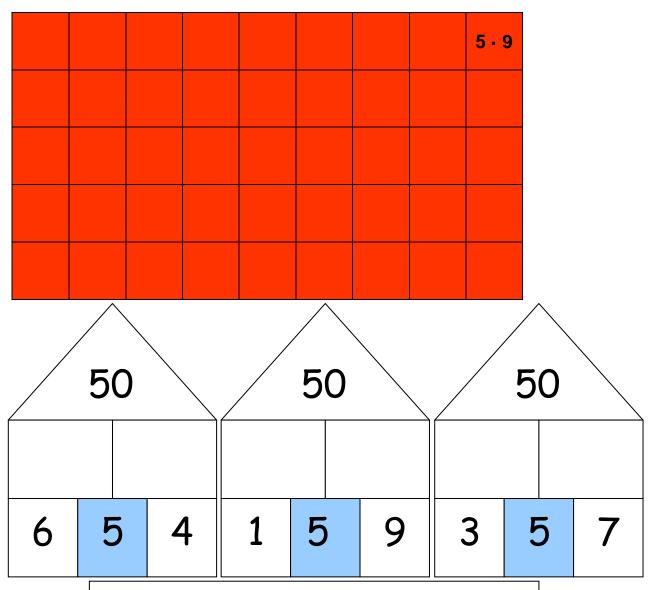








Forscherauftrag 9 Forscherrunde



# Forscherrunde zu Forscherauftrag 9

Immer 2 Felder passen zu einem Haus.

Legt immer 1 blaues und 1 rotes Feld zu einem großen Rechteckfeld zusammen.
Ordnet das passende Haus zu.

Könnt ihr jetzt begründen, warum jedes Haus die Dachzahl 50 hat?

#### "Mal-Plus-Häuser erforschen"

# 4. Einheit: "Kennen wir eine Strategie? Ein letztes Mal-Plus-Haus zum Knobeln."

# Darum geht es:

Zum Schluss der Einheit sollen die Schülerinnen und Schüler ihre Lernfortschritte überprüfen. Ziel der Auseinandersetzung mit den Forscheraufträgen war es, Erkenntnisse bezüglich der Struktur des Mal-Plus-Hauses zu gewinnen bzw. zu vertiefen und diese für die Lösung eines besonders schwierigen Knobel-Hauses zu nutzen. "Wie kann man die passenden Zahlen noch leichter finden? Gibt es eine Strategie?", lautete die übergreifende, zielleitende Forscherfrage am Ende der zweiten Einheit. Den Schülerinnen und Schülern wird eine ähnliche Aufgabe gestellt wie in der zweiten Einheit (passende Mal-Plus-Häuser zu einer vorgegebenen Dachzahl finden). Nach der Bearbeitung dieser Aufgabe erhalten die Kinder ihren ausgefüllten Selbsteinschätzungsbogen aus der Eingangs-Lernstandüberprüfung (2. Einheit) und einen weiteren Reflexionsbogen, der sich auf die erneute Problemstellung bezieht. Die Kinder vergleichen die Anzahl ihrer Fehlversuche und ihrer richtigen Lösungen aus beiden Bearbeitungen und beurteilen, ob sie ein solches Knobel-Haus nun leichter lösen konnten. Wenn sie gezielt eine Strategie angewandt haben, halten sie diese ebenfalls auf dem Reflexionsbogen fest. Letztendlich erfahren die Kinder durch diese Art der Selbstreflexion, dass sich das Forschen "gelohnt" hat und dass sie dadurch einen Zuwachs an Verständnis erworben haben.

### **Ziele**

- Eine problemhaltige Aufgabenstellung zum Mal-Plus-Haus lösen: Passende Zahlen zu einer gegebenen Dachzahl finden.
- Die eigene Vorgehensweise beschreiben
- Über den eigenen Lernzuwachs reflektieren
- Erkenntnisse bezüglich der Beziehung zwischen Mittel- und Dachzahl im Keller anwenden

#### Zeit

Ca. 60 min

## Schuljahr

2, 3

#### Lehrplanbezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Bereich:

Zahlen und Operationen

Schwerpunkte: Operationsvorstellungen, schnelles Kopfrechnen und Zahlenrechen

Prozessbezogene Kompetenzen Problemlösen/kreativ sein, Darstellen

#### Material

Lehrerin

Außentafel: Plakat 4 (Piko mit Forscherfrage).

Innentafel: Haus mit Dachzahl 42 mit Plakat 7 (Ideen-Piko), Plakat 8 (dreiteiliger Arbeitsauftrag).

Plakat 10 (Forscherrunde), Reflexionskarten, ggf. Spielregel auf Folie

Schüler

Arbeitsblatt mit Leerformaten (AB 1)
Reflexionsbogen
Leerformate für das Würfelspiel
ggf. Spielregel, Schulwürfel (möglichst mit Zahlen 1-9)



# So kann es gehen:

## 1. Einstieg

- Halbkreis vor der Tafel

L (Stummer Impuls) heftet Forscherfrage (Plakat 4) an die Tafel. "Erinnert ihr euch noch an dieses Knobel-Haus? Ihr habt inzwischen viel zu den Mal-Plus-Häusern geforscht und herausgefunden. Heute könnt ihr überprüfen, ob ihr nun wirklich ein solches Knobelhaus leichter lösen könnt."

L öffnet Tafel. Zu sehen ist ein Haus mit der Dachzahl 42 sowie "Ideen-Piko" (Plakat 7) mit Sprechblase: "Dazu gibt es bestimmt 20 verschiedene Häuser. Wie viele findest du?"

L nennt Arbeitsauftrag: "Tragt alle eure Versuche auf das Blatt mit den leeren Häusern ein. Versucht möglichst viele richtige Häuser zu finden. Kreist richtige Lösungen immer ein. Ihr habt 15 Minuten Zeit."; heftet dabei den Auftrag schrittweise an die Tafel (Plakat 8: Arbeitsauftrag). Weist die Kinder darauf hin, dass es wichtig ist, diese Knobelaufgabe wieder alleine zu bearbeiten, damit jeder für sich überprüfen kann, ob er ein solches Haus jetzt schneller lösen kann.

Die Blätter mit den Leerformaten werden (AB 1) ausgeteilt.

## 2. Arbeitsphase:

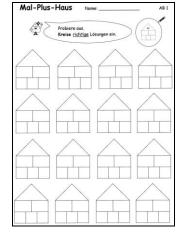
- Einzelarbeit

SuS bearbeiten den Arbeitsauftrag,

L ermutigt Kinder, gibt aber keine weiteren Hilfen.









## **Unterrichtsplanung 4. Einheit**

L unterbricht nach ca. 15 Minuten. Verteilt den Kindern den ausgefüllten Selbsteinschätzungsbogen aus der zweiten Einheit (Selbsteinschätzungsbogen; zweite Einheit) sowie den neuen Reflexionsbogen: "Ihr könnt nun selbst nachschauen, ob ihr heute für das Mal-Plus-Haus weniger Versuche benötigt habt und mehr richtige Mal-Plus-Häuser gefunden habt als beim ersten Mal. Auch bin ich gespannt, ob ihr eine Strategie gefunden habt, wie man möglichst einfach und schnell viele Lösungen finden kann."

## Anmerkungen:

## Vergleich mit dem Selbsteinschätzungsbogen aus der zweiten Einheit:

Zur schnelleren Übersicht kann die Lehrerin vorher die Anzahl der Versuche und der richtigen Lösungen auch auf einem post-it-Zettel auf dem ersten Selbsteinschätzungsbogen notieren. Dies macht vor allem dann Sinn, wenn die Kinder diesen nicht richtig ausgefüllt hatten.

## SuS

- tragen Anzahl der Fehlversuche und der richtigen Lösungen in den Reflexionsbogen ein (Nummer 1,2).
- schätzen den Schwierigkeitsgrad ein (Nummer 3)
- vergleichen mit Eintragungen auf dem Selbsteinschätzungsbogen und schätzen ihren Lernfortschritt ein (Nummer 4)
- notieren ihre Strategie (Nummer 5)
- L hilft ggf. beim Ausfüllen (bei den Nummern 1 − 4)









### "Mal-Plus-Häuser erforschen"

## 3. Gemeinsame Abschlussreflexion:

## - Kreis/Meldekette

L legt einige Forscherhefte, Arbeitsblätter und Plakate aus der Unterrichtsreihe in die Mitte. "Ihr habt in den letzten beiden Wochen ein neues Übungsformat kennen gelernt und viel dazu geforscht. Heute blicken wir noch einmal darauf zurück."

SuS äußern sich zunächst frei in Meldekette.



- "Bei der Erforschung des Mal-Plus-Hauses habe ich gelernt,…"
- "Mir hat die Arbeit mit dem Forscherheft gefallen, weil..."
- "Mit hat die Arbeit mit dem Forscherheft nicht so gut gefallen, weil..."
- "Am liebsten habe ich ...."
- "Der Austausch in den Forscherrunden hat mir geholfen, weil…"
- "Der Austausch in den Forscherrunden hat mir nicht geholfen, weil..."
- "Ich möchte gerne noch einmal mit einem anderen Forscherheft arbeiten, weil..."
- "Was ich sonst noch sagen möchte..."

SuS äußern sich in Meldekette.

## Anmerkung:

## Reduzierung der Reflexionskarten:

Sollten die Kinder bereits in der offenen Gesprächsphase einige Aspekte von den Reflexionskarten angesprochen haben, können diese selbstverständlich beim Auslegen entsprechend reduziert werden.





"Mal-Plus-Häuser erforschen"

## **Unterrichtsplanung 4. Einheit**

## 5. Abschluss der Reihe:

L kündigt an, dass die Forscher-Reihe zum Mal-Plus-Haus mit einem Würfelspiel beendet wird. Erarbeitet mit den SuS die Spielregel. (Lehrermaterial: Spielregel auf Folie ziehen oder den Kindern paarbzw. gruppenweise aushändigen)

SuS führen das Würfelspiel durch. Tragen Spielergebnisse in das Leerformat ein.

L lässt sich von einzelnen Kindern erklären, ob sie schon herausgefunden haben, worauf man beim Eintragen der Würfelzahlen achten sollte.

## Anmerkungen:

## Einsatz des Würfelspiels:

Natürlich kann das Spiel auch schon vorher eingeführt werden und z.B. zu Beginn oder am Ende einer Forscherstunde mit dem Forscherheft eingesetzt werden. Am Ende der Reihe stellt es noch einmal einen motivierenden Abschluss dar.

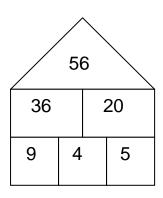
## Anzahl der Würfelaugen:

Es sollten möglichst Würfel mit den Zahlen 1 - 9 verwendet werden; notfalls auch normale Spielwürfel (1 - 6). Bei dem handelsüblichen Schulwürfel (0 - 10) kann für den Joker (Sternchen) eine 10 oder - bei entsprechenden Rechenfertigkeiten der Kinder - eine 20 eingesetzt werden.





# Bei der Erforschung des Mal-Plus-Hauses habe ich gelernt, ...



## Mir hat die Arbeit

mit dem

Forscherheft

Mein

Forscherheft

zum

Mal-Plus-Haus

Name:



gefallen, weil...

## Mir hat die Arbeit

mit dem

Forscherheft

Mein

Forscherheft

zum

Mal-Plus-Haus

Name:



nicht gefallen, weil...

## Am liebsten

habe ich...

# Der Austausch in den Forschergruppen hat mir geholfen,

weil...

# Der Austausch in den Forschergruppen hat mir nicht geholfen, weil...

## Ich möchte gerne noch einmal mit einem Forscherheft

arbeiten, weil...

Mein

Forscherheft

Zι

•••••

# Was ich sonst noch sagen möchte...

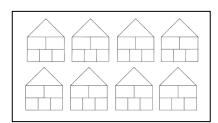
## Wer erreicht die höchste Dachzahl?



2 - 4 Spieler

## Ihr braucht:

- 1 Würfel
- 100
- 1 Spielplan für jeden Spieler



**Ziel**: Wer erreicht die höchste Dachzahl?

**Regeln**: 1. Würfelt abwechselnd.

Nach jedem Wurf trägst du deine Würfelzahl in <u>irgendein Kellerfeld</u> im **ersten** Haus ein



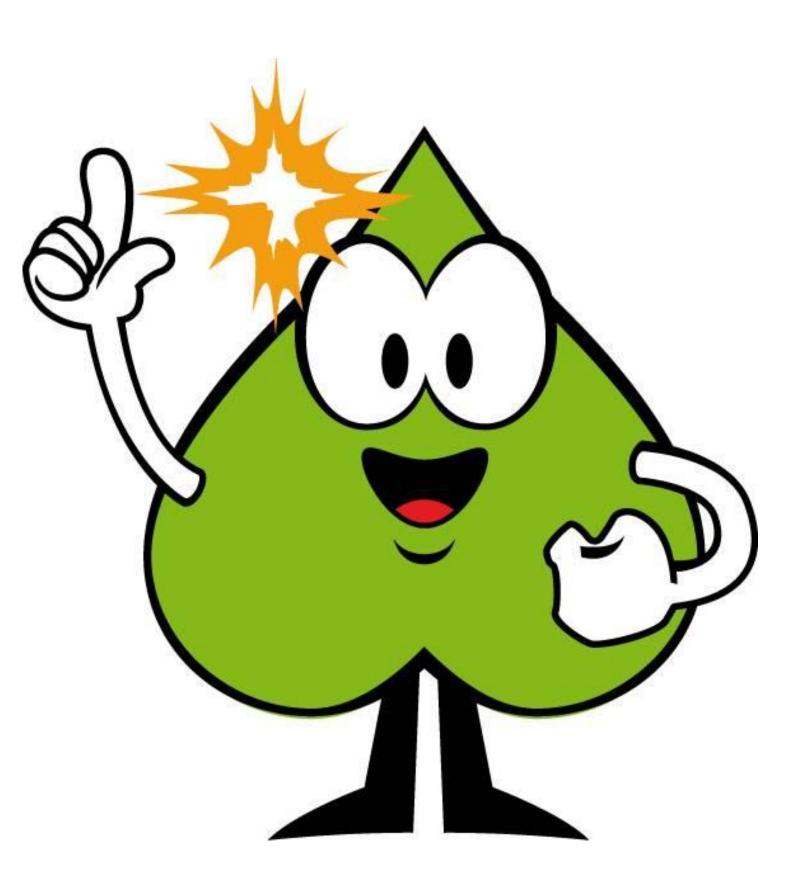
Nach 3 Würfelrunden hast du alle deine 3 Zahlen im Keller eingetragen.

Rechne jetzt dein Haus aus.

- 3. <u>Gewinner</u> ist, wer in seinem Haus die höchste Dachzahl erreicht hat.
- 4. Danach beginnt ein neues Spiel. Wer hat nach 8 Spielen am häufigsten gewonnen?







# Tragt <u>alle eure</u> Versuche auf

das Blatt ein.

## Versucht, möglichst viele richtige Häuser zu finden.

## Zeit:

## 15 Minuten





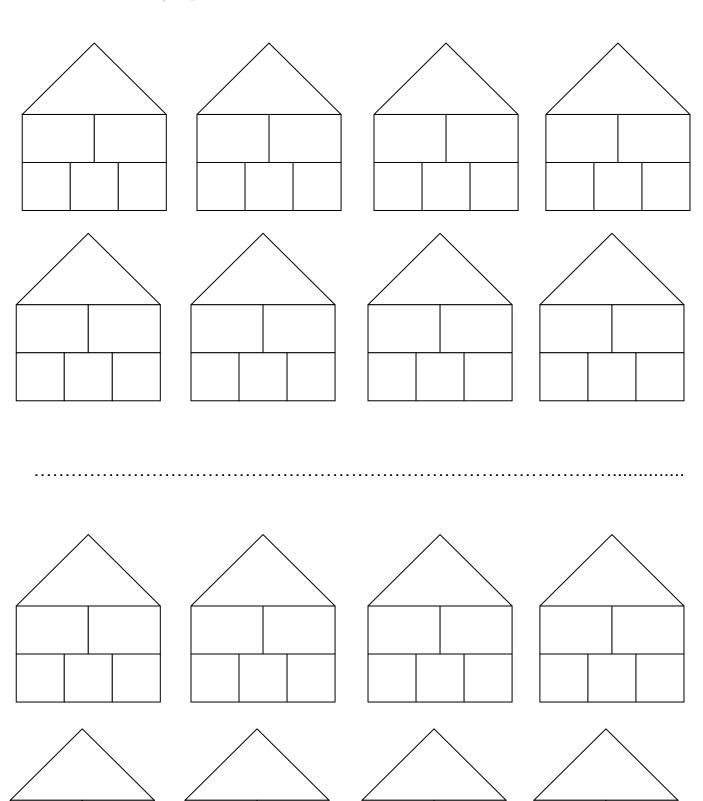
## Mal-Plus-Häuser zum Knobeln

Beim ersten Mal:	heute:
56	42
	Du hast ganz viel in deinem Forscherheft geforscht und viel entdeckt.  - Konntest du ein solches Knobel-Haus heute leichter lösen als am Anfang?  - Konntest du mehr richtige Häuser finden? Hattest du eine Strategie?
1. Ich habe heute\	/ersuche benötigt.
2. Ich habe heuteı	richtige Häuser gefunden.
3. Ich fand das Knobel-h sehr schwer ein	Haus n bisschen schwer total leicht
4. Ich konnte das Knob	elhaus <u>heute besser lösen</u> als beim ersten Mal.

. Ich konnte eine Strategie anwenden. So bin ich vorgegangen:					



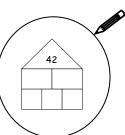
Hier kannst du auch Mal-Plus-Häuser zeichnen und Zahlen markieren.

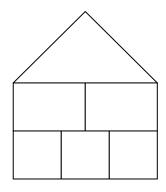


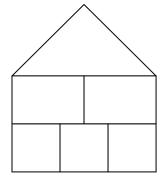


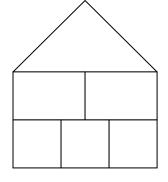
Probiere aus.

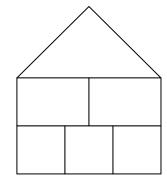
Kreise <u>richtige</u> Lösungen ein.

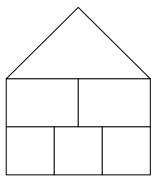


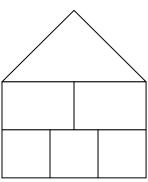


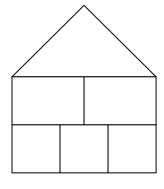


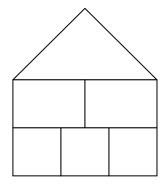


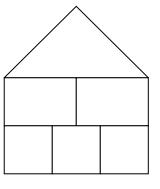


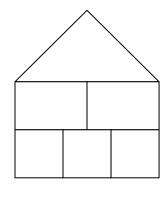


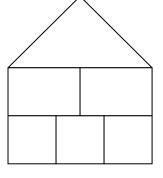




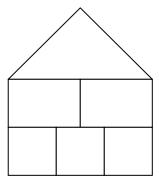


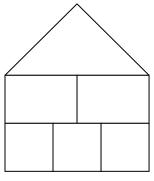


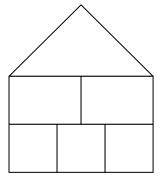


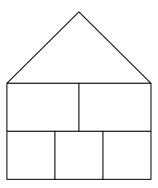


		_











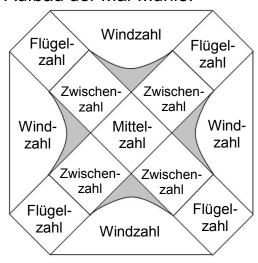
## Info-Papier

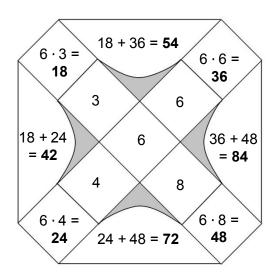
## Die Mal-Mühle: ein Übungsformat zum multiplikativen Rechnen

Bei der Mal-Mühle handelt es sich um ein Aufgabenformat, das sich zum beziehungsreichen Üben des Einmaleins eignet und sich im Aufbau dem des Mal-Plus-Hauses ähnelt:

Es werden hauptsächlich multiplikative, in geringerem Umfang auch additive Operationen durchgeführt. Je nachdem, welche Zahlen vorgegeben sind, werden für die Ermittlung der fehlenden Werte neben der Multiplikation (und der Addition) auch die beiden Umkehroperationen Division (und Subtraktion) verlangt.

## Aufbau der Mal-Mühle:

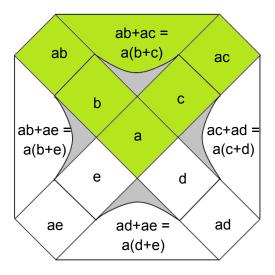




Begonnen wird in der Mitte mit der Mittelzahl.

Die Mittelzahl wird in alle vier Richtungen mit einer Zwischenzahl multipliziert. Das Produkt, die Flügelzahl, wird im letzten Feld des Flügels notiert.

Zwischen zwei Flügelzahlen wird deren Summe, die Windzahl, notiert.



Um die Windzahlen zu bestimmen, ohne zuvor die Flügelzahlen auszurechnen, kann in alle vier Richtungen das Distributivgesetz genutzt werden:

Beispiel:

$$ab + bc = a \cdot (b + c)$$

Jede der vier Windzahlen lässt sich somit direkt berechnen, indem zwei benachbarte Zwischenzahlen addiert und mit der Mittelzahl multipliziert werden.

Die Mal-Mühle stellt eine Erweiterung des Mal-Plus-Hauses dar. In dem Ausschnitt zweier benachbarter Flügel findet sich die Struktur des Mal-Plus-Haues in einer anderen Darstellungsweise wieder.

Bei der Mal-Mühle handelt es sich somit eine ringförmige Verknüpfung von vier Mal-Plus-Häusern. Die Mal-Mühle eignet sich daher hervorragend als zusätzliches erweiterndes Angebot zum Mal-Plus-Haus; insbesondere für leistungsstärkere und besonders interessierte Kinder.

Zur Mal-Mühle gibt es verschiedenste Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Zielvorstellungen und Anforderungen.

Eine Aufgabenauswahl von Ausgaben findet sich in dem "Forscherheft":

- 1) Berechnen fehlender Zahlen (Förderung des flexiblen Rechnens)
  - gegeben sind die Mittelzahl und die vier Zwischenzahlen
  - gegeben sind die Mittelzahl und die vier Flügelzahlen
  - gegeben sind die Mittelzahl, zwei Zwischenzahlen und zwei Flügelzahlen
  - gegeben sind die Mittelzahl, die vier Zwischenzahlen und die vier Windzahlen
  - gegeben sind vier Flügelzahlen
  - gegeben sind drei Windzahlen
- **2) Forscheraufgaben**: Operative Aufgabenvariationen (Förderung des beziehungshaltigen Rechnens; Erkennen des Distributivgesetzes)

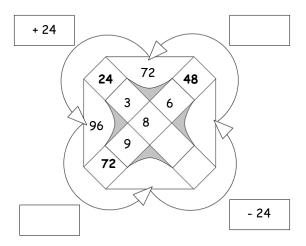
Was passiert mit der Flügelzahl innerhalb eines Flügels, wenn...

- ... die Mittelzahl um 1 erhöht wird?
- ⇒ Die Flügelzahl erhöht sich um die Zwischenzahl.
- ... die Mittelzahl um 2 erhöht wird?
- ⇒ Die Flügelzahl erhöht sich um das Zweifache der Zwischenzahl.
- ... die Zwischenzahl um 1 erhöht wird?
- ⇒ Die Flügelzahl erhöht sich um die Mittelzahl.
- Wie viele Zwischenzahlen musst du verändern, damit sich alle vier Windzahlen ändern?
- ⇒ Die Veränderung einer Zwischenzahl zeigt, dass sich zwei Windzahlen ändern. Um alle vier Windzahlen zu verändern, reicht es folglich, zwei Zwischenzahlen zu erhöhen/verringern. Zu beachten ist, dass die beiden Zwischenzahlen sich gegenüberliegen; andernfalls kommt es nur zu einer Veränderung von drei Windzahlen.
- **3) Problemstellungen**: Ermittlung fehlender Zahlen in den Mal-Mühlen, die nicht durch direktes Ausrechnen zu finden sind (Förderung des systematischen Probierens; Nutzen des Distributivgesetzes)
  - Bestimmen der fehlenden Zwischenzahlen (Mittelzahl und Windzahlen sind gegeben, die Flügelzahlen dürfen nicht bestimmt werden).
  - ⇒ Nutzung des Distributivgesetzes: Zunächst muss die Summe zwei benachbarter Zwischenzahlen bestimmt werden, indem die Windzahl durch die Mittelzahl dividiert wird. Da die Summe zweier Windzahlen bekannt ist, werden die beiden Summanden (Zwischenzahlen) probierend bestimmt.

• Bestimmen der fehlenden Zahlen bei nur drei gegebenen Flügelzahlen In einem ersten Schritt werden die zwei Windzahlen berechnet, die von den bereits gegebenen Flügelzahlen umgeben sind (im Beispiel die 72 und die 98). Nun kann die Mittelzahl ermittelt werden. Welchen Teiler haben die Flügel- und Windzahlen gemeinsam? Im Beispiel könnte das die 8 sein, wobei auch andere Mittelzahlen wie die 2 oder 4 möglich wären. Die fehlenden Zwischenzahlen können jetzt durch Division der Flügelzahl durch die Mittelzahl bestimmt werden.

Beispiel (Profi-Forscherauftrag 11 aus dem Forscherheft):

Die noch fehlende vierte Flügelzahl wird probierend ermittelt. Nachdem die Wahl auf eine Zwischenzahl gefallen ist, wird die Flügelzahl berechnet. In einem nächsten Schritt werden die beiden letzten Windzahlen berechnet.



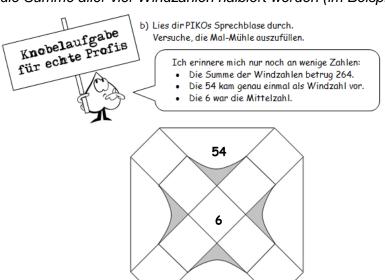
Gegeben sind bei dem Forscherauftrag nur die fettgedruckten Flügelzahlen

Ob es sich bei der Zwischenzahl um die richtige handelt, muss mithilfe der Windzahlen überprüft werden:

- a. Die Summe zweier sich gegenüberliegender Windzahlen ist gleich.
- b. Die Windzahlen verändern sich die Windzahlen regelmäßig: Wird eine Windzahl in Pfeilrichtung um 24 größer, so wird die gegenüberliegende Windzahl in Pfeilrichtung um 24 kleiner.

 Bestimmen der fehlenden Zahlen bei gegebener Mittelzahl, einer Windzahl und der Summe der Windzahlen

Da die Summen gegenüberliegender Windzahlen gleich sind, kann in einem ersten Schritt die Summe aller vier Windzahlen halbiert werden (im Beispiel: 264 : 2 = 132).

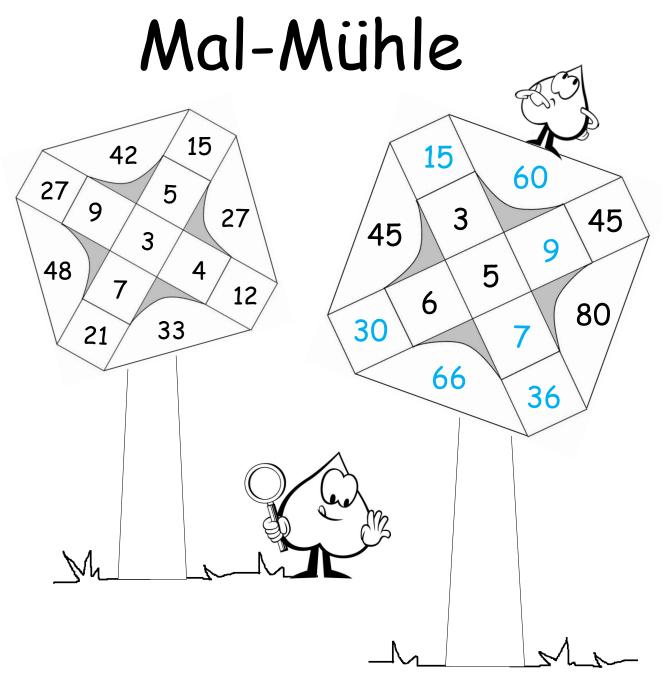


78

Die Windzahl, die 54 gegenüberliegt, lässt sich somit per Subtraktion ermitteln: 132 – 54 = 78.

Nun gilt es, die beiden noch fehlenden Windzahlen zu finden. Mit Hilfe der Pfeildarstellung (siehe obige Abbildung) können die Windzahlen probierend ermittelt werden. Alle Windzahlen müssen durch 6 teilbar sein.

## Lösungsheft Mein Forscherheft zur





vertauschen wird um ... größer/kleiner

erhöhen verringern bleibt gleich

beide Zahlen ergeben zusammen ...

addieren

abziehen/subtrahieren in der Dreierreihe ...

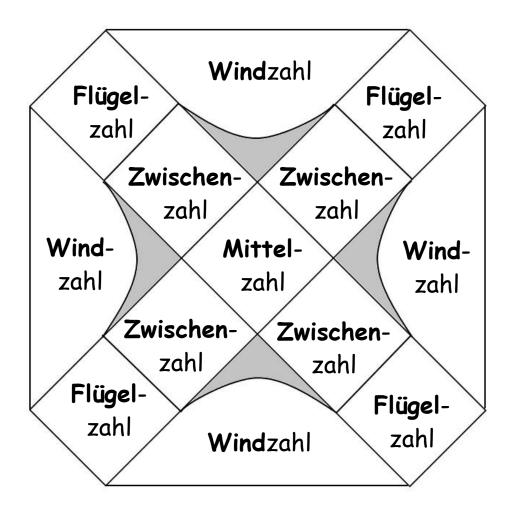
malnehmen/multiplizieren aus der Viererreihe

teilen/dividieren

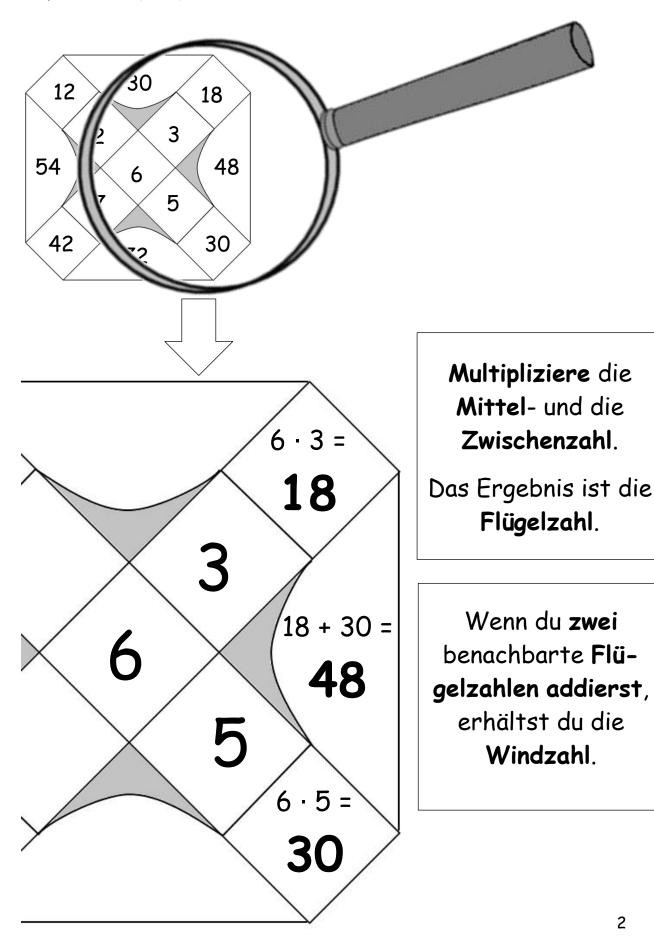
Zuerst habe ich ... Mir ist aufgefallen, dass ...

Danach habe ich ... Dann habe ich gebaut gewusst, dass ...

Deshalb habe ich ...



## Aufbau der Mal-Mühle



In diesem Forscherheft findest du viele Forscheraufträge.

Du kannst alleine 🕝 oder mit einem Partnerkind 🔗 arbeiten.

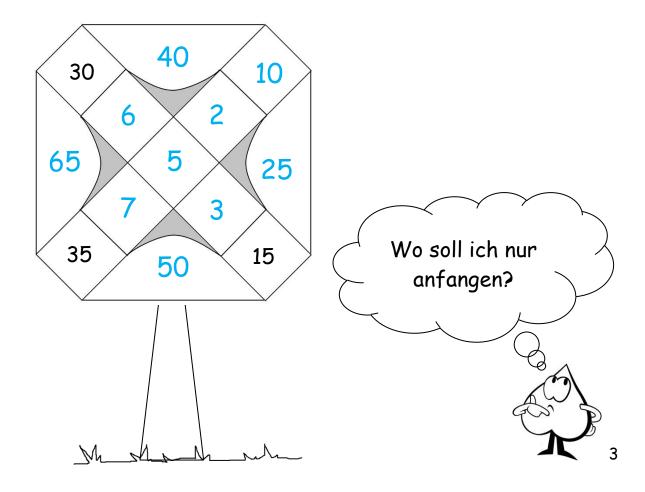
Manchmal macht ihr eine Forscherrunde.

Die Forscherrunden erkennst du an den vier Gesichtern:

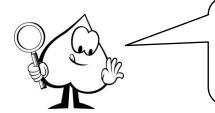
In einer kleinen Gruppe stellt ihr euch dann vor, was ihr bislang herausgefunden habt. Außerdem löst ihr noch gemeinsam einen neuen Forscherauftrag. Dort könnt ihr zeigen, dass ihr alles gut verstanden habt.

Manche Mal-Mühlen werden ganz schön kniffelig sein.
Probiere zunächst auf einem Blatt mit leeren Mal-Mühlen, bevor du deine Lösung in das Forscherheft einträgst. Eine Seite mit leeren Mal-Mühlen findest du auf der letzten Seite deines Forscherheftes.

Schon bald wirst du in der Lage sein, eine "Knobel-Mal-Mühle" wie diese hier zu lösen:

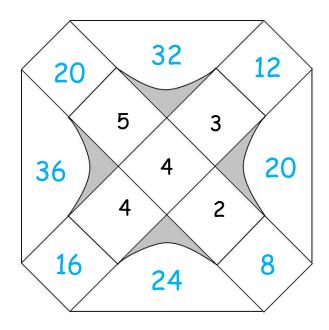


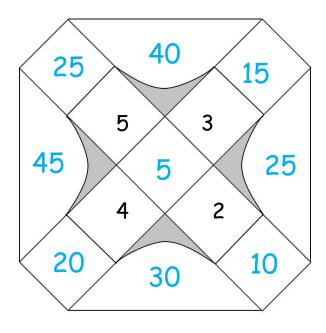
## Forscherauftrag 1



Was passiert mit den Flügelzahlen, wenn die Mittelzahl um eins größer wird?

a) Rechne die linke Mühle aus.
 Erhöhe die Mittelzahl um 1.
 Löse auch die zweite Mühle. Was fällt dir auf?





## Meine Entdeckung:

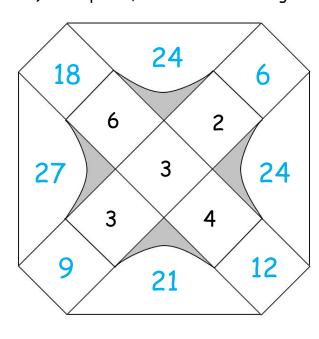
Die Flügelzahlen werden größer. Die 20 wird um 5 größer, die 12 wird um 3 größer, die 8 wird um 2 größer und die 16 wird um 4 größer. Die Flügelzahl erhöht sich immer um die Zwischenzahl.

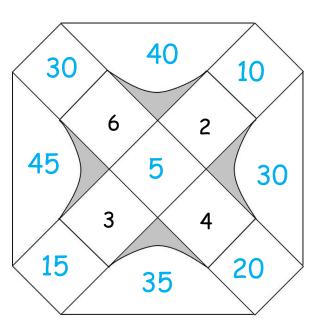
## b) Vermute.

Wie verändern sich die Flügelzahlen, wenn die Mittelzahl um 2 größer wird?

Ich vermute,		

c) Überprüfe, ob deine Vermutung stimmt.

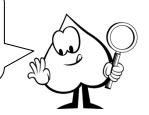




59
Ja, meine Vermutung war richtig.
Nein, meine Vermutung war falsch.
Ich habe jetzt entdeckt: Wenn die Mittelzahl um 2 größer wird, dann werden
die Flügelzahlen

## Forscherauftrag 2

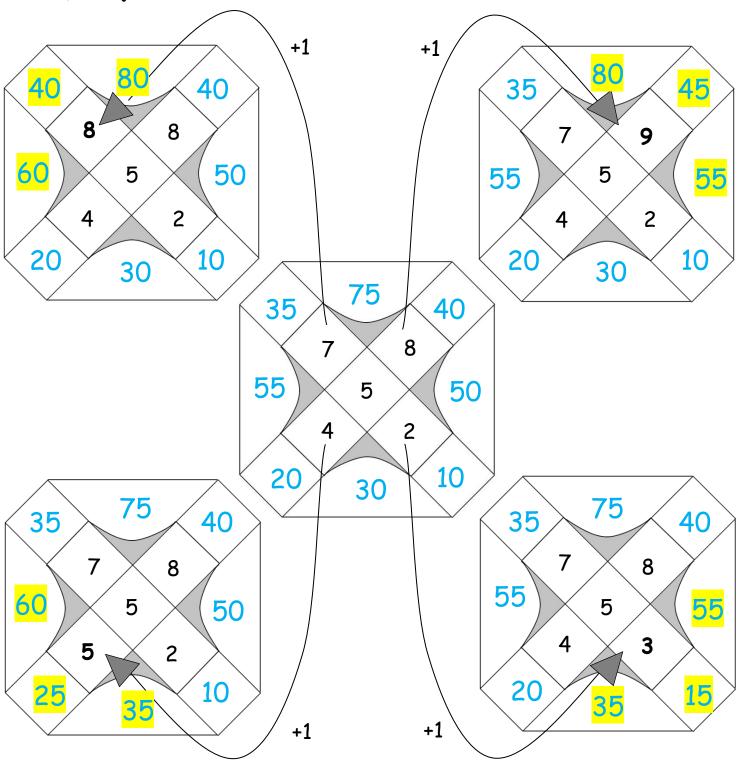
Was passiert, wenn immer eine Zwischenzahl um 1 größer wird?



In der Mitte siehst du die "Start-Mühle".

Nacheinander wird jeweils eine Zwischenzahl um 1 erhöht.

a) Löse jede Mühle.



b) Vergleiche die Mühle in der Mitte mit den äußeren. Welche Zahlen haben sich verändert? Markiere. Wie viele Zwischenzahlen muss ich ändern, damit sich alle vier Windzahlen erhöhen?



c) Vermute zuerst.

Ich glaube, ich muss \_\_\_\_\_ Zwischenzahlen erhöhen.

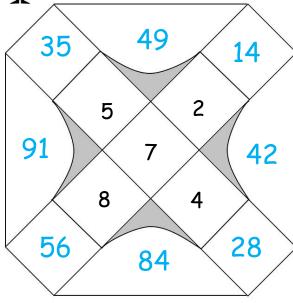
d) Überprüfe.

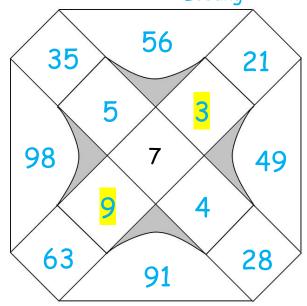
Verändere in der rechten Mühle so wenige Zwischenzahlen wie nur möglich. Achtung! Dadurch sollen sich alle vier Windzahlen erhöhen.



Tipp: Probiere erst auf einem Blatt mit leeren Mal-Mühlen.

Eine mögliche Lösung:



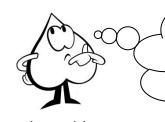


Wann reicht es, nur 2 Zwischenzahlen zu erhöhen? Was kannst du über die Lage der Zwischenzahlen sagen?

Die beiden Zwischenzahlen liegen sich gegenüber.				

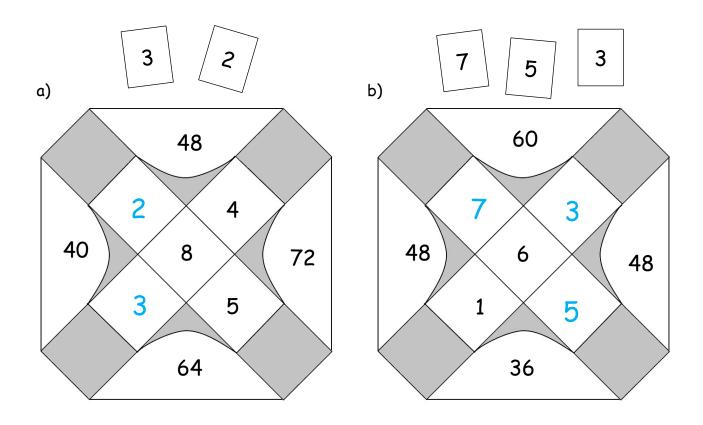


## Forscherauftrag 3



Gibt es einen Weg, die Windzahlen direkt auszurechnen?

Probiere. Setze die fehlenden Zwischenzahlen ein. <u>Achtung</u>! Die grauen Felder darfst du nicht ausfüllen.





Na klar! Ich muss einfach nur die beiden nebeneinander liegenden Zahlen ...

Was meint PIKO?

Kannst du es erklären?

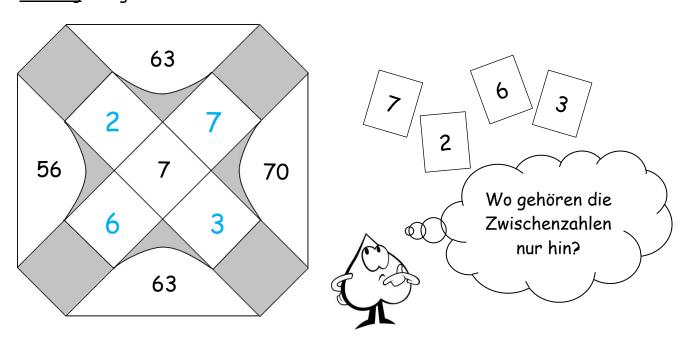
Einen zusätzlichen Tipp findest du auf der nächsten Seite unten.

Ich addiere zwei Zwischenzahlen, die nebeneinander liegen, zum Beispiel 2+3 = 5.

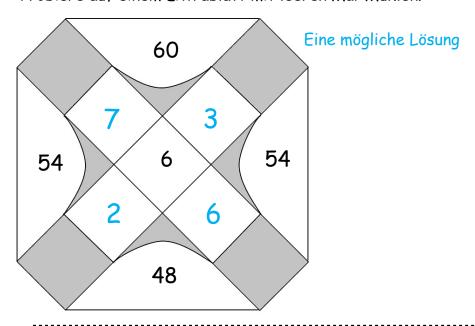
Jetzt kann ich 8 · 5 rechnen. Das Ergebnis 40 ist die Windzahl.

## Forscherauftrag 4

Setze die fehlenden Zwischenzahlen ein. <u>Achtung</u>! Die grauen Felder darfst du nicht ausfüllen.

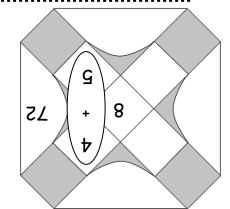


Kannst du auch diese Mühle lösen? Probiere auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen!



nander liegen. Kommen dir die Zahlen 8, 9 und 72 bekannt vor?

Addiere zwei Zwischenzahlen, die nebenei-



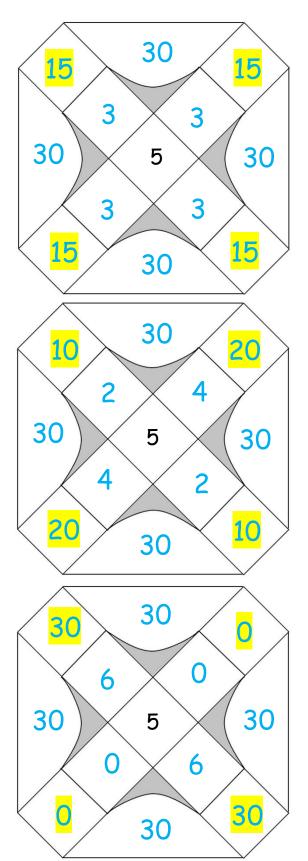


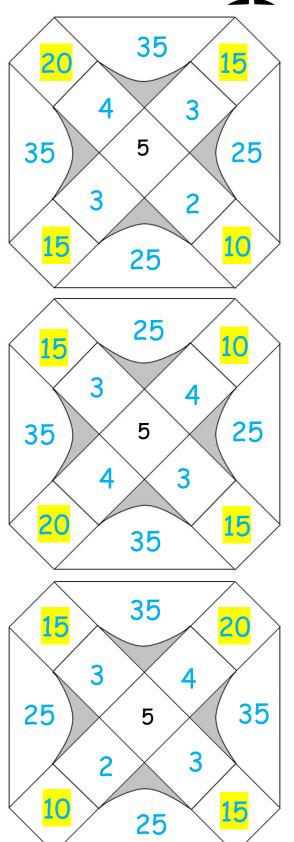
Die Summe der vier Flügelzahlen soll 60 sein.



10

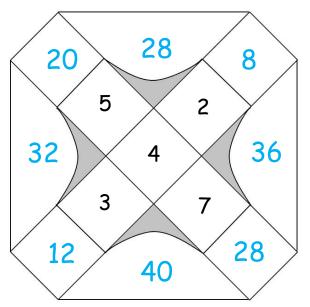
#### Findest du sechs verschiedene Mal-Mühlen? Mögliche Lösungen:



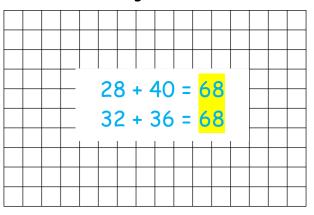


Jetzt schaue ich mir die Windzahlen mal genauer an!

a) Löse die Mühle.



Platz für Rechnungen:

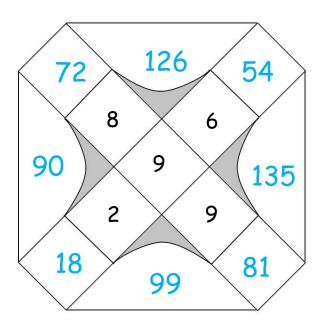


b) Addiere immer zwei Windzahlen, die sich gegenüberliegen. Was fällt dir auf?

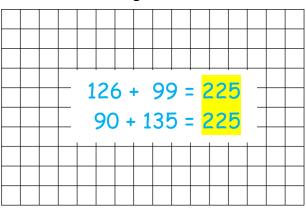
Mir fällt auf, dass die Summe bei beiden Aufgaben 68 ist.

Die Summen sind gleich.

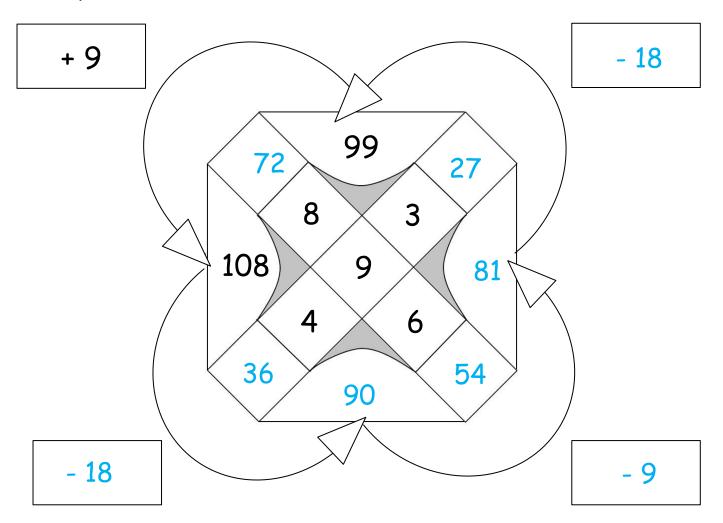
c) Ist das immer so? Überprüfe.



Platz für Rechnungen:



a) Löse die Mal-Mühle.



b) Um wie viel werden die Windzahlen in Pfeilrichtung größer oder kleiner? <u>Beispiel</u>:

Schreibe + 9 in den Kasten, wenn die Windzahl in Pfeilrichtung 9 größer wird. Schreibe - 9 in den Kasten, wenn die Windzahl in Pfeilrichtung 9 kleiner wird.

c) Schaue dir die ausgefüllten Kästen an. Was fällt dir auf?

Mir fällt auf, dass die Zahlen in gegenüberliegenden Kästen gleich sind. Nur die Rechenzeichen sind verschieden. Wird auf der einen Seite die Windzahl in Pfeilrichtung 9 größer, wird sie auf der anderen Seite 9 kleiner.

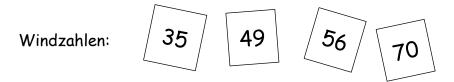




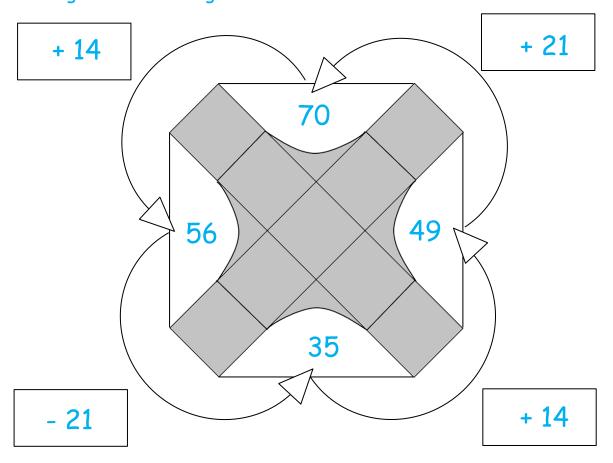
a) Setze die Windzahlen ein. Achtung! Die grauen Felder dürfen nicht ausgefüllt werden.



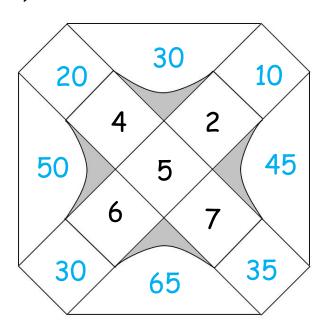
Tipp: Probiere zunächst auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen.



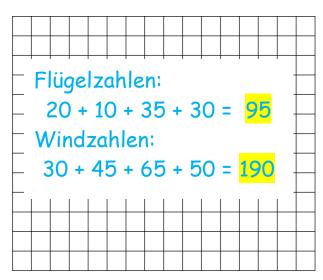
#### Mögliche Anordnung der Windzahlen:



a) Löse die Mal-Mühle.



#### Platz für Rechnungen:

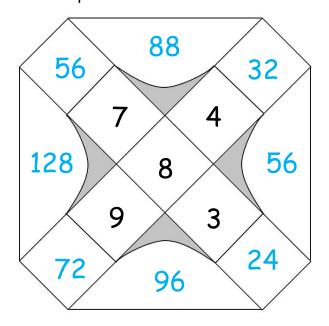


- b) Addiere die vier Flügelzahlen. Addiere die vier Windzahlen.
- c) Vergleiche die Summe der Flügelzahlen mit der Summe der Windzahlen. Was fällt dir auf?

Mir fällt auf, dass die Summe der Windzahlen das Doppelte der Summe der

Flügelzahlen ist.

d) Ist das immer so? Überprüfe!

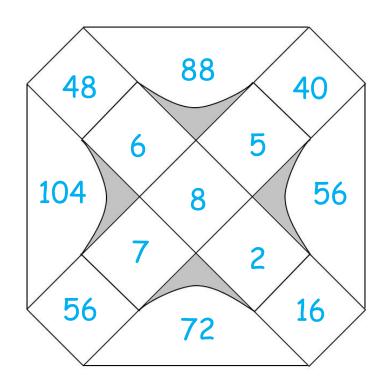


Platz für Rechnungen:



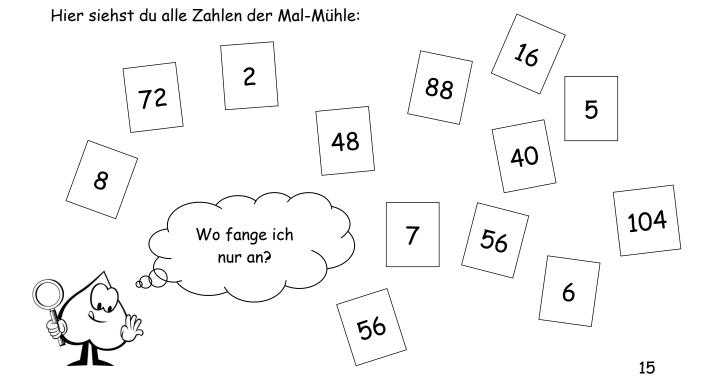


Setze die untenstehenden Zahlen richtig ein.





**Tipp**: Probiere zunächst auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen.



#### Profi - Forscherauftrag 11

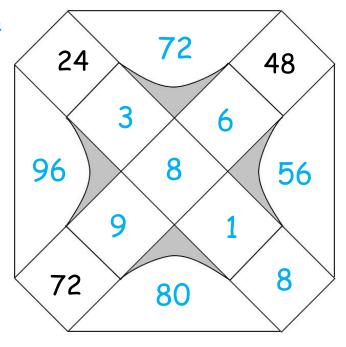
blatt mit leeren Mal-Mühlen.

Probiere auf einem Extra-



a) Setze die fehlenden Zahlen ein.

Eine mögliche Lösung:



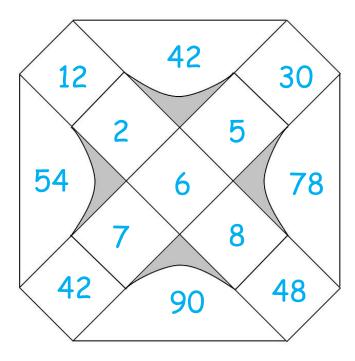
Knobelaufgabe für echte Profis

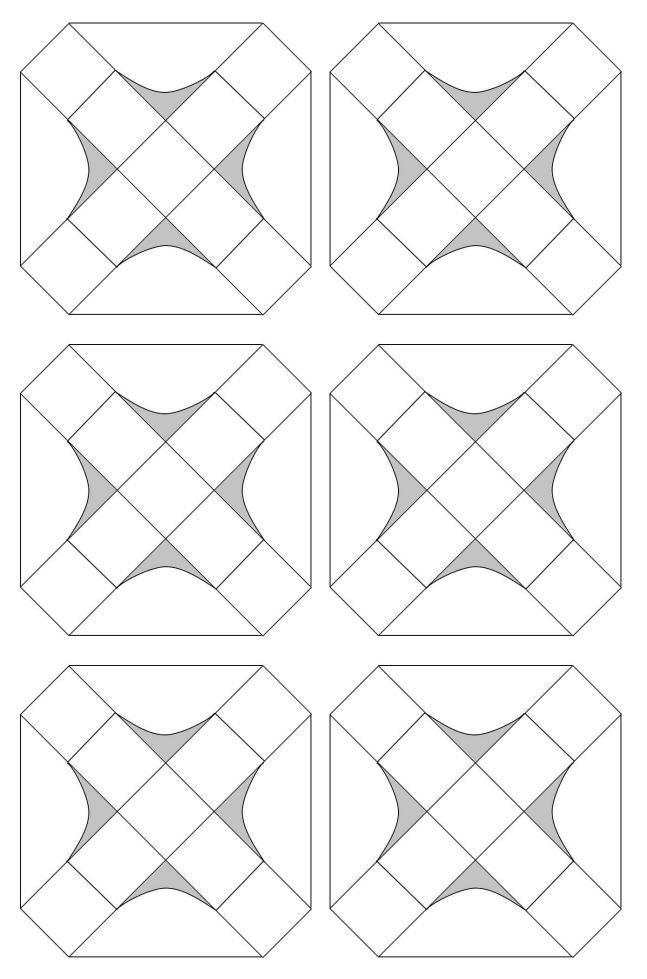
b) Lies dir PIKOs Sprechblase durch. Versuche, die Mal-Mühle auszufüllen.

Ich erinnere mich nur noch an wenige Zahlen:

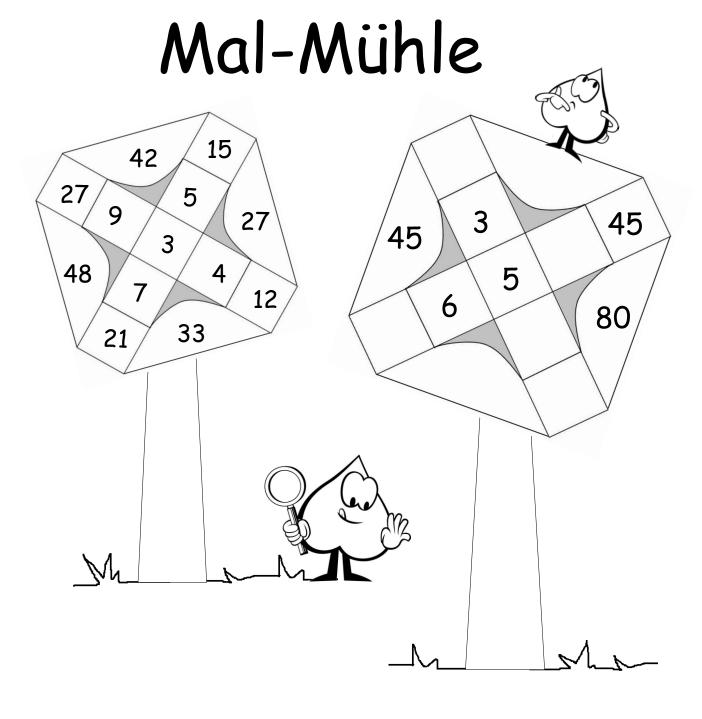
- Die Summe der Windzahlen betrug 264.
- Die 54 kam genau einmal als Windzahl vor.
- Die 6 war die Mittelzahl.

Eine mögliche Lösung:





# mein Forscherheft zur



Name:\_\_\_\_\_



vertauschen wird um ... größer/kleiner

erhöhen verringern bleibt gleich

beide Zahlen ergeben zusammen ...

addieren

abziehen/subtrahieren in der Dreierreihe ...

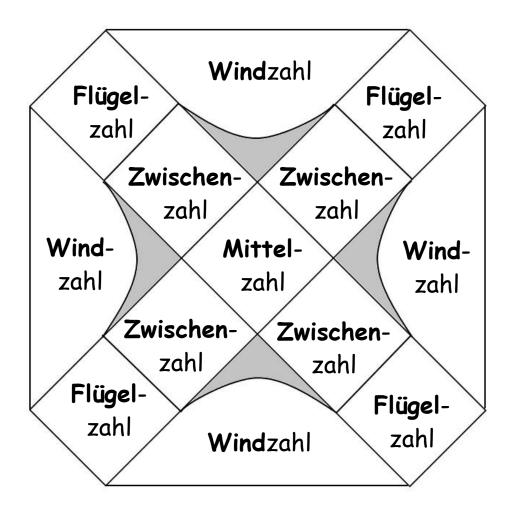
malnehmen/multiplizieren aus der Viererreihe

teilen/dividieren

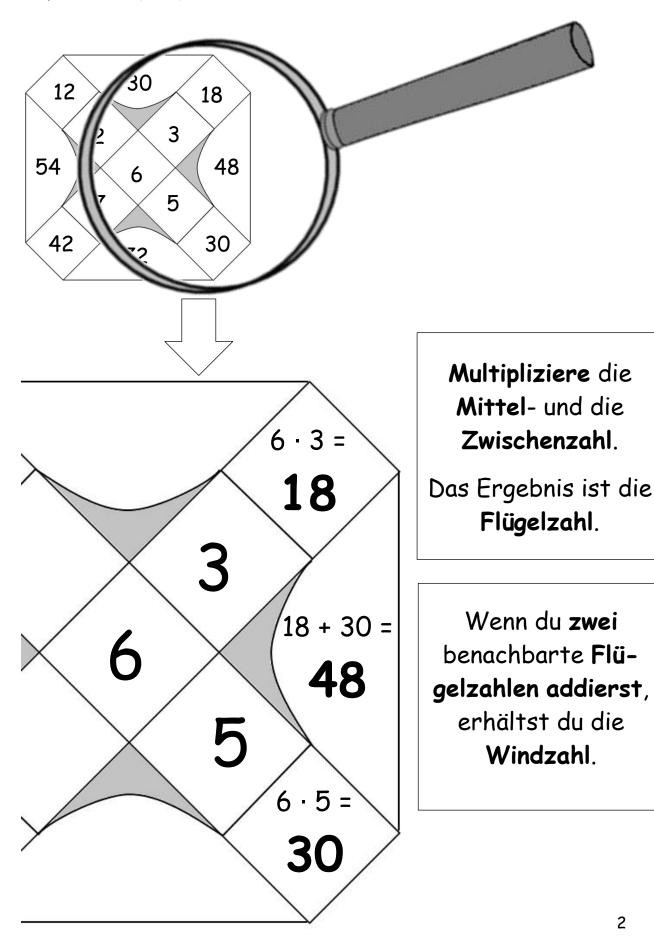
Zuerst habe ich ... Mir ist aufgefallen, dass ...

Danach habe ich ... Dann habe ich gebaut gewusst, dass ...

Deshalb habe ich ...



#### Aufbau der Mal-Mühle



In diesem Forscherheft findest du viele Forscheraufträge.

Du kannst alleine 🕝 oder mit einem Partnerkind 🔗 arbeiten.

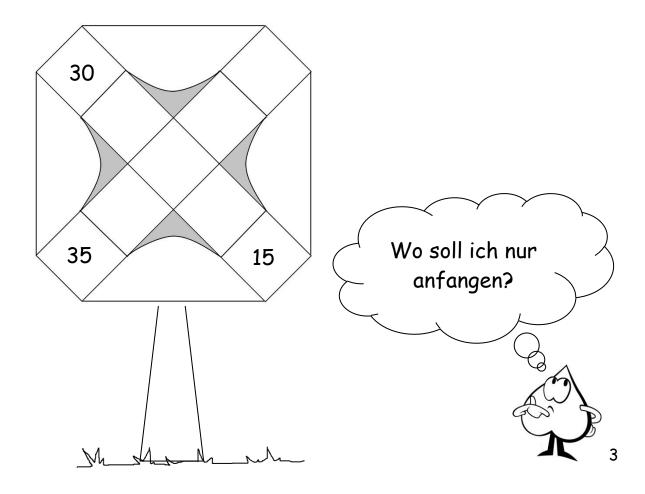
Manchmal macht ihr eine Forscherrunde.

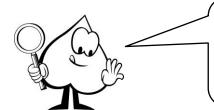
Die Forscherrunden erkennst du an den vier Gesichtern:

In einer kleinen Gruppe stellt ihr euch dann vor, was ihr bislang herausgefunden habt. Außerdem löst ihr noch gemeinsam einen neuen Forscherauftrag. Dort könnt ihr zeigen, dass ihr alles gut verstanden habt.

Manche Mal-Mühlen werden ganz schön kniffelig sein. Probiere zunächst auf einem Blatt mit leeren Mal-Mühlen, bevor du deine Lösung in das Forscherheft einträgst. Eine Seite mit leeren Mal-Mühlen findest du auf der letzten Seite deines Forscherheftes.

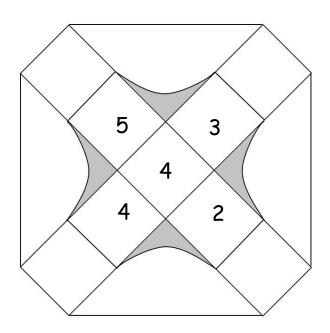
Schon bald wirst du in der Lage sein, eine "Knobel-Mal-Mühle" wie diese hier zu lösen:

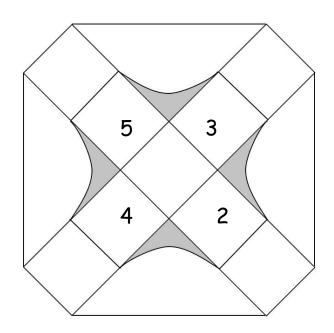




Was passiert mit den Flügelzahlen, wenn die Mittelzahl um eins größer wird?

a) Rechne die linke Mühle aus.
 Erhöhe die Mittelzahl um 1.
 Löse auch die zweite Mühle. Was fällt dir auf?





Meine Entdeckung:

Die Flügelzahlen			

Ich	vermute,					
c) (	Jberprüfe,	ob deine Vei	rmutung stim	ımt.		
	6 3	2 3 4			6	2
	1	ne Vermutung eine Vermutu	_			
Ich	habe jetz	entdeckt: \	Wenn die Mit	ttelzahl um	2 größer wir	d, dann werden
	Flügelzahle				<u> </u>	,
uie	i iugeizuille	<b>/11</b>				

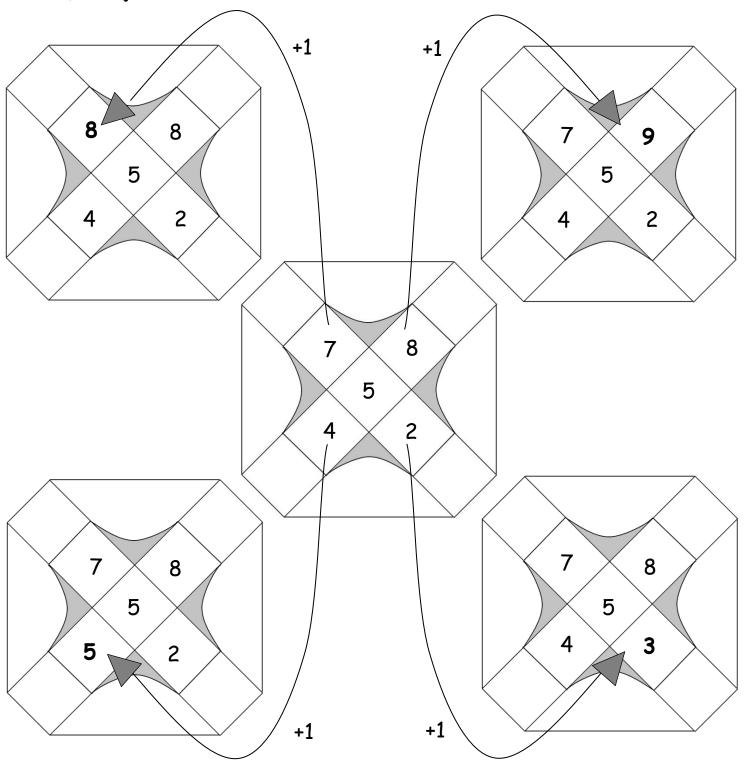
Was passiert, wenn immer eine Zwischenzahl um 1 größer wird?



In der Mitte siehst du die "Start-Mühle".

Nacheinander wird jeweils eine Zwischenzahl um 1 erhöht.

a) Löse jede Mühle.



b) Vergleiche die Mühle in der Mitte mit den äußeren. Welche Zahlen haben sich verändert? Markiere. Wie viele Zwischenzahlen muss ich ändern, damit sich alle vier Windzahlen erhöhen?



c) Vermute zuerst.

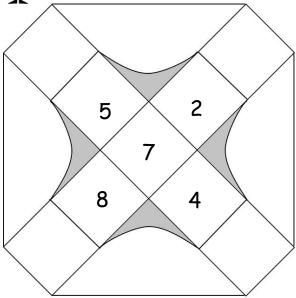
Ich glaube, ich muss \_\_\_\_\_ Zwischenzahlen erhöhen.

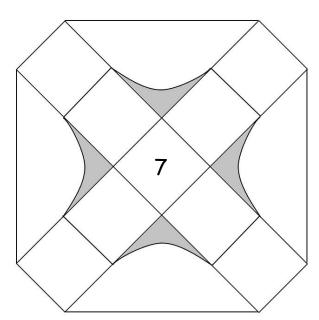
d) Überprüfe.

Verändere in der rechten Mühle so wenige Zwischenzahlen wie nur möglich. Achtung! Dadurch sollen sich alle vier Windzahlen erhöhen.



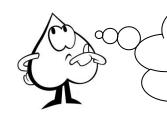
**Tipp**: Probiere erst auf einem Blatt mit leeren Mal-Mühlen.





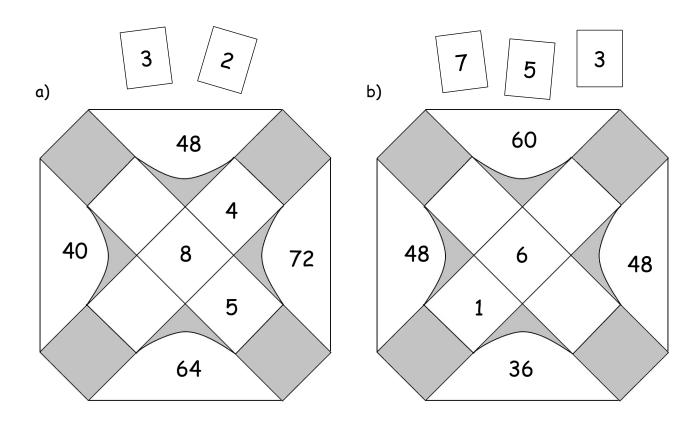
Wann reicht es, nur 2 Zwischenzahlen zu erhöhen? Was kannst du über die Lage der Zwischenzahlen sagen?





Gibt es einen Weg, die Windzahlen direkt auszurechnen?

Probiere. Setze die fehlenden Zwischenzahlen ein. Achtung! Die grauen Felder darfst du nicht ausfüllen.





Na klar! Ich muss einfach nur die beiden nebeneinander liegenden Zahlen ...

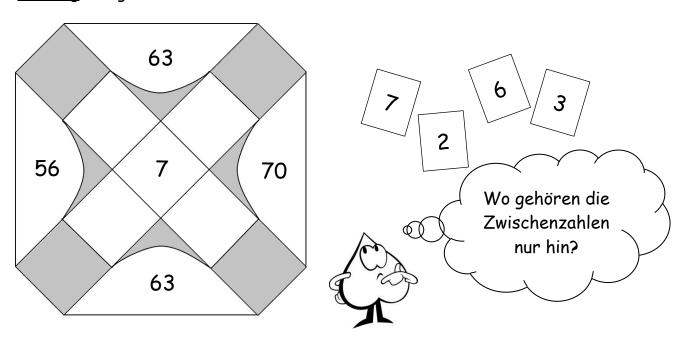
Was meint PIKO?

Kannst du es erklären?

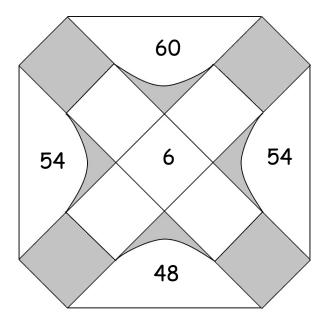
Einen zusätzlichen Tipp findest du auf der nächsten Seite unten.

Setze die fehlenden Zwischenzahlen ein.

<u>Achtung!</u> Die grauen Felder darfst du nicht ausfüllen.

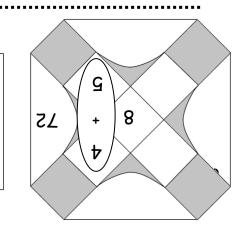


Kannst du auch diese Mühle lösen? Probiere auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen!



nander liegen. Kommen dir die Zahlen 8, 9 und 72 bekannt vor?

Addiere zwei Zwischenzahlen, die nebenei-

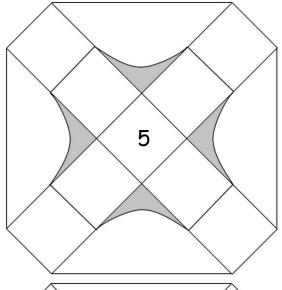


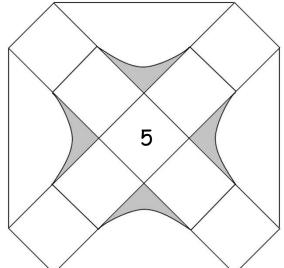


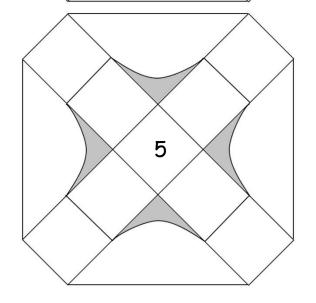
Die **Summe** der vier Flügelzahlen soll 60 sein.

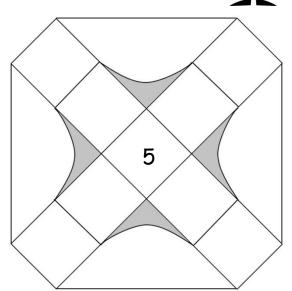


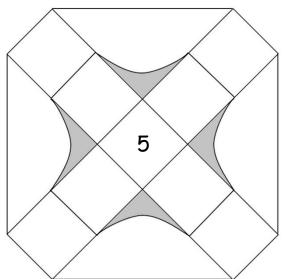
#### Findest du sechs verschiedene Mal-Mühlen?

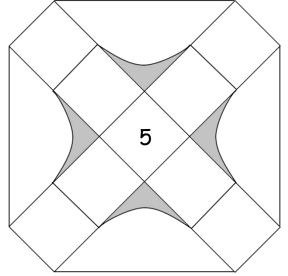








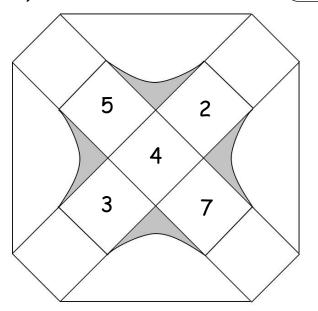




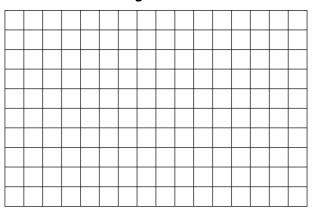
Jetzt schaue ich mir die Windzahlen mal genauer an!



a) Löse die Mühle.



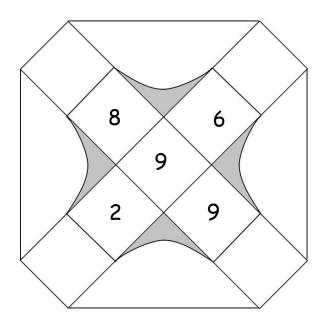
Platz für Rechnungen:



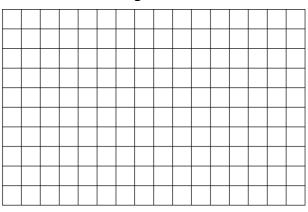
b) Addiere immer zwei Windzahlen, die sich gegenüberliegen. Was fällt dir auf?

Mir fällt auf, dass

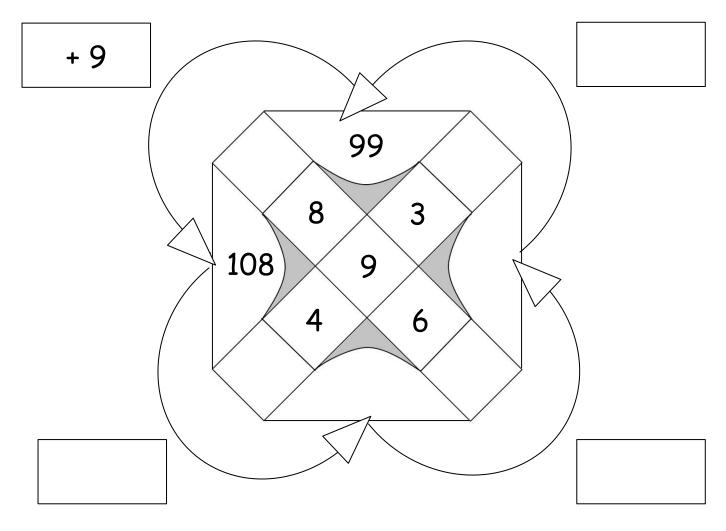
c) Ist das immer so? Überprüfe.



Platz für Rechnungen:



a) Löse die Mal-Mühle.



b) Um wie viel werden die Windzahlen in Pfeilrichtung größer oder kleiner? <u>Beispiel</u>:

Schreibe + 9 in den Kasten, wenn die Windzahl in Pfeilrichtung 9 größer wird. Schreibe - 9 in den Kasten, wenn die Windzahl in Pfeilrichtung 9 kleiner wird.

c) Schaue dir die ausgefüllten Kästen an. Was fällt dir auf?

Mir fällt auf, o	dass				
_		_	_	_	

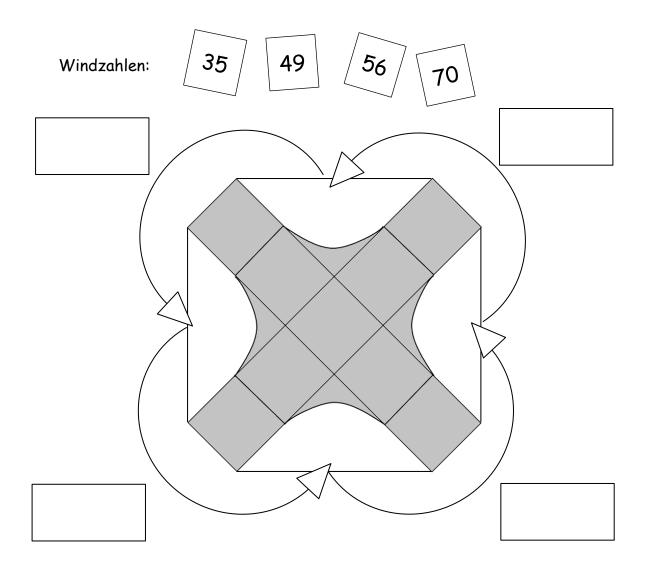


a) Setze die Windzahlen ein. Achtung! Die grauen Felder dürfen nicht ausgefüllt werden.

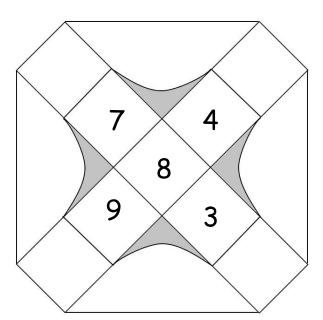




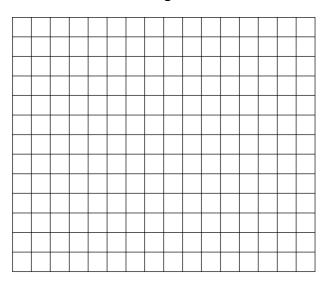
Tipp: Probiere zunächst auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen.



a) Löse die Mal-Mühle.



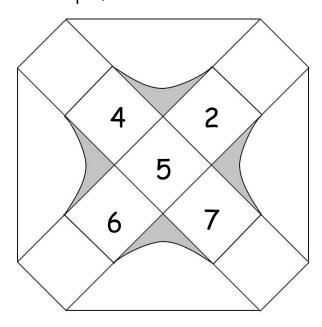
Platz für Rechnungen:



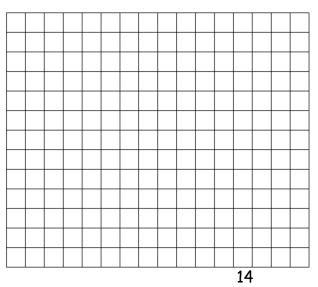
- b) Addiere die vier Flügelzahlen. Addiere die vier Windzahlen.
- c) Vergleiche die Summe der Flügelzahlen mit der Summe der Windzahlen. Was fällt dir auf?

Mir fällt auf, dass

d) Ist das immer so? Überprüfe!

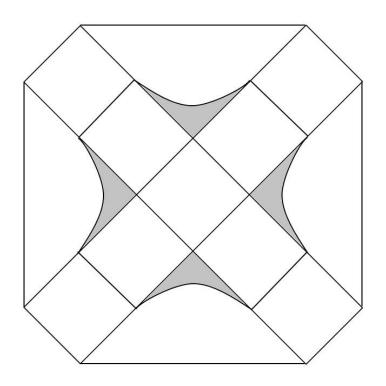


Platz für Rechnungen:



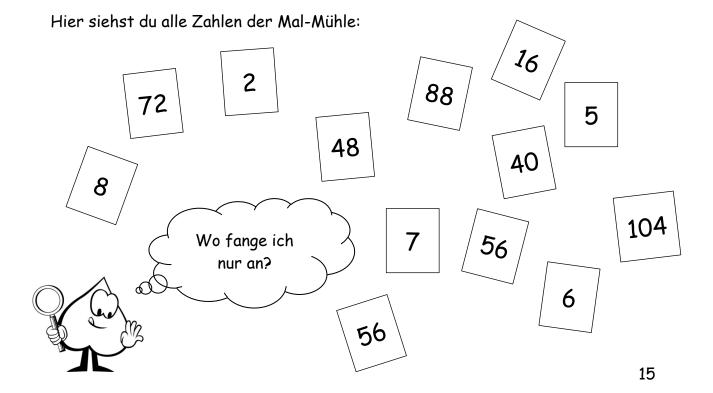


Setze die untenstehenden Zahlen richtig ein.





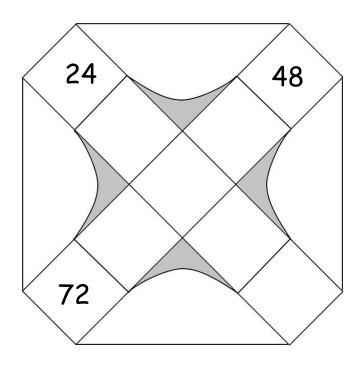
**Tipp**: Probiere zunächst auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen.



#### Profi - Forscherauftrag 11

Probiere auf einem Extrablatt mit leeren Mal-Mühlen.

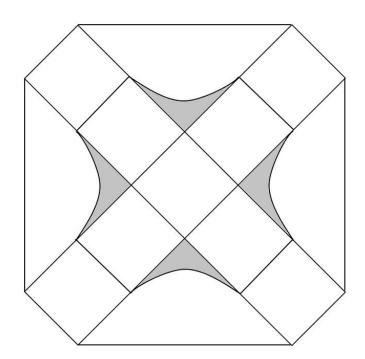
a) Setze die fehlenden Zahlen ein.

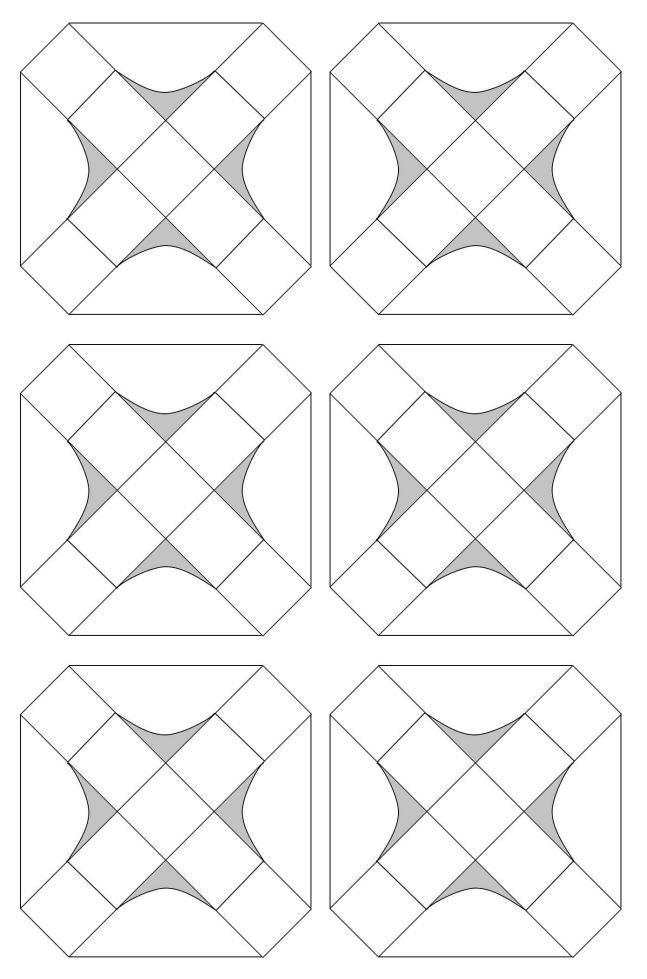


Knobelaufgabe für echte Profis b) Lies dir PIKOs Sprechblase durch. Versuche, die Mal-Mühle auszufüllen.

Ich erinnere mich nur noch an wenige Zahlen:

- Die Summe der Windzahlen betrug 264.
- Die 54 kam genau einmal als Windzahl vor.
- Die 6 war die Mittelzahl.





Datum: \_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_

# 1. Lösungen vergleichen



<u>Lest</u> euch der Reihe nach <u>vor</u>, was ihr entdeckt habt, welchen Tipp ihr aufgeschrieben habt oder wie ihr etwas erklärt und begründet habt.

Fragt nach, wenn ihr etwas nicht verstanden habt!

- 2. Auftrag für die Forscherrunde gemeinsam bearbeiten und besprechen
  - a) <u>Löst</u> den <u>Auftrag</u> für die Forscherrunde <u>gemeinsam</u>.
  - b) Schreibt gemeinsam einen Forscherbericht:
    Was hat eure Forscherrunde herausgefunden?

# 3. Über die Forscherrunde sprechen

Jeder erzählt noch einmal der Reihe nach, ob er in der Forscherrunde etwas Neues erfahren hat.

Seid ihr zufrieden mit eurer Forscherrunde?





### Forscherrunde

### So könnt ihr vorgehen:

### 1. Lösungen vergleichen



<u>Lest euch</u> der Reihe nach <u>vor</u>, was ihr entdeckt habt, welchen Tipp ihr aufgeschrieben habt oder wie ihr etwas erklärt und begründet habt.

Fragt nach, wenn ihr etwas nicht verstanden habt!

# 2. Auftrag für die Forscherrunde gemeinsam bearbeiten und besprechen

- a) Löst den Auftrag für die Forscherrunde gemeinsam.
- b) <u>Schreibt gemeinsam</u> einen <mark>Forscherbericht</mark>: Was hat eure Forscherrunde herausgefunden?

### 3. Über die Forscherrunde sprechen

<u>Jeder erzählt</u> noch einmal der Reihe nach, was er durch die Forscherrunde Neues erfahren hat. Seid ihr zufrieden mit eurer Forscherrunde?

### Forscherrunde zu Forscherauftrag Nr. \_\_\_\_

(?!!!}

Namen der Forscher:	
Unser Forscherberio	:ht:

### Forscherrunde zu Forscherauftrag Nr. \_\_\_\_

(ii; ? ¿)

Namen der Forscher:	

Unser Forscherbericht:



#### Info-Papier

#### Expertenarbeit im Mathematikunterricht -

aufgezeigt am Beispiel einer Unterrichtsreihe zum SOMA-Würfel

#### Begriffsklärung - Was heißt ,Expertenarbeit'?

Nach einer intensiven Auseinandersetzung in einem Bereich bzw. mit einer Aufgabe können sich Kinder zu "Experten" entwickeln und damit während des Unterrichts zum Ansprechpartner ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler werden. Zentrales Kennzeichen sog. *Expertenarbeiten* ist der hohe Grad an Beteiligung der Kinder an der Themenauswahl, Planung, Durchführung und Auswertung des Unterrichts. Hierbei sind unterschiedliche Formen denkbar. Die Kinder arbeiten...

- innerhalb desselben Sinnzusammenhangs (z.B. SOMA-Würfel) und mit denselben Aufgabenstellungen ("Wir finden geschickt verschiedene Vorgehensweisen für ein Gebäude"),
- innerhalb desselben Sinnzusammenhangs (z.B. Zahlenmauern) und mit unterschiedlichen Aufgabenstellungen (z.B. ,Unsere Entdeckungen an Vierermauern', ,Wer trifft die 50?', ...),
- in *unterschiedlichen, aber verwandten* Sinnzusammenhängen (verschiedene strategische Spiele) und mit *denselben* Aufgabenstellungen ("Unser Spiele-Tipp" (kriteriengeleitet)),
- in *unterschiedlichen, aber verwandten* Sinnzusammenhängen und mit *unterschiedlichen* Aufgabenstellungen ("Auf Entdeckungsreise ins Reich der Zahlen").

(vgl. Sundermann/Selter 2009)

#### Rolle der Lehrperson

Der stark schülerorientierte Unterricht hat eine veränderte Rolle der Lehrkraft zur Folge:

Die Lehrperson ...

- · ... stellt ausreichend ergiebiges Material zur Verfügung,
- ... sorgt für Instruktionsklarheit (Regeln und Arbeitsaufträge müssen klar sein),
- · ... regt zur Kommunikation an,
- ... steht für Fragen und Hilfestellungen bereit und unterstützt die Expertenkinder, soweit gewünscht und/oder erforderlich.

Da sich die Kinder während des Unterrichts bei Fragen an ihre Mitschülerinnen und Mitschüler wenden, kann die Lehrperson die Zeit für Beobachtungen sowie individuelle Förderung nutzen.

#### Rolle der Kinder

Hilfreich kann es sein, wenn ein Plakat mit Verhaltensregeln mit den Kindern gemeinsam entwickelt wird (vgl. *H8\_UM*):

#### Expertenkinder sind kleine Lehrer



Sie dürfen: - Kinder aufrufen,

- für Ruhe sorgen (Leisezeichen)

Sie müssen: - Experte der Aufgabe/des Themas sein

- Die Aufgabe verstehen und die Lösung kennen

1. Die Aufgabe vorstellen und den Arbeitsauftrag erklären.

Wenn nötig: Fragen zur Aufgabe klären.

- Tipps geben und helfen. Aber: Das Ergebnis nicht vorsagen.
- 3. Die Lösung und den Lösungsweg mit den anderen Kindern besprechen.

Abb. 1: Plakat mit Verhaltensregeln für Expertenkinder



Das Plakat ist ein Beispiel dafür, wie die Verhaltensregeln und die Arbeitsweise mit den Kindern zusammen schriftlich festgehalten werden können. Entscheidet man sich dafür, dass die Expertenkinder ab und zu kurze Unterrichtssequenzen übernehmen, so bietet es sich an, dass die Expertenkinder zu Beginn der Stunde den anderen Kindern den Arbeitsauftrag erklären und falls nötig bzw. möglich, Fragen dazu klären. Während der Arbeitsphase haben die Expertenkinder dann die Aufgabe, den anderen Kindern Tipps zu geben. Dabei darf das Ergebnis bzw. die Lösung des Problems allerdings nicht vorgegeben werden. In einem Reflexionsgespräch – entweder im Klassenplenum oder in Gruppen (z. B. in Form einer Mathekonferenz) – besprechen die Expertenkinder mit ihren Mitschülerinnen und Mitschüler die Lösung und den/die Lösungsweg(e). Es bietet sich an, den Expertenkindern in der ersten und dritten Phase die Gesprächsführung zu überlassen (sie dürfen Kinder aufrufen und für Ruhe sorgen z. B. mithilfe des Leisezeichens). Voraussetzung während aller drei Unterrichtsphasen ist, dass die Expertenkinder die Aufgabe verstehen und die Lösung und ggf. verschiedene Lösungswege kennen. Das heißt aber nicht, dass die Lehrperson sich als Beobachter vollkommen zurückziehen kann. Abhängig von den Gesprächskompetenzen der Kinder sollte sie die Reflexion, falls notwendig, durch geeignete Impulse lenken.

#### Was können die Kinder lernen?

Der Einsatz von Expertenarbeit trägt zur Stärkung des Selbstbewusstseins bei und fördert gleichzeitig die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler. Zudem werden die Kinder dafür sensibilisiert, nicht nur für das eigene Lernen Verantwortung zu übernehmen, sondern zusätzlich für das ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler, was Voraussetzung eines *individuellen Lernens* und *kooperativen Arbeitens* von Kindern ist. Die Auseinandersetzung mit den Fragen und Problemen der Mitschülerinnen und Mitschüler kann den Expertenkindern helfen, ihre eigenen Lernschwierigkeiten und Erfolge besser zu verstehen. Sie lernen nicht nur ihre eigenen Stärken kennen, sondern auch die Denkwege und Lösungen anderer Kinder ernst zu nehmen.

Die Expertenarbeit kann zudem erheblich zur Förderung der mathematischen Ausdrucksfähigkeit beitragen, da die Kinder die Notwendigkeit erleben, dass sie ihre eigenen Erkenntnisse den anderen Kindern verständlich machen können müssen.

#### "Wir werden Würfelbaumeister" – Eine mögliche Unterrichtsreihe zum Thema SOMA-Würfel

Im Folgenden ist ein möglicher Reihenverlauf dargestellt. Die eigentliche SOMA-Reihe beginnt mit der 6. Einheit; die Inhalte der Einheiten 1-5 können auch gesondert vorab thematisiert werden. Um die SOMA-Reihe durchführen zu können, müssen die Kinder bereits Erfahrungen mit Würfeln gemacht haben, Baupläne kennen und Schrägbilder zeichnen können. Wird die Methode "Expertenarbeit" im Unterricht neu eingeführt, so sollte diese vor der 8. Einheit mit den Kindern thematisiert werden (s. dazu *Plakat mit Verhaltensregeln*, s.o.).



Expertenarbeit (8.-10. Einheit)

Abb. 2: Themenleine zu einer möglichen Unterrichtsreihe zum Thema SOMA-Würfel



- 1. "Wir entdecken wichtige Eigenschaften des Würfels" handelnde Auseinandersetzung mit geometrischen Körpern unter besonderer Berücksichtigung des Würfels zur Klassifizierung sowie zur Benennung von Formeigenschaften
- 2. "Wir bauen mit Würfeln" Freies Bauen von Würfelgebäuden zur Ermöglichung und zum Ausbau von Handlungserfahrungen, um mit dem Material sowie den Formeigenschaften eines Würfels vertraut zu werden
- 3. "Wir entwickeln Baupläne für Würfelgebäude" Finden von Übermittlungsmöglichkeiten bezüglich des Aufbaus der Würfelgebäude zum Ausbau der räumlichen Beschreibungsfähigkeiten durch Erschließung eines klassischen Bauplans als Möglichkeit der zweidimensionalen Darstellung von dreidimensionalen Bauwerken
- 4. "Wir zeichnen unsere Würfelgebäude" Zeichnen von frei gebauten Würfelgebäuden mittels klassischer Baupläne auf Kästchenpapier zur zweidimensionalen Darstellung von dreidimensionalen Bauwerken zum Ausbau des räumlichen Vorstellungsvermögens und der visuellen Wahrnehmungsfähigkeit
- 5. "Das können wir schon" Lesen und Deuten von Bauplänen und Schrägbildern, Zuordnung von Schrägbildern und Bauplänen sowie Nachbauen dieser im Rahmen einer Standortbestimmung als Rückmeldung zur laufenden Unterrichtsreihe und um ggf. individuelle Fördermaßnahmen zu ergreifen
- 6. "Wir entwickeln die Bausteine des SOMA-Würfels" systematisches Entwickeln der acht verschiedenen Würfelvierlinge ausgehend von Würfeldrillingen unter Berücksichtigung der kombinatorischen Betrachtung der unterschiedlichen Kombinationsmöglichkeiten zur Förderung der Darstellungskompetenz
- 7. "Wir gestalten unsere SOMA-Steine farbig" Benennen, Charakterisieren und farbiges Gestalten der sieben SOMA-Steine zur Förderung der mathematischen Kommunikationsfähigkeit und um eine eindeutige Beschreibung und damit eine bessere Orientierung für die weiteren Aktivitäten zu ermöglichen

#### "Wir bauen und beschreiben SOMA-Würfelgebäude"

- 8. "Wir werden Experte für eine Station" Intensive Auseinandersetzung mit einem ausgewählten SOMA-Gebäude und dabei Entwicklung zu Expertenkindern für die Stationsarbeit
- 9. "Wir arbeiten an allen Stationen" Nachbauen und Beschreiben von SOMA-Gebäuden und dabei Finden verschiedener Konstruktionsmöglichkeiten in Expertenarbeit unter besonderer Berücksichtigung ausgewählter SOMA-Gebäude zur Förderung und Weiterentwicklung einer systematischen Vorgehensweise
- 10. "Wir sprechen über die Expertenarbeit" Reflexion der Methode
- 11. "Architekturbüro Wir zeichnen unsere SOMA-Gebäude und erstellen unsere eigene SOMA-Kartei" räumliches Zeichnen von eigenen SOMA-Würfelgebäuden im Punktegitter für eine klasseneigene SOMA-Kartei zur Vertiefung des räumlichen Vorstellungsvermögens
- 12. "Wir sprechen über die Unterrichtsreihe" Reflexion der Unterrichtsreihe



#### Arbeitsblätter und Tippkarten

Im PIK-Unterrichtsmaterial finden Sie insgesamt 10 Arbeitsblätter mit den dazugehörigen Tippkarten – je ein Arbeitsblatt pro Station, auf denen die Kinder ihre Ergebnisse, Ideen und Vorgehensweisen (Strategien) festhalten können (vgl.  $H8\_UM$ ). Sie schulen so nicht nur ihre Darstellungskompetenzen, sondern haben zusätzlich ein Dokument, das ihnen in den Reflexionsgesprächen, z. B. bei der Expertenprüfung, hilfreich sein kann. Sind die Kinder noch ungeübt darin, Vorgehensweisen zu beschreiben oder Tipps zu formulieren, sollte dieses mit den Kindern zusammen thematisiert werden. Es bietet sich an, mit den Kindern zusammen wichtige Begriffe zum Thema und evtl. auch Satzanfänge zu sammeln und diesen Wortspeicher für alle sichtbar, z.B. in Form eines Plakates in der Klasse während der Stationsarbeit auszuhängen. (Eine genauere Erklärung zu den Arbeitsblättern und Tippkarten können Sie in der Unterrichtsplanung zur 8. Einheit nachlesen.)

#### Die Expertenausbildung und Expertenarbeit

Je nach Größe der Klasse setzen sich jeweils zwei bis drei Kinder intensiv mit einem bestimmten SOMA-Gebäude auseinander und entwickeln sich dadurch zum Experten dieser Station. Die Sozialform für die intensive Arbeitsphase kann den Kindern freigestellt werden. Es bietet sich aber auch an, die Kinder zu Beginn alleine überlegen zu lassen, damit sie anschließend ihre Gedanken und Ergebnisse in Partneroder Gruppenarbeit austauschen können (*individuelles Lernen* und *kooperatives Arbeiten* - vgl. dazu Friedrich Jahresheft 2008). Als Differenzierungsangebot sollte den Kindern auch schon während der Expertenausbildung Tipp-Karten zur Verfügung stehen. Die "Expertenkinder" werden gebeten ihre Ergebnisse festzuhalten und aufzuschreiben, wie sie vorgegangen sind. Dabei werden sie angeregt, Tipps für andere Kinder zu formulieren. Die Expertenausbildung schließt mit einem Lehrergespräch ab. In diesem gibt die Lehrperson den Kindern eine stärkende Rückmeldung und stellt fest, ob die Kinder wirklich Experten sind und anderen Kindern nützliche Tipps geben können.

Den Kindern sollte schon zu Beginn transparent sein, was von Ihnen erwartet wird (inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen).

,Wir werden Würfelbaumeister' – Anmeldung zur Expertenprüfung							
<b>~</b>	Expertenkinder	Wir sind bereit für die Expertenprüfung!					
1. Die Sitzbank							
2. Der Quader							
3. Das Sofa							
4. Das Guckloch							
5. Die Treppe							
6. Der Turm							
7. Die Zimmerecke							
8. Der Giebel							
9. Die Mauer							

Abb. 3: Plakat für die Anmeldung zur Expertenprüfung

Um den Kindern ein selbstständiges Arbeiten zu ermöglichen, sollte ihnen schon zu Beginn, z.B. anhand eines Plakates, eine Übersicht darüber geben werden, welches Kind Experte für welche Station bzw. welches Gebäude ist (s. Abb. 3; vgl. H8 UM). Dieses Plakat kann gleichzeitig auch als Anmeldung für die "Expertenprüfung" fungieren, wie es auch im Film "Eine Klasse voller Experten -Lernen von- und miteinander" (vgl. H8 IM) zu sehen ist. Hat ein Kind die Bearbeitung einer Aufgabe abgeschlossen, kann es sich auf dem Plakat in der rechten Spalte (,Wir sind bereit Expertenprüfung') in der Zeile des entsprechenden SOMA-Gebäudes eintragen.

Die verantwortlichen Experten können jederzeit sehen, wer sich zur Expertenprüfung angemeldet hat. Auf diese Weise werden sie nicht ständig während ihrer Arbeitsphase gestört und können sich ihre Zeit individuell einteilen. Das Plakat bietet nicht nur den Kindern die Möglichkeit, den Unterricht mitzuorganisieren und zu gestalten. Auch die Lehrperson kann das Plakat nutzen, um Informationen über das Arbeitsverhalten der Expertenkinder, aber auch allgemein über die Arbeit an den Stationen, zu gewinnen: Wie ernst nehmen die Kinder ihre Expertenrolle? Wie häufig finden Expertenkontrollen statt? Wie intensiv arbeiten die Kinder an den Stationen? Wer hat sich wie oft zur Expertenkontrolle angemeldet, wer noch gar nicht?

#### Stationenpass und Urkunde

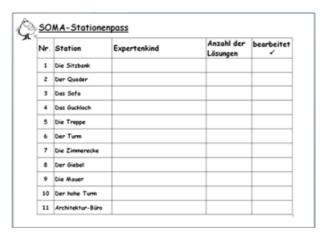




Abb. 4: Stationenpass

Abb. 5: Urkunde

Zur Dokumentation der einzelnen Arbeitsergebnisse kann ein Stationenpass eingesetzt werden (s. Abb. 4; vgl.  $H8\_UM$ ) – auch z.B. in Form einer Urkunde (s. Abb. 5; vgl.  $H8\_UM$ ). Wie die Urkunde hat der Stationenpass zunächst die Funktion eines Laufzettels. In der linken Spalte sind die 10 verschiedenen SOMA-Gebäude aufgelistet und zusätzlich das Architekturbüro (Eigenproduktion der Kinder). Es gibt eine Spalte, in der die Anzahl der Lösungen notiert wird und eine Spalte, in der entweder das Datum aufgeschrieben wird, oder in der, durch einen Haken, die Station als bearbeitet gekennzeichnet wird. Eine weitere Spalte dient der Würdigung der Ergebnisse der Kinder durch die Unterschriften der Expertenkinder. Die Urkunde bietet außerdem noch Platz für eine Bemerkung des Kindes oder für eine Rückmeldung der Lehrperson. Zusammen mit dem Stempel verleiht die Unterschrift der Lehrperson dem "Laufzettel" den Charakter eines wichtigen Dokumentes – das die Lehrperson zudem als einen Bestandteil der Leistungsfeststellung nutzen kann.

#### Die Expertenprüfung

Im Rahmen der Expertenprüfung sieht sich das Expertenkind die Arbeitsergebnisse eines Mitschülers an. Im Idealfall beschränkt sich die 'Prüfung' nicht nur auf die Kontrolle und die Vergabe der Unterschrift. Zunehmend sollten Gespräche über die Aufgabe stattfinden. Hilfreich kann es sein, im Vorfeld mit den Kindern zusammen über den Ablauf einer Expertenprüfung bzw. eines Expertengespräches zu sprechen und gemeinsam Leitfragen für das Gespräch zu formulieren, die den Kindern eine Orientierung sowie Transparenz geben. Ein möglicher Ablauf und mögliche Fragen können sein:

- 1. Das Expertenkind kontrolliert:
  - Wurden die Lösungen in die Schrägbilder übertragen?
  - Sind die gefundenen Bauweisen verschieden?
- 2. Expertenkind und Kind sprechen über die Vorgehensweise:
  - Wie bist du vorgegangen?
  - Hast du einen Tipp oder eine Strategie, wie man geschickt verschiedene Bauweisen für das SOMA-Gebäude finden kann?
- 3. Das Expertenkind würdigt die Arbeit:
  - Expertenkind oder Kind trägt die Anzahl der gefundenen Lösungen in den Stationenpass bzw. die Urkunde ein.
  - Das Expertenkind unterschreibt auf dem Stationenpass bzw. der Urkunde.

Die Expertenprüfung findet entweder zu zweit oder in Form einer Mathekonferenz (vgl. Film: H8 IM) statt.

#### Schlussbemerkung

Unsere Erfahrungen zeigen, dass in allen Jahrgangsstufen der Grundschule Expertenarbeiten möglich sind und diese einen sinnvollen Beitrag zur Förderung des individuellen und des kooperativen Lernens leisten. Darüber hinaus stellen sie ein tragfähiges Instrument zur alternativen Leistungsbeurteilung im Sinne der Idee der "pädagogischen Leistungskultur" (vgl. *H9* und *H10*) dar, also der Lernbeobachtung als förderorientierter Begleitung in offenen Lernsituationen.



#### Häufig gestellte Frage:

Kinder verhalten sich in ihrer Rolle als Expertenkinder wie kleine Lehrer. Sie können die Funktion als Berater, Beurteiler, etc. aber nicht erfüllen. Wie kann man damit umgehen?

Übernehmen die Kinder die Expertenrolle, so kann man nicht von ihnen erwarten, dass sie die Aufgaben einer Lehrperson übernehmen, die ja schließlich fachdidaktisch und fachwissenschaftlich ausgebildet ist. Vielmehr geht es darum, den Kindern zu ermöglichen, den Unterricht aktiv mitzugestalten und zu organisieren sowie Verantwortung nicht nur für das eigene Lernen sondern auch für das Lernen der Mitschülerinnen und Mitschüler zu übernehmen. Ein Schwerpunkt liegt hier sicherlich auf dem Lernen vonund miteinander. Der Einsatz von Expertenarbeit (vor allem die Expertenprüfung) gibt den Kindern verstärkt Gesprächsanlass, sodass die Kommunikation untereinander ständig angeregt und aufrecht erhalten wird.



#### Literaturhinweise zum Thema Expertenarbeit

HANNEMANN, Detlef (2007): Leistung ohne Noten. Möglichkeiten konstruktiver Leistungsrückmeldungen nicht nur in der Grundschule. Baltmansweiler: Schneider Hohengehren.

REICHEN, Jürgen (1991): Sachunterricht und Sachbegegnung: Grundlagen zur Lehrmittelreihe *MENSCH UND UMWELT*. Zürich: Sabe.

SUNDERMANN, Beate & Selter, Christoph (2006)<sup>1</sup>: Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.

SUNDERMANN, Beate & Selter, Christoph (2009): "Auf Entdeckungsreise in das Reich der Zahlen"-Expertenarbeiten im Mathematikunterricht. In: Grundschulunterricht H.2, S. 8-11.



#### Literaturhinweise zum Thema individuelles Lernen

FRIEDRICH JAHRESHEFT (2008): Individuell Lernen – kooperativ Arbeiten. Seelze: Erhard Friedrich.

MEYER, Meinert A. & HECKT, Dietlinde H. (2008): Individuelles Lernen und kooperatives Arbeiten. In: Friedrich Jahresheft (2008): Individuell Lernen – kooperativ Arbeiten. Seelze: Erhard Friedrich S. 6-10.



#### Literaturhinweise zum Thema SOMA-Würfel

EICHLER, Klaus-Peter (Hg., 2006): Geometrie: Raumvorstellung. Grundschule Mathematik H. 10 (Themenheft und Materialpaket).

HIRT, Ueli & MEISTER, Sandra (2003): Schauen und Bauen Teil 2 - Spiele mit dem SOMA-Würfel. Seelze: Kallmeyer.

HIRT, Ueli & LUGINBÜHL, Sandra (2006): Somawürfel bauen. In: Grundschule Mathematik H. 10.

KROLL, Wolfgang (1994): Raumgeometrie in der Grundschule. In: Praxis Grundschule H.4, S. 22f.

KROLL, Wolfgang (1994): SOMA-Kisten. In: Praxis Grundschule H.5, S. 36–38.

MERSCHMEYER-BRÜWER, Carla (Hg., 2003): Raumvorstellung. Die Grundschulzeitschrift H. 167 (Themenheft).

RADATZ, Hendrik & RICKMEYER, Knut (1991): Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel, S. 168 ff.

RADATZ, Hendrik et al. (1999): Bauen mit dem Somawürfel. In: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 169 f.

RICKMEYER, Knut (1996): Übungen mit dem SOMA-Würfel. Zur Entwicklung der Raumvorstellung. In: Praxis Grundschule, H.2, S. 4 ff.

SUNDERMANN, Beate & SELTER, Christoph (2006)<sup>2</sup>: Die Würfelbaumeister-Urkunde. In: Grundschule Mathematik H. 10, S. 36-39.

WINKLER, Dorothea (2007): Karteien zum Soma-Würfel. Bauen und Experimentieren mit dem Soma-Würfel. Braunschweig: Westermann.





#### Info-Papier (Kurzfassung)

#### Expertenarbeit im Mathematikunterricht -

aufgezeigt am Beispiel einer Unterrichtsreihe zum SOMA-Würfel

#### Begriffsklärung - Was heißt ,Expertenarbeit'?

Nach einer intensiven Auseinandersetzung in einem Bereich bzw. mit einer Aufgabe können sich Kinder zu "Experten" entwickeln und damit während des Unterrichts zum Ansprechpartner ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler werden. Zentrales Kennzeichen sog. *Expertenarbeiten* ist der hohe Grad an Beteiligung der Kinder an der Themenauswahl, Planung, Durchführung und Auswertung des Unterrichts. Hierbei sind unterschiedliche Formen denkbar. Die Kinder arbeiten...

- innerhalb desselben Sinnzusammenhangs (z.B. SOMA-Würfel) und mit denselben Aufgabenstellungen ("Wir finden geschickt verschiedene Vorgehensweisen für ein Gebäude"),
- innerhalb desselben Sinnzusammenhangs (z.B. Zahlenmauern) und mit unterschiedlichen Aufgabenstellungen (z.B. ,Unsere Entdeckungen an Vierermauern', ,Wer trifft die 50?', ...),
- in *unterschiedlichen, aber verwandten* Sinnzusammenhängen (verschiedene strategische Spiele) und mit *denselben* Aufgabenstellungen (,Unser Spiele-Tipp' (kriteriengeleitet)),
- in *unterschiedlichen, aber verwandten* Sinnzusammenhängen und mit *unterschiedlichen* Aufgabenstellungen ('Auf Entdeckungsreise ins Reich der Zahlen').

(vgl. SUNDERMANN/SELTER 2009)

#### Rolle der Lehrperson

Der stark schülerorientierte Unterricht hat eine veränderte Rolle der Lehrkraft zur Folge:

#### Die Lehrperson ...

- · ... stellt ausreichend ergiebiges Material zur Verfügung,
- ... sorgt f

  ür Instruktionsklarheit (Regeln und Arbeitsauftr

  äge m

  üssen klar sein),
- · ... regt zur Kommunikation an,
- ... steht für Fragen und Hilfestellungen bereit und unterstützt die Expertenkinder, soweit gewünscht und/oder erforderlich.

Da sich die Kinder während des Unterrichts bei Fragen an ihre Mitschülerinnen und Mitschüler wenden, kann die Lehrperson die Zeit für Beobachtungen sowie individuelle Förderung nutzen.

#### Rolle der Kinder

Hilfreich kann es sein, wenn ein Plakat mit Verhaltensregeln mit den Kindern gemeinsam entwickelt wird (vgl. H8\_UM):

#### Expertenkinder sind kleine Lehrer



Sie dürfen: - Kinder aufrufen,

- für Ruhe sorgen (Leisezeichen)

Sie müssen: - Experte der Aufgabe/des Themas sein

- Die Aufgabe verstehen und die Lösung kennen

1. Die Aufgabe vorstellen und den Arbeitsauftrag erklären.

Wenn nötig: Fragen zur Aufgabe klären.

- 2. Tipps geben und helfen. Aber: Das Ergebnis nicht vorsagen.
- 3. Die Lösung und den Lösungsweg mit den anderen Kindern besprechen.

Abb. 1: Plakat mit Verhaltensregeln für Expertenkinder



#### Was können die Kinder lernen?

Der Einsatz von Expertenarbeit trägt zur Stärkung des Selbstbewusstseins bei und fördert gleichzeitig die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler. Zudem werden die Kinder dafür sensibilisiert, nicht nur für das eigene Lernen Verantwortung zu übernehmen, sondern zusätzlich für das ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler, was Voraussetzung eines *individuellen Lernens* und *kooperativen Arbeitens* von Kindern ist. Die Auseinandersetzung mit den Fragen und Problemen der Mitschülerinnen und Mitschüler kann den Expertenkindern helfen, ihre eigenen Lernschwierigkeiten und Erfolge besser zu verstehen. Sie lernen nicht nur ihre eigenen Stärken kennen, sondern auch die Denkwege und Lösungen anderer Kinder ernst zu nehmen.

Die Expertenarbeit kann zudem erheblich zur Förderung der mathematischen Ausdrucksfähigkeit beitragen, da die Kinder die Notwendigkeit erleben, dass sie ihre eigenen Erkenntnisse den anderen Kindern verständlich machen können müssen.

#### Die Expertenausbildung und Expertenarbeit

Je nach Größe der Klasse setzen sich jeweils zwei bis drei Kinder intensiv mit einem bestimmten SOMA-Gebäude auseinander und entwickeln sich dadurch zum Experten dieser Station. Als Differenzierungsangebot sollte den Kindern auch schon während der Expertenausbildung Tipp-Karten zur Verfügung stehen. Die "Expertenkinder" werden gebeten ihre Ergebnisse festzuhalten und aufzuschreiben, wie sie vorgegangen sind. Dabei werden sie angeregt, Tipps für andere Kinder zu formulieren. Die Expertenausbildung schließt mit einem Lehrergespräch ab. In diesem gibt die Lehrperson den Kindern eine stärkende Rückmeldung und stellt fest, ob die Kinder wirklich Experten sind und anderen Kindern nützliche Tipps geben können.



Abb. 2: Plakat für die Anmeldung zur Expertenprüfung

Um den Kindern ein selbstständiges Arbeiten zu ermöglichen, sollte ihnen schon zu Beginn, z.B. anhand eines Plakates, eine Übersicht darüber geben werden, welches Kind Experte für welche Station bzw. welches Gebäude ist (s. Abb. 3; vgl. H8 UM). Dieses Plakat kann gleichzeitig auch als Anmeldung für "Expertenprüfung' fungieren, wie es auch im Film "Eine Klasse voller Experten – Lernen von- und miteinander" (vgl. H8 IM) zu sehen ist. Hat ein Kind die Bearbeitung einer Aufgabe abgeschlossen, kann es sich auf dem Plakat in der rechten Spalte ("Wir sind bereit für die Expertenprüfung') in der Zeile des entsprechenden SOMA-Gebäudes eintragen.

Die verantwortlichen Experten können jederzeit sehen, wer sich zur Expertenprüfung angemeldet hat. Auf diese Weise werden sie nicht ständig während ihrer Arbeitsphase gestört und können sich ihre Zeit individuell einteilen. Das Plakat bietet nicht nur den Kindern die Möglichkeit, den Unterricht mitzuorganisieren und zu gestalten. Auch die Lehrperson kann das Plakat nutzen, um Informationen über das Arbeitsverhalten der Expertenkinder, aber auch allgemein über die Arbeit an den Stationen, zu gewinnen: Wie ernst nehmen die Kinder ihre Expertenrolle? Wie häufig finden Expertenkontrollen statt? Wie intensiv arbeiten die Kinder an den Stationen? Wer hat sich wie oft zur Expertenkontrolle angemeldet, wer noch gar nicht?

#### Stationenpass und Urkunde

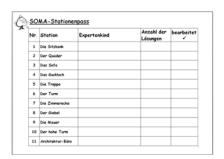


Abb. 4: Stationenpass



Abb. 5: Urkunde



Zur Dokumentation der einzelnen Arbeitsergebnisse kann ein Stationenpass eingesetzt werden (s. Abb. 4; vgl.  $H8\_UM$ ) – auch z.B. in Form einer Urkunde (s. Abb. 5; vgl.  $H8\_UM$ ). Wie die Urkunde hat der Stationenpass zunächst die Funktion eines Laufzettels. In der linken Spalte sind die 10 verschiedenen SOMA-Gebäude aufgelistet und zusätzlich das Architekturbüro (Eigenproduktion der Kinder). Es gibt eine Spalte, in der die Anzahl der Lösungen notiert wird und eine Spalte, in der entweder das Datum aufgeschrieben wird, oder in der, durch einen Haken, die Station als bearbeitet gekennzeichnet wird. Eine weitere Spalte dient der Würdigung der Ergebnisse der Kinder durch die Unterschriften der Expertenkinder. Die Urkunde bietet außerdem noch Platz für eine Bemerkung des Kindes oder für eine Rückmeldung der Lehrperson. Zusammen mit dem Stempel verleiht die Unterschrift der Lehrperson dem "Laufzettel" den Charakter eines wichtigen Dokumentes – das die Lehrperson zudem als einen Bestandteil der Leistungsfeststellung nutzen kann.

#### Die Expertenprüfung

Im Rahmen der Expertenprüfung sieht sich das Expertenkind die Arbeitsergebnisse eines Mitschülers an. Im Idealfall beschränkt sich die 'Prüfung' nicht nur auf die Kontrolle und die Vergabe der Unterschrift. Zunehmend sollten Gespräche über die Aufgabe stattfinden. Hilfreich kann es sein, im Vorfeld mit den Kindern zusammen über den Ablauf einer Expertenprüfung bzw. eines Expertengespräches zu sprechen und gemeinsam Leitfragen für das Gespräch zu formulieren, die den Kindern eine Orientierung sowie Transparenz geben. Ein möglicher Ablauf und mögliche Fragen können sein:

- 1. Das Expertenkind kontrolliert:
  - Wurden die Lösungen in die Schrägbilder übertragen?
  - Sind die gefundenen Bauweisen verschieden?
- 2. Expertenkind und Kind sprechen über die Vorgehensweise:
  - Wie bist du vorgegangen?
  - Hast du einen Tipp oder eine Strategie, wie man geschickt verschiedene Bauweisen für das SOMA-Gebäude finden kann?
- 3. Das Expertenkind würdigt die Arbeit:
  - Expertenkind oder Kind trägt die Anzahl der gefundenen Lösungen in den Stationenpass bzw. die Urkunde ein.
  - Das Expertenkind unterschreibt auf dem Stationenpass bzw. der Urkunde.

Die Expertenprüfung findet entweder zu zweit oder in Form einer Mathekonferenz (vgl. Film: H8\_IM) statt.

#### Schlussbemerkung

Unsere Erfahrungen zeigen, dass in allen Jahrgangsstufen der Grundschule Expertenarbeiten möglich sind und diese einen sinnvollen Beitrag zur Förderung des individuellen und des kooperativen Lernens leisten. Darüber hinaus stellen sie ein tragfähiges Instrument zur alternativen Leistungsbeurteilung im Sinne der Idee der "pädagogischen Leistungskultur" (vgl. *H9* und *H10*) dar, also der Lernbeobachtung als förderorientierter Begleitung in offenen Lernsituationen.



SUNDERMANN, Beate & SELTER, Christoph (2006)<sup>1</sup>: Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.

SUNDERMANN, Beate & SELTER, Christoph (2006)<sup>2</sup>: Die Würfelbaumeister-Urkunde. In: Grundschule Mathematik H. 10, S. 36-39.

SUNDERMANN, Beate & Selter, Christoph (2009): "Auf Entdeckungsreise in das Reich der Zahlen"-Expertenarbeiten im Mathematikunterricht. In: Grundschulunterricht H.2, S. 8-11.



**Expertenarbeit** 

**SOMA-Würfel** 

#### "Wir werden Würfelbaumeister" – Eine mögliche Unterrichtsreihe zum Thema SOMA-Würfel

Im Folgenden ist ein möglicher Reihenverlauf dargestellt. Die Inhalte der Einheiten 1-5 können auch gesondert vorab thematisiert werden. Um die SOMA-Reihe (s. Einheit 6ff) durchführen zu können, müssen die Kinder bereits Erfahrungen mit Würfeln gemacht haben, Baupläne kennen und Schrägbilder zeichnen können. Die eigentliche Expertenarbeit beginnt mit der 8. Einheit.

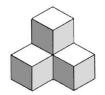


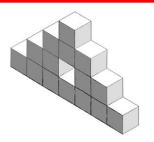
Expertenarbeit (8.-10. Einheit)

- 1. "Wir entdecken wichtige Eigenschaften des Würfels" Auseinandersetzung mit dem Körper Würfel zur Wiederholung diesbezüglicher Termini
- 2. "Wir bauen mit Würfeln" Freies Bauen von Würfelgebäuden
- 3. "Wir entwickeln Baupläne für Würfelgebäude" Entwickeln von Bauplänen zur eindeutigen Darstellung von dreidimensionalen Bauwerken
- 4. "Wir zeichnen unsere Würfelgebäude" Zeichnen von frei gebauten Würfelgebäuden mittels klassischer Baupläne auf Kästchenpapier
- 5. "Das können wir schon" Standortbestimmung
- 6. "Wir entwickeln die Bausteine des SOMA-Würfels" systematisches Entwickeln der acht verschiedenen Würfelvierlinge
- 7. "Wir gestalten unsere SOMA-Steine farbig" Benennen, Charakterisieren und farbiges Gestalten der sieben SOMA-Steine

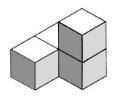
#### "Wir bauen und beschreiben SOMA-Würfelgebäude"

- 8. **"Wir werden Experte für eine Station"** Intensive Auseinandersetzung mit einem ausgewählten SOMA-Gebäude und dabei Entwicklung zu Expertenkindern für die Stationsarbeit
- 9. "Wir arbeiten an allen Stationen" Nachbauen und Beschreiben von SOMA-Gebäuden und dabei Finden verschiedener Konstruktionsmöglichkeiten in Expertenarbeit unter besonderer Berücksichtigung ausgewählter SOMA-Gebäude zur Förderung und Weiterentwicklung einer systematischen Vorgehensweise
- 10. "Wir sprechen über die Expertenarbeit" Reflexion der Methode
- 11. "Architekturbüro Wir zeichnen unsere SOMA-Gebäude und erstellen unsere eigene SOMA-Kartei" – räumliches Zeichnen von eigenen SOMA-Würfelgebäuden im Punktegitter für eine klasseneigene SOMA-Kartei zur Vertiefung des räumlichen Vorstellungsvermögens
- 12. "Wir sprechen über die Unterrichtsreihe" Reflexion der Unterrichtsreihe





## Wir werden Würfelbaumeister!



Wir entdecken wichtige Eigenschaften des Würfels.

# Wir bauen mit Würfeln.

# Wir entwickeln Baupläne für Würfelgebäude!

# Wir zeichnen unsere Würfelgebäude

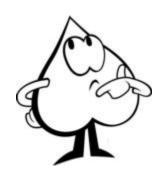
### Das können wir schon!

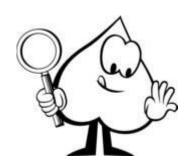
Standortbestimmung

# Wir entwickeln die Bausteine des SOMA-Würfels!

Wir gestalten unsere SOMA-Steine farbig.

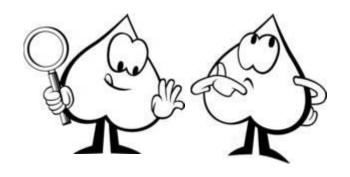
# Wir bauen und beschreiben SOMA-Würfelgebäude!





Wir werden Experte für eine Station!

# Wir arbeiten an **allen**Stationen



Wir sprechen über die Expertenarbeit

# Architekturbüro Wir zeichnen unsere SOMA-Gebäude und erstellen unsere eigene SOMA-Kartei.

Wir sprechen über die Unterrichtsreihe!

#### "Wir werden Würfelbaumeister" – Anmeldung zur Expertenprüfung

		Expertenkinder	Wir sind bereit für die Expertenprüfung!
1.	Die Sitzbank		
2.	Der Quader		
3.	Das Sofa		
4.	Das Guckloch		
5.	Die Treppe		
6.	Der Turm		
7.	Die Zimmerecke		
8.	Der Giebel		
9.	Die Mauer		
10.	Der hohe Turm		

#### Expertenkinder sind kleine Lehrer



Sie dürfen: - Kinder aufrufen,

für Ruhe sorgen (Leisezeichen)

Sie müssen: - Experte der Aufgabe/des Themas sein

- Die Aufgabe verstehen und die Lösung kennen

Die Aufgabe vorstellen und den Arbeitsauftrag erklären.

Wenn nötig: Fragen zur Aufgabe klären.

- 2. Tipps geben und helfen. Aber: Das Ergebnis nicht vorsagen.
- 3. Die Lösung und den Lösungsweg mit den anderen Kindern besprechen.



#### 8. Einheit: "Wir werden Experte für eine Station!" – Ausbildung der Expertenkinder

In dieser Einheit beschäftigen sich die Kinder intensiv mit einem ausgewählten SOMA-Gebäude (je nach Klassengröße in EA, PA oder GA), für das sie in den Folgestunden als Experten im Rahmen eines Stationsangebotes zur Verfügung stehen.

#### **ZIELE**

- a) Ausbildung der Expertenkinder, um die Kinder aktiv in die Unterrichtsgestaltung einzubeziehen
- b) Förderung der Raumvorstellung und der räumlichen Beschreibungsfähigkeit

#### ZEIT

Ca. 90 Minuten (+ 30 Minuten, falls die Methode Expertenarbeit noch eingeführt werden muss)

#### **DARUM GEHT ES**

Um im Rahmen der Stationsarbeit mit Expertenkindern zu arbeiten, müssen diese zunächst ausgebildet werden. Die Kinder setzen sich intensiv mit einer Station auseinander und entwickeln sich zu Experten für das entsprechende SOMA-Gebäude.

Da die 10 Arbeitsblätter der Stationen sich nur durch die verschiedenen SOMA-Gebäude unterscheiden, die Aufgabenstellung aber bei allen gleich ist, wird an dieser Stelle das AB 1 exemplarisch für alle anderen erklärt.

#### AB 1:

Die Kinder bauen das SOMA-Gebäude "die Sitzbank" nach und übertragen ihre Lösungen farbig in die Schrägbilder. Sie werden dazu angeregt möglichst viele verschiedene Konstruktionsmöglichkeiten zu finden (in diesem Fall gibt es nur zwei verschiedene Bauweisen) und dabei geschickt vorzugehen. Unten auf dem Arbeitsblatt haben die Kinder Platz, ihre Tipps, Tricks und Vorgehensweisen zu beschreiben oder ggf. auch zu begründen.

Jedes Expertenkind sollte versuchen, Tipps für den Bau seines Gebäudes zu formulieren.

#### SO KANN ES GEHEN

#### Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst sollte den Kindern Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine): "Wir wollen heute und in den nächsten Stunden mit dem SOMA-Würfel an Stationen arbeiten. Dazu

#### Schuljahr 3 - 4

(Die Durchführung ist auch schon in Klasse 1 und 2 möglich)

#### Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen Raum und Form - Schwerpunkt Körper

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

#### Kinder sprechen über...

- ... ihr ausgewähltes SOMA-Gebäude,
- ... Konstruktionsmöglichkeiten und strategische Vorgehensweisen,
- ... mögliche Tipps, die man anderen Kindern geben könnte

#### Material

Schüler

- SOMA-Würfel
- Stationenpass oder Urkunde
- SOMA Arbeitsblätter (1-10)
- SOMA Tipp-Karten (1-10)

#### "Wir werden Würfelbaumeister: Wir bauen und beschreiben SOMA-Würfelgebäude"

bekommst du einen Stationenpass." Oder: "Weil wir ja Würfelbaumeister werden wollen, bekommt ihr eine Würfelbaumeister-Urkunde." *Die Lehrerin zeigt den Kindern das Blatt und erklärt es:* "Damit die Arbeit an den Stationen besonders gut klappt, wird heute jeder von euch zu einem Expertenkind einer Station."

Voraussetzung für die Expertenarbeit ist, dass den Kindern die Rolle eines Expertenkindes und die damit verbundenen Aufgaben und Pflichten bewusst sind. Ist die Expertenarbeit für die Kinder neu, so sollte zunächst einmal gemeinsam über diese Methode gesprochen werden (Warum und wie arbeiten wir mit Expertenkindern?). Hilfreich kann es sein, wenn mit den Kindern zusammen ein Plakat mit Verhaltensregeln (s. UM Plakat mit Verhaltensregeln) entwickelt wird; z.B.: "Wir wollen mit Expertenkindern arbeiten. Was ein Experte ist und was ein Expertenkind machen darf oder sogar machen muss, möchte ich heute mit euch zusammen überlegen."

#### Problemstellung/Leitfragen

Die Lehrerin präsentiert ein Arbeitsblatt exemplarisch für alle weiteren Arbeitsblätter (s. *UM SOMA Arbeitsblätter 1–10*) und verweist auf die 10 Stationen. Dann gibt sie Zieltransparenz, indem sie den Arbeitsauftrag für die Arbeit an den Stationen erklärt, z.B. "Baue die SOMA-Gebäude mit den Teilen des SOMA-Würfels nach. Finde möglichst schlau viele verschiedene Bauweisen. Übertrage die Lösungen in die Schrägbilder. Schreibe dann Tipps und Tricks auf, die anderen Kindern helfen könnten, das Gebäude nachzubauen".

Den Kindern wird mit der Problemstellung erklärt, welche Kompetenzen von ihnen als Expertenkind erwartet werden.

#### **Arbeitsphase**

Die Sozialform kann von den Kindern selbst gewählt werden. Sinnvoll kann es auch sein – abhängig von der Anzahl der Expertenkinder für ein Gebäude und damit abhängig von der Klassengröße – die Expertenausbildung im Sinne eines individuellen Lernens und kooperativen Arbeitens durchzuführen; also zunächst Einzelarbeit (Wie würde ich das machen? Welche Tipps würde ich geben?), dann Partner- bzw. Kleingruppenarbeit (Wie hast du/habt ihr das gemacht? Welche Tipps können wir den anderen Kindern geben?).

Der Zeitrahmen sollte, den Fähigkeiten der Kinder entsprechend, flexibel angelegt sein.

Die Lehrerin gibt ggf. Hilfestellungen.

#### Differenzierung

Um den Kindern ein erfolgreiches Bearbeiten des Arbeitsauftrages zu ermöglichen, stehen ihnen zu jedem Gebäude zwei Tipps zur Verfügung (s. *UM SOMA Tipp-Karten 1-10*)

Tipp 1 gibt Auskunft über die Anzahl der benötigten Steine,

#### Lehrer

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat mit Verhaltensregeln

#### Urkunde:



AB 1:

Die Sitzbank								
MAN VOTES	won hinter		AN YORK	verb	S)			
W 1078	van hinten	VIA VIINE	wa kate	VII VIINE	wa hirton			
WI SOTE	van hinten	VII VIINE	un hinter	VII VIITE	No hirtes			
€ Tope. To	ide und geschick	te Vorychenoneis	sen beim Gou der	Sitzbook				

z.B. Tipp 1 für die Sitzbank: Du brauchst 2 Steine des SOMA-Würfels.

Tipp 2 macht einen Vorschlag, mit welchen Steinen das Gebäude nachgebaut werden kann. z.B. Tipp 2 für die Sitzbank: Verwende folgende Steine: linke Hand, L-Stein

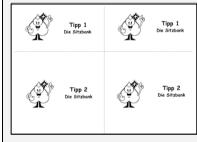
#### Schlussphase / Reflexion

Haben sich die Kinder intensiv mit einem Gebäude befasst (Sie kennen verschiedene Lösungen und haben ihre Vorgehensweise beschrieben) können sie sich für das SOMA-Expertengespräch mit der Lehrerin anmelden, indem sie z.B. ihre Namen untereinander an die Tafel schreiben. Dieses kann ähnlich wie die Kindersprechstunde (vgl. Haus 10) mit einem Kind oder mit allen Experten einer Station, also 2 - 3 Kindern stattfinden. Im Vorfeld sollte geklärt werden, wie die Kinder weiterarbeiten können, bis alle Kinder eine Rückmeldung der Lehrerin bekommen haben. Die Lehrerin erfährt im Gespräch, inwieweit die Kinder Experten ihrer Station sind und ob sie anderen Kinder helfen können.

Im Sinne der Prozesstransparenz sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Folgestunde gegeben werden: hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden.



#### Tippkarten "die Sitzbank" (Rückseite):



Hier können Sie sich weiter informieren zu...

... "Mathe-Konferenzen": Haus 8 - Guter Unterricht

... "Kindersprechstunde": Haus 10 – Beurteilen und Rückmelden



#### 9. Einheit: "Wir arbeiten an allen Stationen!" – Stationsarbeit mit Expertenkindern

In dieser Einheit arbeiten die Kinder innerhalb des Expertensystems an den einzelnen Stationen. Die Kinder melden sich zur Expertenprüfung an, nehmen an Expertenprüfungen teil bzw. führen diese als Experte durch.

#### **ZIELE**

- a) Förderung des mathematischen Ausdrucksfähigkeit.
- b) Förderung der Raumvorstellung und der räumlichen Beschreibungsfähigkeit. Heranführung an systematische Vorgehensweisen

#### **ZEIT**

2-4 Unterrichtsstunden

#### **DARUM GEHT ES**

Die Kinder melden sich zur Expertenprüfung an, nehmen an Expertenprüfungen teil bzw. führen diese selbst als Experte durch. In den Expertengesprächen sprechen die Kinder über ihre Lösungen und Vorgehensweisen und gaf. Strategien zur Konstruktion weiterer Bauweisen (s. dazu Sachinfo).

Die Kinder arbeiten an ihrem Stationenpass bzw. ihrer Urkunde; sie bauen SOMA-Gebäude nach und finden dabei unter Berücksichtigung systematischer Vorgehensweisen verschiedene Konstruktionsmöglichkeiten.

Ausgewählte SOMA-Gebäude werden mit den Kindern im Plenum, in Mathekonferenzen oder in Gruppen mit den verantwortlichen Expertenkindern besprochen, die Vorgehensweisen reflektiert und Strategien zur Konstruktion weiterer Bauweisen festgehalten. Wie die Kinder vorgehen können, wird an dieser Stelle am Beispiel eines SOMA-Gebäudes (die Treppe) beschrieben:

Bei der Treppe kann zunächst per Ausschlussverfahren überlegt werden, welche SOMA-Teile für den Bau notwendig sind in diesem Fall nur die flachen Teile. Hat man eine Bauweise für die Treppe gefunden, so kann man z.B. durch Kippen des Gebäudes oder durch Tauschen der Position zweier Steine eine weitere Bauweise erhalten. Unten auf dem Arbeitsblatt haben die Kinder Platz, ihre Tipps, Tricks und Vorgehensweisen zu beschreiben und ggf. auch zu begründen.

#### Schuljahr 3 - 4

(Die Durchführung ist auch schon in Klasse 1 und 2 möglich)

#### Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen Raum und Form - Schwerpunkt Körper

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

#### Kinder sprechen über...

- ... ihr ausgewähltes SOMA-Gebäude.
- ... Konstruktionsmöglichkeiten und strategische Vorgehensweisen

#### Material

Schüler

- SOMA-Würfel
- Stationenpass oder Urkunde
- SOMA Arbeitsblätter (1-10)
- SOMA Tipp-Karten (1–10)
- Plakat "Anmeldung zur Expertenprüfung"

#### Unterrichtsplanung 9. Einheit

#### SO KANN ES GEHEN

#### Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst sollte den Kindern Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine): "Wir wollen heute an allen Stationen arbeiten." Entscheiden Sie sich dazu, die Vorgehensweisen für die Konstruktion eines bestimmten SOMA-Gebäudes am Ende der Stunde im Klassenplenum zu reflektieren, so bietet es sich an, die entsprechenden Expertenkinder zu bitten, das Gebäude vorzustellen (ggf. vergrößertes Bild an der Tafel).

Im Plenum werden außerdem die Verhaltensregeln wiederholt und die Organisation sowie der Verlauf der Expertenprüfung mit den Kindern zusammen besprochen (Anmeldung, Durchführung bzw. Teilnahme an der Expertenprüfung) ggf. anhand des Plakates für die Anmeldung zur Expertenprüfung. Ein Plakates mit Leitfragen für die Durchführung der Expertenprüfung kann mit den Kindern zur besseren Orientierung gemeinsam entwickelt werden (s. dazu Sachinfo).

#### Problemstellung/Leitfragen

Die Kinder werden von den Expertenkindern oder von der Lehrerin gebeten sich bis zur Reflexionsphase mit einem ausgewählten SOMA-Gebäude (z.B. die Treppe) befasst zu haben: z.B.: "Heute wollen wir verschiedene Bauweisen für die Treppe finden und über geschickte Vorgehensweisen sprechen."

#### **Arbeitsphase**

Die Kinder arbeiten in Einzel- oder Partnerarbeit an ihrem Stationenpass bzw. der Urkunde weiter. Alle Kinder müssen sich bis zur Reflexionsphase mit der "Treppe" befasst haben. Im Rahmen der Stationsarbeit melden sich die Kinder zur Expertenprüfung an (auch für andere SOMA-Gebäude) und nehmen an der Expertenprüfung teil. Die Expertenkinder geben agf. Tipps und führen Expertenprüfungen durch; die Lehrerin gibt agf. Hilfestellungen.

#### Differenzierung

Val. Einheit 8:

Um den Kindern ein erfolgreiches Bearbeiten des Arbeitsauftrages zu ermöglichen, stehen ihnen zu jedem Gebäude zwei Tipps zur Verfügung.

Tipp 1 gibt Auskunft über die Anzahl der benötigten Steine,

z. B. Tipp 1 für die Treppe: Du brauchst 4 Steine des SOMA-Würfels.

Tipp 2 macht einen Vorschlag, mit welchen Steinen das Gebäude nachgebaut werden kann,

z. B. Tipp 2 für die Treppe: Verwende folgende Steine: T-Stein, L-Stein, Z-Stein, Drilling

#### I ehrer

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat mit Leitfragen für die Expertenprüfung
- Plakat mit Verhaltensregeln
- · Plakat für die Reflexionsphase mit der Überschrift "So finden wir verschiedene Bauweisen - Unsere Strategien"

#### Schlussphase / Reflexion

Hier bietet es sich an, den Expertenkindern die Gesprächsführung zu überlassen, d. h. aber nicht, dass man von ihnen verlangen kann, die Reflexionsphase komplett selbstständig zu führen. Die Lehrerin trägt auch weiterhin die Verantwortung für eine ergiebige Reflexion. Sie gibt an geeigneter Stelle Impulse und sorgt dafür, dass wichtige Ergebnisse festgehalten werden. Es werden verschiedene Bauweisen präsentiert. Dabei liegt der Schwerpunkt auf den verschiedenen Konstruktionsweisen. Die Strategien der Kinder werden z.B. auf einem Plakat festgehalten (z.B. mit der Überschrift: "So finden wir verschiedene Bauweisen – unsere Strategien:"), die auch auf andere SOMA-Gebäude übertragen werden können und daher den Kindern bei der Weiterarbeit helfen können.

Im Sinne der Prozesstransparenz sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Folgestunde gegeben werden; hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden.



Hier können Sie sich weiter informieren zu...

... "Mathe-Konferenzen": Haus 8 - Guter Unterricht



10. Einheit: "Wir sprechen über die Expertenarbeit!" – Reflexion der Unterrichtsmethode (s. dazu IM Video: "Eine Klasse voller Experten")

In dieser Einheit arbeiten die Kinder weiter innerhalb des Expertensystems an den einzelnen Stationen. Sie melden sich zur Expertenprüfung an, nehmen an der Expertenprüfung teil bzw. führen diese durch.

#### **ZIELE**

- a) Förderung des mathematischen Ausdrucksfähigkeit.
- b) Förderung der Raumvorstellung und der räumlichen Beschreibungsfähigkeit

#### **ZEIT**

Eine Unterrichtsstunde

#### **DARUM GEHT ES**

Die Kinder melden sich zur Expertenprüfung an, nehmen an der Expertenprüfung teil, bzw. führen diese durch und sprechen im Anschluss an die Stationsarbeit (vgl. Einheit 9) über die Expertenarbeit.

#### SO KANN ES GEHEN

#### Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst sollte den Kindern Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine): "Wir wollen heute über die Expertenarbeit sprechen."

#### Problemstellung/Leitfragen

Die Kinder werden gebeten, in dieser Stunde besonders auf die Arbeit als Expertenkind und mit Expertenkindern zu achten, um am Ende der Stunde die Methode reflektieren zu können; z. B.: "Heute wollen wir über die Expertenarbeit sprechen. Am Ende der Stunde sprechen wir darüber, wie gut die Anmeldung zur Expertenprüfung und wie gut die Expertenprüfung geklappt hat".

#### Schuljahr 3 - 4

(Die Durchführung ist auch schon in Klasse 1 und 2 möalich)

#### Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen Raum und Form - Schwerpunkt Körper

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

#### Kinder sprechen über...

- ... die Expertenarbeit,
- ... Konstruktionsmöglichkeiten und strategische Vorgehensweisen

#### Material

Schüler

- SOMA-Würfel
- Stationenpass oder Urkunde
- SOMA Arbeitsblätter (1-10)
- SOMA Tipp-Karten (1–10)
- Plakat "Anmeldung zur Expertenprüfung"



"Wir werden Würfelbaumeister: Wir bauen und beschreiben SOMA-Würfelgebäude"

#### **Unterrichtsplanung 10. Einheit**

#### **Arbeitsphase**

Die Kinder arbeiten in Einzel- oder Partnerarbeit an ihrem Stationenpass bzw. der Urkunde weiter.

Die Expertenkinder geben aaf. Tipps und kontrollieren: die Lehrerin gibt aaf. Hilfestellungen.

#### Differenzierung

s. Einheit 9

#### Schlussphase / Reflexion

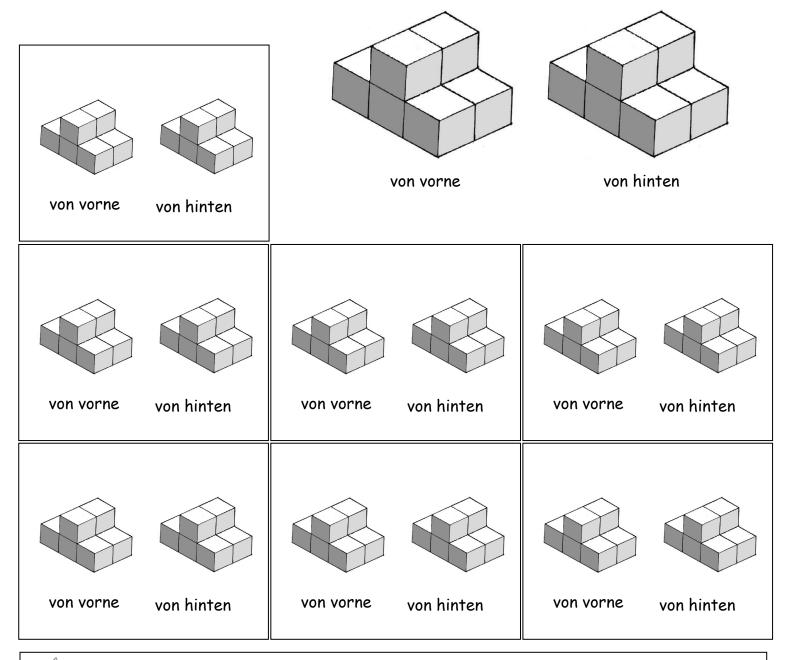
Gemeinsam mit den Kindern wird reflektiert, wie gut die Expertenarbeit geklappt hat (Anmeldung und Durchführung bzw. Teilnahme an der Expertenprüfung).

Im Sinne der Prozesstransparenz sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Folgestunde gegeben werden; hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden.

#### Lehrer

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat mit Leitfragen für die Expertenprüfung
- Plakat mit Verhaltensregeln

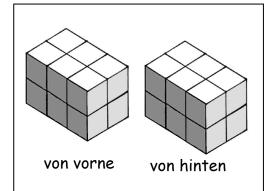
# Die Sitzbank

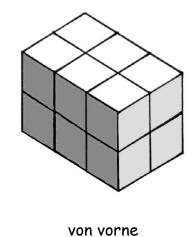


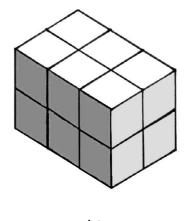


Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau der Sitzbank:

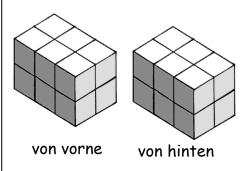
# Der Quader

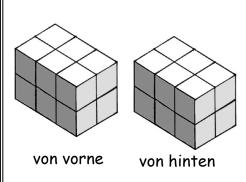


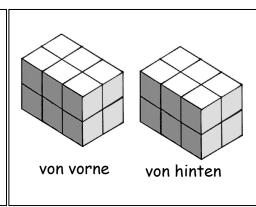


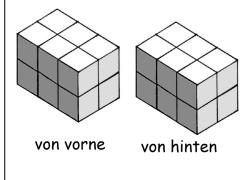


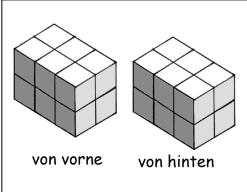
von hinten

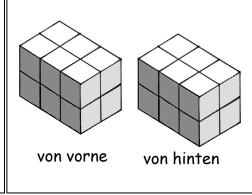








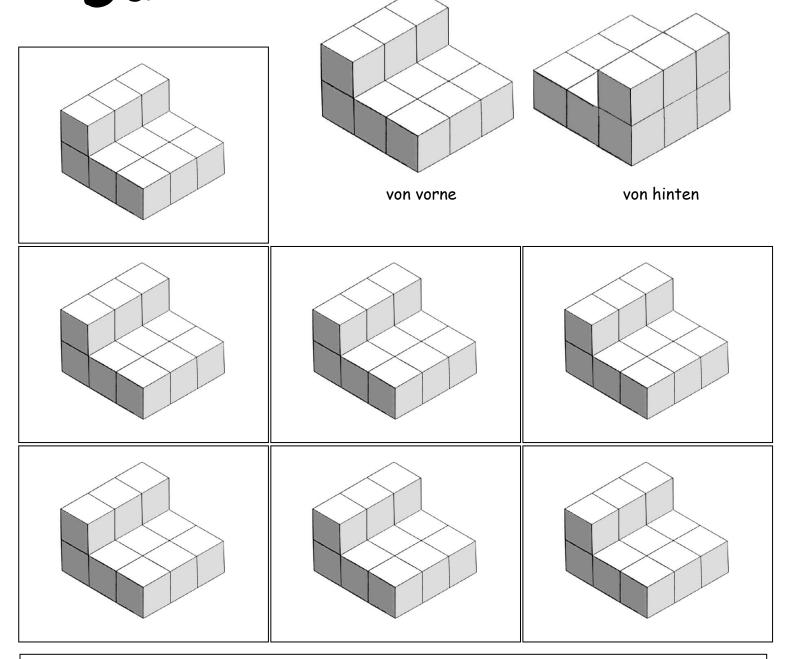






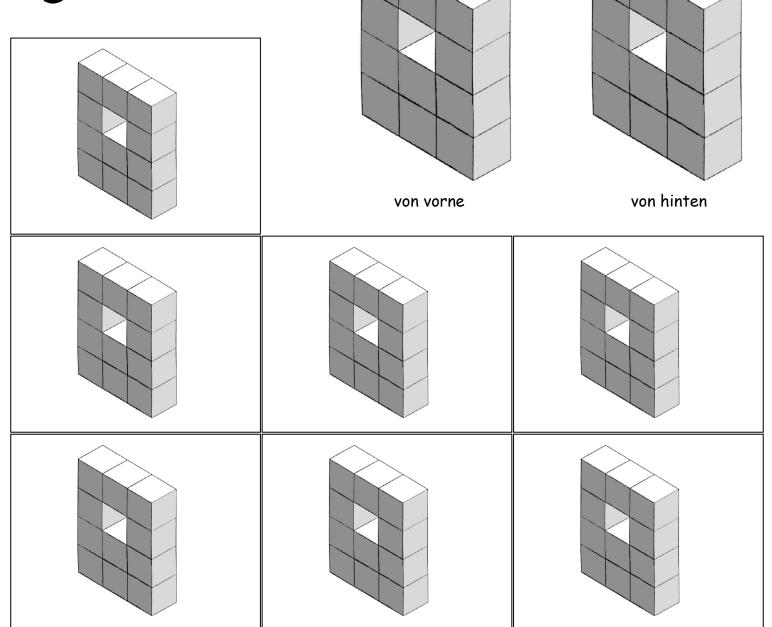
Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau des Quaders:

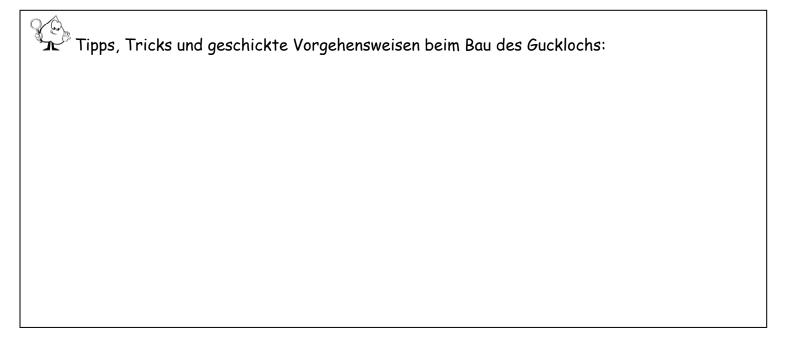
Das Sofa



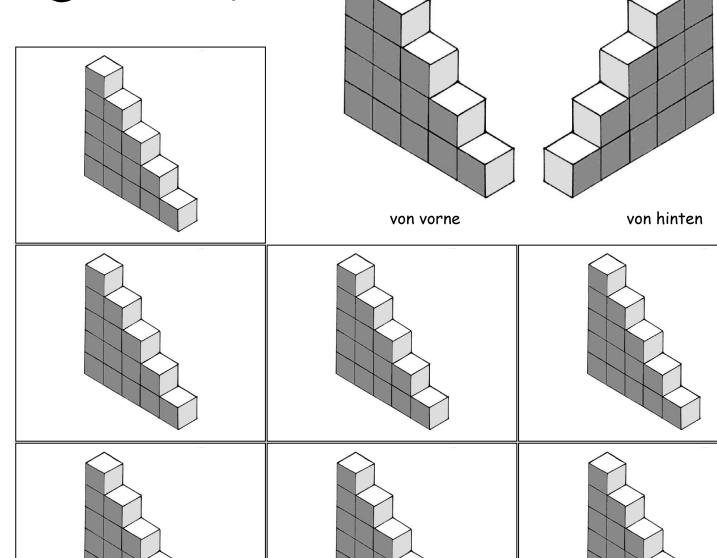
Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau des Sofas:

# Das Guckloch





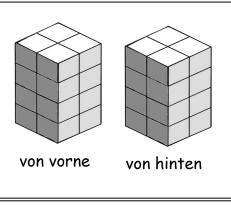
## Die Treppe

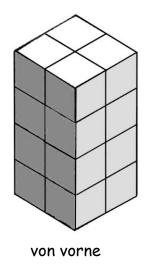


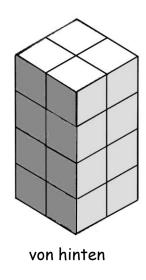


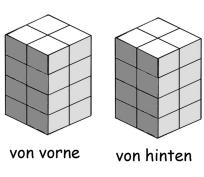
Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau der Treppe:

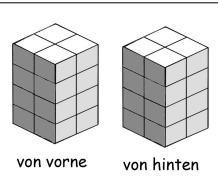
# Der Turm

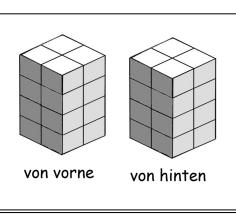


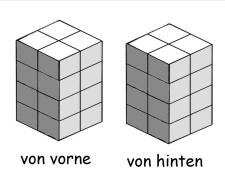


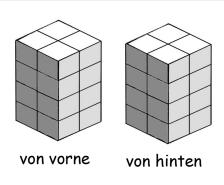


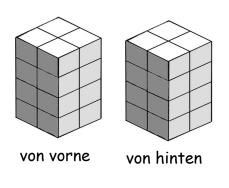








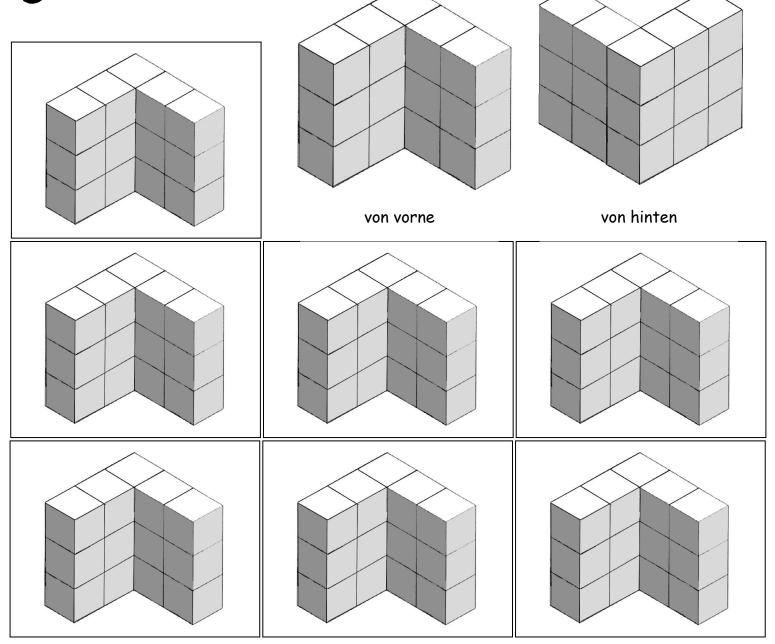






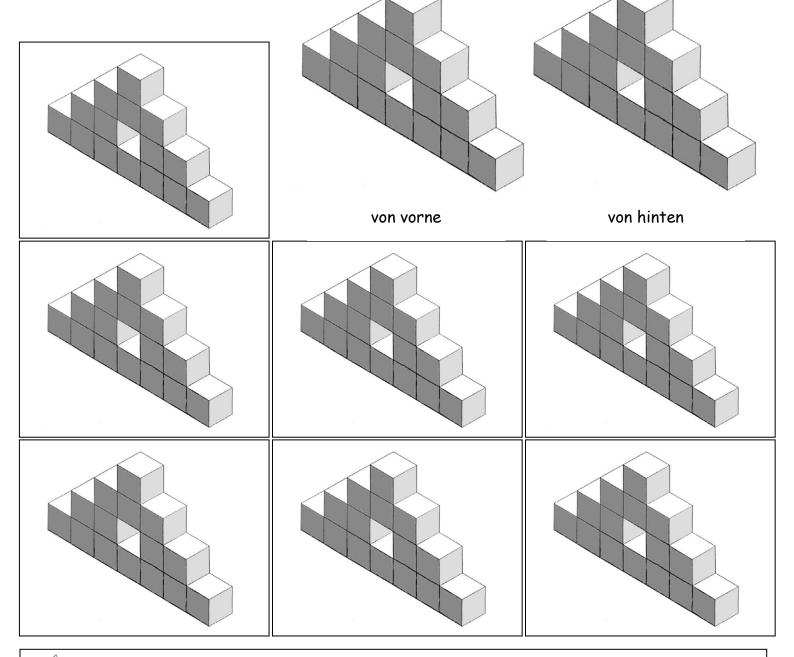
Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau des Turms:

Die Zimmerecke

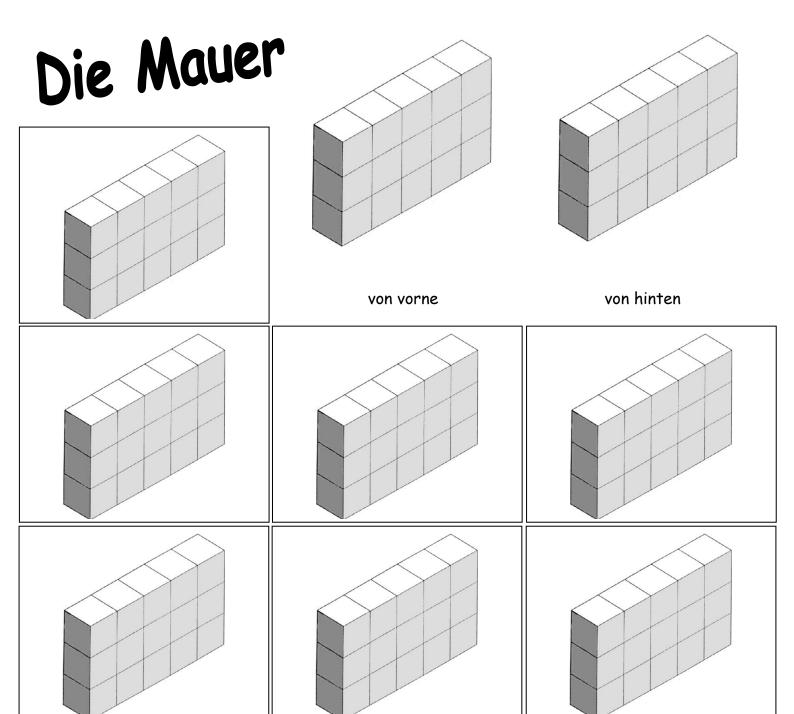


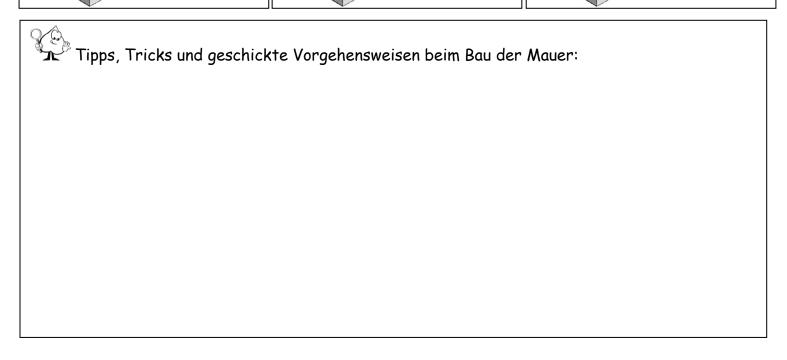
Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau der Zimmerecke:

Der Giebel

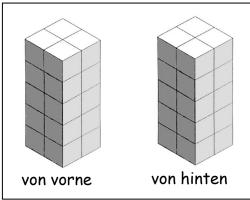


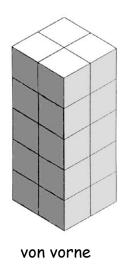
Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau des Giebels:

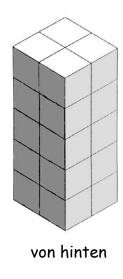


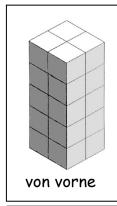


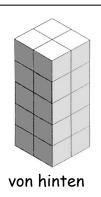
# Der hohe Turm

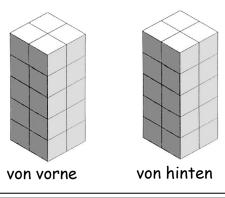


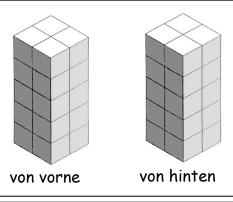


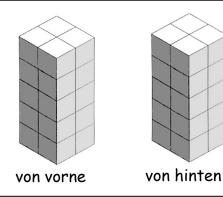


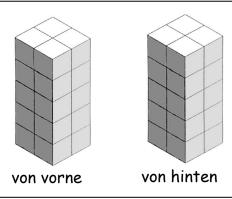


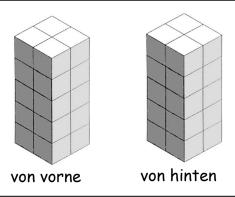














Tipps, Tricks und geschickte Vorgehensweisen beim Bau des hohen Turms:



#### Tipp 1: Die Sitzbank

#### Tipp 1: Die Sitzbank

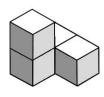
Du brauchst zwei Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst zwei Steine des SOMA-Würfels.

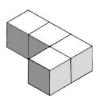


#### Tipp 2: Die Sitzbank

Verwende folgende Steine:



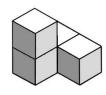
Linke Hand



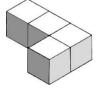
L-Stein



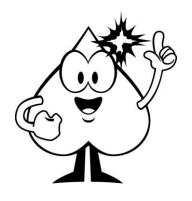
#### Tipp 2: Die Sitzbank



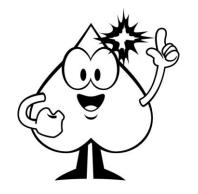
Linke Hand



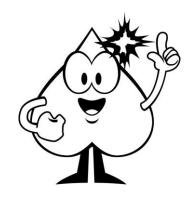
L-Stein



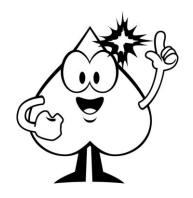
# Tipp 1 Die Sitzbank



### Tipp 1 Die Sitzbank



Tipp 2
Die Sitzbank



Tipp 2
Die Sitzbank



#### Tipp 1: Der Quader

Tipp 1: Der Quader

Du brauchst drei Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst drei Steine des SOMA-Würfels.

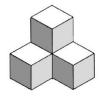


#### Tipp 2: Der Quader

Verwende folgende Steine:



Linke Hand



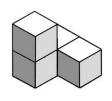
Eck-Stein



T-Stein



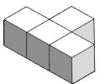
#### Tipp 2: Der Quader



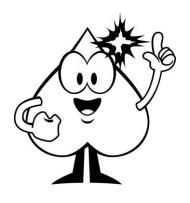
Linke Hand



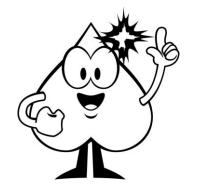
Eck-Stein



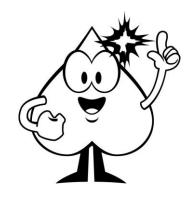
T-Stein



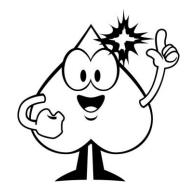
Tipp 1
Der Quader



Tipp 1
Der Quader



Tipp 2
Der Quader



Tipp 2 Der Quader



#### Tipp 1: Das Sofa

Tipp 1: Das Sofa

Du brauchst drei Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst drei Steine des SOMA-Würfels.



#### Tipp 2: Das Sofa

Verwende folgende Steine:



Linke Hand



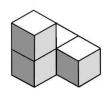
Eck-Stein



T-Stein



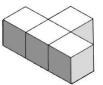
### Tipp 2: Das Sofa



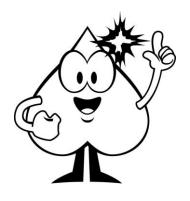
Linke Hand



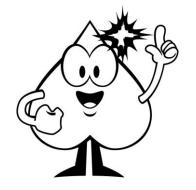
Eck-Stein



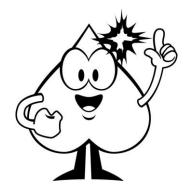
T-Stein



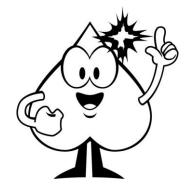
Tipp 1
Das Sofa



Tipp 1
Das Sofa



Tipp 2
Das Sofa



Tipp 2
Das Sofa



#### Tipp 1: Das Guckloch

#### Tipp 1: Das Guckloch

Du brauchst drei Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst drei Steine des SOMA-Würfels.



#### Tipp 2: Das Guckloch

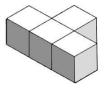
Verwende folgende Steine:



Drilling



L-Stein



T-Stein



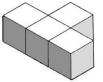
#### Tipp 2: Das Guckloch



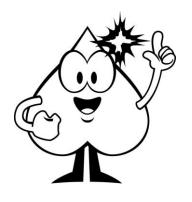
Drilling



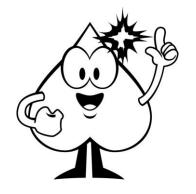
L-Stein



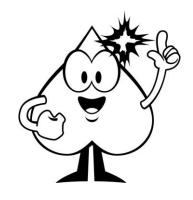
T-Stein



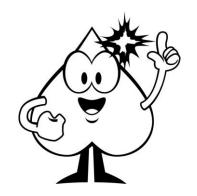
# Tipp 1 Das Guckloch



# Tipp 1 Das Guckloch



Tipp 2
Das Guckloch



Tipp 2
Das Guckloch



Tipp 1: Die Treppe

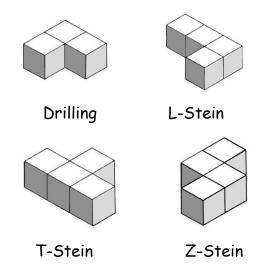
Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.



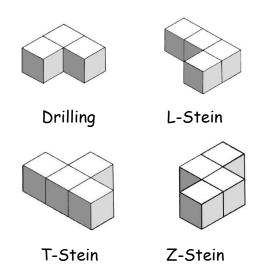
#### Tipp 2: Die Treppe

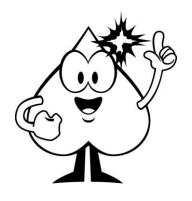
Verwende folgende Steine:



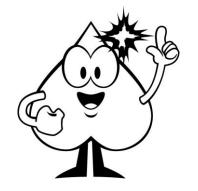


#### Tipp 2: Die Treppe

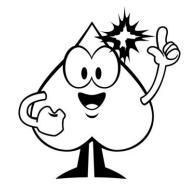




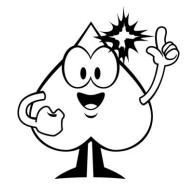
Tipp 1
Die Treppe



Tipp 1
Die Treppe



Tipp 2
Die Treppe



Tipp 2
Die Treppe



#### Tipp 1: Der Turm

Tipp 1: Der Turm

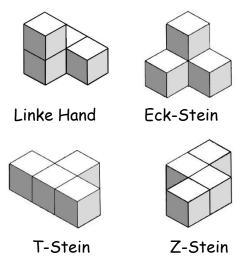
Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.



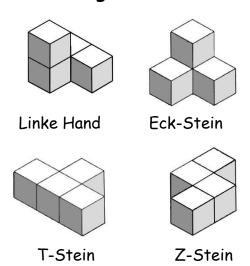
### Tipp 2: Der Turm

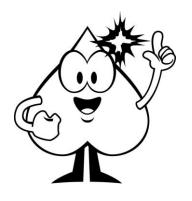
Verwende folgende Steine:



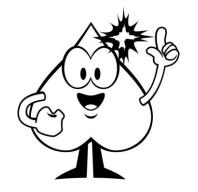


### Tipp 2: Der Turm

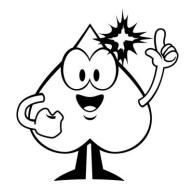




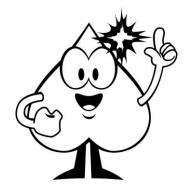
Tipp 1
Der Turm



Tipp 1
Der Turm



Tipp 2
Der Turm



Tipp 2
Der Turm



#### Tipp 1: Die Zimmerecke

#### Tipp 1: Die Zimmerecke

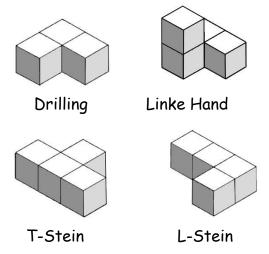
Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.



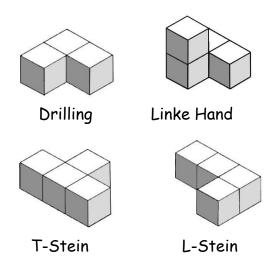
### Tipp 2: Die Zimmerecke

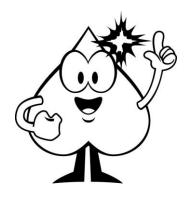
Verwende folgende Steine:



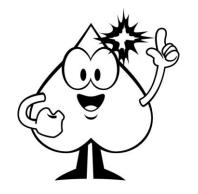


#### Tipp 2: Die Zimmerecke

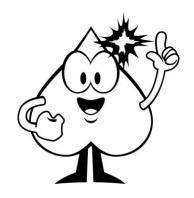




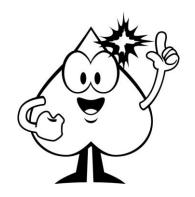
Tipp 1
Die Zimmerecke



### Tipp 1 Die Zimmerecke



Tipp 2
Die Zimmerecke



Tipp 2
Die Zimmerecke



#### Tipp 1: Der Giebel

Tipp 1: Der Giebel

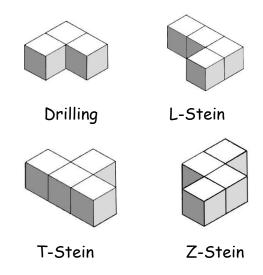
Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.



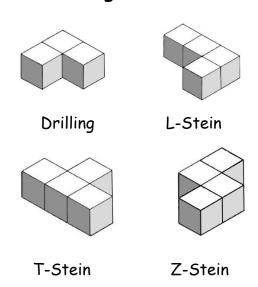
#### Tipp 2: Der Giebel

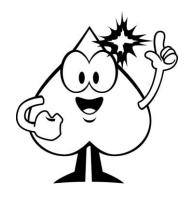
Verwende folgende Steine:



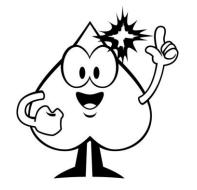


#### Tipp 2: Der Giebel

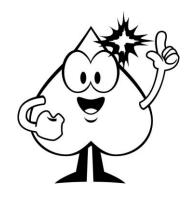




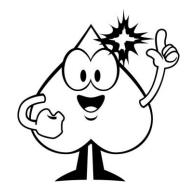
Tipp 1
Der Giebel



Tipp 1
Der Giebel



Tipp 2
Der Giebel



Tipp 2 Der Giebel



#### Tipp 1: Die Mauer

Tipp 1: Die Mauer

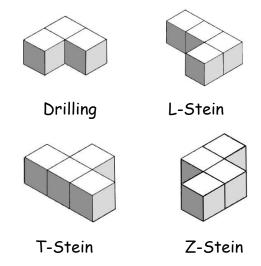
Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst vier Steine des SOMA-Würfels.



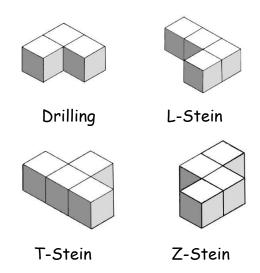
#### Tipp 2: Die Mauer

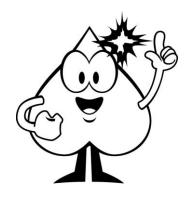
Verwende folgende Steine:



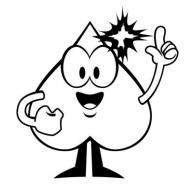


#### Tipp 2: Die Mauer

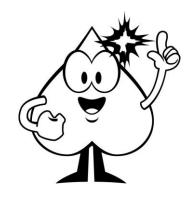




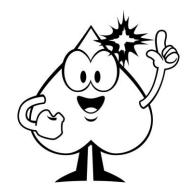
# Tipp 1 Die Mauer



### Tipp 1 Die Mauer



Tipp 2
Die Mauer



Tipp 2
Die Mauer



#### Tipp 1: Der hohe Turm

#### Tipp 1: Der hohe Turm

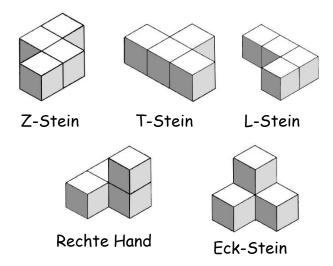
Du brauchst fünf Steine des SOMA-Würfels.

Du brauchst fünf Steine des SOMA-Würfels.



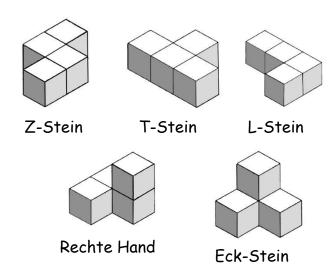
#### Tipp 2: Der hohe Turm

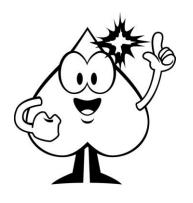
Verwende folgende Steine:



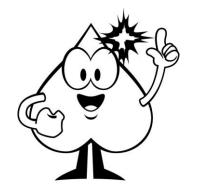


#### Tipp 2: Der hohe Turm

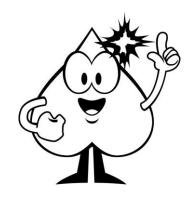




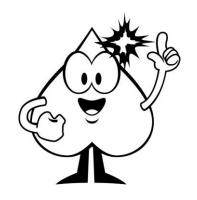
Tipp 1
Der hohe Turm



Tipp 1
Der hohe Turm

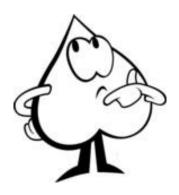


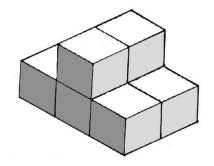
Tipp 2
Der hohe Turm



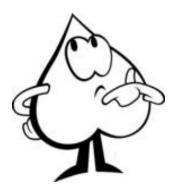
Tipp 2
Der hohe Turm

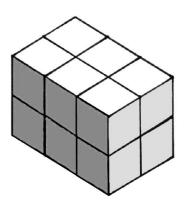
### Die Sitzbank



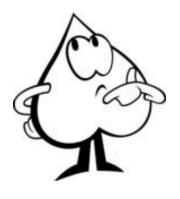


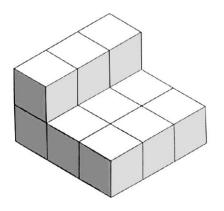
# Der Quader



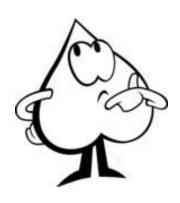


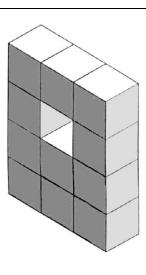
### Das Sofa



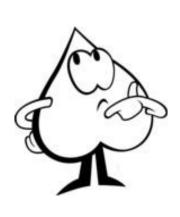


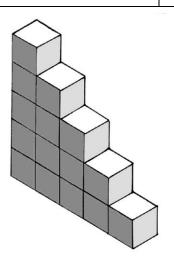
### Das Guckloch



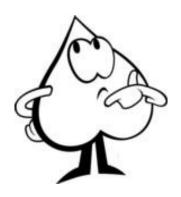


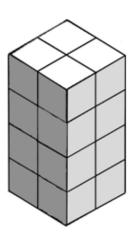
# Die Treppe



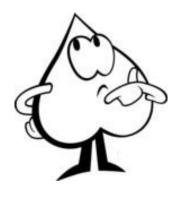


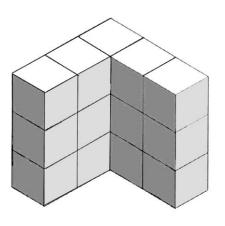
### Der Turm



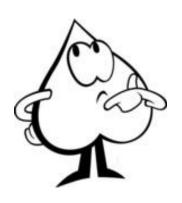


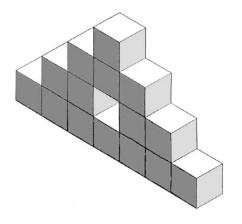
### Die Zimmerecke



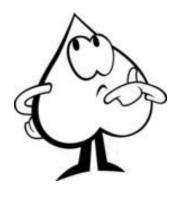


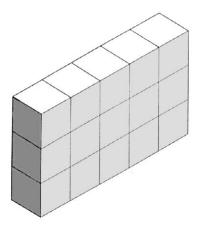
### Der Giebel



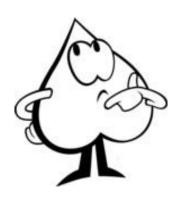


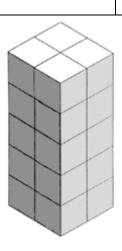
### Die Mauer





### Der hohe Turm







# SOMA-Stationenpass

Nr.	Station	Expertenkind	Anzahl der Lösungen	bearbeitet ✓
1	Die Sitzbank			
2	Der Quader			
3	Das Sofa			
4	Das Guckloch			
5	Die Treppe			
6	Der Turm			
7	Die Zimmerecke			
8	Der Giebel			
9	Die Mauer			
10	Der hohe Turm			
11	Architektur-Büro			

### Urkunde für SOMA-Würfel-Baumeister



	hat am	 _ die <b>21-Baumeiste</b> r	
runde	erworben.		
	erworden.		

Hierzu wurden folgende Prüfungen abgenommen:

	A	
and	كومه	
W.	1	

		bearbeitet am	Anzahl der gefundenen Lösungen	kontrolliert (Unterschrift des Expertenkindes)
1. Die S	itzbank			
2. Der G	Quader			
3. Das 5	iofa			
4. Das G	uckloch			
5. Die T	герре			
6. Der T	Turm			
7. Die Z	immerecke			
8. Der 6	iebel			
9. Die M	lauer			
10. Der h	nohe Turm			
11. Archi	tekturbüro			
Bemerkung	en:			

Bemerkungen	
Unterschrift	Stempel

Rückmeldung zur SOMA-Unterrichtsreihe		Meine				Einschätzung				
	von		nschä	ätzu	ng:	von Frau				
Wie du gearbeitet hast:	•	☆	<b>©</b>	<b>©</b>	8	<u>~</u>	<b>©</b>	<u> </u>	⊗.	
Du hast viel geschafft.										
Du hast bei jeder Station versucht, viele Lösungen zu finden.										
Du hast versucht, immer deine Vorgehensweise zu beschreiben.										
Du warst als Expertenkind wichtig für unseren Unterricht.										
Du hast sauber und ordentlich in deinem SOMA-Buch gearbeitet.										
Du hast deinen Stationenpass richtig und ausführlich ausgefüllt.										
Was du gearbeitet und gelernt hast:		☆	<b>©</b>	(a)	8	☆	☺	<b>(a)</b>	8	
Das Nachbauen von SOMA-Gebäuden fällt dir jetzt sehr leicht.										
Du hast bei jeder Station viele verschiedenen Lösungen gefunden und ri	ichtig eingezeichnet.									
Du hast deine Vorgehensweise sehr verständlich aufgeschrieben.										
Du kannst deine selbst erfundenen SOMA-Gebäude schon richtig auf Punktegitter-Papier zeichnen oder mit Würfelplättchen kleben.										
oder till War Jerpia Ferreit Messen.										
Meine abschließende Einschätzung:	Frau abschließende Einschätzung:									
Meine Leistung ist insgesamt ☆ ☺ ☺ ☻, weil Deine Leistung ist insgesamt		<b>☆</b> ©		ව, we	eil					





### Lernbericht

· Das habe ich gelernt:

• Dabei hatte ich Schwierigkeiten:

· Das möchte ich sonst noch sagen:



Haus 8: Guter Unterricht

#### "Mathe-Konferenzen"

#### Eine strukturierte Kooperationsform zur Förderung der sachbezogenen Kommunikation unter Kindern



Abb. 1: Austausch von Drittklässlern im Rahmen einer Mathe-Konferenz

#### Worum geht es?

#### Ziele

Der Lehrplan Mathematik greift bei der Erläuterung der von Grundschulkindern zu erwerbenden prozessbezogenen Kompetenz "Darstellen/Kommunizieren" beispielhaft die Methode "Rechenkonferenz" (vgl. S. 60) auf.

Als Rechen- oder Mathe-Konferenz bezeichnet man einen Zusammenschluss von Kindern in heterogenen Kleingruppen zur Präsentation und Reflexion von individuellen Lösungswegen im Mathematikunterricht (vgl. SUNDERMANN & SELTER 1995).

In diesen Kleingruppen treten die Kinder über mathematische Sachverhalte in einen mündlichen Austausch. Es geht vor allem darum, die sachbezogene Kommunikation untereinander sowie das Lernen von- und miteinander zu fördern: Wesentlich ist, dass im Rahmen der Mathe-Konferenz die Schüleraktivitäten und Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler zusammengeführt und die Prozesse reflektiert werden. Die Kinder werden hier herausgefordert, ihr Vorgehen bei der Lösung einer Aufgabe oder ihre Entdeckungen zu beschreiben und zu begründen sowie die Gedankengänge ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler nachzuvollziehen.

Neben der kommunikativen Kompetenz werden allerdings auch die darstellenden und argumentativen Kompetenzen der Schüler gefordert und gefördert, indem sie unter anderem ihre unterschiedlichen Lösungswege präsentieren, vergleichen und konstruktiv bewerten.

In diesem Sinne tragen Mathe-Konferenzen zur Entwicklung einer Kultur des Verstehens und Verstandenwerdens bei.

#### Vorteile

Von diesem sachbezogenen Austausch profitieren *alle* Schülerinnen und Schüler, so dass der Mathe-Konferenz eine Doppelfunktion zukommt: Einerseits profitieren die (Autoren-)Kinder, die ihre Lösungswege erklären, indem sie ihr Vorgehen und ihre eigenen Gedankengänge verbalisieren und versuchen, diese verständlich zu präsentieren. Andererseits werden gleichzeitig die zuhörenden Kinder aktiv miteinbezogen, indem sie die Vorgehensweisen anderer nachvollziehen und vergleichen sollen, um anschließend kriteriengeleitet Rückmeldungen geben zu können. Zugleich werden somit Lösungswege und Lösungen überprüft und ggf. können die Kinder gemeinsam nach den Ursachen von Fehlern suchen sowie (erste) Überarbeitungsvorschläge entwickeln. Gegenüber einer Reflexionsphase im Plenum wird durch diese Kooperationsform die sprachliche Beteiligung (und die Auseinandersetzung mit der gestellten Aufgabe) des einzelnen Kindes erhöht, auch schwächere und weniger mitteilsame Kinder kommen zu Wort. Eine Reflexionsphase im Plenum wird durch die Durchführung von Mathe-Konferenzen natürlich nicht überflüssig, sondern kann im Gegenteil durch diese besonders gut vorbereitet werden. Und: Auch die "stilleren" Kinder werden ggf. durch den Rückhalt der Kleingruppe ermutigt, ihre Gedanken dort zu artikulieren.



#### Voraussetzungen

Die Methode "Mathe-Konferenz" kann bereits im ersten Schuljahr eingeführt werden.

Wesentliche inhaltliche Voraussetzung für die Durchführung von Mathe-Konferenzen ist die Ergiebigkeit der Aufgabe. Diese muss mathematisch anspruchsvoll genug sein und unterschiedliche Denk- und Lösungswege zulassen, so dass ein Austausch auch aus der Sicht der Kinder sinnvoll wird. So können verschiedene Lösungswege zu einer Aufgabe, entdeckte Muster und Strukturen oder das Finden einer möglichst geschickten Strategie Gegenstände einer Mathe-Konferenz sein (vgl. z.B. UM in Haus 5 (Rechenwege), Haus 7 (Gute Aufgaben), Haus 8 ("Forscherhefte")).

Die Fähigkeit, sich an Mathe-Konferenzen zu beteiligen, eigene Ergebnisse und Vorgehensweisen zu erklären und Ideen und Lösungswege anderer nachzuvollziehen, entwickelt sich bei den Kindern allerdings nicht von selbst. Wie jede andere Methode, muss daher auch die Mathe-Konferenz zunächst eingeführt und ritualisiert werden, so dass sie sich im Laufe der Zeit als gängige Methode in der Klasse etablieren kann.

#### Wie kann es gehen?

Zur Strukturierung der Auseinandersetzung mit ergiebigen, "guten" Aufgaben kann der gesamte Prozess im Sinne des kooperativen Lernens in drei Phasen untergliedert werden: 1. die sog. "Ich-Phase", 2. die "Du-Phase" und 3. die "Wir-Phase" (vgl. zum "Ich-Du-Wir-Prinzip" auch die weiterführenden Informationen in Haus 5, IM und FM 5.2).

Diese drei Phasen können Sie mit Hilfe des Übersichts-Plakates "Mathe-Aufgaben gemeinsam lösen. Leitfaden: 1. Ich 2. Du 3. Wir" Ihren Schülerinnen und Schülern transparent machen (vgl. Abb. 2, in: Haus 8, UM):

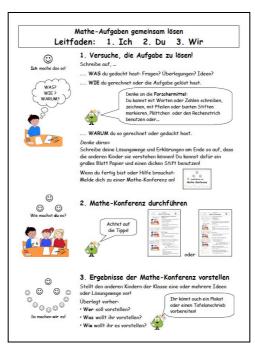


Abb. 2: Plakat: "Mathe-Aufgaben gemeinsam lösen. Leitfaden: 1. Ich 2. Du 3. Wir"

#### Phase 1 ("Ich-Phase", symbolisiert durch ⊕)

Zunächst ist es notwendig, dass die Kinder für die individuelle Bearbeitung und die Darstellung des eigenen Lösungsweges ausreichend Zeit haben, damit sie sich anschließend über ihr Vorgehen austauschen können: Sie notieren ihre Überlegungen zur Lösung der Aufgabe und versuchen diese so darzustellen, dass die anderen Kinder diese nachvollziehen können.

Hier ist es hilfreich, wenn den Kindern nonverbale Darstellungsmittel, die sog. "Forschermittel", und verbale Darstellungsmittel, also sprachliche Unterstützungen, zur Verfügung gestellt werden (vgl. Haus 1, UM): Mit Hilfe der "Forschermittel" (z.B. Wendeplättchen, Zehner-System-Blöcke, Pfeile, Rechenstrich) können die Kinder einen Lösungsweg ermitteln und diesen darstellen. Die für die Mathe-Konferenz notwendige Verbalisierung von Entdeckungen, Beschreibungen und Begründungen kann durch das Bereitstellen von Plakaten mit möglichen Satzanfängen oder die

sog. Wortspeicherarbeit unterstützt werden (vgl. Haus 4 und Beispiele in Abb. 3 und 4 (in: Haus 5, UM)).





Abb. 3 und 4: Plakate mit möglichen Satzanfängen ("Satzspeicher") und wichtigen Wörtern ("Wortspeicher") zum Thema "Rechenwege"

#### Gruppenbildung

Hat ein Kind die Aufgabenstellung aus seiner Sicht vollständig bearbeitet und verständlich erklärt (oder wünscht es sich ggf. auch die Unterstützung bei der Lösung durch andere Kinder), meldet es sich zur Mathe-Konferenz an, indem es seinen Namen in eine Liste einträgt, die im Klassenraum aushängt. Sobald sich drei Kinder eingetragen haben, kommen sie zu einer Mathe-Konferenz zusammen. Es hat sich in der Praxis als effizient erwiesen, die Größe der Gruppe nicht deutlich zu erhöhen.

Als Liste können Sie eine Vorlage nutzen, an der das Kind eine Wäscheklammer heftet, welche mit seinem Namen beschriftet ist (vgl. Abb. 5; in: Haus 8, UM). Oder Sie laminieren die Vorlage, auf der bereits Platz für drei Namen vorgesehen ist (vgl. Abb. 6; in: Haus 8, UM): Dort trägt das Kind seinen Namen mit einem wasserlöslichen Folienstift ein. Natürlich können Sie eine solche Liste auch einfach an die Tafel schreiben. Ist die Liste "voll", wischt das Kind, das sich zuletzt eingetragen hat, die Namen aller Kinder aus (bzw. legt die Wäscheklammern zurück), so dass die Liste wieder zur Gruppenbildung für andere Kinder zur Verfügung steht. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die Gruppenbildung schnell vonstatten geht.

Hat sich eine Gruppe an einem ruhigen Platz zusammengefunden, kann der Austausch beginnen. Zur Ausweisung der Plätze, an denen sich die Kinder treffen können (Mathe-Ecke, Flur, eine Ecke im Klassenraum...), können Sie oder die Kinder das Schild "Mathekonferenz! Bitte nicht stören!" (vgl. Abb. 7; in: Haus 8, UM) an diesen aufstellen.







Phase 2 ("Du-Phase" symbolisiert durch

Damit Mathe-Konferenzen nicht in einer Aneinanderreihung von Informationen ohne Struktur enden oder sich die Kinder in Einzelheiten verlieren, empfiehlt sich die gemeinsame Erarbeitung von Leitfragen für Mathe-Konferenzen.

⊚ )

Zur Strukturierung können Sie Ihrer Klasse "Tipps für die Mathe-Konferenz" zur Verfügung stellen. Diese stehen in zwei Fassungen zur Verfügung (in: Haus 8, UM): Die erste Fassung ist für jüngere Schüler und zur Einführung von Mathekonferenzen konzipiert worden (vgl. Abb. 8), die zweite Fassung für ältere Kinder und solche, die bereits Erfahrungen mit Mathe-Konferenzen machen

konnten (vgl. Abb. 9). Die "Tipps" gliedern den Verlauf der Mathe-Konferenz in mehrere Abschnitte und geben den Kindern so Orientierungshilfen sowie Beispiele für mögliche Leitfragen:

- Wie hat das "Autorenkind" die Aufgabe gelöst?
- Warum ist es so vorgegangen?
- Ist der Erklärungsversuch des "Autorenkindes" verständlich?
- Ist das gewählte Vorgehen geschickt?
- Wer hat einen anderen Weg gewählt? Was ist daran anders?
- ..

Werden Leitfragen dieser Art kultiviert, können diese dazu beitragen, die Gesprächssituation und somit das Lernen von- und miteinander zu strukturieren, den Blick der Kinder bewusst von den individuellen Vorgehensweisen auf andere Sichtweisen zu lenken und Kinder dazu anzuregen, Lösungswege kritisch-konstruktiv zu hinterfragen.



Tipps für

Mathe-Konferenzen

1. "Verteilt die Rollenkarten!
Einsig sech damzu!

So bin ich vurgegangen
Nowe Take vit.

2. Zeigt und erklärt eure Zeen und Ergebnissel
Stellt euch necheinunder gegenseitig eure Löten, Tricks und
Löussgewege vo.
Zeigt und erklärt eure zeigen in den, Tricks und
Löussgewege vo.
Zeigt und erklärt eure Zeigen und Ergebnissel
Stellt euch necheinunder gegenseitig eure Löten, Tricks und
Löussgewege vo.
Zeigt und erklärt eure Zeigen und Ergebnissel
Stellt euch necheinunder gegenseitig eure Löten, Tricks und
Löussgewege vo.
Zeigt und erklärt eure Zeigen und Ergebnissel
Die konnt auch die Forschreimtel (Pfelle, Ferben, Plättchen,
Rechentrich...) berutzen oder auf zeichnen, was ihr gedacht
habit!

Seigt ein einem der Klören euch werstenden haben.
Weise zu euch noch einemd erklären.

4. Vergleicht eure Zeigen und Ergebnisse!

4. Vergleicht eure Zeigen und Ergebnisse!

4. Vergleicht eure Zeigen und Ergebnisse!

5. Was ist gleich, was ist nerschieden?

6. Was ist gleich, was ist nerschieden?

6. Was ist gleich, was ist nerschieden?

7. Vergleicht eure Zeigen und Ergebnisse!

8. Bereitet eure Präsentefen voelt
Dezeigg, wie ihr eure Ergebnisse den anderen Kindern im
Pletzen wurstellen wellt

9. Sprecht Uben die Methe-Konferenzel
Seid ihr zufrieden mit eurem Gesprüch? Überreigt: Was hat in gedern?

1. "Sprecht Uben die Methe-Konferenzel
Seid ihr zufrieden mit eurem Gesprüch? Überreigt: Was hat in gedern?

2. Schreibt geneinsen ein Protokoll!

Abb. 8: Kurz-Fassung der Tipps

Abb. 9: Normal-Fassung der Tipps

Die "Tipps" für die Mathe-Konferenz ("Du-Phase") sollten hierzu (wenn möglich vergrößert) im Klassenraum rechts neben dem Übersichts-Plakat ("Leitfaden: 1. Ich 2. Du 3. Wir"; vgl. Abb. 2) ausgehängt werden sowie ggf. an den für die Konferenzen vorgesehenen Orten oder auf dem Mathe-Tisch (im DIN-A4-Format) für die Hand der Kinder ausliegen.

Die Schüler sollen in den Mathe-Konferenzen ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Außerdem sollen sie wahrgenommene Unterschiede und Gemeinsamkeiten ihrer Ideen und Lösungswege vorstellen, zusammentragen und ggf. Überarbeitungsideen entwickeln.

Hierzu kann jedes Kind eine Rolle (z.B. Leitung, Schreiber, Zeitwächter) übernehmen, die auf Rollenkarten (vgl. Abb. 10 – 12, in: Haus 8, UM) beschrieben werden.







Abb. 10 - 12: Mögliche Rollenkarten

Denkbar ist es auch, dass die Kinder im Rahmen von Mathe-Konferenzen zusätzlich eine neue, weiterführende Aufgabe gemeinsam bearbeiten (vgl. z.B. Haus 8, UM: "Forscherrunden" im Zusammenhang der Arbeit mit einem "Forscherheft").

Optional können sich die Kinder auf einer Meta-Ebene über den Verlauf der Konferenz verständigen. Den Abschluss der Konferenz kann das gemeinsame Verfassen eines Protokolls (vgl. Abb. 13 und 14) bilden.

Protokoll	der Mathe-H	Conferenz
	0 0	
Namen der Konferenz-Teilnehmer:	_	Defum
<b>*</b>		0
Unser Thema:		
Unsere Ergebnisse:		
€ Bestelvell	der Mathe-F	/
Protokon	oer marne-r	onrerenz
л	0 0	
Namen der Konferenz-Teilnehmer:		Datum
Unser Thema:		
Unsere Ergebnisse:		

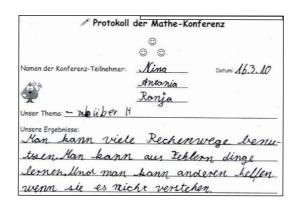


Abb. 13: Protokollbögen; Abb. 14: Beispiel für die Dokumentation eines Gesprächsergebnisses in einem Protokollbogen

#### Mit den Kindern über das Gelingen der Mathe-Konferenzen sprechen

Die Verantwortung für die Mathe-Konferenz liegt wesentlich in den Händen der Kinder. Nichtsdestotrotz ist eine adäquate Begleitung der Mathe-Konferenzen durch die Lehrperson von großer Bedeutung: Die Lehrperson in der Rolle eines Moderators kann durch gezielte Interventionen die Kommunikation aufrechterhalten und die Kinder kognitiv aktivieren und somit zum konstruktiven Verlauf der Mathe-Konferenz beitragen.

Wenn die Kinder es noch nicht gewohnt sind, in "Mathe-Konferenzen" ihre Lösungswege zu besprechen, kann es hilfreich sein, mit den Kindern auf einer Meta-Ebene auch über diese Methode zu reflektieren: Um die Effizienz dieser Form von Lerngesprächen zu steigern, hat es sich als vorteilhaft erwiesen, wenn zwischendurch immer mal wieder Konferenzen 'öffentlich' – z.B. im Rahmen einer sog. "Fishbowl" – durchgeführt werden. Dazu begibt sich eine Gruppe von Freiwilligen, die gerade in eine Mathe-Konferenz gehen wollte, in die Mitte eines Stuhlkreises. Zusätzlich zu den für diese drei Kinder bereit stehenden Stühlen befindet sich dort ein weiterer leerer Stuhl, auf dem drei Smileys liegen (②,⊕,⊗). Diese können im Anschluss an die Konferenz von den, im Außenkreis sitzenden, beobachtenden Kindern als Anhaltspunkt für eine konstruktive (methodische oder auch \*inhaltliche) Rückmeldung ("Mir hat gut gefallen, dass jeder ausreden konnte." \*,Ich finde, dass euer Lösungsweg nicht so schlau ist, weil...") bzw. für Tipps ("Wenn du bei der Beschreibung deines Entdecker-Päckchens auch noch Pfeile oder Farben nehmen würdest, dann könnten die anderen Kinder das bestimmt besser verstehen") genutzt werden. Um eine Einhaltung von Gesprächsregeln zu gewährleisten, setzt sich das rückmeldende Kind dazu auf den freien Stuhl.

#### © © © © °°°°°) Phase 3 ("Wir-Phase", symbolisiert durch

Die Würdigung und Reflexion der Gesprächs-Ergebnisse der einzelnen Mathe-Konferenzen kann abschließend durch eine Präsentation dieser im Plenum erfolgen. Durch die auf dem Übersichts-Plakat (vgl. Abb. 2) formulierten Fragen zur Organisation dieser Präsentation werden die Kinder dazu angehalten, diese möglichst strukturiert und zielorientiert vorzubereiten.



ANDERS, Karin & Andrea OERTER (2009): Forscherhefte und Mathematikkonferenzen in der Grundschule 3 + 4. Vpm/Kallmeyer

BRANDT, Birgit & Marcus NÜHRENBÖRGER (2009): Guter Unterricht - Kinder im Gespräch über Mathematik. Die Grundschulzeitschrift H. 222/223

GÖTZE, Daniela (2007): Mathematische Gespräche unter Kindern. Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben. Hildesheim

SUNDERMANN, Beate & Christoph Selter (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G.N. & E. Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 165-178

SUNDERMANN, Beate (1999): Rechentagebücher und Rechenkonferenzen. Für Strukturen im offenen Unterricht. In: Grundschule H.1, S. 48 – 50



### Mathe-Aufgaben gemeinsam lösen

## Leitfaden: 1. Ich 2. Du 3. Wir



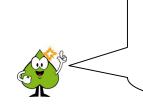
Ich mache das so!



## 1. Versuche, die Aufgabe zu lösen!

Schreibe auf, ...

- ... WAS du gedacht hast: Fragen? Überlegungen? Ideen?
- ... WIE du gerechnet oder die Aufgabe gelöst hast.



Denke an die Forschermittel:

Du kannst mit Worten oder Zahlen schreiben, zeichnen, mit Pfeilen oder bunten Stiften markieren, Plättchen oder den Rechenstrich benutzen oder...

... **WARUM** du so gerechnet oder gedacht hast.

#### Denke daran:

Schreibe deine Lösungswege und Erklärungen am Ende so auf, dass die anderen Kinder sie verstehen können! Du kannst dafür ein großes Blatt Papier und einen dicken Stift benutzen!

Wenn du fertig bist oder Hilfe brauchst: Melde dich zu einer Mathe-Konferenz an!



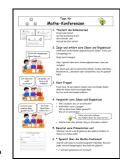




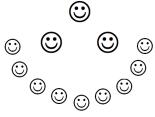
#### 2. Mathe-Konferenz durchführen







oder



So machen wir es!

### 3. Ergebnisse der Mathe-Konferenz vorstellen

Stellt den anderen Kindern der Klasse eine oder mehrere Ideen oder Lösungswege vor!

Überlegt vorher:

- · Wer soll vorstellen?
- · Was wollt ihr vorstellen?
- · Wie wollt ihr es vorstellen?

Ihr könnt auch ein Plakat oder einen Tafelanschrieb vorbereiten!









Anmeldeliste zur

Mathe-Konferenz









# Anmeldeliste zur

# Mathe-Konferenz

1.

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

---- bitte hier nach hinten falten -----

## Mathe-Konferenz







## Bitte nicht stören!!









#### Tipps für

## Mathe-Konferenzen





## 1. Zeigt und erklärt eure Ideen und Ergebnisse!

Jedes Kind stellt den anderen Kindern seine Ideen, Tricks und Lösungswege vor.

Die anderen Kinder hören zu.

Zeigt eure Lösungen!

Oder: Sprecht über eure Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe!

Ihr könnt auch die Forschermittel (Pfeile, Farben, Plättchen, Rechenstrich...) benutzen oder aufzeichnen, was ihr gedacht habt!



## 2. Klärt Fragen!

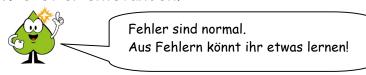
Fragt nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben.

Wenn ihr etwas nicht verstanden habt, lasst es euch noch einmal erklären.



### 3. Vergleicht eure Ideen und Ergebnisse!

- Was ist gleich, was ist verschieden?
- Kontrolliert eure Lösungen!
   Hat ein Kind einen Fehler gemacht?
   Wie ist er entstanden?



 Welche Idee oder welcher Weg ist besonders schlau?

Kannst du dir vorstellen, bei einer ähnlichen Aufgabe den Weg eines anderen Kindes auszuprobieren? Welchen? Warum?







## Tipps für



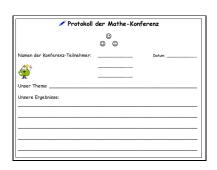
## Mathe-Konferenzen











#### 1. \*Verteilt die Rollenkarten!

Einigt euch darauf, wer die Konferenz leitet, wer schreibt und wer auf die Zeit achtet.

#### 2. Zeigt und erklärt eure Ideen und Ergebnisse!

Stellt euch nacheinander gegenseitig eure Ideen, Tricks und Lösungswege vor.

Zeigt eure Lösungen!

Oder: Sprecht über eure Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe!

Ihr könnt auch die Forschermittel (Pfeile, Farben, Plättchen, Rechenstrich...) benutzen oder aufzeichnen, was ihr gedacht habt!

#### 3. Klärt Fragen!

Fragt nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben. Wenn ihr etwas nicht verstanden habt, lasst es euch noch einmal erklären.

#### 4. Vergleicht eure Ideen und Ergebnisse!

- Was ist gleich, was ist verschieden?
- Kontrolliert eure Lösungen!
   Hat ein Kind einen Fehler gemacht?
   Wie ist er entstanden?



Fehler sind normal. Aus Fehlern könnt ihr etwas lernen!

Welche Idee oder welcher Weg ist besonders schlau?

#### 5. Bereitet eure Präsentation vor!

Überlegt, wie ihr eure Ergebnisse den anderen Kindern im Plenum vorstellen wollt!

#### 6. \* Sprecht über die Mathe-Konferenz!

Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch? Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?

\* / Schreibt gemeinsam ein Protokoll!

#### Rollenkarte Mathe-Konferenz







#### Mathe-Konferenz-Leiter

Der Mathe-Konferenz-<u>Leiter</u> behält den Überblick. Er achtet darauf, dass die *Konferenz-Regeln* beachtet werden:

- 1. Alle Kinder kommen zu Wort und dürfen ausreden.
- 2. Jedes Kind zeigt und erklärt.
- Andere Kinder können Fragen stellen.
- 4. Alle Kinder vergleichen ihre Ideen und Lösungswege.
- \* Am Ende überlegen alle: Sind wir zufrieden mit unserem Gespräch?

-----bitte hier abschneiden ------

Rollenkarte Mathe-Konferenz







#### Mathe-Konferenz-Zeitwächter

Der Mathe-Konferenz-Zeitwächter achtet darauf, dass...

 ... die Mathe-Konferenz nicht unnötig lange dauert und - wenn eine bestimmte Zeit vorgegeben ist pünktlich beendet wird.

#### Rollenkarte Mathe-Konferenz









#### Mathe-Konferenz-Schreiber

Der Mathe-Konferenz-Schreiber achtet darauf, dass...

- · ... wichtige Ergebnisse der Mathe-Konferenz aufgeschrieben werden,
- \* ... wichtige Ergebnisse der ganzen Klasse vorgestellt werden.

-----bitte hier abschneiden -----

\_

## Passende Schilder zum Anheften (z.B. mit Wäscheklammern):

----- bitte hier abschneiden ------





----- bitte hier abschneiden



----- bitte hier abschneiden ------

	der Mathe-Konf	erenz
	© © ©	
Namen der Konferenz-Teilnehmer:		Datum:
Unser Thema:		
Unsere Ergebnisse:		
	der Mathe-Konf	erenz
	© © ©	
Namen der Konferenz-Teilnehmer:		Datum:
Unser Thema:		
Unsere Ergebnisse:		



#### Haus 8: Guter Unterricht:

#### Mathematische Brieffreundschaften –

#### Ein "echter" Anlass zur Kommunikation und Kooperation im Mathematikunterricht

#### Kooperatives Lernen – mehr als nur Inhalte

Im Lehrplan Mathematik wird das "Kooperieren" explizit als Teilaspekt der prozessbezogenen Kompetenz ,Kommunizieren/Darstellen' genannt (vgl. MSW 2008, S. 60). Nicht zuletzt deshalb sind kooperative Arbeitsphasen im Unterricht unverzichtbar. Sie ermöglichen es, neben den inhaltsbezogenen auch die prozessbezogenen sowie soziale Kompetenzen zu fördern. Dabei arbeiten Schüler in kleinen Gruppen zusammen an einer Aufgabe und tauschen sich bspw. über ihr Vorgehen oder ihre Lösungen aus. Dadurch, dass jedes Kinder dabei nicht nur die Sache, sondern gleichermaßen auch die anderen Kinder im Blick haben muss (vgl. Leuders 2006, S. 1), regen kooperative Arbeitsphasen dazu an, seine Gedanken "sprachlich verständlich zu fassen, zu argumentieren, andere Perspektiven einzunehmen und mit diskrepanten Ansichten und Urteilen umzugehen" (BLK 1997, S. 34). So können bestehende Wissenslücken aufgefüllt und ein Lernzuwachs erreicht werden (vgl. Götze 2007, S. 31f.). Hierbei sollte sich die Notwendigkeit der Kooperation möglichst aus der Sache heraus ergeben und nicht von außen künstlich aufgezwungen werden (vgl. Röhr 1995, S. 75 zitiert nach: Götze 2007, S. 56). Eine Möglichkeit solche "echten" Anlässe zu schaffen, sich sachbezogen auszutauschen und gleichzeitig alle Kinder mit einzubeziehen, bilden mathematische Brieffreundschaften.

#### Was sind mathematische Brieffreundschaften?

Bei mathematischen Brieffreundschaften handelt es sich um eine Kooperation zwischen den Schülern zweier Klassen, die sich per Briefverkehr gegenseitig Mathematikaufgaben stellen. Dabei erhält jeder Schüler einen persönlichen Partner aus der jeweils anderen Klasse, an den er seinen Brief adressieren kann. Die versendeten Aufgaben sind pro Klasse gleich, sodass ein Austausch über verschiedene Rechenwege und Strategien auch innerhalb einer Klasse stattfinden kann. Bearbeitet werden die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit, um jedem Kind einen individuellen Zugang zu gewähren und verschiedene Herangehensweisen zu ermöglichen. Anschließend werden die Kinder dazu aufgefordert, sich innerhalb ihrer Klasse mit anderen Kindern, z.B. in Mathe-Konferenzen (vgl. H8 – UM – Mathe-Konferenzen), auszutauschen und so von- und miteinander zu lernen. Nach einer Präsentation der Ergebnisse innerhalb der Klasse sollen die Kinder in einem dritten Schritt schließlich einen Antwortbrief an ihren persönlichen Brieffreund schreiben. Dabei werden sie aufgefordert, Erklärungen für ihre Rechenwege zu geben, ihre Entdeckungen zu begründen und mögliche Fragen zu formulieren. Außerdem wird mit dem Antwortbrief eine neue Aufgabe für die Partnerklasse versandt.

#### Wozu eignen sich mathematische Brieffreundschaften?

Mathematische Brieffreundschaften ermöglichen authentische Anlässe, sich über mathematische Inhalte bzw. Aufgaben auszutauschen. Während Erklärungen im Unterricht häufig entweder direkt mündlich erfolgen oder nur verschriftlicht werden, weil es die Aufgabe verlangt, wird dem Aufschreiben von Erklärungen und Lösungswegen durch mathematische Brieffreundschaften Sinnhaftigkeit verliehen. Die Kinder müssen sich klar ausdrücken und ihre Entdeckungen verständlich beschreiben, damit ihr Brieffreund sie versteht. So übernehmen sie Verantwortung für sich und ihren Partner. Gleichzeitig bekommen ihre Erläuterungen durch den persönlichen Adressaten einen höheren Stellenwert. Folglich wird die Motivation gefördert und das Selbstvertrauen sowie die Freude am Mathematiklernen gestärkt (vgl. Fabricius 2009, S. 21).



Außerdem werden durch mathematische Brieffreundschaften alle Kinder aktiv am Unterrichtsgeschehen beteiligt. Dadurch, dass die Schüler die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit lösen, können sie ihren individuellen Lösungswegen und Vorgehensweisen nachgehen und dabei die jeweilige Aufgabenstruktur durchdringen. Zudem regt das Verschriftlichen die Reflexion des individuellen Vorgehens an, denn "weil das Schreiben den Gedankenfluss stark verlangsamt, erhält der Schüler Gelegenheit, seine eigenen Aktivitäten der Reflexion zugänglich zu machen. Seine singuläre Art, Probleme anzupacken und zu lösen, wird dadurch nicht nur aufgewertet, sondern auch fassbar und diskutierbar" (Gallin/Ruf 1998, S. 91f.). Solch eine Diskussion kann dann bspw. in Mathe-Konferenzen innerhalb der Klasse oder auch während des Briefwechsels erfolgen. Dabei können gemeinsam Ursachen von Fehlern gesucht und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gesammelt werden. Dies fördert einerseits "die Reflexionsfähigkeit gegenüber den eigenen und fremden Produkten, zum anderen formt der kooperative Umgang die Sozialkompetenzen der Schüler" (Fabricius 2009, S. 113).

Außerdem findet der eigentliche Austausch durch den Briefverkehr in einer vertraulichen Gruppe statt. Dies ermöglicht eine angstfreie Lernatmosphäre, in der sich auch die "stilleren" Schüler, die sich nicht trauen vor der gesamten Klasse zu reden, beteiligen können. Zudem bietet der schriftliche Austausch die Möglichkeit, die prozessbezogenen Kompetenzen zu schulen. Schwerpunktmäßig wird dabei die Kompetenz "Kommunizieren/Darstellen" angesprochen. So stehen den Schülern verschiedene Darstellungsformen und –mittel wie "das Zeichnen, das Schreiben [und] das Anfertigen von Tabellen" (Fabricius 2009, S. 127) offen, um ihre Ergebnisse verständlich zu dokumentieren und zu präsentieren (vgl. H8 - UM - Kinderdokumente aus der Erprobung). Dabei beschränkt sich die Förderung nicht nur auf die prozessbezogenen Kompetenzen. Vielmehr ermöglichen mathematische Brieffreundschaften fächerübergreifendes Lernen. So können gleichzeitig bspw. auch der Aufbau sowie Merkmale zum Verfassen eines Briefes thematisiert werden.

#### Voraussetzungen mathematischer Brieffreundschaften

Grundsätzlich sind mathematische Brieffreundschaften nicht an eine bestimmte Klassenstufe gebunden. Jedoch sollten grundlegende Schreibfertigkeiten vorausgesetzt werden können. Die Basis mathematischer Brieffreundschaften bilden dann offene, hinreichend komplexe Aufgaben, die unterschiedliche Lösungswege und Bearbeitungsniveaus zulassen und somit einen Austausch erfordern (vgl. mögliche Aufgaben, s. auch H7 – Gute Aufgaben). Zudem sollten die Kinder genügend Zeit bekommen, ihre Briefe zu lesen und sich einzeln mit der jeweiligen Aufgabe auseinanderzusetzen. Außerdem sollten im Vorfeld des Briefverkehrs Regeln bzw. Tipps für das Verfassen von Mathe-Briefen erarbeitet werden. So können z.B. Kriterien für gute Formulierungen und sachliche Tipps gesammelt werden (vgl. H8 – UM - Tippkarten zum Schreiben von Mathe-Briefen).

Dabei ist die Kooperationsbereitschaft unter den Lehrpersonen der teilnehmenden Klassen unverzichtbar. Neben der Zuteilung der Partner, tauschen sie sich kontinuierlich über den Verlauf des Projektes, mögliche Themen sowie passende Aufgaben aus und organisieren den Briefverkehr.



#### Mögliche Aufgaben

Beispielaufgaben sind:

- Der Mathematiker Fibonacci hat folgende Reihe aufgestellt:
   1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...
   Findet heraus, wie diese Reihe funktioniert und erweitert sie.
- Ein Indianerjunge soll eine Ziege, einen Wolf und einen Kohlkopf über einen Fluss transportieren. Dazu steht ihm ein Boot zur Verfügung. Weil sein Boot sehr klein ist, kann er pro Fahrt nur ein Teil mitnehmen. Wenn Ziege und Kohl an einem Ufer sind, der Indianerjunge aber am anderen, dann frisst die Ziege den Kohlkopf und die Aufgabe ist nicht gelöst. Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn beide am selben Ufer stehen. Wie kann der Indianerjunge es schaffen, die Ziege, den Wolf und den Kohl ans andere Ufer zu bringen?
- Ein Akrobat kann jeden Tag zwischen vier verschiedenen T-Shirts und drei unterschiedlichen Hosen wählen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?

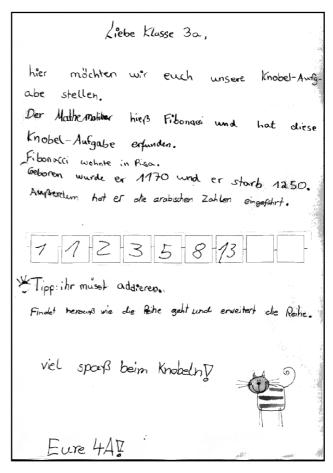


Abb. 1: Brief mit Knobelaufgabe der Viertklässler an Drittklässler

Zurzeit spielen Lisa und Fabian oft das Spiel "Vier gewinnt". Bei diesem Partnerspiel legt jeder Spieler abwechselnd einen Stein seiner Farbe auf ein 7x6 Rechtecksfeld, das so aussieht wie in der Abbildung rechts.
 Wem es zuerst gelingt, 4 Steine seiner Farbe in einer Reihe zu platzieren, hat gewonnen. Dabei können die Steine nebeneinander, übereinander oder diagonal in einer schrägen
 Linie angeordnet sein.

Nachdem Lisa und Fabian mal wieder einige Runden gespielt haben, fragt Lisa: ""Wie viele Möglichkeiten gibt es überhaupt, vier Steine in eine Reihe zu setzen, um das Spiel zu gewinnen?" – "Keine Ahnung", antwortet Fabian verdutzt. Gemeinsam versuchen Lisa und Fabian das Problem zu lösen. Schaffst du es auch? (vgl. Fuchs, Käpnick 2006)

Es bietet sich an, die Aufgabe in einem separaten Brief an die Partnerklasse zu schicken. Diese können die Kinder ggf. durch Tipps oder weitere Informationen ergänzen (vgl. Abb. 1).



#### Möglicher Einsatz im Unterricht

#### Organisatorische Grundlagen

Im folgenden Beispiel fand der Briefverkehr jahrgangsübergreifend zwischen Kindern einer vierten und Kindern einer dritten Klasse einer anderen Schule statt. Um den Kindern ausreichend Zeit für das Lesen der empfangenen Briefe, die intensive Auseinandersetzung mit der gestellten Aufgabe und das Formulieren der eigenen Briefe zu geben, legten die Lehrerinnen vorab fest, dass monatlich immer nur ein Briefwechsel stattfinden sollte.

So nahmen die mathematischen Brieffreundschaften pro Monat ca. 2-4 Unterrichtsstunden ein. Zusätzlich wurde zu Beginn des Projekts Zeit für dessen Einführung sowie die Erarbeitung wichtiger Kriterien benötigt.

#### Beginn des Projekts

Zunächst wurden die Kinder des vierten Schuljahres informiert, um den Eröffnungsbrief zu schreiben. In ihrer Klasse überlegten sie gemeinsam, was dieser beinhalten sollte. Anschließend teilten sich die Kinder eigenständig in drei Gruppen ein: Eine Gruppe erstellte einen Brief zum Kennenlernen, eine andere suchte in den Portfolios der Matheecke nach einer geeigneten Aufgabe, während die dritte Gruppe das Briefpapier entwarf.

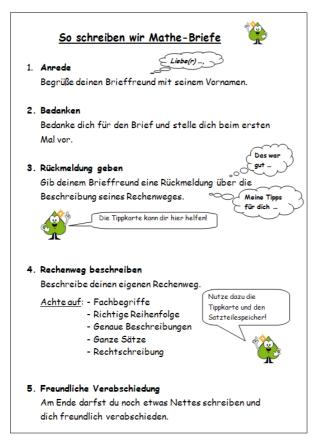
So entstand ein Brief, in dem sich die Klasse vorstellte, ihre Sicht von Mathematik erläuterte und zu einer Antwort aufforderte. Die Gruppe, die sich um die Aufgabe kümmerte, entschied, den Drittklässlern zwei Aufgaben zu schicken, da sie nicht wusste, welche die Drittklässler bereits lösen können. Zusätzlich überlegten sich die Kinder Tipps für den Gebrauch von Fachbegriffen.

Nachdem der erste Brief der Viertklässler abgeschickt war, tauschten sich die betreuenden Lehrerinnen über den künftigen Ablauf aus und teilten den Kindern ihre Partner zu. Da die Anzahl der Drittklässler größer als die der Viertklässler war, bekamen einige Viertklässler zwei Brieffreunde, die ihren Brief je nach Vorliebe in Team- oder Einzelarbeit schreiben durften. Zudem sprachen sich die Lehrerinnen über mögliche Hilfestellungen zum Verfassen von Mathe-Briefen ab, die in einem Tipp-Plakat berücksichtigt werden könnten.

#### Briefverkehr

Als Antwort auf den Eröffnungsbrief bekam jeder Viertklässler einen Brief von seinem persönlichen Brieffreund (vgl. Brief 6 – Kinderdokumente aus der Erprobung). Um das Schreiben der Antwortbriefe zu erleichtern, wurde ein Übersichts-Plakat zum Aufbau von Mathe-Briefen erarbeitet (vgl. Abb. 2, s. auch entsprechendes Material in H8 – UM – Übersichtsplakat zum Aufbau von Mathe-Briefen). Die Kinder sollten nun stets die ihnen gestellte Aufgabe lösen sowie ihre Überlegungen, ihren Rechenweg und mögliche Fragen in ihrem Brief formulieren. Auch legten sie fest, sich gegenseitig Rückmeldungen über das Geschriebene sowie sachliche Tipps zu geben.





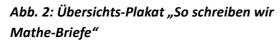




Abb. 3: Tipps zur Beschreibung des Rechenweges und zur Rückmeldung

Die Aufgaben für die weiteren Mathe-Briefe suchten die Lehrerinnen in gegenseitiger Absprache aus. Dabei versuchten sie, analoge Themen für die unterschiedlichen Klassen auszuwählen, sich über Anforderungsniveaus auszutauschen und alle benötigten Materialien (Aufgabenstellungen, Tippkarten, weiterführende Arbeitsaufträge) weiterzugeben. Die aktuelle Aufgabe wurde jeweils am Mathebrett ausgehängt. Die Kinder setzten sich dann zunächst in Einzelarbeit mit der Aufgabe auseinander, bevor sie sich in Mathe-Konferenzen über ihre Ergebnisse austauschten und diese in ihrer Klasse präsentierten. In den Antwortbriefen wurde dieser Prozess dann häufig reflektiert und erläutert (vgl. H8 – UM – Kinderdokumente aus der Erprobung). Dabei wurden ein Satzteilespeicher sowie Tipp-Plakate erstellt, die die Kinder bei der Verbalisierung ihrer Rechenwege sowie beim Verfassen von sachlichen Rückmeldungen an den Brieffreund unterstützen sollten. Diese wurden jedem der Kinder zudem in Form von Tippkarten auf einer Din A4-Seite bereitgestellt (vgl. Abb. 3, s. auch entsprechendes Material in H8 – UM – Tippkarten zum Schreiben von Mathe-Briefen).

Vorherige Aufgaben sowie die entsprechenden Mathe-Briefe der Kinder wurden in einem Ordner im Klassenraum gesammelt, sodass die Kinder jederzeit vergleichen konnten, wie sich die Kompetenzen ihrer Brieffreunde weiterentwickelten. Zusätzlich kopierten die Lehrerinnen die Briefe ihrer Schüler, um Lerneffekte zu dokumentieren und ggf. Veränderungen am Konzept der Mathe-Briefe vornehmen zu können.

#### Literatur

- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) (1997): Gutachten zur Vorbereitung des Programms "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts". Verfügbar unter: <a href="http://sinustransfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienBT/heft60.pdf">http://sinustransfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienBT/heft60.pdf</a>. Abrufdatum: 2.08.2011.
- Fabricius, Sandra (2009): Lerntagebücher im Mathematikunterricht. München: Oldenbourg Verlag.
- Fuchs, Mandy; Käpnick, Friedhelm (2006): Mathe für kleine Asse Schuljahr 3/4. Berlin: Volk und Wissen Verlag.
- Gallin, Peter & Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Illustriert in sechszehn Szenen aus der Biofgraphie von Lernenden. Seelze: Kallmeyer.
- Götze, Daniela (2007): Mathematische Gespräche unter Kindern- Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben. Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Kommunikation Timo (2006): Mit Aufgaben Kooperation Leuders, und Mathematikunterricht fördern – fachliches und soziales Lernen miteinander verbinden. Erläuterungen zu Modul 8: Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation Schülern. Verfügbar unter: http://sinus-transfer.univon bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/425/Leuders\_Kooperatives\_Lernen.pdf. Abrufdatum: 2.08.2011.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (MSW) (Hrsg.) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes NRW. Verfügbar unter: <a href="http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene/download/grundschule/grs\_faecher.pdf">http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene/download/grundschule/grs\_faecher.pdf</a>. Abrufdatum: 2.08.2011.
- Röhr, Martina (1995): Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe. Entwicklung und Evaluation eines fachdidaktischen Konzepts zur Förderung der Kooperationsfähigkeit von Schülern. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Selter, Christoph (2004): Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten. Basispapier zum Modul 2: Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Verfügbar unter: <a href="http://www.sinus-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul2.pdf">http://www.sinus-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul2.pdf</a>. Abrufdatum: 2.08.2011.



#### Ausgewählte Schülerdokumente aus der Erprobung

Folgende Aufgaben (vgl. Fuchs, Käpnick 2006, s. auch H8 – UM - Basisinfos) lagen den Schülern jeweils zugrunde und können als Basis für die Beschreibungen in den entsprechenden Mathe-Briefen verstanden werden:

Aufgabe	Grundlage für
Ein Indianerjunge soll eine Ziege, einen Wolf und einen Kohlkopf über einen Fluss transportieren. Dazu steht ihm ein Boot zur Verfügung. Weil sein Boot sehr klein ist, kann er pro Fahrt nur ein Teil mitnehmen. Wenn Ziege und Kohl an einem Ufer sind, der Indianerjunge aber am anderen, dann frisst die Ziege den Kohlkopf und die Aufgabe ist nicht gelöst. Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn beide am selben Ufer stehen. Wie kann der Indianerjunge es schaffen, die Ziege, den Wolf und den Kohl ans andere Ufer zu bringen?	Mathe-Brief 1; Mathe-Brief 4
Ein Akrobat kann jeden Tag zwischen vier verschiedenen T-Shirts und drei unterschiedlichen Hosen wählen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?	Mathe-Brief 2; Mathe-Brief 6
Der Mathematiker Fibonacci hat folgende Reihe aufgestellt: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, Findet heraus, wie diese Reihe funktioniert und erweitert sie.	Mathe-Brief 3
Zurzeit spielen Lisa und Fabian oft das Spiel "Vier gewinnt". Bei diesem Partnerspiel legt jeder Spieler abwechselnd einen Stein seiner Farbe auf ein 7x6 Rechtecksfeld. Wem es zuerst gelingt, 4 Steine seiner Farbe in einer Reihe zu platzieren, hat gewonnen. Dabei können die Steine nebeneinander, übereinander oder diagonal in einer schrägen Linie angeordnet sein.  Nachdem Lisa und Fabian mal wieder einige Runden gespielt haben, fragt Lisa: ""Wie viele Möglichkeiten gibt es überhaupt, vier Steine in eine Reihe zu setzen, um das Spiel zu gewinnen?" – "Keine Ahnung", antwortet Fabian verdutzt. Gemeinsam versuchen Lisa und Fabian das Problem zu lösen. Schaffst du es auch?	



Mathe-Brief 1

Nach einer kurzen Rückmeldung über den erhaltenen Mathe-Brief geht Alex ausführlich auf die Lösung der bearbeiteten Aufgabe ein (vgl. Mathe-Brief 1). Diese schreibt er in zweifacher Ausführung auf, wobei die Aussage "Jetzt noch mal" verdeutlicht, dass ihm dies bewusst ist. Vermutlich möchte er dadurch sichergehen, dass sein Brieffreund seine Beschreibung auch versteht. Dabei ist seine zweite Schreibweise durch die Nummerierung strukturierter und übersichtlicher. Sein fünfter Punkt ("Jetzt sind sie alle wieder am Ufer") in Kombination mit dem Bild bestätigt, dass er eine Lösung gefunden und das Ziel, dass alle wieder am Ufer sind, erreicht hat. Zudem verdeutlicht die Aussage, dass er die Aufgabe nicht alleine gelöst hat, dass er den Prozess der Lösungsfindung reflektiert und von der Hilfe seines Klassenkameraden profitiert hat. Die Tatsache, dass Alex ein Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf ist und die Aufgabe verstanden hat, zeigt zudem, dass die Aufgabe eine Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus zulässt.

1 1 1 2 3 5 8 Lider and	
hallo ich bin Max eigenstich.  Aberinilian aler alle nennen mich max oder Maxi Meine Holleys sind Fußball opielen, mit Freunden Enielen	
(501) when ever before the war. Wir	
gehalt, jet habe al gelost indem ich all Trachists untermable und dadrunder die Hosen gemakt nate jeter de Gelost indem ich der beiten die Filoraci teie gelost wen jast aug mir beskrif du hast all Minusmauen schleu selich ich I de	
Minumouses rether gelost ich hate are nicht an ahnel rous behommen auch nicht mit Trick Dof slas I ihr die staufgable a nicht gelich salt.  Fanglet her noch mal neu and	
Du könnled noch mil mahle makisden blegifen veden husedlim du halest gule Trichs alex exhler zil chiran yenause	(4)
Dein Max	

Lieder Max, De O
hallo up bin Emil
wir sind fertiggerworden sie sind gans anders els
ich gedocht hade goter nach 2 Minuten gedrauds
sie gen so wir haden erstmal It I gerechnet
das was I und dires en gepnes kam als restes
ich zeichere dir das
1 1 2
auserdem hade noch ganicht gesagt wie alt ich din
a uch dim o sa have old
und aus er dem gipter nichts Matigmatiges zu tun us ist heute der ans sangmatngs zugh
is ist heute der uns sangmatigs zugh
Tip mach deine entlerung desser.
Eschus dern Emil
30 30 3 3 3

Mathe-Brief 3: Antwortbrief des Drittklässlers Emil an Max

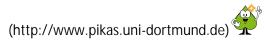
Leeber Emil 15	03
wie geholen dir mir apl 1 am 1	.00
Du hard sehr gut geragt ab du de tufgele vertanden hart order nicht das war gut turerdem nicht 1:21	
hast du mir einenen Ting and war gut huserden	
Chithat of the contract of the	
du mir ping Ch. The fand con garm	
Renot du noch keine Fachlor M.	
Chankedir für die och egriffe dah besting	
bei uns un bekommen wowir de Wit halen	
Reportedu noch keine Fachbegriffe dah Bestims.  Chelanke dir für die schone tufgele. Wit halen  lei uns war der Idiant ein Bauer. Loo lei der  4 Fährt der Bauer die ziege niber	
+ Fahrt der Bauer die ziege rüber Woo lei der	
und die Tiene der Bauer der Voll mile	
2. Fabril 2. Fabril 3. Fabril 3. Fabril 3. Fabril 3. Fabril 4. The treese wider an anciese where mit. 4. The triese with the treese wider and anciese where mit. 4. The triese treese with the triese with the	
Jetst nimmtder Bauer den kohl mit zum 4. Fahrt die andere Seik.	
wolf auf die andere Seik.	
Daga Kana	
Das ist meine Rechi rüler.	
Das ist meine Rechung wie ich aie mit Tom Fohna glod habe Dies ist unser aufgabe aie heißt Parkalia Draeck und wie der Name vagt heißt der Si	
Oracle und wie der Name vagt heißt der Efinder Que den Fot das Foto von mir valle min	-D-
auch ein Fol das Folo man heint der Effing	mes
Pascal ther ist das Foto vor mir aclik mir	
· · ·	
Dein Brieffreund Mr.	

Liber Max	
ruie get es dir ? Mir ogetes ser gut	
ich habe deine aufgabe ser gut	
ferstander ourch wen ich das	
ergelinis micht wiske habe ich	
es ferstanden ich hade noch kein	A
foto aber ich schike dir needes mal	
eins. Tipp D' schreibt in bischen	
ordenklicher Solithe mir bitte	
in Eatho. Jetst su unserer rangen	
aufgle eure oufgabe wir haben	
beausgefunden das es 63 mogliohkeiten	
Rechnung, wir haber uns	
in 3 grupen auf und sede	
lad even Reie gemacht es gilt de	
1 _ die - 24 moglichkeiten / 24 moglichte	eiks
121 moglich beiden	
Deinen Emil	

Mathe-Brief 5: Antwort von Emil an Max

Mathe-Brief 4: Reaktion von Max an Emil

September 2011  $^{\circ}$  Sabrina Roos und Petra Schäfer für PIK AS



Der Briefwechsel zwischen dem Viertklässler Max und dem Drittklässler Emil illustriert, dass mathematische Brieffreundschaften authentische und vertrauliche Anlässe schaffen, sich auszutauschen. So beginnt Max seinen ersten Mathe-Brief an Emil (vgl. Mathe-Brief 2) mit persönlichen Informationen über sich und seine Hobbies. Anschließend geht er auf die von Emils Klasse gestellte Aufgabe ein. Dabei wird deutlich, wie er den Vorgang der Lösungsfindung widergibt und reflektiert: Er erklärt, dass und wie er die Aufgabe zeichnerisch gelöst hat. Da er die Aussage "Das Ergebnis ist 12" sehr gequetscht und somit kaum lesbar notiert, ist anzunehmen, dass ihm die Erklärung des Rechenweges wichtiger war als das Ergebnis selbst. Auch zeigt die Tatsache, dass er den Lösungsweg Emils mit seinem eigenen Lösungsweg vergleicht und bewertet, dass der Austausch zur Erweiterung des Wissens beiträgt.

Ähnliches zeigt sich in seinem zweiten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 4). Hier gibt er an, die Lösung durch konkretes Ausprobieren in einer Kleingruppe gefunden zu haben, was eine mögliche Problemlösung ist. Anders als in seinem ersten Mathe-Brief gibt er seine Lösung sehr ausführlich und durch die Nummerierung strukturiert an, was seine Kompetenz, geeignete Darstellungsformen zu verwenden, zeigt.

Da er Emil am Ende seines ersten sowie zu Beginn seines zweiten Mathe-Briefes noch sachliche Tipps zur Verbesserung seiner Erklärungen gibt, lässt sich folgern, dass er sich selbst mit Kriterien für gute Erklärungen auseinandergesetzt hat.

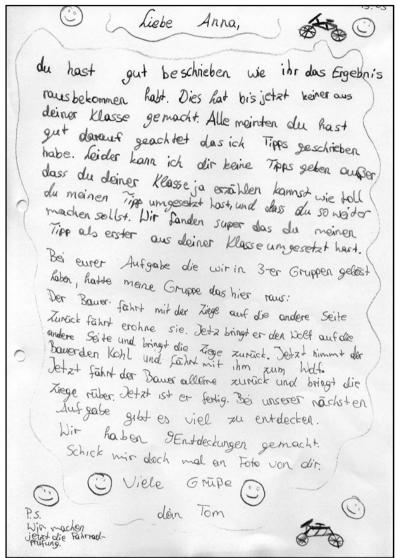
In Emils Antwortbrief (vgl. Mathe-Brief 3) wird deutlich, dass er Max' Tipp, genauer zu erklären, berücksichtigt. So zeichnet er neben seiner schriftlichen Erklärung, seine Entdeckung auf. Den Tipp, Fachbegriffe zu verwenden, realisiert er allerdings nicht. Statt Wörter wie 'Diagonale', 'Waagerechte' oder 'Senkrechte' zu verwenden, greift er in seinem zweiten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 5) auf entsprechende Symbole zurück. Sein eigener Tipp an Max, ordentlicher zu schreiben, bleibt auf allgemeiner, nicht-mathematischer Ebene. Da er in seinem ersten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 3) zusätzlich schreibt, dass bei ihm ein St. Martins Umzug stattfindet, wird auch hier deutlich, dass der Austausch persönlich motiviert ist und nicht nur auf fachinhaltlicher Ebene stattfindet.

Insgesamt wird in den Mathe-Briefen beider Jungen deutlich, dass fächerübergreifende Fähigkeiten wie der Aufbau eines Briefes oder das Äußern von konstruktiver Kritik durch mathematische Brieffreundschaften thematisiert werden können: So kennen beide Anrede und Schluss eines Briefes und strukturieren ihre Mathe-Briefe inhaltlich nach persönlichen Informationen, Rückmeldungen über Erklärungen des Anderen sowie Informationen zur Lösung der Aufgabe.

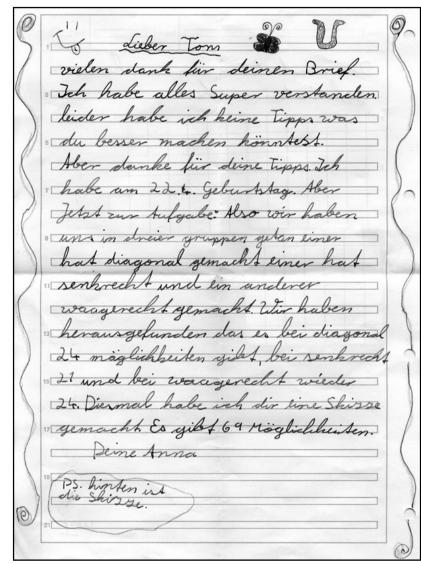
<u> Liebe Anna</u>
Ich heiße Tom Sch bin 9 Jahre altund
meine Hobbys sind Fußball und malen.
Ich have mich über deinen Brief sehr oelrant
Jetzt bommen wir dazu wie du geschrieben host
Du hast sehr genau geschneben, aber du Bonntest noch mehr alles nacheinander schreibst
The state of the s
STOVET ALL DOUGE IN IN TO CE
ungen her aus Lekommen. Ich habe sie mit einem Baumolia gramm ollast.
man the standard amon plan etconior + sp:
COUL MINXERIA ON MAIN HOLD Y
TOWARD THE PROPERTY OF THE PARTY OF THE PART
mose. Just runost du alle 1-shipts zusammes
So funktionier eine Baum- diagramm.
Uiele Griße ich le ge meine
So Kosung dobei.
MINDS 1 1 ( S )
Dein Tom.
Malmouet Scice

Neben der Tatsache, dass Tom seinen Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 6) gut strukturiert und dies auch auf der Meta-Ebene reflektiert ("Jetzt kommen wir dazu wie du geschrieben hast"), gibt er eine sehr genaue Beschreibung seines Lösungsweges an. So schildert er seiner Brieffreundin anhand der bearbeiteten Aufgabe wie ein Baumdiagramm funktioniert. Hieran zeigt sich erneut, dass mathematische Brieffreundschaften authentische Anlässe zum mathematischen Austausch und zu schriftlichen Erklärungen sind. Da Tom nicht voraussetzen kann, dass Anna weiß, was ein Baumdiagramm ist, entsteht der 'echte' Anlass, dieses zu beschreiben.

Mathe-Brief 6



Mathe-Brief 7: Viertklässler Tom an Anna



Mathe-Brief 8: Antwortbrief von Anna

In Toms Mathe-Brief an Anna (vgl. Mathe-Brief 7) wird deutlich, dass die Lösungen der Aufgaben nicht nur unter den jeweiligen Brieffreunden ausgetauscht, sondern auch innerhalb einer Klasse thematisiert und wertgeschätzt werden können. V.a. in der Aussage "Wir fanden super, dass du meinen Tipp als erster aus deiner Klasse umgesetzt hast" spiegelt sich Toms Begeisterung und Freude über die Anerkennung seines Tipps wider. Auch zeigt sich in der Ankündigung, dass es in der neuen Aufgabe "viel zu entdecken" gibt, dass die offenen Aufgaben eine Entdeckerhaltung bei den Kindern hervorrufen und sie somit herausfordernd und motivierend sind.

Anna benutzt in ihrem Antwortbrief (vgl. Mathe-Brief 8) zur Beschreibung ihrer Lösung die Fachbegriffe "diagonal", "senkrecht" und "waagerecht". Allerdings entsteht durch die Kombination mit dem Partizip "gemacht" eine schwer verständliche Beschreibung. Um dies zu vermeiden, bietet es sich an, längere Ausdrücke oder ganze Sätze als Hilfestellung, z.B. in einem Satzspeicher (vgl. Haus 4) bereitzustellen. Dagegen deutet Annas Hinweis auf eine Skizze an, dass sie neben der schriftlichen Beschreibung noch weitere Darstellungsformen kennt, zwischen denen sie wechseln kann.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass mathematische Brieffreundschaften einen authentischen Anlass bieten, um Ideen, Lösungswege und Vorgehensweisen sowie Tipps schriftlich zu äußern. Dabei ist festzustellen, dass zunehmend mathematische Begriffe genutzt und ausgetauscht werden. Allgemein gesehen tragen mathematische Brieffreundschaften also zur Forderung und Förderung der prozessbezogenen Kompetenz "Kommunizieren/ Darstellen" bei.

## So schreiben wir Mathe-Briefe



1. Anrede

Begrüße deinen Brieffreund mit seinem Vornamen.

2. Bedanken

Bedanke dich für den Brief und stelle dich beim ersten Mal vor.

Liebe(r) ...,

3. Rückmeldung geben

Gib deinem Brieffreund eine Rückmeldung über die Beschreibung seines Rechenweges.

Meine Tipps für dich ...

Das war

gut ...



Die Tippkarte kann dir hier helfen!

Rechenweg beschreiben
 Beschreibe deinen eigenen Rechenweg.

Achte auf: - Fachbegriffe

- Richtige Reihenfolge
- Genaue Beschreibungen
- Ganze Sätze
- Rechtschreibung

Nutze dazu die Tippkarte und den Satzteilespeicher!



 Freundliche Verabschiedung
 Am Ende darfst du noch etwas Nettes schreiben und dich freundlich verabschieden.



## Tipps für die Beschreibung deines Rechenweges

- Mache eine Skizze, Zeichnung..., um zu erklären, was du meinst.
- Nutze Farben, Zeichen..., um deine Entdeckungen deutlich zu machen.
- Erkläre deinen Rechenweg möglichst genau.
- Schreibe in ganzen Sätzen.
- Erkläre alle Rechenschritte ausführlich und achte dabei auf die richtige Reihenfolge.
- Lies dir deinen Brief nochmal durch und überprüfe, ob du verständlich geschrieben und nichts vergessen hast.
- Überprüfe ganz am Ende deine Rechtschreibung und Satzzeichen.

Diese Satzteile können dir helfen:

Zuerst habe ich überlegt. Begonnen habe ich mit	
Danach habe ich weiter gemach	t mit Dabei habe ich entdeckt, dass
Mir ist aufgefallen, dass	Zum Schluss habe ich herausgefunden, dass

## Tipps für deine Rückmeldung über den Rechenweg



Darauf kannet du achtoni	So gut hat es geklappt:		
Darauf kannst du achten:		K	L
Gibt es eine Skizze, Zeichnung, zum Rechenweg?			
Hat dein Brieffreund mit Farben, Zeichen, gearbeitet?			
Ist der Rechenweg mit Worten genau und ausführlich erklärt?			
Hat dein Brieffreund alle Rechenschritte erklärt?			
Hat dein Brieffreund in der richtigen Reihenfolge erklärt?			
Sind die Sätze verständlich, so dass du die Aufgabe verstehen kannst, ohne sie zu kennen?			
Wurden Fachbegriffe verwendet? Wenn ja stimmen sie?			



## Tipps für die Beschreibung deines Rechenweges

- Mache eine Skizze, Zeichnung..., um zu erklären, was du meinst.
- Nutze Farben, Zeichen..., um deine Entdeckungen deutlich zu machen.
- Erkläre deinen Rechenweg möglichst genau.
- Schreibe in ganzen Sätzen.
- Erkläre alle Rechenschritte ausführlich und achte dabei auf die richtige Reihenfolge.
- Lies dir deinen Brief nochmal durch und überprüfe, ob du verständlich geschrieben und nichts vergessen hast.
- Überprüfe ganz am Ende deine Rechtschreibung und Satzzeichen.

## Diese Satzteile können dir helfen:

Zuerst habe ich ... überlegt. Begonnen habe ich mit ...

Danach habe ich weiter gemacht mit ...

Dabei habe ich entdeckt, dass ...

Mir ist aufgefallen, dass ...

Zum Schluss habe ich herausgefunden, dass ...

## Tipps für deine Rückmeldung über den Rechenweg



Darauf kannst du achten:		So gut hat es geklappt:		
		K	L	
Gibt es eine Skizze, Zeichnung, zum				
Rechenweg?				
Hat dein Brieffreund mit Farben,				
Zeichen, gearbeitet?				
Ist der Rechenweg mit Worten genau				
und ausführlich erklärt?				
Hat dein Brieffreund alle				
Rechenschritte erklärt?				
Hat dein Brieffreund in der richtigen				
Reihenfolge erklärt?				
Sind die Sätze verständlich, so dass du				
die Aufgabe verstehen kannst, ohne sie				
zu kennen?				
Wurden Fachbegriffe verwendet? Wenn				
ja stimmen sie?				

## Tipps für unsere Mathebriefe



## Tipps für den Anfang:

Ein Brief beginnt mit der <u>Anrede</u>.

- · Liebe Klasse...
- Hallo, liebe Klasse ...

## Tipps für den Inhalt:

## Schreibe zuerst über <u>unsere Aufgabe</u>.

- Wir fanden eure Aufgabe ..., weil ...
- Wir haben ... herausgefunden.
- Wir haben ... gearbeitet und dabei entdeckt ...

## Gib dann <u>Tipps</u> an die Partnerklasse.

- Ihr habt prima geforscht, weil ...
- Unsere Tipps für das nächste Mal sind: ...
- Versucht doch mal ...

## Tipps für das Ende:

## Schreibe einen Gruß.

- Wir freuen uns auf euren nächsten Brief.
- Wir wünschen euch...
- Bis bald ...

## Schreibe, von wem der Brief kommt.

- Eure Klasse 1a
- Eure Bärenklasse
- Eure Partnerklasse aus Seelscheid





#### Sachinformationen

Haus 8: Guter Mathematikunterricht

#### Produktives Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten

#### Worum geht es?

Für einen Mathematikunterricht im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens sind produktive Übungen von zentraler Bedeutung. Auch beim Üben müssen Schülerinnen und Schüler in Sinnzusammenhängen lernen und eigene Denkleistungen erbringen. Herausfordernde Aufgabenstellungen, die ein Arbeiten auf unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus innerhalb einer "natürlichen Differenzierung" gewährleisten, motivieren Kinder und ermöglichen es ihnen, entsprechend ihrem individuellen Leistungsvermögen, vertiefend und beziehungsreich zu üben (vgl. Wittmann 1990, in: Wittmann & Müller, S. 152 - 166).

Produktives Üben ist durch die gemeinsame Förderung der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen gekennzeichnet, da neben dem Training der Rechenfertigkeiten vor allem die allgemeinen mathematischen Lernziele verfolgt werden. Dies entspricht der Forderung des Lehrplans Mathematik nach Sicherung. Vernetzung und Vertiefung vorhandenen Wissens und Könnens innerhalb des Übungsprozesses. Dabei wird die Einsicht in Gesetzmäßigkeiten und Beziehungen als Grundvoraussetzung für die Strukturierung von Phänomenen aus der Welt der Zahlen, Formen und Größen gefördert (vgl. MSW 2008, LP Mathematik, S. 55).

#### Produktives Üben mit Ziffernkarten

Ziffernkarten lassen sich im Mathematikunterricht vielfältig und mit unterschiedlichen Zielsetzungen einsetzen. Mithilfe der operativ-strukturierten Additionsübungen mit Ziffernkarten soll der Algorithmus der schriftlichen Addition verständig vertieft und beziehungshaltig geübt werden. So können z.B. Ziffern zu Zahlen kombiniert werden, deren Summe möglichst klein bzw. groß ist oder einer vorgegebenen Zielzahl möglichst nahe kommt. "Auf diese Weise werden die Schüler angehalten, genau auf die Stellenwerte zu achten und Ergebnisse ihrer schriftlichen Rechnungen in Abhängigkeit von den gewählten Zahlen zu sehen, sowie eine Verbindung von Rechnen und Denken herzustellen" (Wittmann & Müller 1992, S. 36).

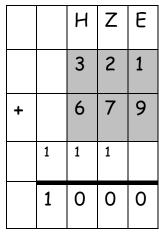
#### Wie treffen wir die 1000?

Im Folgenden wird die Aufgabenstellung vorgestellt, aus dem Ziffernsatz von 1 - 9 jeweils sechs Karten auszuwählen, aus ihnen zwei dreistellige Zahlen zu bilden und diese schriftlich zu addieren. Jede Ziffernkarte darf nur einmal benutzt werden. Als Ergebnis soll die Zielzahl 1000 erreicht werden (siehe hierzu auch die Hinweise zum Reihenaufbau im UM des Hauses 8). Zur Lösung des Problems müssen die Summen in den einzelnen Stellenwerten und die Überträge bei der Addition beachtet werden:

Die Ziffern an der Einerstelle der beiden Summanden müssen die Summe 10 ergeben. Folgende Ziffernpaare sind möglich: 1/9, 2/8, 3/7, 4/6 und deren Vertauschungen.

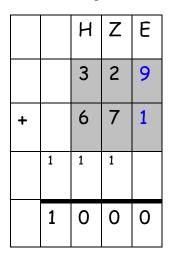


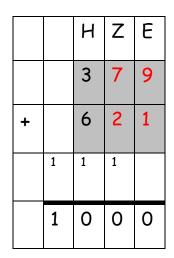
Wegen des so entstehenden Zehnerübertrags müssen die Ziffern an der Zehner- und an der Hunderterstelle jeweils die Summe 9 ergeben. Mögliche Zerlegungen der 9 sind: 1/8, 2/7, 3/6, 4/5 und deren Vertauschungen. Allerdings reduziert sich die Anzahl aller möglichen Lösungen durch die Vorgabe, dass keine der Ziffern doppelt verwendet werden darf. Wird beispielsweise an der Einerstelle die Zerlegung 1/9 gewählt, entfällt die Zerlegung 1/8 für die Zehnerstelle. Entsprechend steht für die Hunderterstelle die gewählte Zerlegung an der Zehnerstelle auch nicht zur Verfügung.





Durch operative Veränderungen lassen sich mittels einer gefundenen Lösung weitere Lösungen finden. So können die Ziffern innerhalb eines Stellenwerts (vgl. Abb. unten links) oder auch jeweils zwei Ziffern an der Zehner- und Hunderterstelle vertauscht werden (vgl. Abb. unten rechts). Insgesamt führt dieses Vorgehen zu 96 möglichen Aufgaben, die Tauschaufgaben nicht eingeschlossen (vgl. Mewes 2007).





#### Literatur

Mewes, Christoph: Immer 1000, in: Praxis Förderschule 2/2007, S. 20-21

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen: Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordhein-Westfalen. Mathematik, Düsseldorf 2008

Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins, Düsseldorf 1990

Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen, Düsseldorf 1992



### Thema der Reihe:

### "Wir addieren schriftlich mit Ziffernkarten"

Produktives Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten zur Förderung der verständigen Ausführung des Rechenverfahrens, des Nutzens von Zahlbeziehungen sowie der Darstellungs- und Argumentationskompetenz Ziel des vorliegenden Unterrichtsmaterials ist es, Kriterien und Indikatoren guten Mathematikunterrichts zu veranschaulichen. Daher orientieren sich diese Planungsüberlegungen am Plakat "Merkmale guten Mathematik-Unterrichts" (in: Haus 8, IM, Informationsplakate).

### Merkmale guten Mathematik-Unterrichts

	Fachliche und didaktische Gestaltung	a) Förderung der Selbst- und Mitverantwortlichkeit	
1. Ergiebige Aufgaben	a) Rahmende, sinnstiftend-motivierende Aufgabenstellungen     b) Tragfähige Alltagsbezüge oder 'innermathematische' Substanz     c) Problembezogenes Denken und entdeckendes Lernen,     beziehungsreiches Üben     d) Sachlogisch aufeinander aufbauende Sequenzen	b) Planvolles Arbeiten bei ergiebigen Aufgaben, Förderung der Methodenkompetenz c) Hilfen zur Selbsthilfe, Möglichkeiten zur Selbstkontrolle bzw. organisierte Unterstützungsmaßnahmen (z.B. "Expertenkinder") d) Nutzung offener, fachlich substanziell angelegter Lernformen (z.B. Wochenplanarbeit, Lernen an Stationen, Expertenarbeit)	6. Förderung der Selbstständig- keit
2. Anforderungs- niveau passt zum Leistungs- vermögen	a) Aufgabenstellungen sind fachlich richtig, sinnvoll didaktisch reduziert und verständlich formuliert     b) Berücksichtigung der Vorerfahrungen, Bedürfnisse und Interessen der Kinder     c) Herausforderung zu Eigenaktivität bzw. Kooperation     d) Differenzierte Leistungsanforderungen für alle Kinder     (z.B. durch unterschiedliche Niveaus und Zugangsweisen)	a) Schüler/innen agieren in funktionalen, zweckvollen Rollen (z.B. Gesprächsleitung, Protokollant)     b) Aufgaben erlordern strukturierte Kommunikation über Gedankengänge, Lösungswege und gefundene Ergebnisse (z.B. Mathe-Konferenzen)     c) Differenzierte Formen der Partner- und Gruppenarbeit	7. Strukturierte Partner- und Gruppenarbeit
3. Gestaltung passt zu Inhalt und Zie- Ien	Förderung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen     Transparente Lern- und Leistungserwartungen ermöglichen     motiviertes, zielorientiertes Arbeiten     Möglichkeit, eigene Ideen, Thesen, Lösungswege zu entwickeln     Möglichkeit, Vorgehensweisen auf Eignung hin zu reflektieren;     Anleitung zur Selbstreflexion     Bewusstmachung von Lernstrategien; intelligentes Üben	a) Strukturierte Kommunikation bei der Arbeit im Plenum     b) Ergebnisse und Gliederung werden kenntlich gemacht     c) Breite Schülerbeteiligung und fachliche Interaktion  Lernumgebung und Lernatmosphäre	8. Strukturierte Arbeit im Plenum
4. Adäquate Comedien z	a) Sach- und kindgerechter Einsatz von Medien und Arbeitsmitteln     b) Verständliche, zielführend eingesetzte Arbeitsmittel sorgen für     Anschaulichkeit     c) Freies Bereitstellen von Materialien und Arbeitsergebnissen     (z.B. Lernplakate)	a) Lernraum fördert die Lernbereitschaft     b) Schüler/innen führen geordnete Unterlagen	9. Vorberei- tete Lern- umgebung
	a) Erweiterung des mathematischen Verständnisses; Lernfortschritte werden erfahrbar gemacht; geeignete Auswahl von Lerngelegenheiten im Sinne langfristigen Lernens (Kontinuität im mathematischen Lernprozess, Spiralprinzip)     b) Festigung und Flexibilisierung von Kompetenzen     c) Verbale, mediale und schriftliche Produkte als Lösungen	a) Kein Zeitverlust     b) Schüler/innen arbeiten konzentriert und aufgabenorientiert     c) Lehrperson berät, unterstützt Lernprozesse individuell fördernd, gibt zielführende Impulse (auch bei unterschiedlichen Bearbeitungszeiten)     d) Angemessene Rhythmisierung, passender Zeitrahmen	10. Intensive Nutzung der Lernzeit
5. Lernzuwachs	d) Förderung des Umgangs mit non-verbalen Instrumenten (,Forschermitteln') und des (fach-)sprachlichen Repertoires     e) Passende Auswahl von Präsentations-, Vermittlungs-, Arbeits- und Aktionsformen	a) Gegenseitige Wertschätzung     b) Persönlichkeitsfördernder Unterricht: Schüler/innen können sich ohne     Druck äußern; Lehrperson gibt lernförderliche Rückmeldungen; Fehler     als Lernchance (Stärkenorientierung)     c) Lehrperson handelt rechtzeitig und angemessen, auch bei Störungen	11. Positives pädago- gisches Klima

Mathernatikdidaktische Ausschärfung der Kriterien des Beobachtungsbogens der Qualitätsanalyse NRW – Februar 2013 © PIK AS (http://www.bikas.uni-dortmund.de/) 🕏

### Schuljahr Klasse 3

(nach Auseinandersetzung mit dem schriftlichen Additionsalgorithmus)

### Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen Zahlen und Operationen -Schwerpunkt Ziffernrechnen

Prozessbezogene Kompetenzen Problemlösen/kreativ sein. argumentieren, darstellen

### Material für alle Einheiten

Lehrperson

### Durchführung

\* Reihenverlauf-Themenleine



- \* Vorschlag für Wortspeicher-Karten
- \* Reflexions-Karten
- \* Impulskarte Ziel





Hinweis: Die tabellarisch zusammen gestellten Güte-Kriterien sind als mathematikdidaktische Ausschärfung der Kriterien des Beobachtungsbogens aus der Qualitätsanalyse entstanden (vgl. Qualitätsanalyse NRW: http://www.schulministerium.nrw.de/QA/index.html ). Zudem erfolgte ein Abgleich mit den aus der Fach-Literatur bekannten Kriterienbögen (Helmke 2007, Meyer 2004) und Leitideen (Selter 2011).

In diesem Bogen erfolgt eine Konzentration auf das fachliche Lernen. Die - natürlich trotzdem wesentlich wichtigen – überfachlichen Kompetenzen Selbstkompetenz, Kommunikationskompetenz sowie Kooperationskompetenz der Lehrkraft stehen nicht im Fokus desselben.

Das Merkmals-Plakat und der passende Planungs- und Beobachtungsbogen (vgl. Abb. rechts) kann einerseits zur Orientierung und (kollegiumsinternen) Diskussion über Qualitätsaspekte des Mathematikunterrichtes - und insofern zur fachlichen Professionalisierung im Kollegium bzw. Lehrer-Team - dienen. Andererseits kann dieser auch - ggf. in Ausschnitten - zur Planung von Unterricht und zur Selbstevaluation von der einzelnen Lehrperson verwendet werden.

Er sollte aber nicht als umfassender normativer Horizont für die Unterrichtsbeobachtung genutzt werden.

Es wurde ein Inhalt gewählt, der sich in nahezu jedem Mathematik-Schulbuch für das 3. Schuljahr findet: Das Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten.

Ausführlich beschrieben wird nachfolgend die zweite Einheit dieser Reihe, zu der das sog. PIK-Video vorliegt: "Guter (Mathematik-)Unterricht - Konkretisierung von Merkmalen am Beispiel der Unterrichtsstunde 'Wie treffen wir die 1000?'" (kommentierte Fassung in Haus 8, IM; unkommentierte Fassung in Haus 8, FM).

Dieses Video illustriert an ausgewählten Szenen der zweiten Einheit wesentliche Merkmale guten Mathematik-Unterrichts (bezogen auf das fachliche Lernen).

Dabei ist es selbstredend.

- a) dass eine einzelne Unterrichtsstunde bei weitem nicht alle diese Merkmale aufweisen kann. Das Video hat wie alle PIK AS-Videos - nicht den Anspruch, "optimalen" Unterricht abzubilden, sondern versteht sich als Illustration eines möglichen Vorgehens und als Instrument der Ideenstiftung zur Planung des eigenen Unterrichts und Reflexion über alternative Vorgehensweisen;
- b) dass eine gute Mathematik-Stunde auch mit sparsameren Mitteln im Alltag durchgeführt werden kann;
- c) dass im Unterrichtsalltag eine Mathematik-Stunde nicht immer so detailliert vorbereitet werden kann. Dies gilt umso mehr, als dass die dargestellte Unterrichtsstunde nicht die Leistung einer einzelnen Lehrerin ist, sondern in einem Jahrgangsteam gemeinsam geplant und reflektiert wurde (vgl. zur Entstehung des PIK-Videos S. 15f.).

Das Beispiel wurde gewählt, um aufzuzeigen, dass die Beachtung der Merkmale die erfolgreiche Planung sowohl kumulativer Lernprozesse als auch einzelner Unterrichtsreihen und Unterrichtsstunden unterstützen kann.

### Bezug zum Plakat "Merkmale guten Mathematik-Unterrichts"

Wie den Sachinformationen (vgl. H 8, UM) zu entnehmen ist, findet hier Merkmal 1 Berücksichtigung, es wurde eine ergiebige Aufgabe gewählt:

Die Aufgabenstellung weist 'innermathematische' Substanzhaltigkeit auf. Sie fördert problembezogenes Denken bzw. entdeckendes Lernen. Die Systematisierungs- und Übungsphasen beziehen sich nicht nur auf Routinetätigkeiten,

### Planung, kollegiale Hospitation, Reflexion

· Planungs- und Beobachtungsbogen für Mathematik-Unterricht



- · Protokollbogen "Gemeinsame Unterrichtsreflexion des Jahrgangsteams" (ohne/mit Zeile für Planung einer kollegialen Hospitation)
- \* Mögliche Protokollbögen zur kollegialen Unterrichtshospitation (vier Varianten)
- Plakat "Merkmale guten Mathematik-Unterrichts" (vgl. Abb. auf S. 1; in: H8, IM)
- \* PIK-Video (in: H8, IM und FM)



\* AS-Video (in: H8; IM und FM)



Unterrichtsplanung

sondern sind kognitiv aktivierend (beziehungsreiches Üben).

Der nachstehende Reihenaufbau weist zudem sachlogisch aufeinander folgende Sequenzen aus: Die Einzelstunden sind in eine schlüssig aufgebaute Unterrichtsreihe eingebettet. Der Unterrichtsinhalt wird in – für die Lernenden einsichtige – sachlogische aufeinander aufbauende, miteinander verknüpfte Sequenzen strukturiert.

### 1. Einheit: Wie finden wir kleine/große Summen? - Erheben der Vorkenntnisse der Kinder

Die erste Einheit ermöglicht die Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung, mit zwei dreistelligen Summanden möglichst kleine bzw. möglichst große Summen zu erreichen. Die Lehrperson sollte die hier entstehenden Schülerlösungen – i.S. einer Eingangs-Standortbestimmung (vgl. Haus 9, UM) – auswerten, um in den Folgestunden differenzierend unterstützen zu können (vgl. *Merkmal 2*: Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler).

### **ZEIT**

Ca. 90 Minuten (ohne Durchführung von Mathe-Konferenzen), ca. 120 Minuten (mit Durchführung von Mathe-Konferenzen). Das PIK AS-Team empfiehlt die zweite Variante. Informationen zur Durchführung von Mathe-Konferenzen finden Sie in Haus 8, UM: <a href="http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html">http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html</a>.

### 1. Stunde: Wie finden wir kleine Summen?

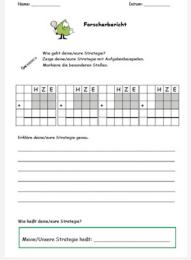
- a) Kennenlernen des Übungsformates:
- Regeln / Umgang mit Ziffernkarten in der Stellentafel: Aus dem Ziffernsatz von 1 9 jeweils sechs Karten auswählen, aus ihnen zwei dreistellige Zahlen bilden und diese schriftlich addieren. Jede Ziffernkarte darf nur einmal benutzt werden
- Aufbau eines Wort- und Satzspeichers (vgl. Wortspeicherfilm in Haus 4, IM: <a href="http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html">http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html</a> ), Lehrer-Material für alle Einheiten und Abb. S. 5, rechte Spalte)
- b) Entwicklung von Lösungswegen zur Bildung möglichst kleiner Summen durch zunehmend systematisches Probieren, Markieren (Nutzen von "Forschermitteln"; vgl. Video in Haus 1, IM: <a href="http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/mathematische-bildung/haus-1-informations-material/informationsvideos/index.html">http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/mathematische-bildung/haus-1-informations-material/informationsvideos/index.html</a>) und Ordnen von Lösungen (vgl. *Merkmal 3a*).

### 2. Stunde: Wie finden wir große Summen?

Transfer der gewonnenen Erkenntnisse auf die verwandte Aufgabenstellung, möglichst große Summen zu bilden; die dabei geforderte Überschreitung des üblicherweise im 3. Schuljahr erarbeiteten Zahlenraums bis 1000 bereitet den Kindern in der Regel keinerlei Schwierigkeiten.

### Schüler/innen

- AB Ziffernkarten
- AB Stellenwerttafel
- AB Forscherbericht
- \* AB Lernbericht
- \* Lernbericht Deckblatt



AB Forscherbericht

		Н	Z	E			Н	Z	Е			Н	Z	Е			Н	Z
		9	A	5			9	4	13			8	7	3		9	9	5
+		8	6	Y	+		8	6	2	+		9	S	Ч	+		8	P
		1					1					1				,	1	
	1	8	3	9	(	1	8	3	5		1	8	2	7		9	8	1
kl	h v	etu etu	us i	e genau.  mmer  klein	even	in	die	1/w	11e.	Die -	Elein	en	kon					
	00 -	enw	YMV F	m		umm	ev_	- D.N	eu	u J	182	ист	•					

Julia nutzt die Einsicht in die Stellenwerte, um gezielt zu Lösungen zu gelangen; sie kann ihre Überlegungen verbalisieren und eine Strategie benennen ("Vorne große Zahlen"; sie meint allerdings "Vorne große <u>Ziffern</u>"); sie interpretiert die Aufgabe so, dass sie die größte gefundene Summe nicht mehrfach bildet.

**Inhaltsbezogener Erkenntniszuwachs dieser Einheit**: Die Kinder erkennen, dass die Größe der Summe abhängig von der Anordnung der Größe der Ziffern in den verschiedenen Stellenwerten ist.

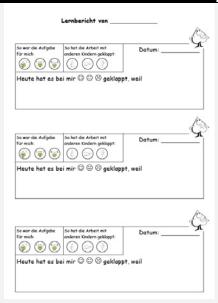
### 2. Einheit: Wie treffen wir die 1000?

Entwicklung von Lösungswegen und Problemlösestrategien zur geschickten Ermittlung von Aufgaben mit der Summe 1000 durch das Nutzen, Variieren und Ordnen von gewonnenen Aufgabendaten

### **ZEIT**

Ca. 45 Minuten (ohne Durchführung von Mathe-Konferenzen), ca. 60 Minuten (mit Durchführung von Mathe-Konferenzen). Das PIK AS-Team empfiehlt die zweite Variante.

**Inhaltsbezogener Erkenntniszuwachs dieser Einheit:** Die Kinder erkennen, dass die Summe der Ziffern in der Einer-Stelle 10 ergeben muss, in der Hunderter- und Zehner-Stelle wegen des entstehenden Übertrags aber nur 9 (vgl. S. 5, Abb. links). Zudem erkennen sie, dass sich durch Vertauschen weitere Lösungen finden lassen (vgl. S. 5, Abb. rechts).



AB Lernbericht

### Material 1. Einheit

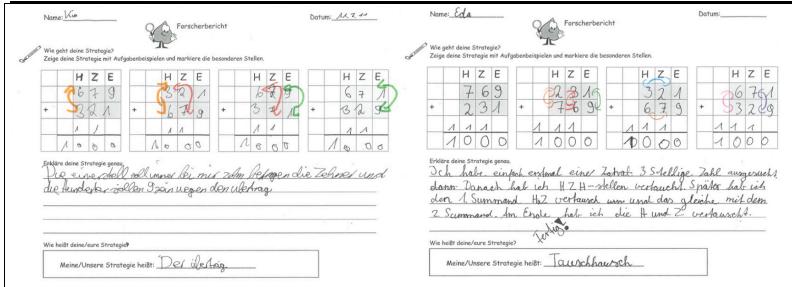
Lehrperson

- \* Arbeits- und Forscheraufträge Schüler/innen
- AB "Wie finden wir kleine Summen?"
- AB "Wie finden wir große Summen?"
- Differenzierte AB
- a) Zielgleich:Markieren; Lücken füllen
- b) Zieldifferent: Summen am Zwanzigerfeld





### Unterrichtsplanung



links: Kim erläutert in seinem Forscherbericht, wie man grundsätzlich die 1000 treffen kann (Summenbildung in den Stellenwerten und Beachtung der Überträge). Er visualisiert seine Vorgehensweisen mit "Forschermitteln" (farbige Pfeile). Er kann seine Strategie benennen: "Der Übertrag".

rechts: Eda zeigt an einem Beispiel auf, wie durch Austausch der Ziffern innerhalb der Stellen (Tauschaufgabe) sowie zwischen der Hunderter- und der Zehnerstelle weitere Aufgaben gefunden werden können. Auch sie visualisiert dieses Vorgehen mit Forschermitteln. Sie erklärt ihre Strategie gut nachvollziehbar unter Anwendung fachsprachlicher Begriffe. Sie kann ihre Strategie benennen: "Tauschhausch" (vermutlich liegt ein Schreibfehler vor; mündlich benennt sie ihre Strategie "Tauschrausch").

### 3. Einheit: Wir erfinden eigene Aufgaben (für unsere Mathe-Ecke)

Transfer und Ausbau der gewonnenen Erkenntnisse durch Erstellung von (adressatenbezogenen) Eigenproduktionen (z.B. für die "Matheecke" oder die Parallelklasse)

Die Kinder erfinden (leichte und schwierige) Aufgaben zu gleichen bzw. ähnlichen Aufgabenstellungen wie zuvor: z.B. andere Zielzahlen auswählen; Anzahl der Ziffernkarten einschränken (z.B. 1 - 6); Anzahl der Ziffernkarten erhöhen: Null als zusätzliche Ziffer, mehrfache Nutzung gleicher Ziffernkarten; drei- statt bisher zwei - dreistellige Summanden addieren; \*zwei vierstellige Summanden addieren (\* = weiterführende Anforderung; der Tausenderraum wird überschritten), ...



Wortspeicher-Plakat (Beispiel 1)



Wortspeicher-Plakat (Beispiel 2)



### SO KANN ES GEHEN

### Überlegungen zur Durchführung der 2. Einheit: Wie treffen wir die 1000?

Die nachfolgenden Ausführungen orientieren sich am PIK-Video "Guter (Mathematik-)Unterricht – Konkretisierung von Merkmalen am Beispiel der Unterrichtsstunde 'Wie treffen wir die 1000?'".

### I. Einstieg

### Problemstellung/Leitfragen

### 1. Anknüpfung an die erste Einheit

Zunächst sollten das Vorwissen bzw. die Wissensvoraussetzungen aktiviert werden, damit den Kindern bewusst ist, dass sie bereits über bestimmte Kompetenzen verfügen, um die aktuelle Aufgabe/Problemstellung zu lösen. Lernfortschritte werden durch die Wiederholung der Erkenntnisse aus den vorangegangenen Stunden bewusst gemacht (vgl. Merkmal 5a):

Über die Medien der Vorstunden (Demonstrations-Ziffernkarten, Stellenwerttafel, Wortspeicher und Lernplakate (die zum Abschluss der Stunden der ersten Einheit gemeinsam mit Kindern erstellt wurden) können sich die Kinder an die Entdeckungen der Vorstunden erinnern. Das Tafelbild ist strukturell so angelegt, dass die notwendigen Ergebnisse der Vorstunden übersichtlich präsentiert werden können und gleichzeitig Platz für die Medien der aktuellen Stunde ist (vgl. Merkmal 4).



Mögliches Tafelbild zum Abschluss der Stunde; zu Beginn der Stunde fehlen noch a) der Arbeits- und Forscherauftrag auf der linken Hälfte, b) die Rechnungen der Kinder in der Tafelmitte, c) die Eintragungen in der Liste für die Mathe-Konferenz in der rechten Hälfte

### Wie treffen wir die 1000?





Lernplakate aus der ersten Einheit



Der Unterrichtsinhalt wird in für die Kinder einsichtige *miteinander verknüpfte Sequenzen* strukturiert (vgl. *Merkmal 1d*): Durch die Aufgabenstellungen der ersten Einheit wurde der Blick auf die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Größe der gewählten Ziffern an den einzelnen Stellen gelenkt; entsprechende Erkenntnisse können bei der Aufgabenstellung der aktuellen Unterrichtsstunde angewandt werden. Zudem haben die einzelnen Unterrichtsstunden der Reihe einen ähnlichen Ablauf: Die benötigten Medien (Ziffernkarten, Stellenwerttafel, Format für den Forscherbericht), Arbeitstechniken (Markieren) und Methoden (Mathe-Konferenz) sind aus dem vorangegangenen Unterricht bekannt). Ein solcher konstant gestalteter Einsatz von Medien und Arbeitsblättern schafft kindgerechte Vertrautheit mit diesen (vgl. Merkmal 4c).

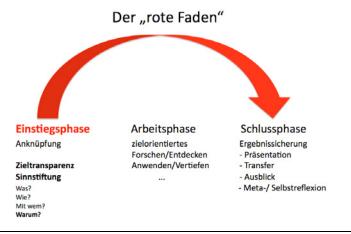
Die Kinder können ihre Vorkenntnisse aus den vorangegangenen Unterrichtsstunden der Reihe einbringen und gelernte "Profiwörter" anwenden (Merkmal 2b).

Ggf. kann noch einmal an die Bildungs-Regeln erinnert werden (jede Ziffer soll pro Aufgabe nur genau einmal verwendet werden; wenn die Null zugelassen ist, kann diese nicht an der Hunderterstelle stehen) und darauf hingewiesen werden, dass das Nutzen der Stellentafel und der Ziffernkarten sinnvoll ist, um die doppelte Verwendung von Ziffern zu verhindern.

### 2. Transparenz über die zweite Einheit

Den Kindern wird *Prozess-Transparenz* gegeben; dies kann zusätzlich durch eine "Themenleine" (vgl. Lehrermaterial) anschaulich gemacht werden.

Der Einstieg erfolgt informativ: Die Aufgabenstellung wird knapp und kindgerecht formuliert und visualisiert (vgl. Lehrermaterial; vgl. Abb. S. 8 rechts); dabei wird zwischen dem Arbeitsauftrag (was die Kinder tun sollen) und dem eigentlichen Forscherauftrag (worüber die Kinder beim Tun nachdenken sollen) unterschieden (vgl. Merkmal 2a). Von zentraler Bedeutung ist es, dass die Lehrperson zu Beginn einer Lerneinheit einen "roten Faden" knüpft:



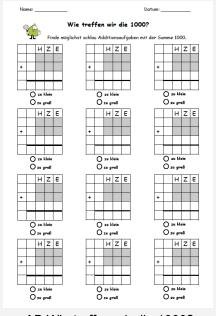
### Material 2. Einheit

### Lehrperson

- \* Arbeits- und Forscheraufträge
- Tippkarten

### Schüler/innen

- AB "Wie treffen wir die 1000?"
- Differenzierte AB (ergänzend)
- a) Zielgleich: Markieren: Lücken füllen
- b) Zieldifferent:
- Summe 10 am Zwanzigerfeld
- Differenziertes AB (weiterführend) AB ..Wie treffen wir die 1000?" (drei Summanden)



AB Wie treffen wir die 1000?



Unterrichtsplanung

Für Sinnstiftung ist unerlässlich, den Kindern Zieltransparenz zu geben; sie müssen erfahren, was sie mit wem, wann, wo und - vor allem - warum tun sollen (vgl. Merkmal 3b): Die Formulierungen "Finde möglichst schlau" im Arbeitsauftrag und "Wie geht deine Strategie?" im übergeordneten Forscherauftrag (vgl. Lehrermaterial und Abb. rechts) machen den Kindern das Ziel transparent, dass sie mit Überlegung und/oder möglichst systematisch probierend – also nicht wahllos und unsystematisch - vorgehen sollen (zielorientiertes Arbeiten).

Durch die Betonung, dass es sich bei der Aufgabe der heutigen Stunde um eine "knifflige" Aufgabe handelt (Steigerung des Schwierigkeitsgrades) und Lösungen "möglichst schlau" gefunden werden sollen, kann die Aufgabe in einen für die Kinder sinnstiftend-motivierenden Kontext eingebunden werden (vgl. Merkmal 1a).

### 3. Erproben der Aufgabenstellung

Um das Verständnis der Aufgabenstellung zu sichern, wird zunächst der Arbeitsauftrag genannt und visualisiert sowie eine Beispielaufgabe von Kindern im Plenum gelöst (vgl. Merkmal 2a).

Falls direkt die 1000 getroffen werden sollte und Vermutungen zur Strategie geäußert werden, sollte darauf hingewiesen werden, dass dies eine mögliche Lösung ist und "schlau" weitere Möglichkeiten gefunden werden sollen. Zudem kann das Vermuten bezüglich einer möglichen Strategie Ansporn für ein zielgerichtetes Überprüfen sein: "Hatten wir Recht? Welche unserer Vermutungen trifft zu? Welche nicht?" Diese Fragen schaffen Identifizierung mit der gestellten Aufgabe (vgl. Merkmal 1a).

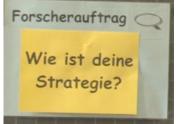
Anschließend stellt die Lehrperson das notwendige Arbeitsmaterial (Arbeitsblätter) vor bzw. erinnert an dieses (Stellentafel, Ziffernkarten) und weist auf den Einsatz der bereits erarbeiteten "Forschermittel" hin (vgl. Merkmal 5b). Sie sollte die Transparenz über den weiteren Verlauf geben (vgl. Merkmal 3b): Sie gibt den Hinweis,

- a) ... dass sich die Kinder, die Strategien entdeckt und im Forscherbericht verschriftlicht haben, zur Mathe-Konferenz anmelden und sich dort gemäß der vereinbarten Regeln sachbezogen austauschen sollen;
- b) ... auf die Reflexionsphase: Den Kindern sollte Transparenz über den Ablauf und die aaf, genutzten Methoden des Abschlussgesprächs gegeben werden. Im Beispielvideo geschieht das durch den an der Tafel visualisierten Dreischritt, der den Kindern bereits geläufig ist (die Reflexionskarten sollten daher schon in der Einstiegs-Phase aushängen; vgl. Abb. rechts unten).









Der Arbeitsauftrag wird genannt und visualisiert, die Aufgabenstellung wird erprobt, der übergeordnete Forscherauftrag wird genannt und visualisiert



Impulskarte Ziel

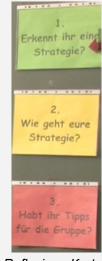
Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der Summe 1000!

Arbeitsauftrag 2. Einheit



Denke dir einen passenden Namen aus

### Forscherauftrag für alle Einheiten



Reflexions-Karten



Unterrichtsplanung

Als organisierte Unterstützungsmaßnahme kann ein "Beraterkreis" (flexibler Beginn der Arbeitsphase) angeboten werden: Die Kinder, die die Aufgabenstellung zunächst in einer Kleingruppe (mit der Lehrperson) weiter erproben möchten, verbleiben im Theaterkreis (vgl. Merkmal 6c). Hier können noch weitere Fragen zum Arbeitsauftrag geklärt werden, während die anderen Kinder schon mit der Bearbeitung der Aufgabenstellung an ihrem Platz beginnen können. So kann die Lernzeit von allen Kindern intensiv genutzt werden (vgl. Merkmal 10).

Während der gesamten Einstiegsphase achtet die Lehrperson auf die korrekte Nutzung der Fachsprache (vgl. Merkmal 4d). Ggf. sollte die Lehrperson selbst passende Fachbegriffe ("Profi-Sprache") i.S. des korrektiven Feedbacks begleitend einbringen (vgl. Merkmal 5d).

### II. Arbeitsphase

Das "Ich-Du-Wir Prinzip" sollte Berücksichtigung finden (vgl. Haus 5, IM; vgl. Merkmal 5e): Die Einzelarbeit zu Beginn fördert das selbstständige Suchen nach Strategien (Ich-Phase). Der Austausch mit Anderen in der Mathe-Konferenz regt dazu an, über eigene Vorgehensweisen zu reflektieren, diese mit anderen zu vergleichen und ggf. zu bewerten (Du-Phase). Die Präsentation und gemeinsame Reflexion im Plenum dient der Bündelung von Erkenntnissen (Wir-Phase).

### Einzelarbeit (Zusammenarbeit mit dem Partner ist möglich)

Zunächst arbeiten die Kinder eigenständig (vgl. Merkmal 2c):

Sie entwickeln selbstständig Strategien, um eine Aufgabe mit dem Ergebnis 1000 zu finden und um aus einer gefundenen Lösung möglichst schnell neue Aufgaben mit dem Ergebnis 1000 zu bilden (vgl. Merkmal 3c).

Die Aufgabenstellung hat das Potenzial zu einem vertiefteren Verständnis des schriftlichen Rechenverfahrens zu führen: Die Kinder beobachten, was mit der Summe geschieht, wenn sie Ziffern austauschen oder verändern und nutzen diese Erfahrungen, um passende Ziffernkombinationen zu finden (intelligentes Üben; vgl. Merkmal 3e).

Die Kinder erhalten hierzu das AB "Wie treffen wir die 1000?". Dieses fordert durch das Eintragen der gebildeten Aufgaben dazu auf, mit vorhandenen Ergebnissen weiter zu arbeiten (vgl. Merkmal 4b): Es soll dazu anregen, dass die Kinder beurteilen, ob das gefundene Ergebnis ggf. zu groß oder zu klein ist (vgl. Abb. rechts oben). Dadurch wird im Folgenden ein überlegteres Ausprobieren angeregt (wenn die Summe z.B. zu klein ist, können die Kinder schlussfolgern, dass sie an der Hunderterstelle höhere Ziffern verwenden müssen; vgl. Merkmal 3d); die Kinder können lernen, erkannte Zahlbeziehungen für ihre weiteren Versuche zu nutzen.

Wichtig ist es, dass die Kinder ihre Vorgehensweisen und Entdeckungen verschriftlichen: Hierzu sollten sie das AB Forscherbericht nutzen, das die Kinder dazu auffordert, a) ihre Strategie an Aufgabenbeispielen zu zeigen, b) Entdeckungen mit Forschermitteln zu markieren, c) ihre Strategie zu verbalisieren und d) treffend zu benennen (vgl. Merkmal 5c).

Das Training des Beschreibens von Vorgehensweisen im Forscherbericht fördert die Kompetenzen "Ziffernrechnen" und "Darstellen" (vgl. Merkmal 5b).





### Differenzierung

Die Aufgabenstellung beinhaltet natürliche Differenzierung (unterschiedlich viele Lösungen können gefunden werden, unterschiedliche Vorgehensweisen sind möglich; vgl. auch Haus 6, FM, Modul 6.4), alle drei Anforderungsbereiche (vgl. KMK 2005, in: Walther 2008, S. 21) finden Berücksichtigung (vgl. Merkmal 2d):

	•	,
AB I	Reproduzieren, Anwenden	Die Kinder finden Additionsaufgaben, indem sie die Ziffernkarten unterschiedlich legen und den Algorithmus der schriftlichen Addition (mit Übertrag) anwenden.
AB II	Zusammenhänge erkennen	Die Kinder vertauschen systematisch die Ziffern und finden so verschiedene Additionsaufgaben mit der Summe 1000.
AB III	Verallgemeinern und Reflektieren	Die Kinder erkennen eine strategische Vorgehensweise, stellen diese anschaulich dar und verbalisieren sie. Sie transferieren ggf. ihre Erkenntnisse auf eine erweiterte Aufgabenstellung (z.B. "Aufgaben mit der Summe 1010" oder "Kann die Summe 1000 auch mit drei Summanden erzielt werden?").

Die konkret auszuführenden Handlungen mit den Ziffernkarten (Vertauschen, paarweises Auswechseln, ...) unterstützen anschaulich gedankliche Operationen und verhindern, dass Ziffern doppelt verwendet werden (vgl. Merkmal 4b). Gezieltes Ausprobieren wird mithilfe der Ziffernkarten und des Beurteilens des Ergebnisses (zu klein / zu groß) möglich (vgl. Merkmal 6b).

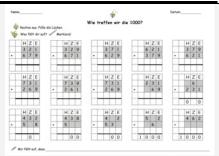
Das freie Bereitstellen bisheriger Arbeitsergebnisse unterstützt die Kinder bei ihren Entdeckungen (Lernplakate aus den vorangegangenen Stunden; vgl. Merkmal 4c) und bei der Verbalisierung (Wortspeicher, mögliche Satzanfänge; vgl. Merkmal 5d).

Zudem können Tippkarten (vgl. Abb. S. 9 rechts unten; in: Lehrer-Material 2. Einheit) genutzt werden, die gezielt an diejenigen Kinder ausgegeben werden können, die nach einiger Zeit noch keine Lösungsidee entwickelt haben, wie sie die Summe 1000 erreichen können. Diese Hinweise können agf. auch mündlich gegeben werden.

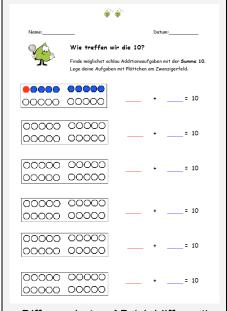
Als weiteres unterstützendes Differenzierungsangebot steht ein optionales Arbeitsblatt für Kinder zur Verfügung, die in der Arbeitsphase Schwierigkeiten haben, zu Lösungen zu gelangen (vgl. Abb. rechts oben). Dieses Arbeitsblatt ermöglicht auf deduktivem Weg ein stärker gelenktes Entdecken. Es kann – je nach Förderbedarf - auch für Kinder mit dem Förderschwerpunkt Lernen genutzt werden.

Ein Beispiel, wie Kinder mit dem Förderschwerpunkt Lernen im Rahmen dieser Stunde zieldifferent gefördert werden und zugleich an der gemeinsamen Aufgabe teilhaben können, bildet das AB "Wie treffen wir die 10"? ab: Diese Kinder arbeiten den "Regel-Kindern" zu, indem sie alle Möglichkeiten finden, wie sie die Ziffern an der Einer-Stelle kombinieren können (vgl. Abb. rechts unten; vgl. auch Haus 6, FM, Modul 6.5).

Als weiterführendes Differenzierungsangebot kann die Aufgabenstellung angeboten werden, zu prüfen, ob die Summe 1000 auch mit drei Summanden darstellbar ist (vgl. Abb. auf S.11 oben) – und ggf. zu begründen, warum dies nicht



Differenziertes AB (ergänzend): Markieren; Lücken füllen(zielgleich)



Differenziertes AB (zieldifferent)

Unterrichtsplanung

möglich ist (1000 ist kein Vielfaches von 9). Es kann gezielt nach den beiden Zahlen gesucht werden, die am nächsten an der 1000 liegen (999 und 1008).

### Aufgaben der Lehrperson in der Arbeitsphase

Die Lehrperson sollte kurze diagnostische Gespräche führen, um das Denken / Vorgehen der Kinder zu verstehen; sie gibt gezielte, differenzierte Impulse für die individuelle Weiterarbeit (vgl. Merkmal 10c), z.B.:

- ermutigendes Feedback, Wecken von Anstrengungsbereitschaft,
- konstruktive Hinweise zu Anwendungs- oder Rechenfehlern,
- Anregung zum bewussten Betrachten von Zahlen / Zahlbeziehungen (Markieren),
- Bewusstmachen "halbbewusster" Strategien, um eingeschlagene Vorgehensweisen weiter zu verfolgen.
- Anregung zum Vertiefen erster Erkenntnisse, zum Begründen, Verallgemeinern,
- Tipps zum "schlauen" Verändern gefundener Aufgaben,
- Möglichkeiten für die Versprachlichung von Ideen / Vorgehensweisen / erkannten Zusammenhängen.

Durch ihre stärkenorientierte Rückmeldungen und Hinweise zeigt sie Interesse an den Schüleräußerungen sowie an ihren individuellen Lernprozessen (vgl. Merkmal 11a).

### Mathe-Konferenz

In der Mathe-Konferenz treten die Kinder in einen kooperativen Austausch über ihre Strategien (vgl. Merkmal 2c).

Die "interaktive Aushandlung und Klärung fachspezifischer Einsichten" (Brandt & Nührenbörger 2009, S. 30) fördert deren Verständnis und regt die Kinder dazu an, die Gedankengänge der Mitschüler nachzuvollziehen und dadurch das eigene Repertoire an Erkenntnissen und Strategien möglichst zu erweitern (vgl. Merkmal 7b).

Durch den Vergleich der unterschiedlichen Strategien besteht die Möglichkeit, die eigenen Vorgehensweisen und die der Mitschüler/innen im Hinblick auf das Kriterium "möglichst schlau" zu beurteilen (vgl. Merkmal 3d) und sich auf eine (möglichst die effizienteste) Vorgehensweise zu einigen.

Die Durchführung der Mathekonferenz erfolgt nach einer festgelegten Struktur (vgl. Tipps für Mathe-Konferenzen (Abb. S. 12 oben rechts); vgl. Merkmal 7b).

Dabei agieren die Kinder in zweckvollen Rollen (vgl. Merkmal 7a).

Für die Mathe-Konferenz sollte der Forscherbericht als Protokoll auf DIN A3 hochkopiert werden, damit die Kinder nach dem Austausch in der Gruppe ein Ergebnis festhalten können, das sie anschließend im Plenum vorstellen können (vgl. Merkmal 5c).

Durch den Austausch und das Erstellen eines gemeinsamen Forscherberichts in der Mathe-Konferenz sowie durch die gemeinsame (Planung und Durchführung der) Moderation der Präsentation im abschließenden Plenum kann die Mitverantwortlichkeit gefördert werden (vgl. Merkmal 6a).



### Unterrichtsplanung

### III. Schlussphase

Die Abschlussphase ist in drei Phasen untergliedert: 1. Präsentation/Reflexion, 2. Ausblick und 3. Meta-/Selbstreflexion. In der Reflexionsphase sollten beide Strategien thematisiert werden (vgl. Sachinformationen, in H8, UM):

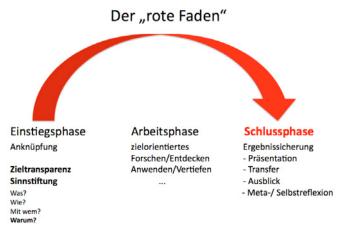
- a) wie gezielt eine Aufgabe mit dem Ergebnis 1000 gefunden werden kann,
- b) wie "schlau" weitere Aufgaben zum Ergebnis 1000 gefunden werden können (vgl. Merkmal 8b).

### Reflexion im Plenum

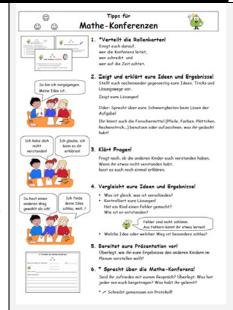
Für ein ergiebiges Abschlussgespräch sollten auf jeden Fall 10 – 15 Minuten veranschlagt werden (vgl. Merkmal 10d); falls die Stundentafel nicht flexibel gestaltet werden kann, kann dieses auch in einer Folgestunde durchgeführt werden.

Die gemeinsame Reflexion in der Abschlussphase macht Strategien einzelner Kinder für alle nachvollziehbar und sichert diese (vgl. Merkmal 5a).

Zunächst sollte noch einmal an den "roten Faden" angeknüpft werden und die Ausgangs-Fragestellung noch einmal vergegenwärtigt werden: "Was war das Ziel für unsere heutige Arbeit? Was wollten wir herausfinden?". Zudem sollte den Kindern Transparenz über den Ablauf und die ggf. genutzten Methoden des Abschlussgesprächs gegeben werden (vgl. Merkmal 3b).



Die Präsentation kann in allen Einheiten nach einem festgelegten, ritualisierten Ablauf in drei Schritten erfolgen (vgl. Reflexionskarten); diese sind an der Tafel visualisiert. Durch das Verschieben einer Klammer wird der jeweilige Schritt hervorgehoben. Das Gespräch kann so wesentlich auch durch Kinder aus der Präsentations-Gruppe geleitet werden (vgl. Merkmal 8a).



Tipps für Mathe-Konferenzen (in: Haus 8, UM)





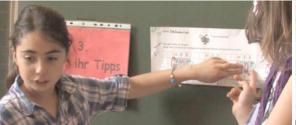
Abb.: Reflexions-Karten zur Strukturierung der Reflexionsphase

Damit die Mitschüler/innen nicht nur rezeptiv die Rolle der Passiv-Zuhörenden einnehmen (vgl. Merkmal 8c), sind sie durch das dreischrittige Reflexionsritual zunächst aufgefordert, aus der anschaulichen Darstellung des Forscherberichts die Strategie(n) der Mathe-Konferenz-Gruppe zu antizipieren (1. "Erkennt ihr eine Strategie?").

Erst danach erläutert die Gruppe selbst ihre Vorgehensweise (2. "Wie geht eure Strategie?"). Es sollte Gelegenheit gegeben werden, Fragen der Zuhörenden an die Gruppe zu klären.

Im Anschluss erfolgt ein Feedback, eine Rückmeldung zur sachlichen Qualität der Arbeitsergebnisse: Positives wird herausgestellt; Tipps zur Optimierung werden gegeben (3. "Habt ihr Tipps für die Gruppe?"). Durch die Möglichkeit, in der Präsentationsphase der vorstellenden Gruppe Tipps zu geben, kann die Mitverantwortlichkeit gefördert werden (vgl. Merkmal 6a).







links: Schritt 1- Antizipation durch den nur zur Hälfte einsehbaren Forscherbericht des Mathe-Konferenz-Teams: durch die Aufgabenbeispiele und die Markierungen sollen die Mitschüler/innen Vermutungen darüber anstellen, welche Strategie genutzt wurde/dargestellt sein könnte.

Mitte/rechts: Schritt 2 - Erläuterung des gemeinsamen Forscherberichtes durch die Sprecherin des präsentierenden Teams; dazu wird die untere Hälfte des Forscherberichts aufgedeckt, der Text vorgelesen und der Name der Strategie genannt. Anschließend erfolgt Schritt 3 (Feedback: Wurde die Strategie deutlich dargestellt (mit Aufgabenbeispielen, Forschermitteln und als Text unter Nutzung der "Profi-Sprache")? Ist der gewählte Name passend?).



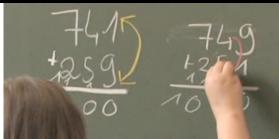


Abb.: Materialbereitstellung (vgl. Merkmal 9)



Lernbericht-Heft. Ziffernkarten und Stellentafel von Kim (vgl. Merkmal 9b)





Die Lehrerin lässt die Strategie der vorstellenden Gruppe verdeutlichen, indem sie während der Präsentation noch einmal einzelne Schritte nachlegen, markieren und notieren lässt, um Ergebnisse zu sichern (vgl. Merkmal 8b).



Einbezug und Aktivierung der zuhörenden Kinder durch die Aufforderung, die Strategie der vorstellenden Gruppe fortzuführen ("Wie würde es weitergehen?"; vgl. Merkmal 8c).



Die Lehrerin fordert die Kinder auf, die noch nicht thematisierte Strategie vorzustellen. Ein zweites Konferenz-Team präsentiert seinen Forscherbericht. Es folgt wiederum der ritualisierte Drei-Schritt: Antizipation – Erläuterung - Feedback.

### Ausblick

Wenn eben möglich, sollten die Kinder ihre gewonnenen Erkenntnisse auf neue Aufgabenstellungen anwenden können,

### Material 3. Einheit

### Lehrperson

- \* Arbeits- und Forscheraufträge Schüler/innen
- AB "Wie treffen wir 1010?"
- AB "Wie treffen wir \_\_\_\_?"
- Zieldifferent:
  Differenziertes AB
  Summe 9 am Zwanzigerfeld



"Wir addieren schriftlich mit Ziffernkarten" Unterrichtsplanung

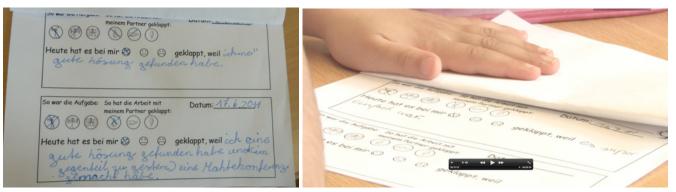
um (Er-)Kenntnisse zu transferieren, Kompetenzen nachhaltig aufzubauen und den "Wert" des Gelernten zu erkennen. Oft reicht in einer 45-Minuten-Stunde die Zeit dazu nicht mehr aus, so dass diese Phase in der folgenden Unterrichtsstunde durchgeführt werden sollte. Den Kindern wird die neue Aufgabenstellung im Sinne prozesstransparenten Arbeitens als Ausblick mitgeteilt, z.B.: "In der nächsten Mathestunde versuchen wir schlau andere Zielzahlen (die 1010) zu treffen. Da wird uns das, was wir heute entdeckt haben, nützlich sein" (vgl. Merkmal 3b).

### Metareflexion / Selbstreflexion

Abschließend sollte das Gelernte noch einmal zusammengefasst werden (z.B. "Haben wir unser heutiges Ziel erreicht?", "Was habt ihr heute dazugelernt?", "Welche Strategien haben wir gefunden, wie man schlau Aufgaben mit dem Ergebnis 1000 finden kann?", "Wofür könnten wir unsere gefundenen Strategien noch "gebrauchen"?", "Wie hat heute eure Arbeit geklappt?"; vgl. Merkmale 3e und 5a). Dabei kann es Sinn machen, nochmals auf besondere Schwierigkeiten bei der Aufgabenlösung einzugehen und einzelne Kinder davon berichten zu lassen.

Vorgestellte Strategien und Lernergebnisse können auf einem Lernplakat festgehalten werden, das gemeinsam mit den Kindern erstellt werden sollte, und in der Folgestunde zur Anknüpfung dient (vgl. Merkmal 4c).

Ferner können die Kinder dazu angehalten werden, ihren persönlichen Lernzuwachs, z.B. in einem vorstrukturierten Lernbericht (vgl. Schüler-Material), zu reflektieren (vgl. Merkmal 3d).

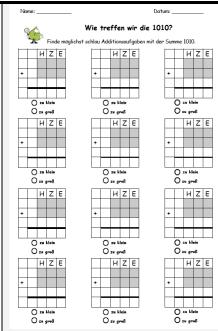


Die Kinder tragen ihre Selbsteinschätzung und ihre Erkenntnisse in einen vorstrukturierten Lernbericht ein

### Anmerkungen zur Entstehung des PIK-Videos

Die vorangegangenen Ausführungen sollten Merkmale und Indikatoren guten Mathematikunterrichts veranschaulichen. Aber: Guter Mathematikunterricht erschöpft sich nicht darin, dass eine einzelne Lehrperson eine Stunde durchführt, die den Kriterien guten Mathematikunterrichts weitgehend entspricht.

Guter Unterricht impliziert auch die professionelle Planung und Reflexion der gesetzten Ziele, des eigenen Lehrer/innen-



AB "Wie treffen wir 1010?"



AS-Video:

"Guter (Mathematik-)Unterricht -Schule als Ort kooperativen Lernens – nicht nur für Schülerinnen und Schüler"





Unterrichtsplanung

Handelns sowie die Entwicklung von Konsequenzen für die Weiterarbeit. Dieses reflektierte Weiterlernen gelingt dann besonders gut, wenn Lehrerinnen und Lehrer im Team zusammenarbeiten.

Zwei weitere Videos, die sog. AS-Videos, widmen sich daher dem Schwerpunkt der Arbeit in einem Lehrer-Team und der kollegialen Kooperation. Sie zeigen auf, wie die oben dargestellte Unterrichtsstunde im Jahrgangsteam eines dritten Schuljahrs gemeinsam geplant, durchgeführt und reflektiert wurde.

Auch hier liegen zwei Fassungen vor: Die kommentierte Fassung des AS-Info-Videos trägt den Titel "Guter (Mathematik-)Unterricht – Schule als Ort kooperativen Lernens – nicht nur für Schülerinnen und Schüler" (in: Haus 8, IM). Das Video zeigt auf, wie durch Formen der strukturierten Kooperation Gelingensbedingungen für guten Unterricht geschaffen werden können. An ausgewählten Szenen wird die Arbeit in einem Jahrgangsteam und die Methode "Kollegiale Hospitation" illustriert.

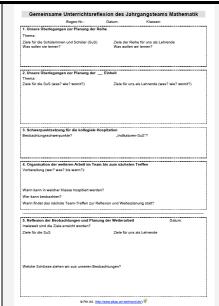
Die unkommentierte Fassung des AS-Dokumentations-Videos trägt den Titel "Wie treffen wir die 1000?" – eine Dokumentation gemeinsamer Unterrichtsreflexion im Team" (in: Haus 8, FM, Moderator-Material). Dieses Video dokumentiert ausführlich den Prozess der Reihenplanung, -durchführung und -reflexion im Jahrgangsteam. Zu diesem Video finden Sie ein Informationspapier (in: Haus 8, FM, Moderator-Material), das den Aufbau des Videos sowie die dort gezeigten Dokumente abbildet.

Als wichtige Orientierungs- und Merkhilfe wird bei der Arbeit im Team ein Protokollbogen (vgl. Beispiel rechts; im Lehrer-Material) genutzt, in dem zentrale Aspekte der Team-Sitzungen festgehalten werden können. Jeder Protokollbogen thematisiert jeweils eine Einheit (Teil 1: Planung (Pkt. 1 – 4, Teil 2: Reflexion (Pkt. 5). Jedes Treffen endet ganz pragmatisch mit Überlegungen zur Arbeitsteilung: Wer macht was bis wann?

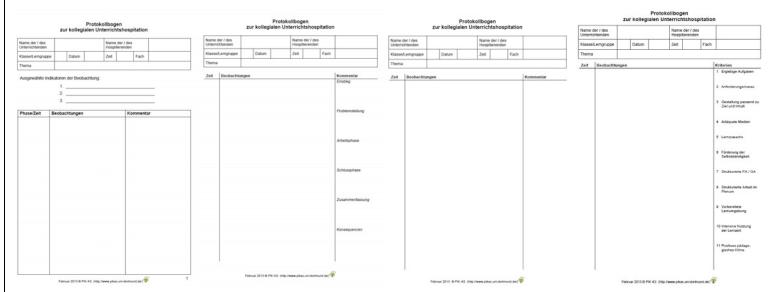
Wenn Sie die kollegiale Hospitation erproben möchten, so können Sie den Planungs- und Beobachtungsbogen (vol. Lehrermaterial, S. 2, Abb. rechts oben) nicht nur zur Planung (vgl. S. 2), sondern auch zur Einordnung Ihrer Beobachtungen nutzen.

Zudem finden Sie im Lehrermaterial Vorschläge für mögliche Protokollbögen zur kollegialen Hospitation (vgl. Abb. unten), die ein mehr oder weniger informelles Notieren von Beobachtungen ermöglichen können:

- 1. Die Unterrichtsstunde wird unter bestimmten Indikatoren (z.B. der Frage: "Sind die geplanten Differenzierungsangebote passend?") protokolliert.
- 2. Die Protokollierung orientiert sich an den einzelnen Phasen des Unterrichts.
- Der Bogen ist offen für eigene Beobachtungsschwerpunkte.
- 4. Die Protokollierung orientiert sich an den Merkmalen guten Unterrichts.



Protokollbogen "Gemeinsame Unterrichtsreflexion des Jahrgangsteams" (zwei Fassungen: ohne/mit Zeile für Planung einer kollegialen Hospitation)



### Literatur

Brandt, Birgit & Marcus Nührenbörger (2009): Strukturierte Kooperationsformen im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 222.223, Friedrich Verlag

Helmke, Andreas (2003): Unterrichtsqualität. Erfassen, Bewerten, Verbessern. Seelze: Kallmeyer

Meyer, Hilbert (2004): Was ist guter Unterricht? Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor

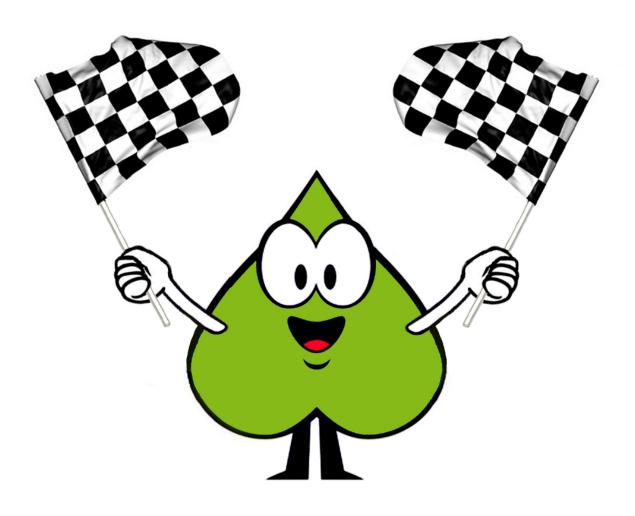
Mewes, Christoph (2007): Immer 1000. In: Praxis Förderschule H. 2, S. 20-21

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2006): Qualitätstableau für die Qualitätsanalyse an Schulen in Nordrhein-Westfalen. Download unter: http://www.schulsportnrw.de/info/01 schulsportentwicklung/gutersportunterricht/pdf/qualitaetstableau.pdf . Beobachtungsbogen für Unterricht und Lernprozesse: http://www.tresselt.de/download/QA-unterricht.pdf (Zugriff am 15.12.2012)

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2008); Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordhein-Westfalen, Mathematik

Selter, Christoph (2011): "Ich mark Mate" – Leitideen und Beispiele für einen interesseförderlichen Unterricht. In: Demuth, R., Walther, G. & Prenzel, M. (Hg.): Unterricht entwickeln mit SINUS. Seelze: Klett, Kallmeyer, S. 131 – 139 Walther, Gerd u.a. (Hg., 2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen Scriptor Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Düsseldorf





Unser Ziel ist:



# Erkennt ihr eine Strategie?

Ich vermute, eure Strategie geht so: ....



### Wie geht eure Strategie?

Unsere Strategie geht so: ....



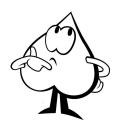






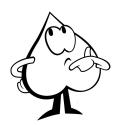
# Habt ihr Tipps für die Gruppe?

Mein Tipp für euch: Ich schlage vor, ihr...



# Erkennt ihr eine Strategie?

Ich vermute, eure Strategie geht so: ....



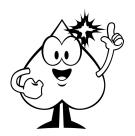
### Wie geht eure Strategie?

Unsere Strategie geht so: ....

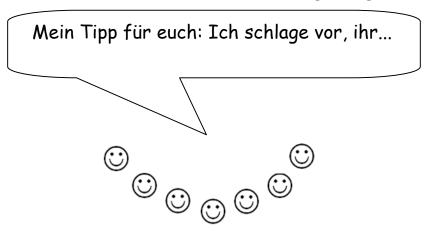






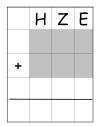


## Habt ihr Tipps für die Gruppe?

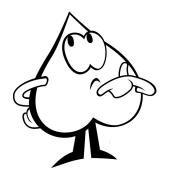


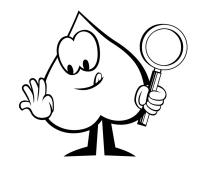


1	2	3
4	5	6
7	8	9
1	1	1

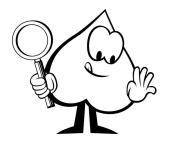


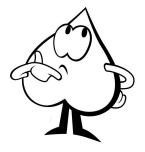
### Wie finden wir kleine Summen?



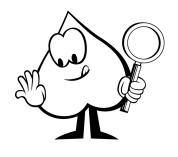


## Wie finden wir große Summen?

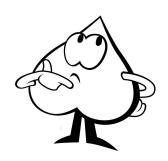


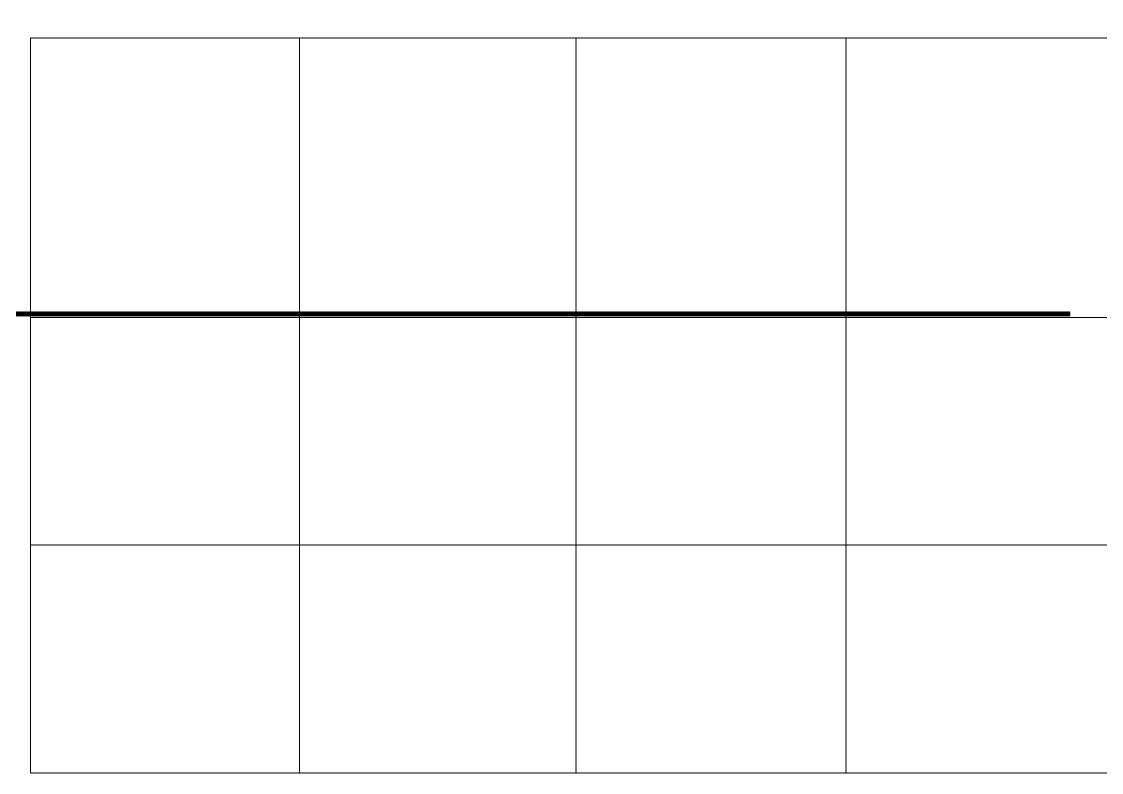


### Wie treffen wir die 1000?



## Wir erfinden eigene Aufgaben





## die Einerstelle die Zehnerstelle die Hunderterstelle die Tausenderstelle

```
die Zahl
             236
die Ziffer
             236
der 1. Summand
234 + 123 = 357
```

### der 2. Summand

234 + 123 = 357

### die Summe

234 + 123 = 357

### der Übertrag addieren vertauschen verändern

### erhöhen vermindern stellengerecht schreiben

### größer als kleiner als gleich

Protokollbogen Nr des Jahrgangs	steams
Datum: Klassen:	
Thema der Reihe:	
Ziele der Reihe für die Schülerinnen und Schüler (SuS):	
Ziele der Reihe für uns als Lehrende:	
Unsere Überlegungen zur Unterrichtsplanung der Einheit	
Thema:	
I. Ziele dieser Einheit für die SuS: Was sollen sie lernen? Welche	Kompetenzen sollen gefördert werden?
II. Ziele dieser Einheit für uns als Lehrende: Wie gestalten wir den zu den Kompetenzen der SuS?	Unterricht in möglichst optimaler Passung
Was?	ie? Womit?
(Cat) Organization day kallegislan Hamitation	
(Ggf.) Organisation der kollegialen Hospitation Beobachtungsschwerpunkte? "Indikatore	en-SuS"?
"	
	to ffee
Organisation der weiteren Arbeit im Team bis zum nächsten T Vorbereitung: Wer? Was?	Bis wann?
Wann kann in welcher Klasse hospitiert werden?	
Wer kann beobachten?	
Wann findet das nächste Team-Treffen zur Reflexion und Weiterpl	anung statt?
Reflexion der erreichten Ergebnisse und Planung der Weitera	rbeit Datum:
Ziele der Einheit	
für die SuS: erreicht /teils erreicht/nicht erreicht	
Beobachtungen/Ursachen:	
Konsequenzen:	
für uns als Lehrende: erreicht /teils erreicht/nicht erreicht	
Beobachtungen/Ursachen:	
Konsequenzen:	

Protokollbogen Nr	_ des Jahrgangsteams	S
Datum:	Klassen:	
Thema der Reihe:		
Ziele der Reihe für die Schülerinnen und Sch	chüler (SuS):	
Ziele der Reihe für uns als Lehrende:		
Unsere Überlegungen zur Unterrichtspla	anung der Einheit	
Thema:	llan sia larnan? Walaha Kampata	unzon sollon gofördort wordon?
I. Ziele dieser Einheit für die SuS: Was sol	ien sie iemen? Weiche Kompete	nizen sollen gelordert werden?
II. Ziele dieser Einheit für uns als Lehrende zu den Kompetenzen der SuS?	e: Wie gestalten wir den Unterric	ht in möglichst optimaler Passung
Was?	Wie? Wom	it?
Organisation der weiteren Arbeit im Tea		D:
Vorbereitung: Wer?	Was?	Bis wann?
Wann findet das nächste Team-Treffen zur	r Reflexion und Weiterplanung st	att?
Reflexion der erreichten Ergebnisse		 Datum:
Austausch über Beobachtungen und ex	emplarische Schüler-Arbeitsp	roben
Wie sind die Klassen jeweils mit den geste	llten Aufgaben zurechtgekomme	n?
Welche Schlüsse können wir ziehen?		
Was können wir für die weitere Planung da	araus mitnehmen?	
was rothlett wil ful die weitere Flatfully da	ii aas miiniciiliicii:	
! !		

### Planungs- und Beobachtungsbogen für Mathematik-Unterricht

Name der / des Unterrichtenden		Name der / des Hospitierenden		Klasse/ Lerngruppe	Datum				
Zeit		Fach	Mathematik	Thema					

Merkmale gu Kriterien	ten Mathematikunterrichts (bezogen auf das fachliche Lernen) Indikatoren	Beobachtungen / (Selbst-)Wahrnehmungen im Unterricht / Kommentar
	Fachliche und didaktische Gestaltung	
1. Ergiebige Aufgaben	<ul> <li>a) Rahmende, sinnstiftend-motivierende Aufgabenstellungen</li> <li>b) Tragfähige Alltagsbezüge oder 'innermathematische' Substanz</li> <li>c) Problembezogenes Denken und entdeckendes Lernen, beziehungsreiches Üben</li> <li>d) Sachlogisch aufeinander aufbauende Sequenzen</li> </ul>	
2. Anforderungs- niveau passt zum Leistungs- vermögen	<ul> <li>a) Aufgabenstellungen sind fachlich richtig, sinnvoll didaktisch reduziert und verständlich formuliert</li> <li>b) Berücksichtigung der Vorerfahrungen, Bedürfnisse und Interessen der Kinder</li> <li>c) Herausforderung zu Eigenaktivität bzw. Kooperation</li> <li>d) Differenzierte Leistungsanforderungen für alle Kinder (z.B. durch unterschiedliche Niveaus und Zugangsweisen)</li> </ul>	
3. Gestaltung passt zu Inhalt und Zielen	<ul> <li>a) Förderung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen</li> <li>b) Transparente Lern- und Leistungserwartungen ermöglichen motiviertes, zielorientiertes Arbeiten</li> <li>c) Möglichkeit, eigene Ideen, Thesen, Lösungswege zu entwickeln</li> <li>d) Möglichkeit, Vorgehensweisen auf Eignung hin zu reflektieren; Anleitung zur Selbstreflexion</li> <li>e) Bewusstmachung von Lernstrategien; intelligentes Üben</li> </ul>	
4. Adäquate Medien	<ul> <li>a) Sach- und kindgerechter Einsatz von Medien und Arbeitsmitteln</li> <li>b) Verständliche, zielführend eingesetzte Arbeitsmittel sorgen für Anschaulichkeit</li> <li>c) Freies Bereitstellen von Materialien und Arbeitsergebnissen (z.B. Lernplakate)</li> </ul>	
5. Lernzuwachs	<ul> <li>a) Erweiterung des mathematischen Verständnisses; Lernfortschritte werden erfahrbar gemacht; geeignete Auswahl von Lerngelegenheiten im Sinne langfristigen Lernens (Spiralprinzip)</li> <li>b) Festigung und Flexibilisierung von Kompetenzen</li> <li>c) Verbale, mediale und schriftliche Produkte als Lösungen</li> <li>d) Förderung des Umgangs mit non-verbalen Instrumenten (,Forschermitteln') und des (fach-)sprachlichen Repertoires</li> <li>e) Passende Auswahl von Präsentations-, Vermittlungs-, Arbeitsund Aktionsformen</li> </ul>	

6. Förderung der Selbstständig- keit	<ul> <li>a) Förderung der Selbst- und Mitverantwortlichkeit</li> <li>b) Planvolles Arbeiten bei ergiebigen Aufgaben, Förderung der Methodenkompetenz</li> <li>c) Hilfen zur Selbsthilfe, Möglichkeiten zur Selbstkontrolle bzw. organisierte Unterstützungsmaßnahmen (z.B. "Expertenkinder")</li> <li>d) Nutzung offener, fachlich substanziell angelegter Lernformen (z.B. Wochenplanarbeit, Lernen an Stationen, Expertenarbeit)</li> </ul>	
7. Strukturierte Partner- und Gruppenarbeit	<ul> <li>a) Schüler/innen agieren in funktionalen, zweckvollen Rollen (z.B. Gesprächsleitung, Protokollant)</li> <li>b) Aufgaben erfordern strukturierte Kommunikation über Gedankengänge, Lösungswege und gefundene Ergebnisse (z.B. Mathe-Konferenzen)</li> <li>c) Differenzierte Formen der Partner- und Gruppenarbeit</li> </ul>	
8. Strukturierte Arbeit im Plenum	a) Strukturierte Kommunikation bei der Arbeit im Plenum     b) Ergebnisse und Gliederung werden kenntlich gemacht     c) Breite Schülerbeteiligung und fachliche Interaktion	
Lernumgebu	ng und Lernatmosphäre	
9. Vorbereitete Lernum- gebung	a) Lernraum fördert die Lernbereitschaft     b) Schüler/innen führen geordnete Unterlagen	
10. Intensive Nutzung der Lernzeit	<ul> <li>a) Kein Zeitverlust</li> <li>b) Schüler/innen arbeiten konzentriert und aufgabenorientiert</li> <li>c) Lehrperson berät, unterstützt Lernprozesse individuell fördernd, gibt zielführende Impulse (auch bei unterschiedlichen Bearbeitungszeiten)</li> <li>d) Angemessene Rhythmisierung, passender Zeitrahmen</li> </ul>	
11. Positives pädago- gisches Kli- ma	<ul> <li>a) Gegenseitige Wertschätzung</li> <li>b) Persönlichkeitsfördernder Unterricht: Schüler/innen können sich ohne Druck äußern; Lehrperson gibt lernförderliche Rückmeldungen; Fehler als Lernchance (Stärkenorientierung)</li> <li>c) Lehrperson handelt rechtzeitig und angemessen, auch bei Störungen</li> </ul>	

Name der / des Unterrichtenden			Name der / des Hospitierenden			
Klasse/Lerngruppe	Datum	Z	Zeit		Fach	
Thema						

THEITIG		
Ausgewählte Indika	atoren der Beobachtung:	
	1	
	2	
	3	

Phase/Zeit	Beobachtungen	Kommentar

Phase	Beobachtungen	Kommentar

Zusammenfassung:

Konsequenzen für die Weiterarbeit:

Name der / des Unterrichtenden			Name der / des Hospitierenden			
Klasse/Lerngruppe	Datum		Zeit		Fach	
Thema						

Zeit	Beobachtungen	Kommentar
		Einstieg
		Problemstellung
		Arbeitsphase
		Schlussphase
		Zusammenfassung
		Konsequenzen

Name der / des Unterrichtenden			Name der / des Hospitierenden			
Klasse/Lerngruppe	Datum		Zeit		Fach	
Thema						

Zeit	Beobachtungen	Kommentar

Name der / des Unterrichtenden		Name der / des Hospitierenden			
Klasse/Lerngruppe	Datum	Zeit		Fach	
Thema					

Zeit	Beobachtungen	Kriterien
		1 Ergiebige Aufgaben
		2 Anforderungsniveau
		3 Gestaltung passend z Ziel und Inhalt
		4 Adäquate Medien
		5 Lernzuwachs
		6 Förderung der Selbstständigkeit
		7 Strukturierte PA / GA
		8 Strukturierte Arbeit im Plenum
		9 Vorbereitete Lernumgebung
		10 Intensive Nutzung der Lernzeit
		11 Positives pädago- gisches Klima

Name:	 Datum:



### Forscherbericht



Wie geht deine/eure Strategie? Zeige deine/eure Strategie mit Aufgabenbeispielen. Markiere die besonderen Stellen.

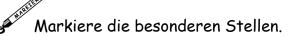
	Н	Z	E		Н	Z	E		Н	Z	Е		Н	Z	Е
+				+				+				+			
				Stra											<del>-</del>
															_

Meine/Unsere Strategie heißt:

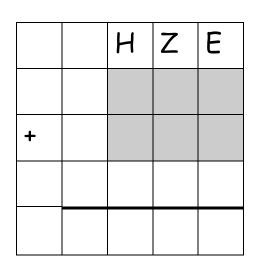


### Forscherbericht

Wie geht deine Strategie?
Zeige deine Strategie mit Aufgabenbeispielen. Mar



	Н	Z	E		Н	•
+				+		



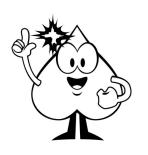
	Н	Z	E
+			

crkiare deine Strategie genau.							
		<del></del>		<del></del>			
			<del> </del>				

Meine/Unsere Strategie heißt:

Lernbericht	von		

So war die Aufgabe für mich:	So hat die Arbeit mit anderen Kindern geklappt:	Datum:	— <u>)</u>
Heute hat es be	i mir 😊 😐 😊 geklap	pt, weil	
	1	T	
So war die Aufgabe für mich:	So hat die Arbeit mit anderen Kindern geklappt:	Datum:	—— <u> </u>
Heute hat es be	i mir 😊 😐 😊 geklap	pt, weil	
So war die Aufgabe	So hat die Arbeit mit	Noture:	
für mich:	anderen Kindern geklappt:	Datum:	
Heute hat es be	i mir 😊 😑 🖰 geklap	pt, weil	



Was habe ich gelernt?

## Lernberichte von

Wobei hatte ich Schwierigkeiten?



Das möchte ich beim nächsten Mal verbessern ...



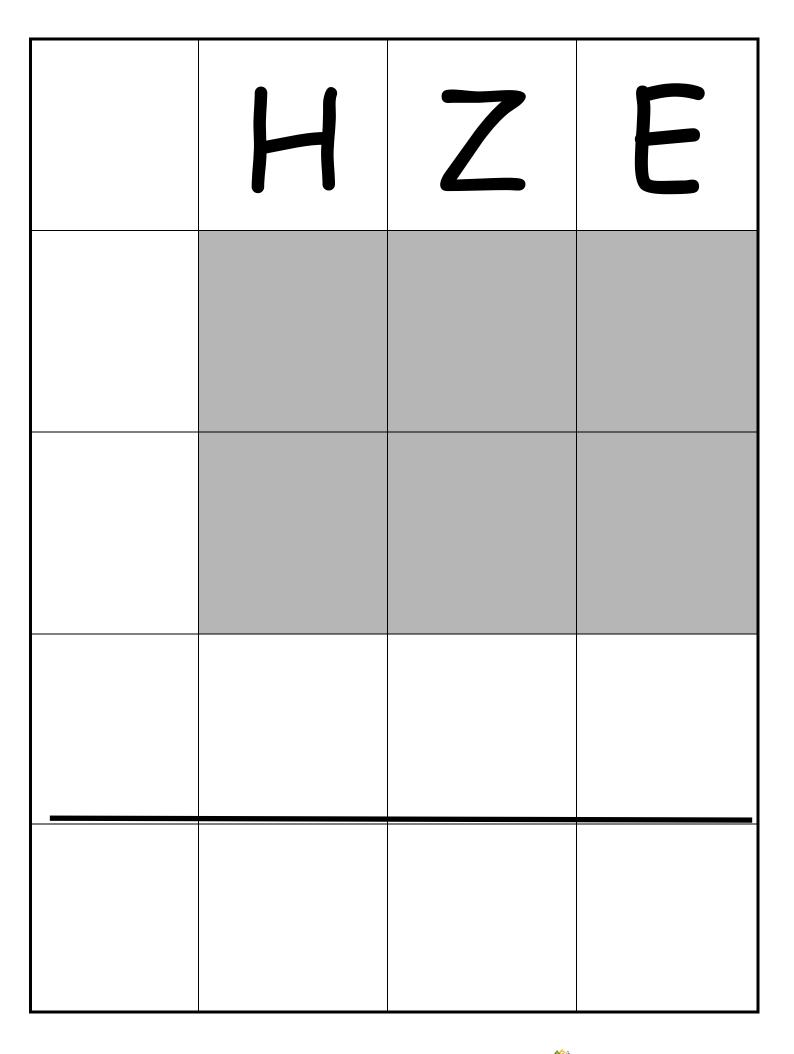
Was habe ich gelernt?

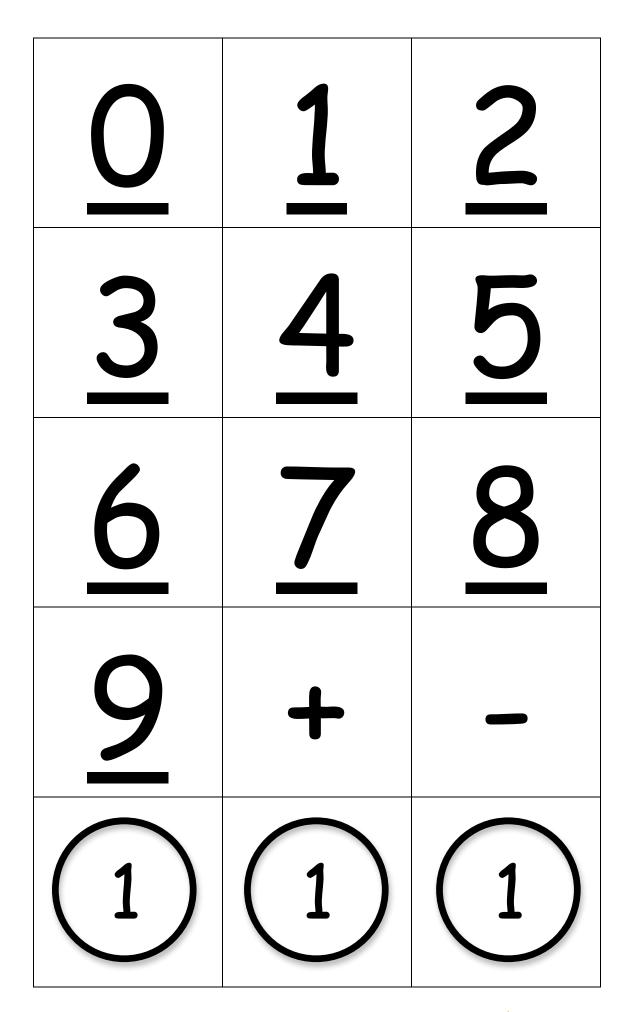
## Lernberichte von

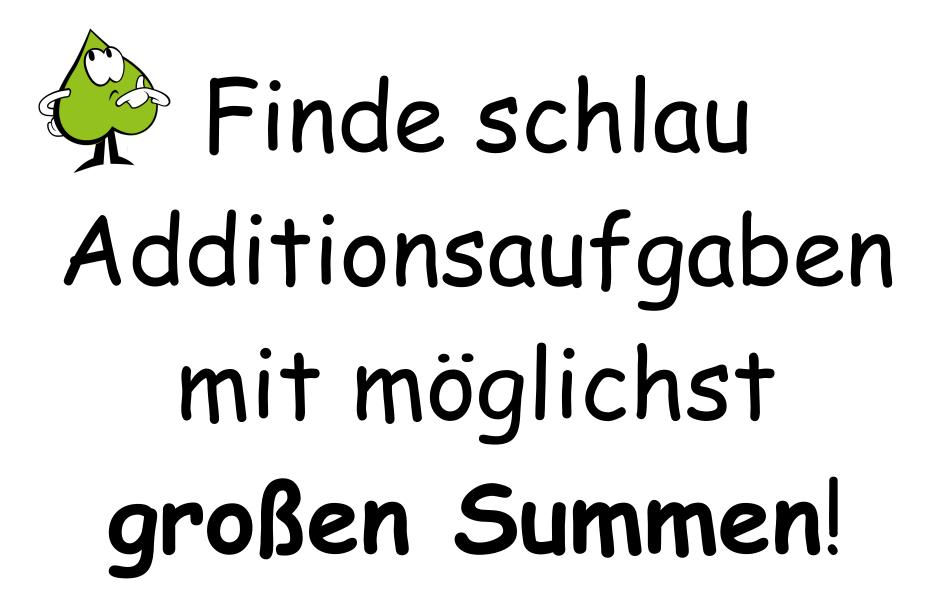
Wobei hatte ich Schwierigkeiten?

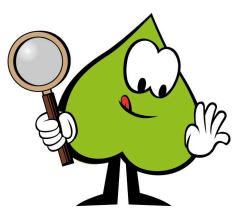


Das möchte ich beim nächsten Mal verbessern ...



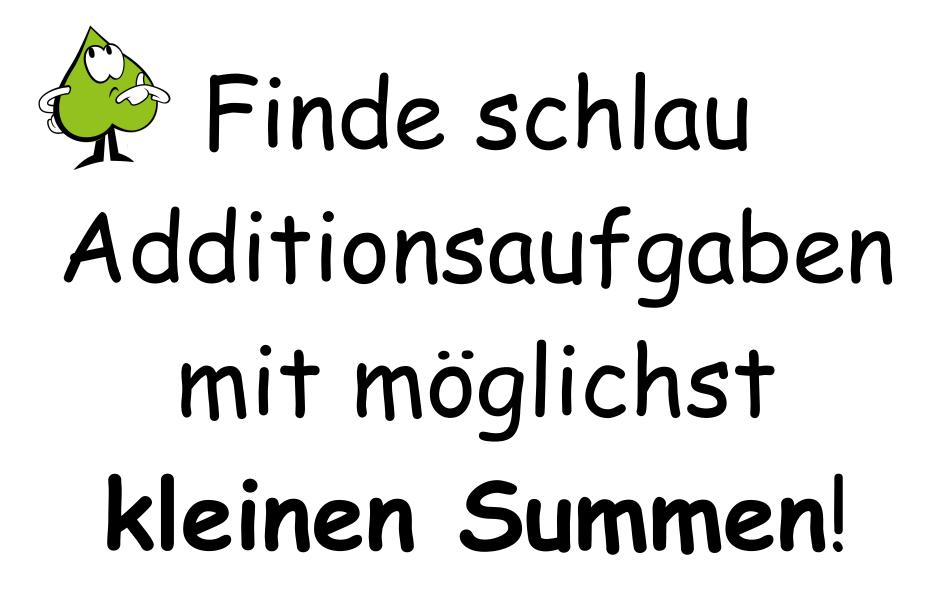


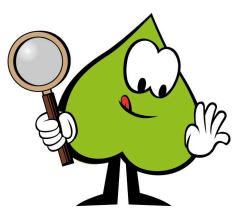




# Wie geht deine Strategie?

Denke dir einen passenden Namen aus!





# Wie geht deine Strategie?

Denke dir einen passenden Namen aus!



Name: \_\_\_\_\_ Datum:

### Wie finden wir große Summen?



Rechne die Aufgaben. Was fällt dir auf? Markiere!

	Н	Z	E
	9	7	5
+	8	6	4

	Η	Z	Е
	5	7	9
+	4	6	8

Erkläre, warum die Summen verschieden groß sind.

Fülle die Lücken so, dass du möglichst große Summen findest.



Wann wird die Summe besonders groß? Markiere!



	Τ	Ζ	Е
	9		5
+		6	4

	Η	Z	E
		7	5
+		6	4

	H	Z	E
	8	6	
+	9	7	

	Н	Ζ	ш
	9	6	3
+			

	Η	Z	Е
+	9	6	5

	Ι	Z	Е
	9	7	5
+			

	Ι	Z	Ш
	9	7	
+	8	6	

	Н	Z	E
	9	6	4
+			



### Wie finden wir kleine Summen?

1)



Rechne die Aufgaben.

Was fällt dir auf? Markiere!

	Н	Z	Ε
	1	3	5
+	2	4	6

	Н	Z	E
	5	თ	1
+	6	4	2

+

Erkläre, warum die Summen verschieden groß sind.

2) Fülle die Lücken so, dass du möglichst kleine Summen findest.

4

E

Wann wird die Summe besonders klein? Aurkiere!

5

6

Н	Z	E
	4	
	3	

	Н	Z	Ш
		4	6
+		3	5

	Τ	Z	Е
+	1	4	5

	Н	Z	Е
	1	3	5
+			6

	H	Z	E
	1	თ	
+	2	4	

	Η	Z	Е
	1	4	6
+	2		5

Name:	Datum:
-------	--------

### Wie finden wir große Summen?



- Finde schlau Additionsaufgaben mit möglichst großen Summen.
   Nummeriere die Summen. Beginne mit der größten Summe.

+	HZE	+	HZE	+	HZE
	HZE		H Z E		HZE
+ -	H Z E	+	H Z E	+	H Z E
+	H Z E	+	H Z E	+	H Z E
+		+		+	

Name:	Datum:
-------	--------

### Wie finden wir kleine Summen?



- Finde schlau Additionsaufgaben mit möglichst kleinen Summen.
   Nummeriere die Summen. Beginne mit der kleinsten Summe.

HZE		H Z E		H Z E
+				
7	+		+	
HZE		H Z E		H Z E
+	+		+	
HZE		HZE		H Z E
HZE		HZE		HZE
H Z E	+	HZE	+	HZE
	+	HZE	+	HZE
	+	HZE	+	HZE
	+	HZE	+	
+	+		+	
+	+		+	
+				



Name:\_\_\_\_\_\_

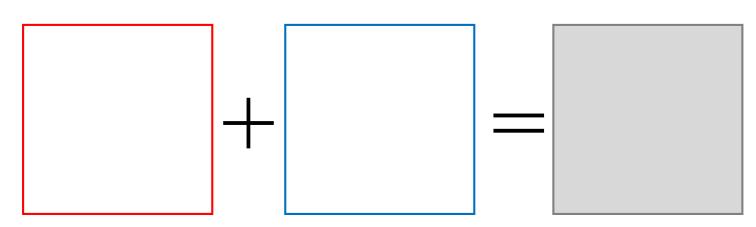


### Wie finden wir große Summen?

Bilde mit den Ziffernkarten **Additionsaufgaben** mit möglichst großen Summen.

Lege deine Aufgaben mit Plättchen am Zwanzigerfeld.

1	2	3	4 5	6	7	8	9



Schreibe deine Aufgaben auf.

Wie heißt deine Aufgabe mit der größten Summe?



Name:\_\_\_\_\_\_

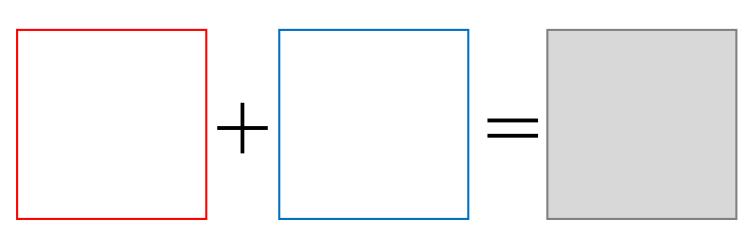


### Wie finden wir kleine Summen?

Bilde mit den Ziffernkarten **Additionsaufgaben** mit möglichst <u>kleinen</u> Summen.

Lege deine Aufgaben mit Plättchen am Zwanzigerfeld.

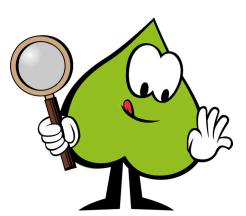
1	2	3	4 5	6	7	8	9



Schreibe deine Aufgaben auf.

Wie heißt deine Aufgabe mit der kleinsten Summe?

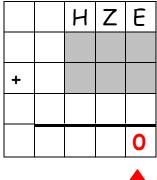
# Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der Summe 1000!



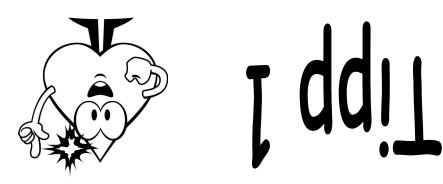
## Wie geht deine Strategie?

Denke dir einen passenden Namen aus!

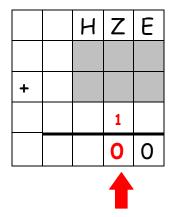
Wie kannst du die 0 an der Einerstelle erreichen?

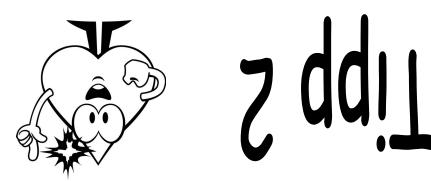






Wie kannst du die 0 an der **Zehner**stelle erreichen? Denke an den Übertrag!





Datum:	
Daium	



### Wie treffen wir die 1000?

Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der Summe 1000.

		Н	Z	E				Н	Z	Е				Н	Z	E
+						+						+				
	0	zu l	klein		1		0	zu k	lein	•	1		O:	zu kl	ein	
	0	zu g	roß				0	zu g	roß				0,	u gr	oß	
		Н	Z	Е				Н	Z	Е				Н	Z	E
+						+						+				
	0	zu l	klein	l	1		0	zu k	lein				O:	zu kl	ein	
	0	zu g	proß				0	zu g	roß				0,	u gr	oß	
		Н	Z	Е				Н	Z	E				Н	Z	E
+						+						+				
	0	zu l	klein	I	J		0	zu k	lein		ı		O:	zu kl	ein	
	0	zu g	proß				0	zu g	roß				0,	u gr	oß	
		Н	Z	E				Н	Z	E				Н	Z	E
+						+						+				
	0	zu l	klein		•		0	zu k	lein		•		O:	zu kl	ein	
	$\sim$		noß				$\cap$	zu q	0				O <sub>2</sub>		-0	

Name:
-------

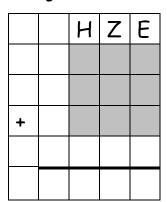


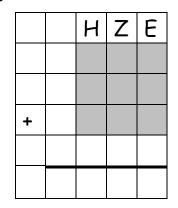
Datum: _	
----------	--

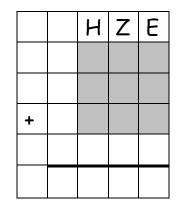
### Wie treffen wir die 1000?

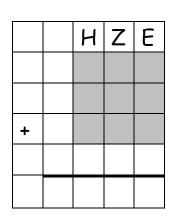
Kannst du mit drei Summanden die 1000 treffen? Wenn nein: Welche Ergebnisse sind möglichst nah an der 1000?

	Τ	Z	E
+			

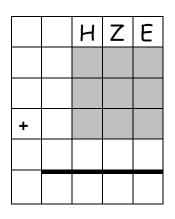


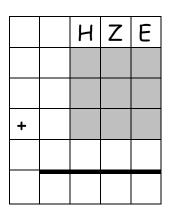


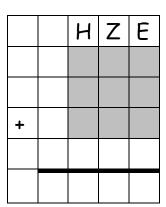




	Н	Z	E
+			







	${\mathtt T}$	Ζ	ш
+			

<sup>\*</sup>Warum kannst du die 1000 nicht treffen? Probiere weiter in deinem Heft!



Forscherbericht

t	
-	

Name:



Datum:	
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	

### Wie treffen wir die 1000?

Rechne aus. Fülle die Lücken.



Was fällt dir auf?

MARTER	•
Milet	Mark

Markiere!

	H	Z	Е
	3	2	1
+	6	7	9

	Н	Z	E
	3	2	9
+	6	7	1

	Н	Z	E
	3	7	1
+	6	2	9

	Н	Z	Е
	6	2	1
+	თ	7	9

	Н	Z	E
	3	7	9
+	6	2	1

	Η	Ζ	E
	7	თ	1
+	2	6	9

	Н	Z	E
	7	3	9
+	2	6	1

	Н	Z	E
	7	3	1
+	2	6	9

	Н	Ζ	E
	2	3	1
+		6	9

	Τ	Ζ	Е
		6	
+	2	3	1
	0		0

	Н	Z	E
	4	თ	2
+	5		8
		0	

	Η	Z	E
	4	3	8
+	5		
		0	0

	H	Z	Е
	4		2
+	5	3	
		0	0

		H	Z	Е
		5		2
+			6	
	1	0	0	0

		Τ	Ζ	Ш
		4	6	2
+				
	1	0	0	0



Name:\_\_\_\_\_\_



#### Wie treffen wir die 10?

Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der Summe 10. Lege deine Aufgaben mit Plättchen am Zwanzigerfeld.



Name:	Datum:

### Hast du alle Aufgaben gefunden?

0

Datum:	
Dulum	

### Wie treffen wir die 1010?



Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der Summe 1010.

+	-	zu l	klein				0	zu k	lein		_		<u>.</u>	zu kle	ein	
+																
+																
_											-	т				
						+						+				
		H	Z	E				Н	Ζ	E				Н	Z	E
				r	]		_		1	r	Γ					
	Ξ	zu l					Ξ	zu k zu gi					Ξ	zu kle zu gre		
							_		• •							
+						+						+				
		Н	Z	Е				Н	Z	E				Н	Z	Е
	0	zu g	roß				0	zu g	roß				0 2	u gr	oß	
	0	zu l	klein				0	zu k	lein		Ĺ		O ;	zu kle	ein	
+						+						+				
_																
		Н	Z	E				Н	Z	E				Н	Z	E
	U	zu g			]		U	zu gi	1	_	Г		U z	u gr		
	_	zu l					_	zu k					_	zu kle		
+						+					_	+				
		г	_	_				r i	_	_	_			<i></i> 1	_	_
		H	Z	E				Ы	Z	F				Ц	Ζ	F

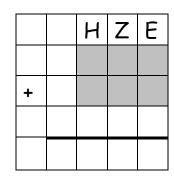
Datum:	
O a . a	



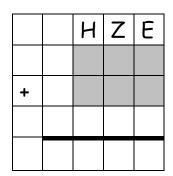
### Erfinde selbst Aufgaben mit Ziffernkarten!

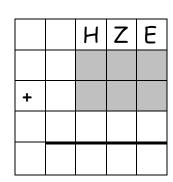
Meine Aufgabe:

	I	Z	Е
+			

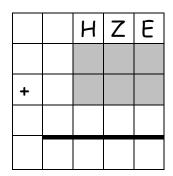


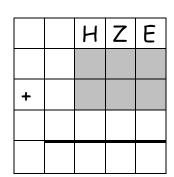
	H	Z	E
+			



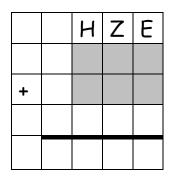


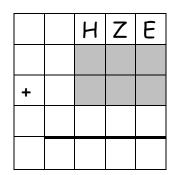
	H	Z	Е
+			





		Н	Z	E
•	+			





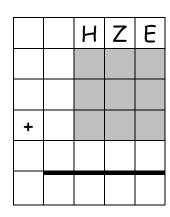
	I	Z	Е
+			

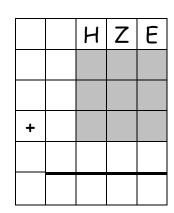
Datum:	
O a . a	



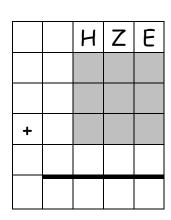
### Erfinde selbst Aufgaben mit Ziffernkarten!

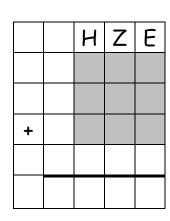
Meine Aufgabe:



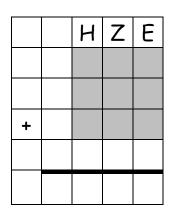


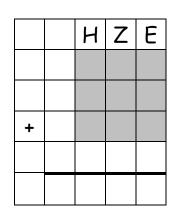
	Н	Z	E
+			



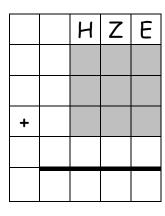


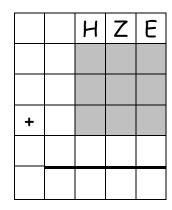
	Н	Z	E
+			





	Η	Z	E
+			





	Н	Z	Е
+			



Name:\_\_\_\_\_\_



#### Wie treffen wir die 9?

Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der **Summe 9**. Lege deine Aufgaben mit Plättchen am Zwanzigerfeld.



Name:	Datum:

### Hast du alle Aufgaben gefunden?

Schneide deine	Lösungen aus,	sortiere sie	e und klebe	sie auf!


O zu groß

O zu groß

### Wie treffen wir die \_\_\_\_?



Finde möglichst schlau Additionsaufgaben mit der Summe \_\_\_\_\_.

	Н	Z	Е					H	Z	Е					Н	Z	Е
+						+							+				
	O zu	klein			_		0	zu k	lein		_		'	Ō	zu kl	ein	
	O zu groß				0	zu g	roß				O zu groß						
	Н	Ζ	E					Н	Z	Е					Н	Z	E
+						+							+				
	O zu klein			O zu klein				🔵 zu klein									
	O zu groß				O zu groß						🔾 zu groß						
							_	9	-,-					_	<b>J</b> .		
	Н	Z	Ε						Z	Ε					1	Z	Е
	Н	Z	E						ı	Ε					1	ı	E
+	Н	Ζ	E			+			ı	E			+		1	ı	E
+	Н	Z	E		-	+			ı	E			+		1	ı	E
+	Н	Z	E		-	+			ı	E			+		1	ı	E
+	O zu		E			+			Z	E			+		1	Z	E
+		klein	E		-	+	0	Н	Z	E			+	0	H	Z	E
+	O zu	klein	E			+	0	H zu k	Z	E			+	0	H zu kl	Z	
+	O zu O zu	klein				+	0	H zu k zu gi	Z				+	0	H zu kl	Z ein	
+	O zu O zu	klein				+	0	H zu k zu gi	Z				+	0	H zu kl	Z ein	
	O zu O zu	klein					0	H zu k zu gi	Z					0	H zu kl	Z ein	
	O zu O zu	klein					0	H zu k zu gi	Z					0	H zu kl	Z ein	

O zu groß