

# Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen

Eine mögliche Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion



## Überblick über das Unterrichtsmaterial zum Thema in Haus 5

Wir rechnen mit  
großen Zahlen  
und überlegen uns  
schlaue Rechenwege!

### Unterrichts-Planungen

- Teil 1 – 3 Basisinformationen zur Unterrichtsplanung  
Überblick über eine mögliche Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion
- Teil 1 Rechnen auf eigenen Wegen - Das „ICH-DU-WIR - Prinzip“**
- a) Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1
  - b) Unterrichtplanung Teil 1 Addition
  - c) Unterrichtplanung Teil 1 Subtraktion
- Teil 2 Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen**
- a) Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 2
  - b) Unterrichtplanung Teil 2 Addition
  - c) Unterrichtplanung Teil 2 Subtraktion
- Teil 3 Flexibles Rechnen**
- a) Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 3
  - b) Unterrichtplanung Teil 3 Addition und Subtraktion



### Medien/Arbeitsblätter

- Teil 1 – 3
- a) *Lehrermaterial*  
Themenleine, Plakat PIKO-Funktionen, Plakat Forschermittel, Plakat Satzanfänge, Plakat Wortspeicher, Plakat Lernwegebuch, Materialien zu Mathe-Konferenzen und Kindersprechstunde
  - b) *Schülermaterial*  
Deckblatt Rechenwegebuch, AB Lernwegebuch, AB Wortspeicher, Protokoll Mathe-Konferenz
- Teil 1 Rechnen auf eigenen Wegen - Das ICH-DU-WIR – Prinzip -**  
„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege“
- a) *Lehrermaterial*
    - Addition:  
Übersicht Rechenwege Addition (Aufgaben auf den AB und mögliche geschickte Strategien), Auswertungsbogen Standortbestimmungen Rechenwege Addition, mögliche Impulskarten zur Abschluss-Reflexion

- Subtraktion:  
Übersicht Rechenwege Subtraktion (Aufgaben auf den AB und mögliche geschickte Strategien), Auswertungsbogen Standortbestimmungen Rechenwege Addition, Plakat Farberklärung „Wechseltrick“, mögliche Impulskarten zur Abschluss-Reflexion

**b) Schülermaterial**

- Addition - AB Rechenwege (RW) 1 – 5:  
RW 1: Was wir schon wissen! (Eingangs-Standortbestimmung)  
RW 2: So rechne ich!  
RW 3: Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!  
RW 4: Rechne möglichst schlau!  
RW 5: Was wir dazu gelernt haben! (Abschluss-Standortbestimmung)  
Lernbericht
- Subtraktion - AB Rechenwege (RW) 1 – 5:  
RW 1: Was wir schon wissen! (Eingangs-Standortbestimmung)  
RW 2: So rechne ich!  
RW 3: Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!  
RW 4: Rechne möglichst schlau!  
RW 5: Was wir dazu gelernt haben! (Abschluss-Standortbestimmung)  
Lernbericht

**Teil 2**

**Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen –**

„Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich. Was ist gleich? Was ist verschieden?“

**a) Lehrermaterial**

- Addition:  
Ergänzungskarte für die Themenleine, Wortkarten („halbschriftlich“ / „schriftlich“), Impuls-Karte mit ‚Forscher-Auftrag‘
- Subtraktion:  
Ergänzungskarte für die Themenleine (entspricht der für die Addition), Wortkarten („halbschriftlich“ / „schriftlich“, „Wechsel-Trick“ / „Eintausch-Trick“, „Ergänzen-Trick“ / „Auffüll-Trick“), Satzstreifen Sprechweise schriftlicher Algorithmus (Entbündeln bzw. Auffüllen), Impuls-Karte mit ‚Forscher-Auftrag‘

**b) Schülermaterial**

- Addition:  
AB „Wir addieren halbschriftlich und schriftlich“  
(Vergleich halbschriftliche - schriftliche Addition (mit bzw. ohne Zwischenschritt))
- Subtraktion:  
AB „Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich“  
(Vergleich halbschriftliche – schriftliche Subtraktion (entweder: „Stellenweise mit Wechseln – Entbündeln“ oder: „Stellengerecht Ergänzen – Auffüllen“))

**Teil 3**

**Flexibles Rechnen –**

„Im Kopf oder schriftlich? Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!“

**a) Lehrermaterial**

- Addition und Subtraktion:  
Ergänzungskarte für die Themenleine

**b) Schülermaterial**

- Addition und Subtraktion:  
AB „Im Kopf oder schriftlich?“ (je zwei Varianten)

# Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen

Eine mögliche Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion

## Überblick über das Material zum Thema in Haus 5



### Fortbildungs-Material

Modul 5.3.2 Rechnen auf eigenen Wegen

Modul 5.3.3 Teil 1: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion (Kap. 1 – 4)

Teil 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen - und zurück!  
Flexibles Rechnen - Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion (Kap. 5)



### Unterrichts-Material

*Unterrichts-Planungen* passend zu den *Medien/Arbeitsbättern* (vgl. *Überblick Unterrichtsmaterial*)

Teil 1 – 3 Basisinformationen zur Unterrichtsplanung  
Überblick über eine mögliche Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion

Teil 1 Rechnen auf eigenen Wegen - Das „ICH-DU-WIR - Prinzip“  
a) Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1  
b) Unterrichtsplanung Teil 1 Addition  
c) Unterrichtsplanung Teil 1 Subtraktion

Teil 2 Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen  
a) Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 2  
b) Unterrichtsplanung Teil 2 Addition  
c) Unterrichtsplanung Teil 2 Subtraktion

Teil 3 Flexibles Rechnen  
a) Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 3  
b) Unterrichtsplanung Teil 3 Addition und Subtraktion



### Informations-Material

*Elterninfos* a) Verschiedene Rechenmethoden  
b) Schriftliche Subtraktion (jeweils zum „Entbündelungs-Verfahren“ und zum „Auffüll-Verfahren“)

#### *Informationstexte*

- a) Das Ich-Du-Wir-Prinzip
- b) Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Multiplizieren?
- c) Flexibles Rechnen

#### *Informations-Videos*

- a) „Rechnen auf eigenen Wegen“
- b) „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des Entbündelungs-Verfahrens
- c) „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des Auffüll-Verfahrens



## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Überblick über eine mögliche Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion

### DARUM GEHT ES – SACHINFORMATIONEN

#### „Rechnen auf eigenen Wegen“ und das Erlernen der schriftlichen Rechenverfahren

Im Verlauf der letzten Jahrzehnte hat sich die Sensibilität für die individuellen Kompetenzen und Defizite der Lernenden deutlich erhöht. Man weiß, dass es kein Lernen im Gleichschritt gibt und nimmt die einzelnen Kinder demzufolge genauer in den Blick. Aber: Wie soll Unterricht darauf reagieren? Nachstehend finden Sie ein Beispiel für ein mögliches Unterrichtsvorhaben, das einen solchen produktiven Umgang mit der Vielfalt der Schülerinnen und Schüler möglich macht. Wesentliches Leitprinzip ist hierbei das dialogische Lernen, das sog. „Ich-Du-Wir-Prinzip“:

Das *Ich-Du-Wir-Prinzip* bedeutet ...

- *Ich*: ...die Schüler dazu zu ermutigen, bei der Bearbeitung von Aufgaben ihr (Vor-)Wissen zu zeigen; die informellen Schülerlösungen bilden den Ausgangspunkt des Unterrichts (das ‚*Individuelle*‘): „So mache *ich* es!“
- *Du*: ...die Schüler dazu anzuregen, über ihre eigenen Vorgehensweisen zu reflektieren und diese mit anderen zu vergleichen (das ‚*Soziale*‘): „Wie machst *du* es?“
- *Wir*: ...die Schüler dabei zu unterstützen, zunehmend elegantere, effizientere und weniger fehleranfällige Vorgehensweisen zu erwerben (das ‚*Reguläre*‘): „Wie machen *wir* es? Wie macht *man* es oder: Wie kann *man* es machen (und wie noch)?“

(vgl. Infopapier zum Thema: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5\\_-\\_Individuelles\\_und\\_gemeinsames\\_Lernen/IM/Informationstexte/H5\\_IM\\_Dialogisches\\_Lernen\\_von\\_Sprache\\_und\\_Mathematik.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/H5_IM_Dialogisches_Lernen_von_Sprache_und_Mathematik.pdf)).

Illustrierende Videos zu den Themen „Rechnen auf eigenen Wegen“ und „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ finden Sie im Informations-Material des Hauses 5: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/informationsvideos/index.html>

#### Mündliches, halbschriftliches und schriftliches Rechnen

Traditionell werden drei Hauptmethoden des Rechnens unterschieden: das mündliche, das halbschriftliche und das schriftliche Rechnen (Algorithmen). Als weitere Methode wird auch die Berechnung von Aufgaben mit Hilfe des Taschenrechners hinzu gezählt.

Der Lehrplan Mathematik unterscheidet im Bereich „Zahlen und Operationen“ folgende Schwerpunkte: „Schnelles Kopfrechnen“, „Zahlenrechnen“ und „Ziffernrechnen“ (vgl. S. 62). Ziel des Mathematikunterrichtes der Grundschule ist es u.a., dass die Kinder schließlich möglichst aufgabenbezogen eine Strategie des Zahlenrechnens oder Ziffernrechnens wählen („Flexibles Rechnen“, S. 63). Hierfür müssen sie einen „Zahlen“- bzw. „Aufgabenblick“ erwerben können: Schülerinnen und Schüler

Schuljahr 3

#### Lehrplan-Bereich

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkte Zahlen- und  
Ziffernrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren





müssen im Verlauf ihrer Grundschulzeit lernen, diese drei Methoden abhängig von der Aufgabe, aber auch von eigenen Präferenzen, flexibel einsetzen zu können.

Um auch die Eltern über die anstehenden Inhalte und Unterstützungsmöglichkeiten zu informieren, finden Sie Informationsmaterial des Hauses 5 entsprechende Informationsschreiben zu den Themen „Verschiedene Rechenmethoden“ und „Schriftliche Subtraktion“: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

### Lernvoraussetzungen

Das nachstehend skizzierte Unterrichtsvorhaben für das 3. Schuljahr kann durchgeführt werden, wenn sich die Kinder im Zahlenraum bis 1000 sicher orientieren und die notwendigen Anschauungsmittel zur Zahl- und Operationsdarstellung (Rechenstrich, Zehner-System-Blöcke...) sachgerecht nutzen können.

Es ist sinnvoll, Teil I („Rechnen auf eigenen Wegen“) bereits im zweiten Schuljahr - nach den Orientierungsübungen im Hunderterraum - mit angepasstem Zahlenmaterial analog durchzuführen.

Das gesamte Vorhaben (Teil I-III) lässt sich analog im 4. Schuljahr zur Multiplikation und Division durchführen (vgl. Modul 5.3.3 , [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 -  
\\_Individuelles\\_und\\_gemeinsames\\_Lernen/IM/Informationstexte/Haus\\_5\\_IM\\_half\\_zu\\_schr\\_Mult.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_half_zu_schr_Mult.pdf) und WINNING 1998).

### Zeitbedarf zur Durchführung des gesamten Unterrichtsvorhabens

Die Durchführung dieses Vorhabens erstreckt sich – mit entsprechenden Unterbrechungen - in der Regel über mindestens ein Schulhalbjahr hinweg.

## SO KANN ES GEHEN - VORSCHLÄGE ZUM AUFBAU DES LERNWEGS

### I: Rechnen auf eigenen Wegen - Das „ICH – DU – WIR – Prinzip

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“: 1. Addition, 2. Subtraktion

1. Einheit: Eingangs-Standortbestimmung
2. Einheit: So rechne ich! – Wie rechnest du?
3. Einheit: Rechne wie ...
4. Einheit: Rechne möglichst schlau!
5. Einheit: Abschluss-Standortbestimmung



### II. Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

„Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich!“: 1. Addition, 2. Subtraktion

Wir rechnen mit  
großen Zahlen  
und überlegen uns  
schlaue Rechenwege!



Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., das die Strategie „Stellenweise“ (Addition und Subtraktion) bzw. „stellengerechtes Ergänzen“ (auch möglich für die Subtraktion) genutzt hat, wird zum schriftlichen Algorithmus in Beziehung gesetzt, damit die Kinder diesen verständig erwerben und nicht nur auswendig lernen.

### III. Flexibles Rechnen

„Wir überlegen: Im Kopf oder schriftlich?": Addition und Subtraktion

Sensibilisierung für Rechenvorteile: ‚Nicht immer ist es schlaun, schriftlich zu rechnen!‘

Nachstehend werden die drei Teile überblicksartig skizziert. Detailinformationen zur Sache und Methode finden Sie jeweils in den einzelnen Teilen zugehörigen *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung*, Vorschläge zum Vorgehen im Unterricht in den jeweiligen *Unterrichtsplanungen*.

## Teil I

### Rechnen auf eigenen Wegen - Das „ICH – DU – WIR - Prinzip“

*Leitfrage:* Wie muss ich als Lehrer/in meinen Unterricht planen und durchführen, damit die Kinder „auf eigenen Wegen“ rechnen, also Aufgaben mit ihren eigenen Mitteln unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (möglichst vorteilhaft) mündlich oder halbschriftlich (auch unter Nutzung von Zwischenformen) lösen (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62: „Zahlenrechnen“)?

## 1. Addition

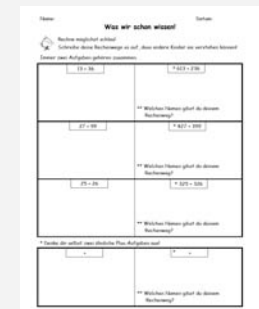
### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 1

Was wir schon wissen!  
1. Standortbestimmung

#### Rechenwege 1: Eingangs-Standortbestimmung

*Ziel:* Erheben und anschließendes Nutzen von Vorkenntnissen zur Planung der gezielten Förderung

*Info zum AB:* Es soll erhoben werden, welche Kompetenzen die Kinder aus dem 2. Schuljahr mitbringen und ob sie bereits dazu in der Lage sind, diese auf den neuen Zahlenraum zu übertragen. Daher erfolgt hier eine Differenzierung, durch die Gegenüberstellung von Additions-Aufgaben aus dem bekannten Hunderterraum als Grundanforderung gegenüber solchen aus dem neuen Tausenderraum als weiterführender Anforderung, die das Erkennen und Nutzen von Analogien anregen kann.



RW 1, AB Eingangs-Standortbestimmung Addition



ICH

So rechne ich!  
Wie rechnest du?

**Rechenwege 2:  
So rechne ich! – Wie rechnest du?**

**Ziel:** Initiierung eigener Lösungswege unter Nutzung von „Forschermitteln“ (Zehner-System-Blöcke, Rechenstrich...), Austausch über verschiedene Rechenwege in Mathe-Konferenzen (vgl. Haus 8, UM: Plakate, IM: Infopapier und Video).

**Info zu den AB:** Die verschiedenen AB legen durch die Verwendung unterschiedlicher Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe (vgl. „Übersicht“ rechts, in: Haus 5, UM, Lehrermaterial). Natürlich können die Kinder hier aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen.

DU

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen

**Rechenwege 3: Rechne wie...**

**Ziel:** Die Lehrperson favorisiert anschließend - abhängig von den gegebenen Zahlenwerten - „schlaue“ Strategien, damit die Kinder einen „Zahlen-“ und „Aufgabenblick“ gewinnen können. Es geht nicht darum, dass alle Kinder alle Wege beherrschen, sondern dass sie für die Vielfalt möglicher Rechenwege sensibilisiert werden.

**Info zu den AB:** Die Kinder vollziehen zunächst die verschiedenen „schlau“ Strategien (anderer Kinder) aktiv nach und sind anschließend aufgefordert, diese zu bewerten und zu überlegen, bei welchen Zahlenwerten sie diese anwenden würden.

Die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H (hier wird bewusst mit der kleinsten Stelle begonnen); vgl. rechts) sollten alle Kinder verstanden haben, da sie die Grundlage für die Überleitung zum schriftlichen Algorithmus bildet (vgl. II.1). Die Nutzung von Zehner-System-Blöcken (Dienes-Material) sollte den Kindern ermöglicht werden.

WIR

Wir rechnen möglichst schlau!

**Rechenwege 4: Rechne möglichst schlau!**

**Ziel:** Selbstständige Einordnung und Bewertung eigener und fremder Strategien hinsichtlich ihrer Effizienz.

**Info zum AB:** Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe. Die Kinder können hier auch ihren eigenen Präferenzen folgen. Aber: Durch den intensiven Austausch der Kinder untereinander (in Mathe-Konferenzen) und mit der Lehrperson (auch in der abschließenden gemeinsamen Reflexionsphase) sollte gewährleistet werden, dass Begründungen dargelegt werden, warum bei den verschiedenen Aufgaben unterschiedliche Strategien nahe liegen; weniger „schlaue“ Rechenwege sollten daher von den Kindern als solche identifiziert werden können.

Übersicht Rechenwege Addition

Rechenweg	Strategie	Strategie	Strategie	Strategie
RW 1	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200
RW 2	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200
RW 3	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200
RW 4	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200	100 + 100 = 200

RW 2, Übersicht Rechenwege Addition

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen

RW 3, AB 2

Wir rechnen möglichst schlau

RW 4, AB (zweiseitig)



Was wir dazu gelernt haben!

2. Standortbestimmung

**Rechenwege 5: Abschluss-Standortbestimmung**

**Ziel:** Im direkten Vergleich der beiden Standortbestimmungen können individuelle Lernzuwächse erhoben und ggf. weitere Fördermaßnahmen ergriffen werden. Den Kindern sollte anschließend ein selbstständiger Vergleich ihrer Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung angeboten werden, um ihnen ihre Lernfortschritte bewusst machen zu können (Schreiben eines Lernberichtes, Eintrag in das Lernwegebuch).

**Info zum AB:** Um einen solchen Vergleich leisten zu können, werden hier die gleichen Aufgaben wie in der Eingangs-Standortbestimmung gestellt; das AB bietet jedoch mehr Platz für die Notation der Beschreibung und Begründung des gewählten Lösungsweges.

**Anmerkung:** Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Addition anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

**2. Subtraktion**

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2

Bei der Subtraktion wird analog zur Addition verfahren.

Was wir schon wissen!

1. Standortbestimmung

**Rechenwege 1: Eingangs-Standortbestimmung**

**Ziel:** Erheben und Nutzen von Vorkenntnissen zur Planung der gezielten Förderung

**Info zum AB:** Es soll durch differenzierte Aufgabenstellungen erhoben werden, welche Kompetenzen die Kinder aus dem 2. Schuljahr mitbringen und ob sie bereits dazu in der Lage sind, diese auf den neuen Zahlenraum zu übertragen (vgl. Ausführungen zur Addition).

ICH

So rechne ich! Wie rechnest du?



**Rechenwege 2: So rechne ich! – Wie rechnest du?**

**Ziel:** Initiierung eigener Lösungswege unter Nutzung von Forschermitteln (Zehner-System-Blöcke, Rechenstrich...), Austausch über verschiedene Rechenwege in Mathe-Konferenzen (vgl. Haus 8, UM: Plakate, IM: Infopapier und Video).

**Info zu den AB:** Die verschiedenen AB legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe (vgl. „Übersicht Rechenwege“ rechts, in: Haus 5, UM). Natürlich können die Kinder hier aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen.



RW 5, AB Seite 1



RW 1, AB Eingangs-Standortbestimmung Subtr.

RW 2, Übersicht Subtraktion



DU

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen

### Rechenwege 3: Rechne wie...

**Ziel:** Die Lehrperson favorisiert anschließend - abhängig von den gegebenen Zahlenwerten - „schlaue“ Strategien, damit die Kinder einen „Zahlen-“ und „Aufgabenblick“ gewinnen können. Es geht nicht darum, dass alle Kinder alle Wege beherrschen, sondern dass sie für die Vielfalt möglicher Rechenwege sensibilisiert werden.

**Info zu den AB:** Die Kinder vollziehen zunächst die verschiedenen „schlau“ Strategien (anderer Kinder) aktiv nach und sind anschließend aufgefordert, diese zu bewerten und zu überlegen, bei welchen Zahlenwerten sie diese anwenden würden.

**Wichtig:** Hier muss die Lehrperson entscheiden: Welches Verfahren der schriftlichen Subtraktion sollen die Kinder erlernen: a) „Entbündeln“ **oder** b) „Auffüllen“ (vgl. auch S. 7 unten)? Davon abhängig muss sie dafür Sorge tragen, dass *alle* Kinder entweder a) die Strategie „Stellenweise mit Wechseln“ (vgl. AB 3; Abb. auf Seite 5 unten) oder b) die Strategie „Stellengerecht Ergänzen“ (vgl. AB 4\*) verstanden haben, da sie die Grundlage für die Überleitung zum schriftlichen Algorithmus bilden (vgl. II.2).

Zu a) Die Nutzung von Zehner-System-Blöcken sollte den Kindern ermöglicht werden.

WIR

Wir rechnen möglichst schlau!

### Rechenwege 4: Rechne möglichst schlau!

**Ziel:** Selbstständige Einordnung und Bewertung eigener und fremder Strategien hinsichtlich ihrer Effizienz.

**Info zum AB:** Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Strategie besonders nahe. Die Kinder können aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen (vgl. Anmerkungen zur Addition, 4. Einheit).

Was wir dazu gelernt haben!

2. Standortbestimmung

### Rechenwege 5: Abschluss-Standortbestimmung

**Ziel:** Im Vergleich der beiden Standortbestimmungen können individuelle Lernzuwächse erhoben und ggf. weitere Fördermaßnahmen ergriffen werden. Den Kindern sollte anschließend ein selbstständiger Vergleich ihrer Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung angeboten werden, um ihnen ihre Lernfortschritte deutlich machen zu können (Schreiben eines Lernberichtes, Eintrag in das Lernwegebuch).

**Info zum AB:** Um einen solchen Vergleich leisten zu können, werden hier die gleichen Aufgaben wie in der Eingangs-Standortbestimmung gestellt; das AB bietet jedoch mehr Platz für die Notation

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

Wie findest du diesen Rechenweg? Begründe!  
 Ich finde diesen Rechenweg weil er sicher ist.  
 \*Was nennt du für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?  
 für alle

RW 3, AB 3

Wir rechnen möglichst schlau!

RW 4, AB Seite 1

Was wir dazu gelernt haben!

RW 5, AB Seite 1





der Beschreibung und Begründung des gewählten Lösungsweges.

*Anmerkung:* Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Subtraktion anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

## Teil II

### Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

*Leitfrage:* Wie erarbeite ich die schriftlichen Rechenverfahren, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62), wie können die schriftlichen Verfahren in Beziehung zu den informellen halbschriftlichen Strategien der Kinder gesetzt werden?

#### 1. Schriftliche Addition



*Ziel:* Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.

*Info zum AB:* Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 1. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“

*Anmerkung:* Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der schriftlichen Addition anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

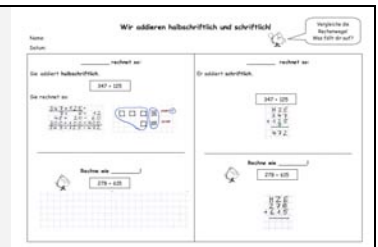
#### 2. Schriftliche Subtraktion



*Ziel:* Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege: *Entweder* den Zusammenhang, dass bei beiden Rechenwegen stellenweise a) „gewechselt“ *oder* b) „ergänzt“ wird.

*Info zu den AB:* Hier liegen zwei *alternative AB* vor:

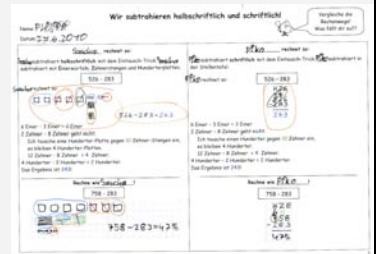
1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehnersystem-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem



AB Addition Seite 1



AB, Seite 3 (Addition und Subtraktion): „Forscherbericht“







schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ („Wechseln“) gegenüber gestellt (vgl. Video in Haus 5, IM). 2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - unter Nutzung des Rechenstrichs - dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video in Haus 5, IM).

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt wiederum zum Vergleich an.

Anmerkung: Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der schriftlichen Subtraktion anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

### Teil III Flexibles Rechnen

Leitfrage: Wenn das Zahlen- und das Ziffernrechnen den Kindern bekannt sind, wenn sie sich auf eigenen Wegen mit halbschriftlichen Strategien auseinandergesetzt (vgl. Teil I) und den schriftlichen Algorithmus verständlich erlernt haben (vgl. Teil II):

Wie fördere ich das *flexible Rechnen*, den „Zahlenblick“ und den „Aufgabenblick“, also die aufgabenbezogene oder von eigenen Präferenzen abhängige Nutzung der verschiedenen Verfahren (eine Strategie des Zahlenrechnens, ein schriftliches Normalverfahren oder den Taschenrechner; vgl. Lehrplan Mathematik, S. 63)?

Wir überlegen:  
**Im Kopf oder schriftlich?**

Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!

**Ziel:** Sensibilisierung für Rechenvorteile; Erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf bzw. halbschriftlich zu rechnen.

**Info zu den AB:** Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerten und ihren Schwierigkeitsgrad nahe, entweder „im Kopf“ (halbschriftlich) oder schriftlich zu rechnen.

**ODER**

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

AB Subtraktion, Seite 1,  
oben: Entbündeln,  
unten: Auffüllen

Im Kopf oder schriftlich?

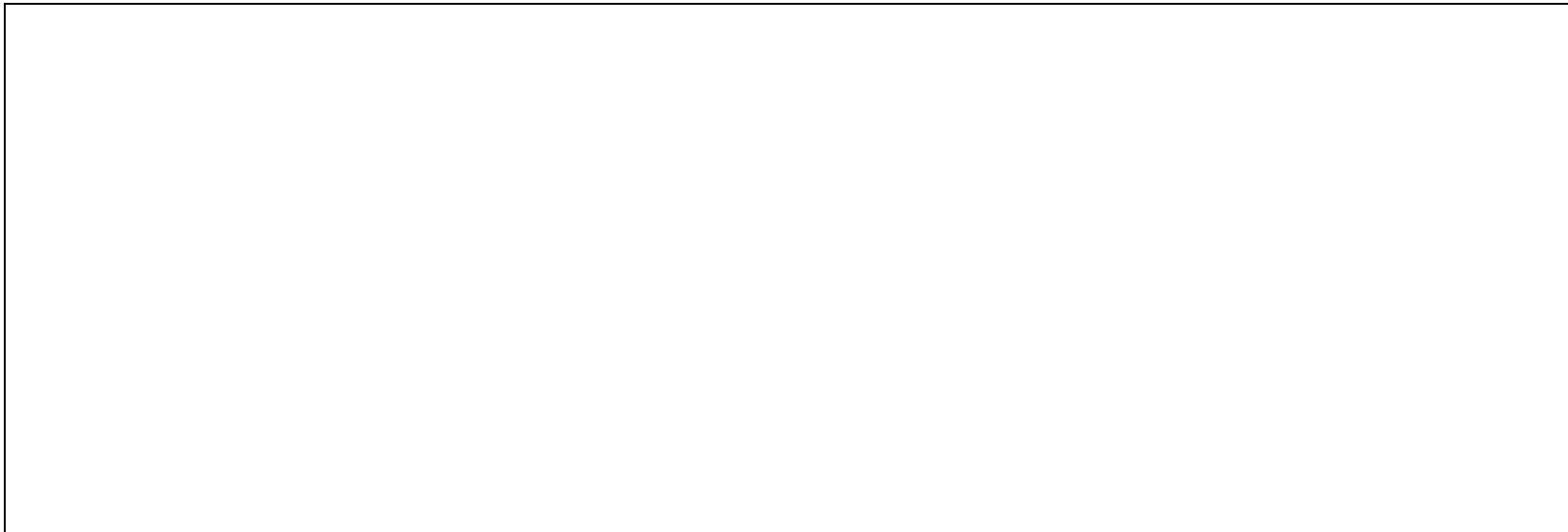
1. Entscheide selbst!

Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dich, ob du sie im Kopf oder schriftlich rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

249 - 250    320 - 460    589 - 212    900 - 98  
342 + 98    480 + 370    700 - 35  
476 + 238    720 - 35    235 - 678

im Kopf gerechnet    schriftlich gerechnet

AB Addition, Seite 1



2. Warum im Kopf?  
Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, warum du sie im Kopf gerechnet hast.  
 $100 - 45 = 55$   
 Warum? Ich habe mir die 45 als 40 + 5 überlegt und dann 100 - 40 = 60 und dann 60 - 5 = 55.  
 $320 + 35 = 355$   
 Warum? Ich habe mir 320 als 300 + 20 überlegt und dann 300 + 35 = 335 und dann 335 + 20 = 355.  
 3. Warum schriftlich?  
Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, warum du sie schriftlich gerechnet hast.  
 $165 + 75 = 240$   
 Warum? Ich habe mir 165 als 100 + 60 + 5 überlegt und dann 100 + 70 = 170, 170 + 60 = 230, 230 + 5 = 235 und dann 235 + 5 = 240.  
 $225 + 105 = 330$   
 Warum? Ich habe mir 225 als 200 + 20 + 5 überlegt und dann 200 + 100 = 300, 300 + 20 = 320, 320 + 5 = 325 und dann 325 + 5 = 330.  
 4. Erfinde Aufgaben!  
 a) Erfinde fünf Aufgaben, die du im Kopf rechnen würdest. Reche sie aus.  
 b) Erfinde fünf Aufgaben, die du schriftlich rechnen würdest. Reche sie aus.  

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$100 + 75 = 175$	$100 + 75 = 175$
$200 + 150 = 350$	$200 + 150 = 350$
$300 + 200 = 500$	$300 + 200 = 500$
$400 + 300 = 700$	$400 + 300 = 700$
$500 + 400 = 900$	$500 + 400 = 900$

AB Addition, Seite 2



Literaturhinweise

GALLIN, Peter & Urs RUF (1990): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Zürich: LCH; 1998 neu verlegt in Seelze bei Kallmeyer

GALLIN, Peter & Urs RUF (1995): Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab. Zürich: L.K.Z

GALLIN, Peter & Urs RUF (1998): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Seelze: Kallmeyer; 2 Bände

PADBERG, Friedhelm & Christiane BENZ (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

RUWISCH, Silke (Hg., 2008): Flexibles Rechnen: Multiplizieren & Dividieren. Grundschule Mathematik, H. 17

SCHIPPER, Wilhelm & Christoph SELTER (Hg., 2001): Rechnen: Mündlich, schriftlich, halbschriftlich. In: Die Grundschulzeitschrift. Sammelband: Offener Mathematikunterricht: Arithmetik II, S. 4 - 37

SELTNER, Christoph (1999): Flexibles Rechnen statt Normierung auf Normalverfahren. In: Ders. (Hg.): Flexibles Rechnen. Die Grundschulzeitschrift H. 125, S. 6 - 11

SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G.N.; E. Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 165- 178



- SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (2012): *Halbschriftliches Subtrahieren auf eigenen Wegen*. In: Müller, Gerhard N.; Selter, Christoph; Wittmann, Erich Ch. (Hrsg.): 25 Jahre 'mathe 2000'. Leipzig: Klett
- TREFFERS, Adri (1983): Fortschreitende Schematisierung. In: Mathematiklehren H. 1, S. 5 – 7
- VERBOOM, Lilo (Hg., 2006): Flexibles Rechnen: Addieren & Subtrahieren. Grundschule Mathematik H. 11
- VERBOOM, Lilo (Hg., 2009): Basiswissen: Schriftliches Rechnen. Grundschule Mathematik H. 23
- WINNING, Anita (1998): „Durch-Aufgaben“ kurz schreiben. In: Die Grundschulzeitschrift H. 119, S. 44 – 46

Im *Informations-Material* des Hauses 5 finden Sie verschiedene Informationstexte, z.B. zum Thema...

... Ich-Du-Wir-Prinzip:

[HTTP://WWW.PIKAS.TU-DORTMUND.DE/UPLOAD/MATERIAL/HAUS\\_5 -](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/h5_im_ich_mache_das_so_wie_machst_du_es_das_machen_wir_ab.pdf)

[\\_INDIVIDUELLES UND GEMEINSAMES LERNEN/IM/INFORMATIONSTEXTE/H5 IM ICH MACHE DAS SO WIE MACHST DU ES DAS MACHEN WIR AB.PDF](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/h5_im_ich_mache_das_so_wie_machst_du_es_das_machen_wir_ab.pdf)

...flexibles Rechnen:

[HTTP://WWW.PIKAS.TU-DORTMUND.DE/UPLOAD/MATERIAL/HAUS\\_5 -](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/haus_5_im_flexrech.pdf)

[\\_INDIVIDUELLES UND GEMEINSAMES LERNEN/IM/INFORMATIONSTEXTE/HAUS 5 IM FLEXRECH.PDF](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/haus_5_im_flexrech.pdf)

...eigenständige Entwicklung des schriftlichen Algorithmus der Addition:

[HTTP://MATH-WWW.UPB.DE/~HARTMUT/EIGENE\\_TEXTE/KADWZ\\_SCHR.ADD.PDF](http://math-www.upb.de/~hartmut/eigene_texte/kadwz_schr.add.pdf)

...Herleitung des schriftlichen Algorithmus der Multiplikation aus Malkreuz und Neper'schen Streifen (Malstreifen):

[HTTP://WWW.PIKAS.TU-DORTMUND.DE/UPLOAD/MATERIAL/HAUS\\_5 -](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/haus_5_im_half_zu_schr_mult.pdf)

[\\_INDIVIDUELLES UND GEMEINSAMES LERNEN/IM/INFORMATIONSTEXTE/HAUS 5 IM HALB ZU SCHR MULT.PDF](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/haus_5_im_half_zu_schr_mult.pdf)

Mathematik  
**Kinder-Sprechstunde**

am \_\_\_\_\_



• Wer war dabei? \_\_\_\_\_

• Darüber haben wir gesprochen: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

• Das haben wir verabredet: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Unterschrift Kind

\_\_\_\_\_  
Unterschrift Eltern

\_\_\_\_\_  
Unterschrift Lehrer(in)

Mathematik  
**Kinder-Sprechstunde**

am \_\_\_\_\_



• Wer war dabei? \_\_\_\_\_

• Darüber haben wir gesprochen: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

• Das haben wir verabredet: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

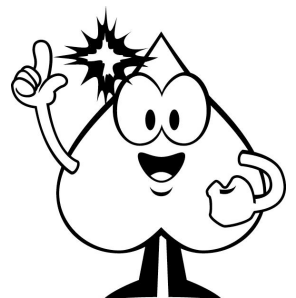
\_\_\_\_\_  
Unterschrift Kind

\_\_\_\_\_  
Unterschrift Lehrer(in)

----- bitte hier nach hinten falten -----

# Kinder- Sprechstunde

**Bitte nicht stören!!**





Anmeldeliste zur

# Mathe-Konferenz

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_

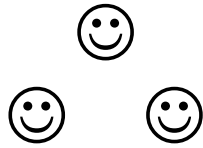




Anmeldeliste zur

**Mathe-Konferenz**

# Mathe-Konferenz



## 1. Zeige und erkläre deinen Rechenweg!

- Sind deine Erklärungen so gut, dass die anderen Kinder deine Rechenwege verstehen können?

## 2. Vergleicht eure Rechenwege!

- Was ist gleich? Was ist verschieden?
- Gibt es einen Fehler bei einer Lösung oder in einem Rechenweg? Wie ist er entstanden?



Mit Forschermitteln könnt ihr prüfen, welche Lösung richtig ist!

*Denkt daran:*

*Fehler sind nicht schlimm. Aus Fehlern kann man etwas lernen!*

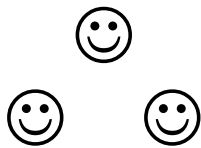
- Welchen Rechenweg findest du besonders schlau? Begründe!

## \* Sprecht über die Mathe-Konferenz!

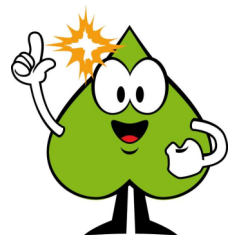
- Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch?  
Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?

----- bitte hier nach hinten falten -----

# Mathe-Konferenz



**Bitte nicht stören!!**



----- bitte hier nach hinten falten -----



## Mathe-Konferenz-Leiter

Der Mathe-Konferenz-Leiter achtet darauf, dass...

- ... alle Kinder zu Wort kommen,  
... alle Kinder ausreden dürfen,
- ... der Konferenz-Leitfaden berücksichtigt wird:
  1. Jedes Kind zeigt und erklärt.
  2. Andere Kinder können Fragen stellen.
  3. Alle Kinder vergleichen ihre Rechenwege.
  - \* Am Ende überlegen: Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch?

### Mathe-Konferenz



1. **Zeige und erkläre deinen Rechenweg!**
  - Sind deine Erklärungen so gut, dass die anderen Kinder deine Rechenwege verstehen können?
2. **Vergleicht eure Rechenwege!**
  - Was ist gleich? Was ist verschieden?
  - Gibt es einen Fehler bei einer Lösung oder in einem Rechenweg? Wie ist er entstanden?



Mit Forschermitteln könnt ihr prüfen, welche Lösung richtig ist!

Denkt daran:

*Fehler sind nicht schlimm. Aus Fehlern kann man etwas lernen!*

- Welchen Rechenweg findest du besonders schlau? Begründe!
- \* **Sprecht über die Mathe-Konferenz!**
  - Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch? Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?

----- bitte hier nach hinten falten -----



**Mathe-Konferenz-Zeitwächter**

Der Mathe-Konferenz-Zeitwächter achtet darauf, dass...

- ... die Mathe-Konferenz nicht unnötig lange dauert und - wenn eine bestimmte Zeit vorgegeben ist - pünktlich beendet wird.

----- bitte hier nach hinten falten -----



**Mathe-Konferenz-Schreiber**



Der Mathe-Konferenz-Schreiber achtet darauf, dass...

- ... wichtige Ergebnisse der Mathe-Konferenz aufgeschrieben werden,
- \* ... wichtige Ergebnisse der ganzen Klasse vorgestellt werden.



# Passende Schilder zum Anheften (mit Wäscheklammern):

----- bitte hier abschneiden -----



**Mathe-Konferenz-Schreiber**

----- bitte hier abschneiden -----



**Mathe-Konferenz-Zeitwächter**

----- bitte hier abschneiden -----



**Mathe-Konferenz-Leiter**

**Mathe-Konferenz**

- Zeige und erkläre deinen Rechenweg!**
  - Sind deine Erklärungen so gut, dass die anderen Kinder deine Rechenwege verstehen können?
- Vermeide neue Rechenwege!**
  - Was ist gleich? Was ist verschieden?
  - Gibt es einen Fehler bei einer Lösung oder in einem Rechenweg? Wie ist er entstanden?

**Mit Forschermethoden könnt ihr prüfen, welche Lösung richtig ist!**

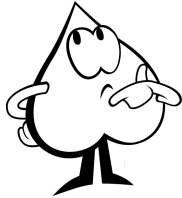
**Denkt daran:**  
Fehler sind nicht schlimm. Aus Fehlern kann man etwas lernen!
- Welchen Rechenweg findetet ihr besonders schön? Begründe!
- Sprecht über die Mathe-Konferenz!**
  - Sind ihr zufrieden mit eurem Gespräch?
  - Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?

----- bitte hier abschneiden -----

Hallo Kinder!

Schaut bei den Aufgaben immer genau, was ich euch sagen will.

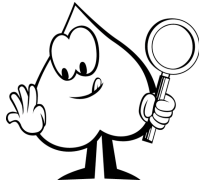
*Manchmal sehe ich nämlich so aus...*



**PIKO stellt dir eine knifflige Aufgabe!**

---

*oder so...*

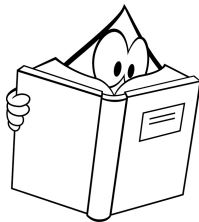


**PIKO hat sich etwas überlegt, das du erforschen musst!**

*(Dafür brauchst du ein bisschen Zeit und Geduld!!)*

---

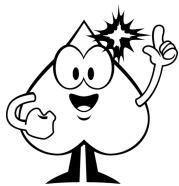
*oder so...*



**PIKO hat eine Information für dich!  
Mach dich schlau!**

---

*oder so...*



**PIKO hat einen Tipp für dich!**

---

Viel Spaß beim Forschen!

# So rechne ich!



Rechne möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege und Erklärungen so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

Diese Forschermittel  
können dir helfen!



Schreibe auf, **wie** du gerechnet hast

mit Zahlen	
mit dem Rechenstrich	
mit Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfeln	
mit Worten	
mit Pfeilen	
mit bunten Stiften	
mit....	

**Nutze die Forschermittel auch bei diesen Aufgaben:**

- Was ist gleich? Was ist verschieden?
- \* Was ist dein Rechentrick? Warum hast du so gerechnet?

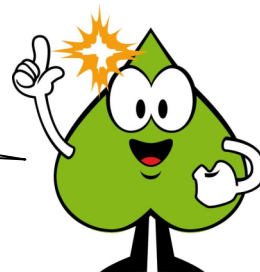
## So rechne ich!



Rechne möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege und Erklärungen so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

Diese Forschermittel können dir helfen!



Schreibe auf, wie du gerechnet hast

mit Zahlen	$38 + 25 =$ $\begin{array}{r} 38 + 20 = 58 \\ 58 + 5 = 63 \end{array}$ oder $\begin{array}{r} 38 + 25 = \\ 30 + 20 = 50 \\ 8 + 5 = 13 \end{array}$
mit dem Rechenstrich	
mit Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfeln	
mit Worten	<p><i>Ich habe die 25 in 20 und 5 zerlegt, ...</i></p>
mit Pfeilen	
mit bunten Stiften	
mit....	

Nutze die Forschermittel auch bei diesen Aufgaben:

• Was ist gleich? Was ist verschieden?

\* Was ist dein Rechentrick? Warum hast du so gerechnet?



Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!

## Mein Lernwegebuch

Datum:

Das habe ich gelernt:

😊 viel

😐 mittel

☹️ wenig



Mit einem Lernwegebuch kannst du  
Experte für dein eigenes Lernen werden!  
Hierüber kannst du etwas in dein  
Lernwegebuch schreiben...

- Was hast du heute gemacht?
- Wie bist du bei der heutigen Aufgabe vorgegangen?
- Welche Rechenwege hast du heute kennen gelernt?
- Gab es einen Rechenweg, den du besonders schlau findest? Wenn ja: Warum?
- Was hat dir gefallen? Was hat dir nicht gefallen? Warum?
- Hattest du Probleme? Wenn ja: Welche? Wie hast du dir geholfen?
- Hast du mit anderen Kindern zusammengearbeitet? Mit wem? Wie hat es geklappt?
- Bist du mit deiner Arbeit zufrieden? Oder nicht? Warum?
- Was nimmst du dir für deine Weiterarbeit vor?
- Welche Wünsche oder Ideen hast du für unsere gemeinsame Weiterarbeit?
- ...
- ...



Diese **Satzanfänge**  
können dir helfen,  
deinen Rechenweg mit  
Worten aufzuschreiben!

- Ich habe mir überlegt, dass...
- Ich habe zuerst... Dann... Zum Schluss...
- Zuerst habe ich gedacht, dass... Danach...
- Mir ist aufgefallen, dass...
- Wenn..., dann...
- Gleich ist, dass...
- Verschieden ist, dass...
- Ich habe so gerechnet, weil...
- Ich finde diesen Rechenweg schlau, weil...
- Man könnte auch...
- Ich kann mir vorstellen, dass...
- Ich vermute, dass...
- ...





Im **Wortspeicher**  
können wir wichtige  
Wörter sammeln!

der Rechenrick (die Strategie), ...

der Einer, der Zehner, der Hunderter, der Tausender, ...

der Einer-Würfel, die Zehner-Stange,

die Hunderter-Platte, der Tausender-Würfel, ...

der Rechenstrich, der Zahlenstrahl, ...

die erste Zahl, die zweite Zahl, die dritte Zahl, ...

das Ergebnis, die Summe (das Ergebnis einer Plusaufgabe),

die Differenz (das Ergebnis einer Minusaufgabe), ...

addieren (plus rechnen),

subtrahieren (minus rechnen), ...

wechseln, eintauschen, gegen etwas tauschen,

wegnehmen, abziehen, vermindern, ergänzen, auffüllen,

dazu tun, dazu legen, dazu rechnen,

verschieben, verändern, erhöhen,

erhalten, ...

gleich,

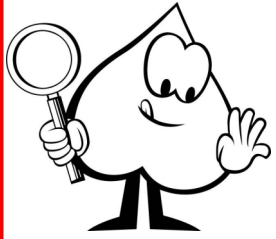
verschieden,

weniger, mehr, größer, kleiner,

nah beieinander, weit auseinander, ...

...

...

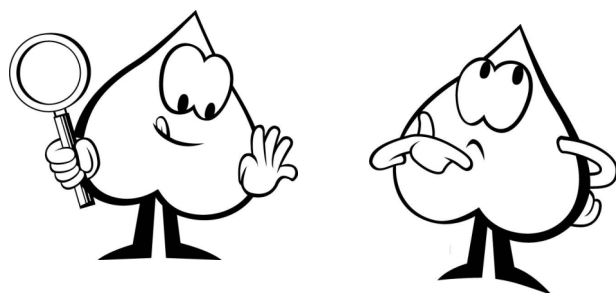


Wir rechnen mit  
großen Zahlen  
und überlegen uns  
schlaue Rechenwege!

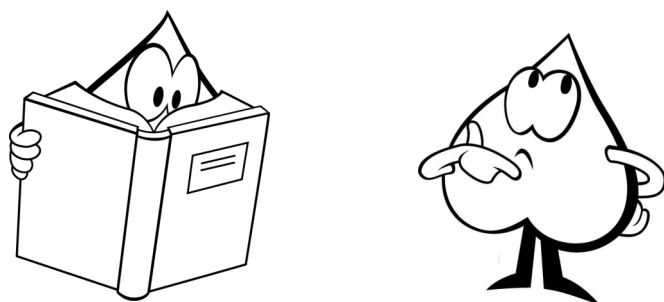
Was wir  
schon wissen!

1. Standortbestimmung

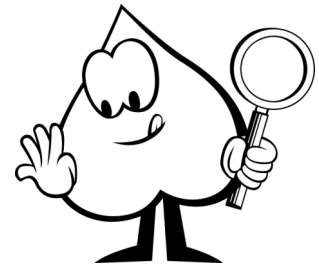
So rechne ich!  
Wie rechnest du?



Wir rechnen, wie  
andere Kinder rechnen



Wir rechnen möglichst  
schlau!



Was wir  
dazu gelernt haben!

2. Standortbestimmung

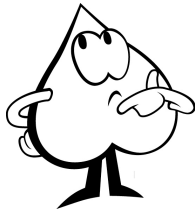
Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!



Wortspeicher von \_\_\_\_\_



Wir rechnen mit großen Zahlen  
und  
überlegen uns schlaue Rechenwege!



$$325 + 326 = ?$$

□□□ = □□□

# Rechenwege-Buch

von

---

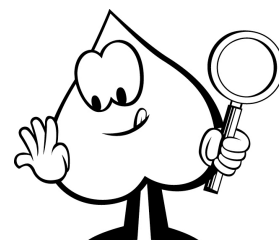
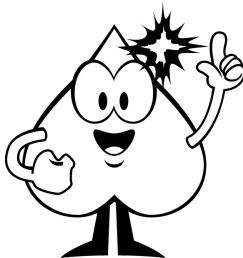
$$814 - 603 =$$



$$665 + 156$$

$$199 + 198 = ?$$

$$200 + 200 = 400!$$



 **Protokoll der Mathe-Konferenz**



Namen der Konferenz-Teilnehmer: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Unser Thema: \_\_\_\_\_

Unsere Ergebnisse:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

 **Protokoll der Mathe-Konferenz**



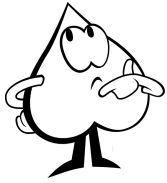
Namen der Konferenz-Teilnehmer:

Datum:

Unser Thema:

Unsere Ergebnisse:





Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!

## Mein Lernwegebuch

Datum:

Das habe ich gelernt:



Datum:

Das habe ich gelernt:



Datum:

Das habe ich gelernt:



Datum:

Das habe ich gelernt:





## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen

### Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 1

#### Teil I: Rechnen auf eigenen Wegen - Das „**ICH – DU – WIR** - Prinzip“

##### DARUM GEHT ES

Traditionell wird zwischen drei Hauptmethoden des Rechnens unterschieden: dem mündlichen, dem halbschriftlichen und dem schriftlichen Rechnen. Beim halbschriftlichen Rechnen werden im Kopf durchgeführte Berechnungen durch schriftliche Aufzeichnungen unterstützt. Man spricht daher auch von „gestütztem Kopfrechnen“ (vgl. RADATZ u. a. 1999, S. 82). Da die Kinder beim halbschriftlichen Rechnen mit Zahlgantheiten und nicht mit Ziffern rechnen, ordnet man es ebenso wie das mündliche Rechnen dem „Zahlenrechnen“ (vgl. Lehrplan, S. 62) zu.

##### Hauptstrategien der halbschriftlichen Addition und Subtraktion

Das zentrale Kennzeichen des halbschriftlichen Rechnens ist die Zerlegung von Aufgaben in leichtere Teilaufgaben. Einzelne Rechenschritte werden notiert, bis abschließend das Gesamtergebnis ermittelt ist.

Es zeichnet sich durch folgende Charakteristika aus:

- Die Rechenwege sind im Gegensatz zu den schriftlichen Algorithmen nicht vorgegeben.
- Die Notationsweise ist nicht festgelegt. Die Kinder notieren nicht unbedingt alle Teilschritte.
- Welche Lösungsstrategie - aus der Sicht geübter Rechner - sinnvoll oder weniger sinnvoll ist, hängt von den Zahlenwerten der jeweiligen Aufgabe ab.

Die Lösungswege können in der Regel folgenden Hauptstrategien zugeordnet werden, auch wenn die Schülerinnen und Schüler bisweilen deren Zwischen- und Vorformen zum Einsatz bringen. ☐

##### Hauptstrategien der halbschriftlichen Addition

Strategie	Beschreibung	Beispiel
<b>1. Schrittweise</b>	Ein Summand wird hierbei (meistens in Stellenwerte) zerlegt und schrittweise addiert. Die Vorgehensweisen und Notationen sind dabei durchaus unterschiedlich, z.B.: HZE + H, dann + Z, dann + E <i>oder</i> HZE + E, dann + Z, dann + H	$399 + 473 = 872$ $399 + 400 = 799$ $799 + 70 = 869$ $869 + 3 = 872$

##### Schuljahr 3

(mit variiertem Zahlenmaterial ist auch ein Einsatz in Klasse 2 möglich)

##### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen - Schwerpunkt Zahlenrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein, argumentieren



<b>2. Stellenweise</b>	Beide Summanden werden in Stellenwerte zerlegt. H+H, Z+Z, dann E+E, oder E+E, dann Z+Z, H+H. Anschließend wird die Gesamtsumme ermittelt. Dieses, optimaler Weise durch das Dienes-Material (Zehner-System-Blöcke) veranschaulichte, Vorgehen bereitet den schriftlichen Algorithmus der Addition vor, (vgl. Lernweg, Teil II: „Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen“; auch: Haus 5, FM, Modul 5.3).	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 300 + 400 = 700 \\ 90 + 70 = 160 \\ 9 + 3 = 12 \end{array}$
<b>3. Mischform aus Stellenweise und Schrittweise</b>	Z.B.: Beide Summanden werden zunächst in Stellenwerte zerlegt, die Zehner oder Einer miteinander verknüpft, dann folgt schrittweises Vorgehen.	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 90 + 70 = 160 \\ 160 + 9 = 169 \\ 169 + 3 = 172 \\ 172 + 300 = 472 \\ 472 + 400 = 872 \end{array}$
<b>4. Hilfsaufgabe</b>	Die Kinder suchen sich ähnliche Aufgaben, bei denen es leichter ist, das Ergebnis zu ermitteln und verändern eine Zahl (oder beide Zahlen) zum vollen Zehner oder Hunderter. Dann erfolgt eine nachträgliche Korrektur.	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 400 + 473 - 1 = 872 \end{array}$
<b>5. Vereinfachen</b>	Vereinfachungen werden beispielsweise durch das gegensinnige Verändern der beiden Summanden vorgenommen.	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 400 + 472 = 872 \end{array}$

### Hauptstrategien der halbschriftlichen Subtraktion

Strategie	Beschreibung	Beispiel
<b>1. Schrittweise</b>	Der Subtrahend wird hierbei (meistens in Stellenwerte) zerlegt und schrittweise vom Minuenden subtrahiert. Die Vorgehensweisen und Notationen sind dabei durchaus unterschiedlich.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ 526 - 200 = 326 \\ 326 - 80 = 246 \\ 246 - 3 = 243 \end{array}$



<b>2. Stellenweise</b>	Die Subtraktion verläuft stellenweise, hier werden Hunderter, Zehner und Einer werden getrennt voneinander subtrahiert.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 300 - 60 + 3 = 243 \\ \hline 500 - 200 \\ 26 - 80 \\ 6 - 3 \end{array}$
<b>3. Stellenweise mit Wechseln / Eintauschen</b>	Die Subtraktion verläuft ebenfalls stellenweise, beginnend allerdings beim kleinsten Stellenwert. Sofern eine Subtraktion im Sinne des Wegnehmens nicht möglich ist, wird im nächst höheren Stellenwert eingetauscht, z. B. ein Hunderter in 10 Zehner. Dieses durch das Dienes-Material zu veranschaulichende Vorgehen bereitet den schriftlichen Algorithmus (Entbündeln) vor, (vgl. Lernweg, Teil II: „Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen“; auch: Haus 5, FM, Modul 5.3).	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 3 + 40 + 200 = 243 \\ \hline 6 - 3 \\ 120 - 80 \\ 400 - 200 \end{array}$
<b>4. Mischform aus Stellen- und Schrittweise</b>	Minuend und Subtrahend werden in ihre Stellenwerte zerlegt. Zuerst werden hier die Hunderter voneinander subtrahiert. Dann wird schrittweise weiter gerechnet.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ \hline 500 - 200 = 300 \\ 300 - 80 = 220 \\ 220 - 3 = 217 \\ 217 + 26 = 243 \end{array}$
<b>5. Hilfsaufgabe</b>	Bei Auf- oder Abrunden einer Zahl auf den nächsten vollen Zehner oder Hunderter mit nachträglicher Korrektur werden Hilfsaufgaben genutzt.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ \hline 526 - 300 = 226 \\ 226 + 17 = 243 \end{array}$
<b>6. Vereinfachen</b>	Minuend und Subtrahend werden nach dem Gesetz der Konstanz der Differenz gleichsinnig verändert.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ \hline 543 - 300 = 243 \end{array}$
<b>7. Ergänzen</b>	Vom Subtrahenden wird schrittweise zum Minuenden ergänzt. Diese Strategie kann auch als Sonderfall der Strategie Schrittweise aufgefasst werden.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 17 + 200 + 26 = 243 \\ \hline 300 \\ 500 \\ 526 \end{array}$
<b>8. Stellengerechtes Ergänzen</b>	Dieser Sonderfall des Ergänzens bereitet den schriftlichen Algorithmus (Auffüllen, auch: „Zählermodell“) vor (vgl. Lernweg, Teil II: „Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen“; auch: Haus 5, FM, Modul 5.3).	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 3 + 40 + 200 = 243 \\ \hline 286 \\ 326 \\ 526 \end{array}$



Wie oben erwähnt, hängt es von der jeweiligen Aufgabe ab, welche Lösungsstrategie besonders sinnvoll („geschickt“) ist. Eine Studie von SELTER (1999) zeigte, dass beim halbschriftlichen Rechnen etwa 80% der Kinder die Strategien „Stellenweise“ und „Schrittweise“ verwenden, auch bei Aufgaben, bei denen die Strategien „Hilfsaufgabe“ oder „Vereinfachen“ geschickter wären, wie z.B.  $399 + 473$  oder  $823 - 699$ .

Das liegt u.a. auch am erteilten Unterricht: Häufig erhalten die Kinder wenig oder keine Gelegenheit, tatsächlich „eigene Rechenwege“ zu entwickeln. Da vielen KollegInnen die Anregungen fehlen, wie sie das selbstständige Entwickeln von Rechenstrategien initiieren können, werden die beiden Hauptstrategien „Schrittweise“ und „Stellenwerte extra“ den Schülerinnen und Schülern – wie der schriftliche Algorithmus - „beigebracht“. Daher können die Kinder keine Rechenstrategien und Zerlegungsmöglichkeiten nutzen.

Dieses Vorgehen widerspricht den im Lehrplan formulierten Kompetenzerwartungen:

## ZIELE

### Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 (Lehrplan Mathematik Nordrhein-Westfalen 2008)

#### *Zahlen und Operationen – Zahlenrechnen*

„Die Schülerinnen und Schüler beschreiben und bewerten unterschiedliche Rechenwege unter dem Aspekt des vorteilhaften Rechnens und stellen sie übersichtlich schriftlich dar“ (S. 62).

#### *Problemlösen/kreativ sein*

„Die Schülerinnen und Schüler überprüfen ihre Ergebnisse auf ihre Angemessenheit, finden und korrigieren Fehler, vergleichen und bewerten verschiedene Lösungswege (reflektieren und überprüfen“; S. 59).

#### *Argumentieren*

„Die Schülerinnen und Schüler erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen und vollziehen Begründungen anderer nach (begründen“; S. 60).

#### *Darstellen/Kommunizieren*

„Die Schülerinnen und Schüler entwickeln und nutzen für die Präsentation ihrer Lösungswege, Ideen und Ergebnisse geeignete Darstellungsformen und Präsentationsmedien (...) und stellen sie nachvollziehbar dar (z.B. im Rahmen von Rechenkonferenzen) (präsentieren und austauschen“; S. 60).



Für das Vorgehen im Unterricht leitet sich aus den vorangegangenen Aussagen die folgende Leitfrage für den 1. Teil der Unterrichtsreihe ab:

### LEITFRAGE

„Wie muss ich als Lehrer/in meinen Unterricht planen und durchführen, damit die Kinder „auf eigenen Wegen“ rechnen, also Aufgaben mit ihren eigenen Mitteln unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (möglichst vorteilhaft) mündlich oder halbschriftlich (auch unter Nutzung von Zwischenformen) lösen?“

### SO KANN ES GEHEN - VORSCHLÄGE ZUM AUFBAU DES LERNWEGS

Wesentliches Leitprinzip ist hierbei das dialogische Lernen, das sog. „Ich-Du-Wir-Prinzip“ (vgl. GALLIN & RUF 1990 und Infopapier zum Thema: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5\\_-\\_Individuelles\\_und\\_gemeinsames\\_Lernen/IM/Informationstexte/H5\\_IM\\_Dialogisches\\_Lernen\\_von\\_Sprache\\_und\\_Mathematik.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/H5_IM_Dialogisches_Lernen_von_Sprache_und_Mathematik.pdf)):

Die nachstehend skizzierte Unterrichtsreihe (vgl. auch: SUNDERMANN & SELTER 1995; SUNDERMANN 1999) zeigt beispielhaft auf, wie Kinder zunächst auf *eigenen*, informellen *Wegen* Strategien zum halbschriftlichen additiven Rechnen im Tausenderraum entwickeln können (1. **Ich-Phase**), um diese dann in Kooperation und Kommunikation mit anderen Kindern sich gegenseitig vorzustellen (2. **Du-Phase**) und schließlich weniger fehleranfällige und zeitaufwändige Strategien zu favorisieren und Kenntnisse von und Kompetenzen im Umgang mit *„regulären“ Rechenwegen* zu erwerben (3. **Wir-Phase**).

Verkürzt:  
Vom **1. 'Wie mache ich es?'**  
über das **2. 'Wie machst du es?'**  
zum **3. 'Wie macht man es?'**

- 1. 'Wie mache ich es?'
- 2. 'Wie machst du es?'
- 3. 'Wie macht man es?'

Dabei sind die Aufgaben so gewählt worden, dass sie ‚hineingedachte Lösungsstrategien‘ implizieren, so dass diese im sich anschließenden Unterricht weiter thematisiert werden können. Hierzu finden Sie zu beiden Operationen *Übersichten* im Lehrermaterial (vgl. Abbildungen rechts oben), die illustrieren, welche Strategie bei welcher Aufgabe als „geschickt“ einzuschätzen ist.

Zentrale „Forschermittel“, also Anschauungs- und Darstellungsmittel (vgl. Haus 1, IM: Video „Forschermittel“ und UM: Entdecker-Päckchen, 2. Einheit), sind hierbei auf der Handlungsebene die Zehner-System-Blöcke („Dienes-Material“) sowie auf der ikonische Ebene die Strich-Punkt-Darstellung („Oehl’sche Darstellung“) und der Rechenstrich („leere Zahlenstrahl“).

Übersicht Rechenwege Addition

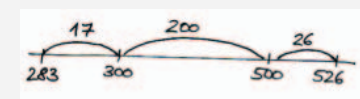
Übersicht Rechenwege Subtraktion



Zehner-System-Blöcke



Strich-Punkt-Darstellung



Rechenstrich



Das Unterrichtsmaterial zum Teil 1 des Lernwegs (vgl. zum Gesamtvorhaben: Haus 5, UM, *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung*) gliedert sich wie folgt:

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

- 1. Einheit: Eingangs-Standortbestimmung
- ICH** 2. Einheit: So rechne ich! – Wie rechnest du?
- DU** 3. Einheit: Rechne wie ...
- WIR** 4. Einheit: Rechne möglichst schlau!
- 5. Einheit: Abschluss-Standortbestimmung



Zunächst wird die Reihe zur Addition durchgeführt.

Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Addition anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Anschließend wird die Reihe zur Subtraktion durchgeführt. Hier wird analog zur Addition verfahren.

Detaillierte sachliche und methodische Informationen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 1*.

Ein *Informationspapier für Eltern* zum Thema „Verschiedene Rechenmethoden“ finden Sie im IM des Hauses 5.



**Literaturhinweise**

GALLIN, Peter & Urs RUF (1990): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Zürich: LCH; 1998 neu verlegt in Seelze bei Kallmeyer

RADATZ, Hendrik et al. (1999): Addition und Subtraktion. In: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 73 – 89

SELTNER, Christoph (1999): Flexibles Rechnen statt Normierung auf Normalverfahren. In: Ders. (Hg.): Flexibles Rechnen. Die Grundschulzeitschrift H. 125, S. 6 - 11

SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTNER (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G.N. & E. Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 165- 178

SUNDERMANN, Beate (1999): Rechentagebücher und Rechenkonferenzen. Für Strukturen im offenen Unterricht. In: Grundschule H.1, S. 48 – 50

Weitere Informationen finden Sie auf der Website unseres Partner-Projektes KIRA  :

Vorgehensweisen bei der halbschriftlichen Addition: [www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idcat=248&lang=8](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=248&lang=8)

Vorgehensweisen bei der halbschriftlichen Subtraktion: [http://www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idcat=249&lang=8](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=249&lang=8)





## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil I: Rechnen auf eigenen Wegen - Das „**ICH – DU – WIR** - Prinzip“

### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 1 (Addition)

#### Allgemeine Anmerkungen vorweg

- Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 - 3*.  
Grundlegende Informationen zur Sache (Hauptstrategien der halbschriftlichen Addition und Subtraktion) sowie zur gewählten Methode „Ich-Du-Wir-Prinzip“ finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1*.
- Der bei den einzelnen Einheiten angegebene Zeitbedarf berücksichtigt nicht die Einführung der genutzten Methoden (Arbeit mit einem Wortspeicher und einem Lernwegbuch, Durchführung von Mathe-Konferenzen).
- Um auch die Eltern über die anstehenden Inhalte und Unterstützungsmöglichkeiten zu informieren, finden Sie im Informations-Material des Hauses 5 ein Informationspapier zum Thema „Verschiedene Rechenmethoden“.

#### Lernvoraussetzungen

Das nachstehend skizzierte Unterrichtsvorhaben für das 3. Schuljahr kann durchgeführt werden, wenn sich die Kinder im Zahlenraum bis 1000 sicher orientieren und die notwendigen Anschauungsmittel zur Zahl- und Operationsdarstellung (Rechenstrich, Zehner-System-Blöcke...) sachgerecht nutzen können.

Es ist sinnvoll, den nachstehend vorgestellten Teil I („Rechnen auf eigenen Wegen“), wenn möglich, vorab bereits im zweiten Schuljahr - nach den Orientierungsübungen im Hunderterraum - mit angepasstem Zahlenmaterial analog durchzuführen.

#### LEITFRAGE

„Wie muss ich als Lehrer/in meinen Unterricht planen und durchführen, damit die Kinder „auf eigenen Wegen“ rechnen, also Aufgaben mit ihren eigenen Mitteln unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (möglichst vorteilhaft) mündlich oder halbschriftlich (auch unter Nutzung von Zwischenformen) lösen?“

#### 1. Einheit: „Was wir schon wissen!“ –

Erheben der Vorkenntnisse der Kinder (Eingangs-Standortbestimmung)

Die Kinder bearbeiten in Einzelarbeit auf einem Arbeitsblatt (vgl. *Material Schüler: RW 1, AB Standortbestimmung*)

#### Schuljahr 3

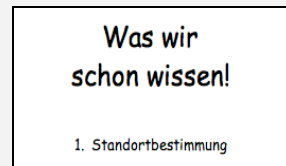
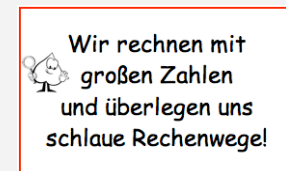
(mit variiertem Zahlenmaterial ist auch ein Einsatz in Klasse 2 möglich)

#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*  
Zahlen und Operationen - Schwerpunkt Zahlenrechnen

#### *Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren



#### Material

*Lehrperson*

- Übersicht Rechenwege Addition





Additionsaufgaben, die – aus der Sicht des geübten Rechners - unterschiedliche halbschriftliche Rechenstrategien nahe legen, welches die Lehrperson im Anschluss einsammelt und auswertet. Diese Aufgaben sind im Bereich der weiterführenden Anforderungen „Überforderungsaufgaben“, da sie im Unterricht vorab noch nicht thematisiert wurden.

**ZIELE**

a) Erheben und Nutzen von Vorkenntnissen zur Planung der gezielten Förderung: Die Lehrperson kann Kompetenzen im Vorfeld der Reihe erfassen und analysieren (Was können welche Kinder schon? Was noch nicht?) und diagnostizieren, welche unterschiedlichen Rechenwege die Schüler nutzen, um anschließend zu entscheiden, wie sie die Vorkenntnisse nutzen kann und welche Differenzierungsmaßnahmen (für welche Kinder) ergriffen werden müssen (vgl. *Material Lehrperson: RW 1 Standortbestimmung - Auswertung*):

- Welche Kompetenzen bringen die Kinder aus dem 2. Schuljahr mit? Welche Kenntnisse über die verschiedenen halbschriftlichen Strategien haben sie?
- Sind sie dazu in der Lage, diese Kompetenzen anzuwenden und auf den neuen Zahlenraum zu übertragen? Werden die Analogien erkannt und genutzt?
- Welche Strategien wählen sie? Wählen sie verschiedene Strategien oder stets die gleiche? Sind die gewählten Strategien – aus der Sicht des geübten Rechners – „geschickt“, also haben die Kinder bereits einen „Zahlen- und Aufgabenblick“, oder eher nicht?
- \* Können sie der gewählten Strategie bereits einen passenden Namen geben?
- \* Können sie analoge Eigenproduktionen erstellen?

b) die Schüler und Schülerinnen erhalten Transparenz über das neue Thema und können ggf. lernen einzuschätzen, was sie bereits können und was sie noch lernen müssen.

**ZEIT**

1 Schulstunde (ohne Kinder-Sprechstunde)

**DARUM GEHT ES**

Durch die Gegenüberstellung von Additions-Aufgaben aus dem bekannten Hunderterraum als Grundanforderung gegenüber solchen aus dem neuen Tausenderraum als weiterführender Anforderung, erfolgt eine Differenzierung, die das Erkennen und Nutzen von Analogien anregen kann.

Nr.	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
1	13 + 36 / *613 + 236	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
2	27 + 99 / *427 + 399	Hilfsaufgabe (+ 100 - 1 / + 400 - 1...)	2

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- \* AB PIKO-Funktionen
- \*Plakat Erklärung Rechenwegebuch („Forschermittel“)
- \* AB RW 1 Standortbestimmung – Auswertungsbogen

**Material**

SchülerInnen

- RW 1, AB Standortbestimmung „Was wir schon wissen!“
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte, Rechengeld...

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Was wir schon wissen!**

Rechne möglichst schlaue!  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!  
Immer zwei Aufgaben gehören zusammen.

13 + 36	* 613 + 236
	** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?
27 + 99	* 427 + 399
	** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?
25 + 26	* 325 + 326
	** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?
* Denke dir selbst zwei ähnliche Plus-Aufgaben auf!	
-	-
	** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

RW 1, AB Eingangs-Standortbestimmung



3	$25 + 26 / *325 + 326$	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Verdoppeln +1)	1
*	Angebot zur Erstellung von analogen Eigenproduktionen (im Heft)		

## SO KANN ES GEHEN

### Einstiegsphase/Problemstellung

#### 1. Transparenz über die Reihe

Hilfreich ist es, den Kindern vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch eine „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), z. .B.: „Wir kennen uns nun schon gut mit den Zahlen bis 1000 aus. Jetzt wollen wir mit ihnen rechnen und uns dabei möglichst schlaue Rechenwege überlegen.“



#### 2. Transparenz über die 1. Einheit

**Wichtig:** Den Kindern muss deutlich sein, dass es sich bei der Eingangs-Standortbestimmung nicht um einen Test handelt, sondern um eine Hilfe für sie selbst und die Lehrperson, daher sollte sie es so auch den Kindern erklären, z. B.: „Ich stelle euch heute auch Aufgaben, die bald im Unterricht dran kommen werden. Es ist also ganz normal, wenn du sie noch nicht lösen kannst. Wenn du versuchst, sie zu lösen, können wir beide erfahren, was du schon alles kannst und was du noch lernen musst. Und wir können gemeinsam überlegen, was wir machen können, damit du bald ein Profi für das Thema ‚Schlaue Rechenwege‘ bist.“

Die Aufgaben sollten kurz vorgestellt werden, z.B. können sie an der Tafel oder via OHP visualisiert werden. Sofern nicht bekannt, sollte erarbeitet werden, dass es Grundanforderungen gibt, die alle Kinder bearbeiten sollen, und weiterführende Anforderungen (\*), die nicht bearbeitet werden müssen, aber möglichst versucht werden sollten.



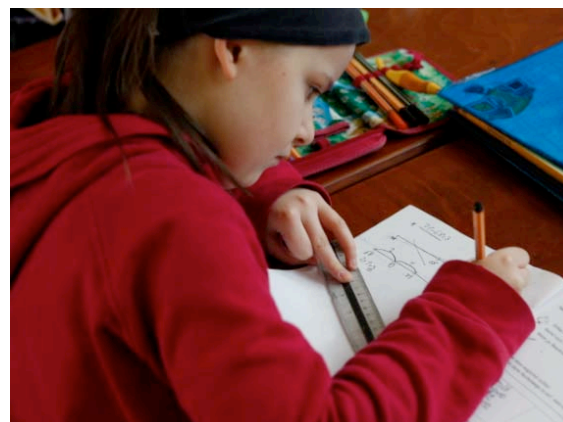
Eine mögliche Form der Präsentation des AB: via OHP



AB „PIKO Funktionen“



Ferner sollte daran erinnert werden, dass die Kinder ihre Rechenwege nicht ausschließlich als Zahlensatz notieren sollen, sondern dass auch „Forschermittel“ verwendet werden sollten. Die nachstehenden Fotos illustrieren, dass die Kinder in der Erprobung dieses PIK-Materials als „Forschermittel“ (vgl. Video „Forschermittel“ in Haus 1, IM) z.B. Rechengeld, Zehner-System-Blöcke und den Rechenstrich genutzt haben.



Günstig ist es, wenn vorab geklärt wird, an welcher Aufgabe die Kinder weiterarbeiten können, wenn sie die Standortbestimmung abschließend bearbeitet haben (z.B. Weiterarbeit im Wochenplan), um die anderen Kinder nicht zu stören. Ferner kann es hilfreich sein, vorab zwei oder drei Kinder als „Helferkinder“ auszubilden, die ggf. bei Rückfragen zu diesen weiteren Aufgaben als Ansprechpartner fungieren können.

Wenn Sie erklären möchten, wer die Leitfigur auf den Arbeitsblättern (AB) ist, so können Sie das AB „PIKO Funktionen“ (vgl. Abb. Seite 3 rechts unten) benutzen.

### Arbeitsphase

Die Kinder arbeiten in Einzelarbeit. Sie sollten ihnen „Forschermittel“ zur Verfügung stellen und sie dazu anregen, diese zu nutzen. (Die Erfahrung zeigt, dass viele Kinder Anschauungsmittel nicht nutzen wollen, weil diese als „Hilfe“ für Schwächere verstanden werden, ein Nutzen also defizitär interpretiert wird. Insofern ist es eine zentrale Aufgabe der Lehrperson, diese im Unterrichtsalltag „aufzuwerten“ und deutlich zu machen, dass mit diesen entdeckt, beschrieben und bewiesen, also „geforscht“, werden kann.)

Der Zeitrahmen sollte, den Fähigkeiten der Kinder entsprechend, flexibel angelegt sein. Die Lehrperson sollte ggf. Hilfestellungen geben, um das Aufkommen einer „Testatmosphäre“ zu verhindern.

Auswertung  
Eingangs- / Abschluss-Standortbestimmung  
(Aufgabenlösung siehe unten)  
Rechenwege Addition

Klasse 3 ... Datum ...

Name	11 + 90	113 + 236	27 + 98	447 + 300	28 + 36	102 + 126	Eigenreaktionen	Kommentar z.B. Analogie erkannt und genutzt? Verwendete Strategien?!

RW 1/5 AB Standortbestimmung – Auswertungsbogen



Auswertung der Eingangs-Standortbestimmung durch die Lehrperson



### Differenzierung

Auf dem AB sind Grundanforderungen (GA) und weiterführende Anforderungen (WA = \*- Aufgaben) ausgewiesen. GA: Durch das Nutzen der „Forschermittel“ werden die Kinder darin unterstützt, Rechenwege zu ermitteln und darzustellen.

WA: Da Eigenproduktionen von Kindern für die Lehrperson besonders informativ sein können (vgl. S. 21: Literaturtipp zum Thema), werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, analoge Additionsaufgaben zu erfinden.

### Schlussphase

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden; hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden, in dem z.B. eine Wäscheklammer oder ein Pfeil von der ersten Themenkarte zur zweiten umgesteckt wird.

Am Ende der Einheit kann mit den Kindern auch über das Arbeitsblatt und die gewählten Strategien reflektiert werden, um eine Überleitung zur Folgestunde herzustellen. Hierzu sollten die Aufgaben, wie bereits in der Einstiegsphase, visualisiert werden.

Sie können auch eine „Kinder-Sprechstunde“ (vgl. SUNDERMANN & SELTER 2011 und Haus 10) durchführen, in deren Rahmen Sie den einzelnen Kindern stärkenorientierte Rückmeldung zur erbrachten Leistung geben.

**Wichtig:** Da die Standortbestimmung ein ausschließlich diagnostisches Instrument ist, sollten Sie jedoch keine „Korrekturen“ auf den Arbeitsblättern vornehmen - auch um den Kindern zum Abschluss der Reihe einen selbstständigen Vergleich von Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung zu ermöglichen. Dadurch können die Kinder ihre Lernzuwächse bewusst wahrnehmen.

### Weiterarbeit

Bei der Diagnose der Kompetenzen und der Erstellung eines Planes für Fördermaßnahmen kann der Auswertungsbogen (vgl. *Lehrermaterial*) hilfreich sein, da dieser einen systematischeren Überblick über die individuellen Leistungen ermöglicht.

Die Erfahrung zeigt, dass es viele Kinder gibt, die die Analogien nutzen können und die gestellten weiterführenden Aufgaben lösen können, obwohl dies im Unterricht vorab noch nicht thematisiert wurde. Ob es bereits ein Bewusstsein für „geschickte“ Strategien gibt, hängt stark von der im zweiten Schuljahr geleisteten Vorarbeit ab.

Das Beispiel von Ronja (vgl. rechts oben) zeigt, dass sie schon jetzt sämtliche Aufgaben richtig lösen und analoge Aufgaben bilden kann. Sie verwendet jedoch durchgängig die Strategie „Stellenweise“, was darauf schließen lässt, dass sie noch keinen ausgeprägten „Zahlen“- bzw. „Aufgabenblick“ hat.

Name: *Ronja* Datum: *18. Januar*

Was wir schon wissen!

Rechne möglichst schnell  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!  
Immer zwei Aufgaben gehören zusammen.

$\begin{array}{r} 13 + 36 \\ 10 + 30 = 40 \\ 3 + 6 = 9 \\ 40 + 9 = 49 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 613 + 236 \\ 600 + 200 = 800 \\ 10 + 30 = 40 \\ 3 + 6 = 9 \\ 800 + 40 + 9 = 849 \end{array}$
$\begin{array}{r} 27 + 99 \\ 20 + 90 = 110 \\ 7 + 9 = 16 \\ 110 + 16 = 126 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 437 + 399 \\ 400 + 300 = 700 \\ 30 + 30 = 60 \\ 7 + 9 = 16 \\ 700 + 20 + 16 = 836 \end{array}$
$\begin{array}{r} 25 + 26 \\ 20 + 20 = 40 \\ 5 + 6 = 11 \\ 40 + 11 = 51 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 325 + 326 \\ 300 + 300 = 600 \\ 20 + 20 = 40 \\ 5 + 6 = 11 \\ 600 + 40 + 11 = 651 \end{array}$
$\begin{array}{r} 36 + 44 \\ 30 + 40 = 70 \\ 6 + 4 = 10 \\ 70 + 10 = 80 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 536 + 144 \\ 500 + 500 = 1000 \\ 30 + 40 = 70 \\ 6 + 4 = 10 \\ 1000 + 70 + 10 = 1080 \end{array}$

\*\* Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

\* Denke dir selbst zwei ähnliche Plus-Aufgaben aus!

Eingangs-Standortbestimmung von Ronja





## 2. Einheit: „So rechne ich! – Wie rechnest du?“

### ZIELE

Initiierung eigener Lösungswege unter Nutzung von „Forschermitteln“ (Zehner-System-Blöcke, Rechenstrich...). Austausch über verschiedene Rechenwege in Mathe-Konferenzen (vgl. Haus 8, UM: Plakate, IM: Infopapier, Video).

### ZEIT

3 - 4 Schulstunden

### DARUM GEHT ES

Die verschiedenen AB legen, durch die Verwendung unterschiedlicher Zahlenwerte, jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe. Natürlich können die Kinder hier aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen.

Die Kinder sollten dazu ermuntert werden, ihrem Rechenweg einen Namen zu geben, da dies die Bewusstheit für die Unterschiedlichkeit der verschiedenen Rechenwege schärfen und die Kommunikationen über die verschiedenen Strategien erleichtern kann.

AB	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
AB 1	24 + 53 / 124 + 553 42 + 37 / 142 + 437	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
AB 2	56 + 37 / 256 + 137 65 + 56 / 765 + 156	keine	1 - 2
AB 3	27 + 99 / 527 + 399 14 + 98 / 314 + 498	Hilfsaufgabe (+ 100 - 1 / + 400 - 1...)	2
AB 4	49 + 51 / 249 + 251 23 + 47 / 623 + 147	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Zusammenfassen, 50 + 50; 30 + 40 oder 20 + 40 + 10)	1 - 2
AB 5*	Angebot zur Erstellung von analogen Eigenproduktionen (im Heft)		

### SO KANN ES GEHEN

#### Einstiegsphase/Problemstellung

Transparenz über die 2. Einheit

Den Kindern sollte wiederum zunächst Ziel- und Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an

So rechne ich!  
Wie rechnest du?



#### Material

Lehrperson

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegebuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegebuch“

#### Material

SchülerInnen

- RW 2, AB 1 – 4 „So rechne ich!“, \*5
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte...
- \* AB Deckblatt „Rechenwegebuch“
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* weißes Papier, Eddings
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz

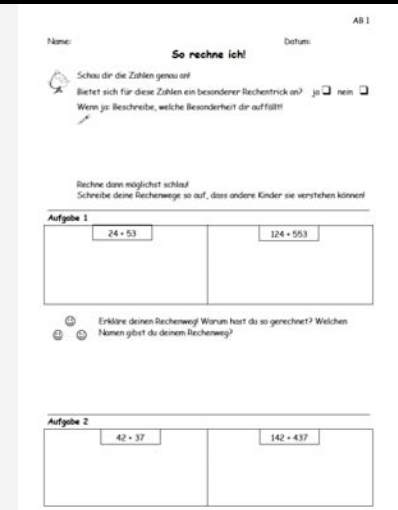


die Vorstunde (ggf. über die Themenleiste): „Wir wollen in den nächsten Stunden herausfinden, welche Rechenwege für welche Aufgaben besonders schlaue sein können! Dazu soll jedes Kind Plusaufgaben mit seinem eigenen Rechenweg lösen. Anschließend wollen wir uns unsere Rechenwege in Mathe-Konferenzen und im Sitzkreis gegenseitig vorstellen.“

**Problemstellung**

Die Lehrperson präsentiert an der Tafel die verschiedenen Aufgaben (z.B. gruppiert nach AB (linke Tafelhälfte AB 1, Tafelmitte AB 2 und 3, rechte Tafelhälfte AB 4) auf je einem DIN-A4-Blatt, so dass anschließend noch Rechenwege darunter notiert werden können) und gibt den Kindern die Gelegenheit, erste Überlegungen zu äußern, wie diese geschickt lösbar sein können. Es sollte an dieser Stelle bereits deutlich werden, dass es „schlau“ sein kann, unterschiedliche Rechenwege zu wählen, je nachdem welche Zahlenwerte in einer Aufgabe zu finden sind. Anschließend weist sie auf die (z.B. an der passenden Stelle direkt unter der Tafel) ausliegenden fünf Arbeitsblätter hin. Es kann hier auch hilfreich sein, in der ersten Stunde eines der AB (vorzugsweise ein solches, bei dem ein besonderer ‚Rechenrick‘ nahe liegt, also z.B. AB 3 Strategie ‚Hilfsaufgabe‘) als ‚Pflichtaufgabe‘ bearbeiten zu lassen, damit (spätestens) zum Abschluss der Stunde allen Kindern noch einmal deutlich wird, worauf sie achten sollen.

Wichtig ist der Hinweis, dass jedes Kind versuchen sollte, seine Rechenwege so aufzuschreiben, dass die anderen Kinder diese verstehen können. Hierzu können Sie auf die Plakate zur Anregung der Nutzung von „Forschermitteln“ und zur Unterstützung der Verbalisierung (Satzanfänge, Wortspeicher; vgl. auch Haus 4) hinweisen. Diese Plakate verstehen sich als Möglichkeit der Ideenstiftung und können mit den Kindern vervollständigt oder auch gemeinsam im Prozess erstellt werden.



RW 2, AB 1

**So rechne ich!**  
Rechne möglichst schlaue!  
Schreibe deine Rechenwege und Erklärungen so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

Diese Forschermittel können dir helfen!

Schreibe auf, wie du gerechnet hast:

- mit Zahlen:  $38 + 25 =$   $38 + 20 + 5 = 58$  oder  $38 + 25 = 60$   $58 + 5 = 63$   $8 + 5 = 13$
- mit dem Rechenstrich
- mit Hunderterglättchen, Zehnerstäben und Einerwürfeln
- mit Worten: Ich habe die 25 in 20 und 5 zerlegt, ...
- mit Pfeilen
- mit bunten Stiftchen
- mit ...

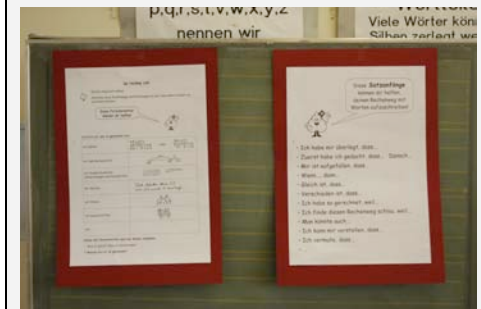
Nütze die Forschermittel auch bei diesen Aufgaben:  
• Was ist gleich? Was ist verschieden?  
• Was ist dein Rechenrick? Warum hast du so gerechnet?

Diese **Satzanfänge** können dir helfen, deinen Rechenweg mit Worten aufzuschreiben!

- Ich habe mir überlegt, dass...
- Ich habe zuerst... Dann... Zum Schluss...
- Zuerst habe ich gedacht, dass... Danach...
- Mir ist aufgefallen, dass...
- Wenn..., dann...
- Gleich ist, dass...
- Verschieden ist, dass...
- Ich habe so gerechnet, weil...
- Ich finde diesen Rechenweg schlaue, weil...
- Man könnte auch...
- Ich kann mir vorstellen, dass...
- Ich vermute, dass...
- ...

Im **Wortspeicher** können wir wichtige Wörter sammeln!

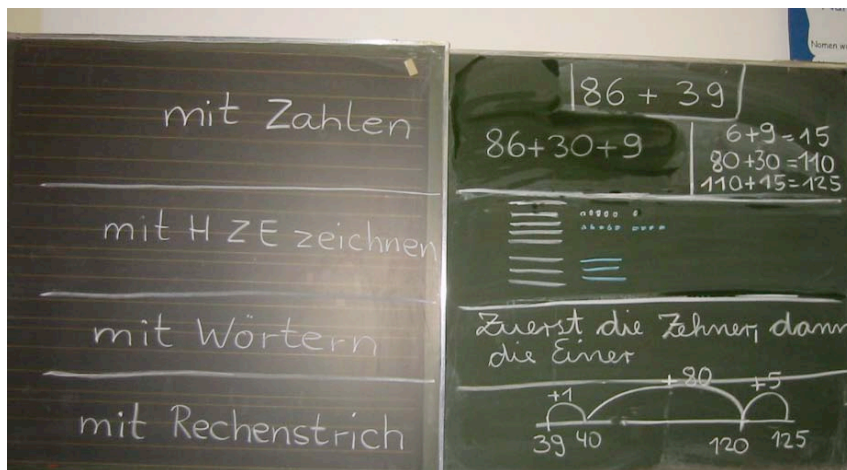
der Rechenrick (die Strategie), ...  
der Einer, der Zehner, der Hunderter, der Tausender, ...  
der Einer-Würfel, die Zehner-Stange,  
die Hunderter-Platte, der Tausender-Würfel, ...  
der Rechenstrich, der Zahlenstrahl, ...  
die erste Zahl, die zweite Zahl, die dritte Zahl, ...  
das Ergebnis, die Summe (das Ergebnis einer Plusaufgabe),  
die Differenz (das Ergebnis einer Minusaufgabe), ...  
addieren (plus rechnen), ...  
subtrahieren (minus rechnen), ...  
wechsell, eintauschen, gegen etwas tauschen,  
wegnehmen, abziehen, vermindern, ergänzen, auffüllen,  
dazu tun, dazu legen, dazu rechnen,  
verschieben, verändern, erhöhen,  
erhalten, ...  
gleich,  
verschieden,  
weniger, mehr, größer, kleiner,  
nah beieinander, weit auseinander, ...  
...  
...



Aushang der (vergrößerten) Plakate zu ‚Forschermitteln‘ und ‚Satzanfängen‘



Wenn die Kinder es nicht gewohnt sind, mit „Forschermitteln“ zu arbeiten, so sollte dieses ggf. zunächst an einem Beispiel aufgegriffen werden.



Darüber hinaus sollten die Kinder ggf. an den Ablauf und die Regeln zur Durchführung von Mathe-Konferenzen erinnert werden. Wenn Sie diese noch nicht eingeführt haben, so finden Sie Hinweise hierzu im Informations-Material des Hauses 8 (Informations-Papier und Video).

Ziel der Mathe-Konferenz ist der sachbezogene Austausch über verschiedene Rechenwege in Kleingruppen. Damit Mathe-Konferenzen nicht in einer Aneinanderreihung von Informationen ohne Struktur enden oder sich die Kinder in Einzelheiten verlieren, empfiehlt sich die gemeinsame Erarbeitung von Leitfragen für Mathe-Konferenzen.

Einen speziell für dieses Unterrichtsvorhaben entwickelten möglichen *Mathe-Konferenz-Leitfaden* finden Sie im Lehrmaterial (Haus 5, UM). Ein allgemein einsetzbares Plakat befindet sich im Unterrichtsmaterial des Hauses 8. Dieser Leitfaden sollte möglichst im Klassenraum aushängen und ggf. an den für die Mathe-Konferenzen vorgesehenen Orten (Mathe-Ecke, Flur, eine Ecke im Klassenraum...) oder auf dem Mathe-Tisch (im DIN-A4-Format) für die Hand der Kinder ausliegen.

### Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst ein AB in Einzelarbeit. Die Lehrperson gibt individuelle Hilfestellungen.

Sobald ein Kind glaubt, sein AB vollständig bearbeitet zu haben, meldet es sich zur Mathe-Konferenz an, indem es z.B. seinen Namen in eine Liste unter dem passenden AB an der Tafel einträgt.

Sobald sich (mindestens) drei Kinder eingetragen haben, kommen sie zu einer Mathe-Konferenz zusammen. Hat sich eine Gruppe an einem ruhigen Platz zusammengefunden, kann der Austausch beginnen. Hierzu können die Kinder zunächst *Rollenkarten* (Leiter, Schreiber, Zeitwächter) verteilen. Die SchülerInnen sollen in den Mathe-Konferenzen

### Mathe-Konferenz

1. **Zeige und erkläre deinen Rechenweg!**
    - Sind deine Erklärungen so gut, dass die anderen Kinder deine Rechenwege verstehen können?
  2. **Vergleiche eure Rechenwege!**
    - Was ist gleich? Was ist verschieden?
    - Gibt es einen Fehler bei einer Lösung oder in einem Rechenweg? Wie ist er entstanden?
- Mit Forschermitteln könnt ihr prüfen, welche Lösung richtig ist!
- Denkt daran:  
Fehler sind nicht schlimm. Aus Fehlern kann man etwas lernen!*
- Welchen Rechenweg findest du besonders schlaue? Begründe!
- **Sprecht über die Mathe-Konferenz!**
- Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch? Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?

### Mathe-Konferenz-Leitfaden



Anmeldung für Mathe-Konferenzen zu den verschiedenen AB





ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Im Rahmen der Mathe-Konferenz werden die Kinder herausgefordert, die Gedankengänge ihrer MitschülerInnen nachzuvollziehen sowie ihr eigenes Vorgehen und ihre Entdeckungen darzustellen und zu begründen. Zudem müssen sie sich ggf. mit unterschiedlichen Herangehensweisen argumentativ auseinandersetzen. So können sich die Kinder gegenseitig unterstützen und voneinander profitieren.

Es ist auch möglich, dass die Kinder erst hier überlegen, welche Namen sie für die verschiedenen Rechenwege als passend erachten.

Die Ergebnisse dieser Konferenzen können in einem *Protokoll* (in: Haus 5, UM) festgehalten werden (vgl. Beispiel rechts).

Günstig ist es, wenn jedes Konferenz-Team abschließend (mindestens) einen besonders „schlaun“ Rechenweg (z.B. auf einem weißen Blatt Papier mit möglichst mit dickem Stift (Edding)) an der passenden Stelle für das Tafelbild zur Vorbereitung der Reflexionsphase festhält.

### Differenzierung

GA: Durch das Nutzen der „Forschermittel“ werden die Kinder darin unterstützt, Rechenwege zu ermitteln und darzustellen. Auch der Austausch in den Mathe-Konferenzen kann sich unterstützend auswirken.

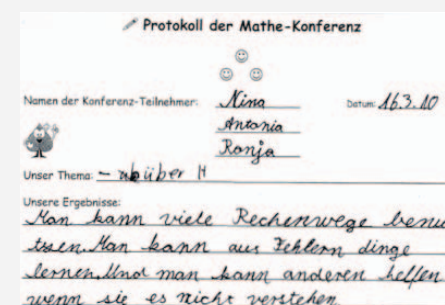
WA: Die Kinder werden im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, adressatenbezogen analoge Eigenproduktionen zu erstellen (\*AB 5: Aufgaben erfinden für ein anderes Kind). Um zu gewährleisten, dass das Erfinderkind die Aufgaben selbst lösen kann, notiert es zunächst im oberen Teil des AB seinen Rechenweg. Anschließend schreibt es nur die Aufgabe auf den unteren Teil ab, schneidet diesen ab, gibt diesen einem anderen Kind (z.B. durch Auslegen auf dem „Mathe-Tisch“ oder Aushängen an der „Knobel-Leine“), welches dort seinen Lösungsweg notiert. Abschließend vergleichen beide Kinder ihre Rechenwege und tauschen sich, wie in den Mathe-Konferenzen, darüber aus, warum sie diesen Rechenweg gewählt haben.

### Schlussphase / Reflexion

Für die Förderung der fachlichen Kompetenzen ist es unerlässlich, mit den Kindern über ihr Mathematiktreiben zu reflektieren. Insofern kommt der Reflexionsphase eine besondere Bedeutung zu.

Hier sollte auf jeden Fall *inhaltlich* reflektiert werden: Um die Schreibmotivation zu erhalten und die Arbeit des Verfassens einer schriftlichen Darlegung des Rechenweges zu würdigen, ist es sinnvoll, dass in der Reflexionsphase einige Kinder/Konferenz-Teams die Gelegenheit erhalten, ihre Ergebnisse vorzulesen. Darüber hinaus sollten die Kinder ihre Rechenwege am Tafelbild visualisieren und darlegen können, warum sie bestimmte Wege für „schlaun“ halten als andere.

Abschließend kann mit den Kindern – z.B. wenn die eingesetzten Methoden für die Lerngruppe neu sind – auch *methodisch* z.B. der Umgang mit den Forschermitteln oder das Durchführen der Mathe-Konferenzen reflektiert werden, um ihre Methodenkompetenz auszubauen (z.B.: „Wir haben mit Forschermitteln gearbeitet. Was hat dir geholfen? Was nicht? Warum?“ „Ihr habt heute in der Mathe-Konferenz mit Rollenkarten gearbeitet. Wie hat das geklappt?“



Protokoll einer Mathe-Konferenz





Brauchen wir noch zusätzliche Verabredungen?“ etc.).

### Weiterarbeit

Zum Abschluss der Einheit kann ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden (z.B. „In den folgenden Stunden wollen wir die Rechenwege anderer Kinder ausprobieren“); hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden, indem z.B. eine Wäscheklammer oder ein Pfeil von der zweiten Themenkarte zur dritten umgesteckt wird.

Die Kinder können ihre AB zu einem „Rechenwegbuch“ zusammenstellen, wenn Sie ihnen Heftstreifen und das *Deckblatt* (in Haus 5, UM) zur Verfügung stellen.

Begleitend kann – nicht nur innerhalb dieser Unterrichtsreihe - der Einsatz eines Lernwegbuches erfolgen. Durch den Einsatz dieses Instrumentes soll eine Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken initiiert und eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. Hierdurch kann das Kind dazu ange-regt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen. Unterstützung beim Verfassen solcher Lernberichte bietet das *Lernwegbuch-Plakat* (vgl. nebenstehende Abb.; in Haus 5, UM, Lehrmaterial).

Es bietet sich an, ein solches Lernwegbuch ritualisiert zum Ende einer Stunde (wenn es fachbezogen geführt werden soll) oder eines Schultages (wenn es fachübergreifend geführt werden soll) führen zu lassen.

Das habe ich gelernt:

Datum: 29.1.10

Das habe ich gelernt:

„Der Weg ist das Ziel“

Datum: 29.1.10

Das habe ich gelernt:

ich habe gelernt das man bei einer minus aufgabe plus aufgabe minus rechnen kann.

Datum: 1.3.2010

Das habe ich gelernt:

das man mit dem ergebnis weiter rechnen kann

Datum: 1.2.10

Das habe ich gelernt:

das es viele verschiedene rechen wege gibt die man an einereinzigen aufgab e an wenden kann.

Die Schüler-Ergebnisse werden anschließend eingesammelt, damit die Lehrperson sich einen Überblick darüber verschaffen kann, welche Kinder welche Rechenwege gewählt haben. Besonders „geschickte“ Wege werden in der folgenden Einheit von der Lehrperson favorisiert und mit allen Kindern thematisiert.

Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!

**Mein Lernwegbuch**

Datum:

Das habe ich gelernt:  viel  mittel  wenig

Mit einem Lernwegbuch kannst du Experte für dein eigenes Lernen werden! Hierüber kannst du etwas in dein Lernwegbuch schreiben...

- Was hast du heute gemacht?
- Wie bist du bei der heutigen Aufgabe vorgegangen?
- Welche Rechenwege hast du heute kennen gelernt?
- Gab es einen Rechenweg, den du besonders schlau findest? Wenn ja: Warum?
- Was hat dir gefallen? Was hat dir nicht gefallen? Warum?
- Hattest du Probleme? Wenn ja: Welche? Wie hast du dir geholfen?
- Hast du mit anderen Kindern zusammengearbeitet? Mit wem? Wie hat es geklappt?
- Bist du mit deiner Arbeit zufrieden? Oder nicht? Warum?
- Welche Wünsche oder Ideen hast du für unsere Weiterarbeit?

Das *Lernwegbuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



### 3. Einheit: „Rechne wie...“

#### ZIELE

Das Ziel der 3. Unterrichts-Einheit ist die Sensibilisierung der Kinder für die Vielfalt möglicher Rechenwege (so wie Lia es in ihrem Lernwegebuch festhält (vgl. oben): „Dass es viele Rechenwege gibt, die man an einer einzigen Aufgabe anwenden kann“). Es geht nicht darum, dass alle Kinder sämtliche Strategien geläufig beherrschen sollen!

#### ZEIT

3 - 4 Schulstunden

#### DARUM GEHT ES

Die Lehrperson favorisiert anschließend - abhängig von den gegebenen Zahlenwerten - „schlaue“ Strategien, damit die Kinder einen „Zahlen-“ und „Aufgabenblick“ gewinnen können:

Sie wertet im Vorfeld der 3. Einheit die in der 2. Einheit erstellten Arbeitsergebnisse der Kinder aus und ordnet den auf den AB 1 - 4 dieser Einheit befindlichen wesentlichen Strategien jeweils den Namen eines Kindes zu, das tatsächlich so gerechnet hat. Ein Beispiel (vgl. Abb. S. 12): Nick hatte in der zweiten Einheit auf den ersten beiden AB die Strategie „Stellenweise“ verwendet. Daher wählte die Lehrperson seinen Namen für die Thematisierung dieser Strategie auf AB 2 aus. Das namentliche Zuordnen stärkt die Identifikation der Klasse mit der Arbeit am Rechenwegebuch und natürlich das genannte Kind in seinem Selbstbewusstsein.

Falls eine wesentliche Strategie nicht verwendet wurde, ergänzt die Lehrperson diese und ordnet ihr ebenfalls einen Namen (fiktiv oder z.B. auch den einer/s LehrerkollegIn) zu. Falls es weitere Strategien gibt, die Sie thematisieren möchten - etwa weil Sie auch andere Rechenwege Ihrer SchülerInnen würdigen möchten - können Sie die *Leervorlage* nutzen.

Die Kinder vollziehen zunächst die verschiedenen „schlau“ Strategien (anderer Kinder) aktiv nach und sind anschließend aufgefordert, diese zu bewerten und zu überlegen, bei welchen Zahlenwerten sie diese anwenden würden.

**Wichtig:** Die Strategie „Stellenweise“ (AB 2, vgl. nebenstehende Abb.) sollten alle Kinder verstanden haben, da sie die Grundlage für die Überleitung zum schriftlichen Algorithmus bildet (vgl. *Unterrichtsplanung, Teil 2: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen* - „Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich!“). Aus diesem Grund wird hier bewusst mit der kleinsten Stelle begonnen (E+E, Z+Z, H+H). Die Nutzung von Zehner-System-Blöcken sollte den Kindern hierbei ermöglicht werden, damit sie die Aufgaben zunächst auch auf der Handlungsebene lösen können. Es hat sich als hilfreich erwiesen, wenn die Notation des Bündelungsprozesses auf der Zeichenebene (Strich-Punkt-Darstellung) zunächst verschiedenfarbig dargestellt wird (**rot: weggenommen**, **grün: gebündelt**, **blau: verbleibender Rest = Ergebnis**).



Ein Ritual: Der tägliche Eintrag in das Lernwegebuch

Wir rechnen, wie  
andere Kinder rechnen



#### Material

*Lehrperson*

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegebuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegebuch“



AB	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
AB 1	235 + 478 / 337 + 276...	keine hier: Schrittweise	0 - 3
AB 2	135 + 224 / 347 + 135...	keine hier: Stellenweise	0 - 3
AB 3	654 + 99 / 128 + 97...	Hilfsaufgabe (+ 100 - 1 / + 100 - 3...)	2 - 3
AB 4	251 + 149 / 128 + 97...	Hilfsaufgabe / Vereinfachen hier: 200 + 200 / 125 + 100	2 - 3

**Material**

*SchülerInnen*

- RW 3, AB 1 – 4 „Wir rechnen wie andere Kinder rechnen!“,
- \* Leervorlage
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte...
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz

**SO KANN ES GEHEN**

**Einstiegsphase/Problemstellung**

*Transparenz über die 3. Einheit*

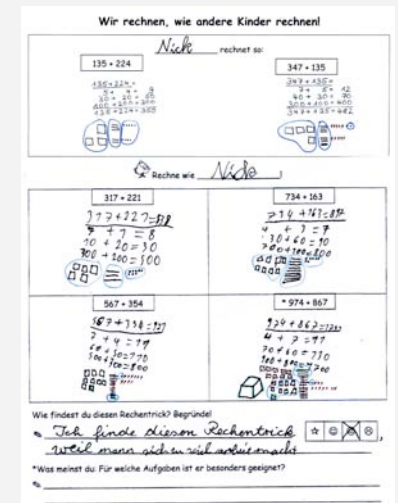
Den Kindern sollte wiederum zunächst *Ziel- und Prozesstransparenz* gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunden (ggf. über die Themenleine): „In den folgenden Stunden werdet ihr einige Rechenwege von Kindern aus unserer Klasse kennen lernen, die aus meiner Sicht besonders geschickt sind. Ihr sollt diese Rechenwege selbst an einigen Aufgaben ausprobieren und dann bewerten, wie ihr diese Strategien („Rechentricks“) findet. Ihr könnt außerdem überlegen, bei welchen Aufgaben diese Strategien („Rechentricks“) aus eurer Sicht besonders geeignet sind. Darüber wollen wir uns dann zum Schluss gemeinsam austauschen.“

*Problemstellung*

Je nachdem, über welche fachlichen und methodische Kompetenzen Ihre SchülerInnen bereits verfügen, können Sie entweder

1. (beginnend mit AB1) alle Rechenwege nacheinander thematisieren und anschließend über die jeweiligen Besonderheiten der einzelnen Strategien/„Rechen-Tricks“ in Abhängigkeit vom gegebenen Zahlenmaterial im Plenum reflektieren  
oder
2. alle AB von Beginn an auslegen. Bei Variante 2 wählen die Kinder selbst die Reihenfolge der Bearbeitung aus und eine gemeinsame Reflexion im Plenum findet erst zum Abschluss der Einheit statt.

Bei beiden Varianten können die auf den AB genannten Kinder als „Experten“ für „ihren“ Rechenweg fungieren. Falls die Kinder noch nicht in „Expertenarbeit“ gearbeitet haben (vgl. auch Haus 8, UM), empfiehlt es sich, dass Sie Regeln



Schülerlösung zu RW 3 AB 2 „Stellenweise“ (Jan rechnet wie Nick)



für diese mit den Kindern erarbeiten (vgl. z.B. nebenstehendes *Regelplakat*; in: Haus 1, UM, [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_1\\_-\\_Entdecken\\_Beschreiben\\_Begruenden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit\\_3/Lehrer-Material/Regeln\\_Expertenarbeit.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begruenden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_3/Lehrer-Material/Regeln_Expertenarbeit.pdf)).

Der gewählten Variante entsprechend präsentiert die Lehrperson die Aufgaben der AB nacheinander oder zugleich und erläutert die übergeordnete Aufgabenstellung (s.o.: *Transparenz*).

Das jeweilige „Expertenkind“ kann dann seinen Rechenweg anhand der ersten Beispielaufgabe, die sich jeweils im oberen Teil des ABs befindet, an der Tafel allen Kindern der Klasse vorstellen oder auch nur der Gruppe von Kindern, die sich diese Unterstützungsleistung wünscht (zeitlich differenzierter Beginn der Arbeitsphase). Anschließend können die anderen Kinder anhand des zweiten Beispiels diesen Rechenweg aktiv nachvollziehen.

Es ist auch möglich, dass die Kinder zunächst versuchen, sich die Rechenwege selbst zu erschließen und sich bei Rückfragen an die Lehrperson oder das Expertenkind wenden.

### Arbeitsphase

Die Kinder erarbeiten sich eigenständig, ggf. mit Unterstützung der Lehrperson bzw. der „Experten“, die einzelnen Rechenwege. Sie bewerten diese anschließend innerhalb der Smiley-Skala und überlegen ggf., bei welcher Aufgabe sie welchen Rechenweg für geeignet halten.

Bei beiden Varianten sollten die Kinder die Gelegenheit erhalten, sich vor der Reflexion im Plenum mit anderen Kindern über die Besonderheiten der Rechenwege austauschen zu können.

### Differenzierung

Auf den AB sind Grundanforderungen und weiterführende Anforderungen (\*- Aufgaben) ausgewiesen:

GA: Durch das Nutzen der „Forschermittel“ werden die Kinder darin unterstützt, Rechenwege zu ermitteln und darzustellen.

WA: Die Zahlenwerte der jeweils letzten Aufgabe sind so gewählt, dass der Tausenderraum überschritten wird. Darüber hinaus ist die abschließende Aufgabe als weiterführende Anforderung gekennzeichnet, da die Kinder hier Zusammenhänge herstellen, verallgemeinern und reflektieren müssen (vgl. Anforderungsbereiche der Bildungsstandards der KMK 2004, beispielhaft illustriert z.B. in: WALTHER u.a. 2008).

### Schlussphase / Reflexion

Abschließend sollten Sie mit den Kindern über die Besonderheiten der einzelnen Rechenwege reflektieren: Es sollte herausgestellt werden, wann welcher Rechenweg besonders „schlau“ sein kann. Durch den Austausch sollte gewährleistet werden, dass Begründungen dargelegt werden, warum bei den verschiedenen Aufgaben unterschiedliche Strategien nahe liegen (Abhängigkeit der Strategie vom gegebenen Zahlenmaterial); weniger „schlaue“ Rechenwege sollten von den Kindern als solche identifiziert werden können. Wichtig ist hier auch das Benennen der einzelnen

Handwritten student solution for the task "Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen". The student, Dennis, dated 29.12.2010, shows several addition problems with arrows indicating the steps of the calculation. For example,  $654 + 99 = 654 + 100 - 1 = 753$  and  $428 + 97 = 428 + 100 - 3 = 525$ . Below the calculations, there are handwritten reflections in German:

Wie findest du diesen Rechenweg? Begründe!  
 Ich finde diesen Rechenweg      
 weil er sehr sehr sehr rechnerisch ist.  
 \*Was meinst du für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?  
 bei Aufgaben die bei der zweiten Zahl über 90 sind.

Schülerlösung zu RW 3 AB „Hilfsaufgabe“ (Dennis rechnet wie Lara)

**Regeln für die Expertenarbeit**

Expertenkinder sind kleine Lehrer

Sie dürfen:  
 - Kinder aufrufen  
 - für Ruhe sorgen (Leisezeichen)

Sie müssen:  
 - Experte der Aufgabe / des Themas sein  
 - Die Aufgabe verstehen und die Lösung kennen

1. Die Aufgabe vorstellen und den Arbeitsauftrag erklären. Wenn nötig: Fragen zur Aufgabe klären.
2. Tipps geben und helfen. Aber: Das Ergebnis nicht vorschlagen.
3. Die Lösung und den Lösungsweg mit den anderen Kindern besprechen.

Regelplakat Expertenarbeit

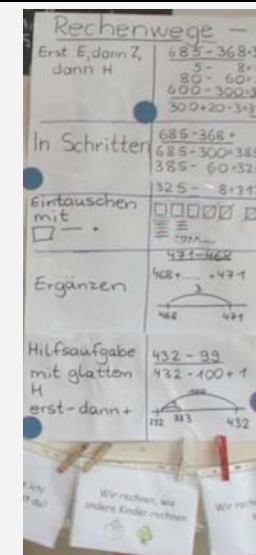
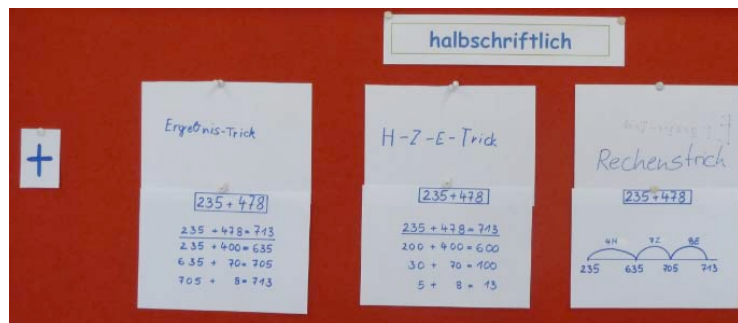
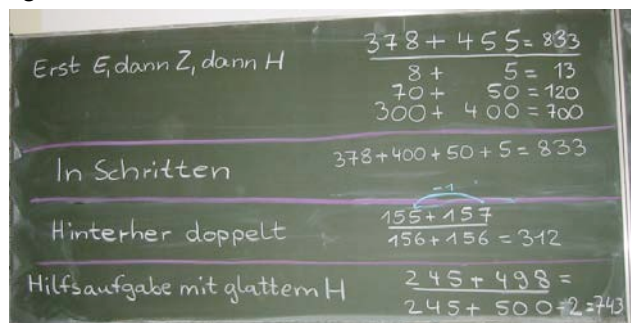




Strategien, um das Bewusstsein der Kinder für deren Unterschiedlichkeit zu schärfen.

Für die Weiterarbeit ist es hilfreich, wenn hier über die Namen der einzelnen Wege Konsens hergestellt wird, damit die Verständigung vereinfacht wird. Diese können an der Tafel gesammelt und/oder auf einem Lernplakat festgehalten werden (vgl. Beispiel zur Addition unten sowie zur Subtraktion auf dem Foto rechts).

Es sollte im Rahmen dieser Phase aber auch deutlich werden, dass es persönliche Vorlieben für bestimmte Rechenwege geben kann und darf.



Bsp. Rechenwege-Lernplakat (zur halbschriftl. Subtraktion)

#### 4. Einheit: „Rechne möglichst schlau!“

##### ZIELE

Selbstständige Einordnung und Bewertung eigener und fremder Strategien hinsichtlich ihrer Effizienz.

##### ZEIT

1 – 2 Schulstunden

##### DARUM GEHT ES

Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe.

Nr.	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
1	368 + 517	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	1
2	623 + 99	Hilfsaufgabe (+ 100 -1)	2

Wir rechnen möglichst schlau!



##### Material

Lehrperson

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegbuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Addition

3	449 + 451	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Zusammenfassen, 450 + 450)	2
4	* 252 + 848	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Zusammenfassen, 250 + 850)	2
*	Angebot zur Erstellung von analogen Eigenproduktionen (im Heft)		

Die Kinder können hier aber auch wiederum (möglichst begründet) ihren eigenen Präferenzen folgen.

Das nachstehend abgebildete Dokument von Charlotte (links) steht stellvertretend für die Mehrzahl der Schülerlösungen, die im Rahmen der Erprobung dieses PIK-Materials entstanden. Es illustriert, dass die Kinder für die Vielfalt möglicher Rechenwege sensibilisiert wurden und nun auch in der Lage waren, ihre Rechenwege (z.T. mit selbst gewählten Namen) zu benennen (z.B. „Verschiebetrick“, „Hilfsaufgabe“, „Aus-dem-Nichts-nehm-Trick“, „in Schritten“, „erst die H, dann die Z, dann die E“).

Das Dokument von Lasse (rechts) zeigt nicht etwa, dass er nicht im Sinne der Zielsetzung der Reihe sensibilisiert worden ist, sondern tatsächlich ist seine Lösung Ausdruck seiner Begeisterung für den sog. „Verschiebetrick“ (gegenständliches Verändern beider Summanden):

Name: Charlotte Datum:

**Rechne möglichst schlau**

$\begin{array}{r} 368 + 517 \\ \hline 300 + 500 = 800 \\ 60 + 10 = 70 \\ 8 + 7 = 15 \\ \hline 800 + 70 + 15 = 885 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Hunderter+Zehner+Einser
$\begin{array}{r} 623 + 99 = 722 \\ \hline 623 + 99 = 623 + 100 - 1 = 722 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Nimm aus dem nichts nehmen trick.
$\begin{array}{r} 449 + 451 = 900 \\ \hline 449 + 451 = 500 + 400 = 900 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Der Verschiebetrick
$\begin{array}{r} * 252 + 848 = 1100 \\ \hline 252 + 848 = 200 + 900 = 1100 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Der Verschiebetrick

**Rechne möglichst schlau**

$\begin{array}{r} 368 + 517 \\ \hline 368 + 517 = 370 + 515 = 885 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Verschiebetrick
$\begin{array}{r} 623 + 99 \\ \hline 623 + 99 = 622 + 100 = 722 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Verschiebetrick
$\begin{array}{r} 449 + 451 \\ \hline 449 + 451 = 450 + 450 = 900 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Verschiebetrick
$\begin{array}{r} * 252 + 848 \\ \hline 252 + 848 = 250 + 850 = 1100 \end{array}$	Das ist mein Rechen-trick: Verschiebetrick

- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegebuch“

**Material**

**SchülerInnen**

- RW 4, AB (zweiseitig) „Rechne möglichst schlau!“
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz

Name: Datum:

**Rechne möglichst schlau**

Schau dir die Zahlen genau an! Bist du sich für diese Zahlen ein besonderer Rechen-trick an? Rechne dann möglichst schlau! Erkläre diesen Rechenweg so, dass andere Kinder sie verstehen können!

368 + 517	Bist du sich für diese Zahlen ein besonderer Rechen-trick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre diesen Rechenweg!
623 + 99	Bist du sich für diese Zahlen ein besonderer Rechen-trick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre diesen Rechenweg!
449 + 451	Bist du sich für diese Zahlen ein besonderer Rechen-trick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre diesen Rechenweg!
* 252 + 848	Bist du sich für diese Zahlen ein besonderer Rechen-trick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre diesen Rechenweg!

\* Denke dir (auf der Rückseite) selbst Plausaufgaben aus, die du mit verschiedenen Rechen-tricks lösen kannst und schreibe diesen Rechen-trick daneben.

RW 4, AB (zweiseitig)





(Anmerkung zu den oben abgebildeten Schülerdokumenten: Diese entstammen der Erprobungs-Phase des Unterrichts-Materials. Das aktuell eingestellte Unterrichtsmaterial unterscheidet sich durch einige Modifikationen von diesen (Quer-Format, optimierter Aufgabentext).)

## SO KANN ES GEHEN

### Einstiegsphase / Problemstellung

#### Transparenz über die 4. Einheit und Problemstellung

Den Kindern sollte wiederum zunächst *Ziel-* und *Prozestransparenz* gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunden (ggf. über die Themenleine): „Wir haben in den vergangenen Stunden viele verschiedene Rechenwege kennen gelernt und überlegt, wann welche Strategien („Rechentricks“) schlaun sein können. Nun gibt es noch einmal neue Aufgaben. Ihr sollt hier überlegen, ob sich auch für diese Aufgaben jeweils ein besonderer ‚Rechentrick‘ anbietet oder nicht. Erklärt und begründet dann, warum ihr diese Rechenwege gewählt habt. Zum Schluss wollen wir wieder gemeinsam darüber sprechen, welche Rechenwege ihr für besonders schlaun haltet.“

Alle vier Aufgaben sollten hierzu an der Tafel visualisiert werden (z.B. Aufgabe 1 ganz links, Aufgabe 2 und 3 in der Mitte und Aufgabe 4 rechts), so dass unter ihnen Platz für die Lösungen der Kinder bleibt.

### Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst in Einzelarbeit die einzelnen Aufgaben. Hierzu können sie die Arbeitsblätter der Vorstunden heranziehen. Anschließend sollten sie sich mit anderen Kindern (z.B. im Rahmen von Mathe-Konferenzen) über ihre Rechenwege austauschen und versuchen, jeweils zu begründen, warum sie ihre Rechenwege „schlaun“ finden. Abschließend können die Kinder zu einer oder mehreren Aufgaben jeweils eine „besonders schlaun“ Strategie für die Reflexionsphase schriftlich vorbereiten.

### Differenzierung

GA: Durch das Nutzen der „Forschermittel“ werden die Kinder darin unterstützt, Rechenwege zu ermitteln und darzustellen.

WA: Auf dem zweiseitigen AB sind Grundanforderungen und weiterführende Anforderungen (\*- Aufgaben) ausgewiesen: Die Zahlenwerte der letzten Aufgabe sind so gewählt, dass der Tausenderraum überschritten wird. Darüber hinaus wird auch hier zur Erstellung analoger Eigenproduktionen aufgefordert.

### Schlussphase / Reflexion

Einen solchen Austausch über die Begründung des Nutzens verschiedener Strategien sollte auch die Reflexionsphase leisten. Hierzu können einzelne Kinder oder auch Konferenz-Teams ihre Ergebnisse an der Tafel jeweils unter der passenden Aufgabe visualisieren, erklären, begründen und zur Diskussion stellen.



Kinder setzen den Markierungs-Pfeil an der Themenleine um



Arbeit an AB 4 unter Nutzung der vorab kennen gelernt Rechenwege



## 5. Einheit: „Was wir dazu gelernt haben!“ –

Erheben des Lernzuwachses der Kinder (Abschluss-Standortbestimmung)

### ZIELE

Im Vergleich der beiden Standortbestimmungen können individuelle Lernzuwächse erhoben und ggf. weitere Fördermaßnahmen ergriffen werden. Hierzu können Sie wiederum den *Auswertungsbogen* nutzen.

### ZEIT

1 – 3 Schulstunden, je nachdem, ob Sie die Kinder in die Auswertung mit einbeziehen, eine Kindersprechstunde (vgl. Haus 10) und einen abschließenden gemeinsamen Rückblick auf die Reihe durchführen möchten oder nicht.

### DARUM GEHT ES

Um einen solchen Vergleich leisten zu können, werden auf dem *AB RW 5 Abschluss-Standortbestimmung* die gleichen Aufgaben wie in der Eingangs-Standortbestimmung gestellt; das AB bietet jedoch mehr Platz für die Notation der Beschreibung und Begründung des gewählten Lösungsweges.

Den Kindern sollte anschließend ein selbstständiger Vergleich ihrer Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung angeboten werden, um ihnen ihre Lernfortschritte bewusst machen zu können (Schreiben eines Lernberichtes oder Eintrag in das Lernwegebuch).

### SO KANN ES GEHEN

#### Einstiegsphase/Problemstellung

##### *Transparenz über die 5. Einheit*

Den Kindern sollte wiederum zunächst *Transparenz* darüber gegeben werden, was sie erwartet, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunden (ggf. über die Themenleine oder visualisierte Ergebnisse der Vorarbeit): „Wir wollen heute (in den nächsten Stunden) darüber nachdenken, was wir dazu gelernt haben (und über die Rechenwege-Reihe sprechen)“.

Die Lehrperson zeigt hierzu das bereits zu Beginn der Reihe bearbeitete *AB RW 1* (Eingangs-Standortbestimmung) und das neue *AB RW 5 Abschluss-Standortbestimmung* und informiert die Kinder darüber, dass es sich bei diesem um das gleiche AB handelt, wie zu Beginn der Reihe und dass sie heute ihre Eingangs- mit ihrer Abschluss-Standortbestimmung vergleichen sollen, um festzustellen, was sie dazugelernt haben und was sie eventuell noch üben müssen.

Anschließend erklärt sie die einzelnen Arbeitsschritte.

Da sich die Kinder viel merken müssen, empfiehlt es sich, diese Arbeitsschritte (nachstehend *kursiv* gesetzt) an der

Was wir  
dazu gelernt haben!

2. Standortbestimmung

#### Material

##### *Lehrperson*

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegebuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegebuch“

#### Material

##### *SchülerInnen*

- RW 5, AB Abschluss-SOB „Was wir dazu gelernt haben!“ (zweiseitig)
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte...
- \* AB Lernwege-Buch





Tafel - am besten durch Piktogramme unterstützt - schriftlich festzuhalten.

1. AB berechnen, Rechenweg beschreiben und benennen
2. AB kontrollieren

3. Sei dein eigener Lehrer: Vergleiche!

Die Lehrperson erklärt: Anschließend holen sich die Kinder bei der Lehrperson ihre Eingangs-Standortbestimmung ab, sehen diese durch und korrigieren ggf. mit einem andersfarbigem Stift, damit sichtbar wird, was zu Beginn noch nicht gekonnt wurde. Nach der Korrektur der Eingangsstandortbestimmung vergleichen sie diese mit ihrer Abschluss-Standortbestimmung, um abschließend einen Lernbericht zu schreiben.

4. Lernbericht schreiben

Die Lehrperson zeigt ggf. das AB Lernbericht (Sie können eine linierte und/oder eine unlinierte Fassung zur Verfügung stellen). Wenn die Kinder regelmäßig ein Lernwegebuch führen, so können sie den Lernbericht auch in diesem verfassen lassen.

\*5. Kindersprechstunde

Die Lehrperson erklärt: Kinder, die alle Arbeiten erledigt haben, können sich zur Kindersprechstunde anmelden. Das Verfahren des Eintragens in eine an der Tafel vorbereitete Liste ist den Kindern ggf. aus der 1. Einheit bekannt.

Wenn keine Kindersprechstunde durchgeführt wird, geben die Kinder ihre Standortbestimmungen und ihren Lernbericht der Lehrperson zur Kenntnis.

\*6. FA (Freiarbeit, Wochenplan oder eine andere Aufgabe)

Die Lehrperson erklärt: Wer diese Arbeiten erledigt hat, arbeitet an zuvor festgelegten Aufgaben weiter, um die anderen Kinder nicht zu stören.

Arbeitsphase

Der Zeitrahmen sollte wiederum, den Fähigkeiten der Kinder entsprechend, flexibel angelegt sein.

Die Lehrperson gibt ggf. Hilfestellungen, um das Aufkommen einer „Testatmosphäre“ zu verhindern.

\*Kinder, welche die ersten vier Arbeitsschritte geleistet haben, melden sich zur Kindersprechstunde an. Hierzu tragen sie sich in eine an der Tafel vorbereitete Liste ein. Im Rahmen dieser Sprechstunde gibt die Lehrperson den einzelnen Kindern Rückmeldung zur erbrachten Leistung. Im Sinne dialogischer Lernbeobachtung und -förderung erhalten die Kinder hier ihrerseits die Gelegenheit, Rückfragen an die Lehrperson zu stellen oder auch Grundsätzliches mitzuteilen. Ggf. können Gesprächsergebnisse gemeinsam (von der Lehrperson oder/und dem Kind) schriftlich im Kindersprechstunden-Protokollbogen festgehalten werden.

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

Was wir dazu gelernt haben

Rechne möglichst schlaul  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

13 + 36	613 + 236
Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?	
27 + 99	427 + 399
Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?	

RW 5, AB Abschluss-Standortbestimmung, Seite 1

Name: Ronja Datum: 7.2.10

Was wir dazu gelernt haben

Rechne möglichst schlaul  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

13 + 36	613 + 236
* Was ist gleich? Was ist verschieden? <u>da gibt es Hunderte da nicht.</u>	
* Erkläre: Was ist dein Rechen-trick? Warum hast du so gerechnet? <u>ich habe erst plus dann minus gerechnet weil ich diese aufgabe so leicht machen will</u>	
* Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? <u>ist</u> <u>Schrittplan</u>	
27 + 99	427 + 399
<u>27 + 100 = 126</u>	<u>427 + 400 = 826</u>
* Was ist gleich? Was ist verschieden? <u>S.O.</u>	
* Erkläre: Was ist dein Rechen-trick? Warum hast du so gerechnet? <u>ich habe erst plus dann minus gerechnet weil ich diese aufgabe so leicht machen will</u>	
* Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? <u>ist</u> <u>FA dann</u>	

RW 5, AB Abschluss-Standortbestimmung von Ronja, S. 1



### Differenzierung

Auf dem AB sind Grundanforderungen und weiterführende Anforderungen (\*- Aufgaben) ausgewiesen.

GA: Durch das Nutzen der „Forschermittel“ werden die Kinder darin unterstützt, Rechenwege zu ermitteln und darzustellen.

WA: Erstellen analoger Eigenproduktionen.

Das Beispiel von Ronja (vgl. S. 18 unten) zeigt, dass sie im Vergleich zu ihrer Eingangs-Standortbestimmung nun auf die gegebenen Zahlenwerte achtet und verschiedene Strategien verwendet, die sie auch benennen kann.

### Schlussphase / Reflexion

Am Ende der Einheit kann ein Erfahrungstausch im Sitzkreis erfolgen, z.B.:

#### 1. Rückmelderunde zur letzten Einheit

Zunächst kann ein ‚Blitzlicht‘ durchgeführt werden, um den Kindern Gelegenheit zu geben, ihre Meinungen und Erfahrungen mitteilen zu können: Ein Gegenstand (z.B. ein kleiner Kieselstein) ist der „Erzähl-Gegenstand“ („Erzähl-Stein“). Dieser wird im Kreis von einem zum nächsten Kind weitergereicht. Nur dasjenige Kind, das diesen in der Hand hat, darf zu einer vorab gestellten Frage sprechen; hier z.B.: „Wie hast du die Stunde heute erlebt? Wie war das heute für dich?“. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass die Kinder „Ich-Botschaften“ formulieren (z.B.: „Ich fand es gut, dass...“, „Ich meine, dass wir...“). Alle anderen Kinder (und die Lehrperson) hören zu und nehmen diese Aussagen (ggf. zunächst) unkommentiert an. Es dürfen lediglich Verständnisfragen gestellt werden. Vorteil dieser Methode ist, dass alle Kinder aufgefordert sind, etwas zu sagen. Kinder, die jedoch nichts sagen möchten, sollten in dieser Situation auch nicht explizit dazu aufgefordert werden - sie geben den Erzählgegenstand weiter an das nächste Kind. Wenn alle etwas gesagt haben, kann ggf. über angesprochene Aspekte diskutiert und überlegt werden, ob ggf. Konsequenzen gezogen werden müssen.

#### 2. Rückmelderunde zur Unterrichtsreihe

Die Lehrperson bittet die Kinder, auf die Reihe zurückzublicken. Dazu kann sie noch einmal alle entstandenen Produkte präsentieren (Plakate, Rechenwegbücher der Kinder) und ggf. die Impulskarten (*RW 5 Impulskarten*) in die Mitte des Kreises legen. Mögliche Reflexions-Aspekte sind: Was haben wir dazu gelernt? Was hat gut geklappt? Was noch nicht? Wie sollten wir weiterarbeiten (z.B. hinsichtlich der genutzten Methoden)? Welche Wünsche haben wir? Was ist wichtig?

Ggf. hält die Lehrperson (oder ein „Sekretär-Kind“) diese Rückmeldungen schriftlich auf Zetteln oder im Klassentagebuch fest, um sie für die Weiterarbeit zu nutzen.

### Weiterarbeit

Falls keine Kinder-Sprechstunde durchgeführt wird, gibt die Lehrperson jedem Kind zeitnah (schriftlich oder/und

AB Lernbericht



Selbstständiger Vergleich der beiden Standortbestimmungen



mündlich) eine kurze Rückmeldung zu seiner Abschluss-Standortbestimmung (und zur Arbeit mit seinem Rechenwegbuch).

Bei der Diagnose der abschließend gezeigten Kompetenzen kann wiederum der Auswertungsbogen (vgl. *Material Lehrperson*) hilfreich sein, da dieser - im Vergleich mit der von Ihnen zu Beginn der Reihe erstellten Auswertung - einen systematischeren Gesamt-Überblick über die individuellen Lernzuwächse ermöglicht.

Die Lehrperson kann sich abschließend – nach Durchsicht der Rechenwegbücher - in ihren Unterlagen zur Leistungsbeurteilung notieren, mit welchem Erfolg die einzelnen Kinder innerhalb dieser Unterrichtsreihe - ggf. nicht nur unter Berücksichtigung des Lernzuwachses bezüglich ihrer Sach-, sondern auch ihrer Methoden-, Sozial- und Selbstkompetenz - gearbeitet haben (vgl. Beispiel-Beobachtungsbogen: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_10\\_-\\_Beurteilen\\_und\\_Rueckmelden/UM/Das\\_zaeht\\_in\\_Mathe/Beobachtungsbogen\\_mit\\_Kommentar.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_10_-_Beurteilen_und_Rueckmelden/UM/Das_zaeht_in_Mathe/Beobachtungsbogen_mit_Kommentar.pdf)).

### Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Addition* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Anschließend wird - analog zum Vorgehen bei der Addition - eine Unterrichtsreihe zum *halbschriftlichen Subtrahieren* durchgeführt.

Wichtig ist es bei dieser folgenden Reihe, dass sich die Lehrperson bereits im Vorfeld entscheidet, welches Verfahren der schriftlichen Subtraktion die Kinder erlernen sollen, da es für die Subtraktion diesbezüglich – im Unterschied zur Addition – verschiedene Möglichkeiten gibt (vgl. *Planung Rechenwege Teil 1, Subtraktion*).



Kinder-Sprechstunde



Austausch im Plenum



Beispiel für eine Impulskarte



### Literaturhinweise

SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G.N.; E. Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 165- 178



SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (<sup>3</sup>2011): Beurteilen und fördern im Mathematikunterricht. Gute Aufgaben – Differenzierte Arbeiten – Ermutigende Rückmeldungen. Berlin: Cornelsen Scriptor

WALTHER, Gerd u.a. (Hg., 2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen Scriptor

### Haus 1: Forschermittel



IM: Video „Forschermittel“ - Zur Bedeutung nonverbaler Darstellungsmittel im Mathematikunterricht

### Haus 5: Eigenproduktionen (vgl. auch FM: Modul 5.1)

[http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf)

### Haus 5: Rechnen auf eigenen Wegen (vgl. auch FM: Modul 5.2 und IM: Video und Elterninfo)

[http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 -  
Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Haus 5 IM Zunehmende Mathematisierung.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_Zunehmende_Mathematisierung.pdf)

### Haus 8: Mathe-Konferenzen

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>



UM: Plakate, Tipps, Rollenkarten, Anmelde-Liste, Protokollbogen



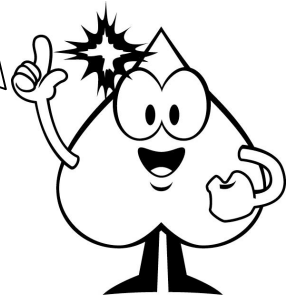
IM: Info-Papier, Video

### Haus 10: Kinder-Sprechstunde

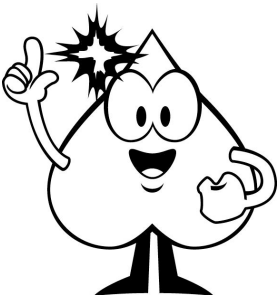
<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ergiebige-leistungsfeststellung/haus-10-informations-material/informationsvideos/index.html>



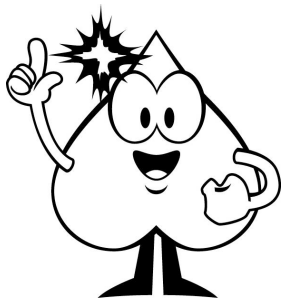
**Was haben wir  
dazu gelernt?**



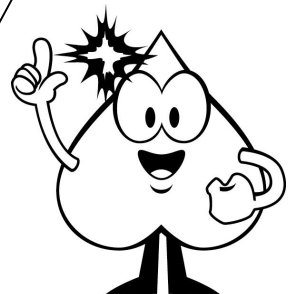
**Was hat gut  
geklappt?**



**Was hat noch  
nicht gut  
geklappt?**



**Welche Ideen haben  
wir für unsere  
Weiterarbeit?**





## Übersicht Rechenwege Addition

Einheit	Nr. /AB	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
RW 1	1	13 + 36 / 613 + 236	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
	2	27 + 99 / 427 + 399	Hilfsaufgabe (+ 100 - 1 / + 400 - 1...)	2
	3	25 + 26 / 325 + 326	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Verdoppeln +1)	1
RW 2	AB 1	24 + 53 / 124 + 553 42 + 37 / 142 + 437	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
	AB 2	56 + 37 / 256 + 137 65 + 56 / 765 + 156	keine	1 - 2
	AB 3	27 + 99 / 527 + 399 14 + 98 / 314 + 498	Hilfsaufgabe (+ 100 - 1 / + 400 - 1...)	2
	AB 4	49 + 51 / 249 + 251 23 + 47 / 623 + 147	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Zusammenfassen, 50 + 50; 30 + 40 oder 20 + 40 +10)	1 - 2
RW 3	AB 1	235 + 478 / 337 + 276...	keine hier: Schrittweise	0 - 3
	AB 2	135 + 224 / 347 + 135...	keine hier: Stellenweise	0 - 3
	AB 3	654 + 99 / 128 + 97...	Hilfsaufgabe (+ 100 - 1 / + 100 - 3...)	2 - 3
	AB 4	251 + 149 / 128 + 97...	Hilfsaufgabe / Vereinfachen hier: 200 + 200 / 125 + 100	2 - 3
RW 4	1	368 + 517	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	1
	2	623 + 99	Hilfsaufgabe (+ 100 -1)	2
	3	449 + 451	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Zusammenfassen, 450 + 450)	2
	4	* 252 + 848	Hilfsaufgabe / Vereinfachen (versch. Möglichkeiten: z.B. Zusammenfassen, 250 + 850)	2
RW 5	Siehe RW 1			



Name:

Datum:

## Was wir schon wissen!



Rechne möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

Immer zwei Aufgaben gehören zusammen.

$13 + 36$	$* 613 + 236$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>
$27 + 99$	$* 427 + 399$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>
$25 + 26$	$* 325 + 326$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>

\* Denke dir selbst zwei ähnliche Plus-Aufgaben aus!

$+$	$* +$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>
-----	-----------------------------------------------------------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!



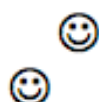
Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

---

### Aufgabe 1

$24 + 53$	$124 + 553$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

---

### Aufgabe 2

$42 + 37$	$142 + 437$
-----------	-------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!



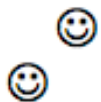
Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

---

### Aufgabe 1

$56 + 37$	$256 + 137$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

---

### Aufgabe 2

$65 + 56$	$765 + 156$
-----------	-------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!



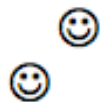
Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

---

### Aufgabe 1

$27 + 99$	$527 + 399$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

---

### Aufgabe 2

$14 + 98$	$314 + 498$
-----------	-------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

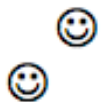


Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

### Aufgabe 1

$49 + 51$	$249 + 251$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

### Aufgabe 2

$23 + 47$	$623 + 147$
-----------	-------------

Name des Erfinder-Kindes:

Datum:

### So rechne ich!



Denke dir selbst zwei Plus-Aufgaben aus, die etwas miteinander zu tun haben.

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit es gibt!



Löse deine Aufgaben wie gewohnt. Schreibe sie dann auf den unteren Teil des Blattes ab, schneide diesen ab und gib deine Aufgaben einem anderen Kind.

😊😊 Habt ihr den gleichen Rechenweg gewählt?

#### Meine Aufgaben mit Lösung

<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto; text-align: center;">+</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto; text-align: center;">+</div>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



----- bitte hier abschneiden -----

Name des Erfinder-Kindes:

Datum:

Name des Erprober-Kindes:

Datum:

#### Meine Aufgaben ohne Lösung für ein Erprober-Kind



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Begründe deine Antwort!



<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto; text-align: center;">+</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto; text-align: center;">+</div>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Name:

Datum:

## Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

+

+



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; width: 100px; margin: 0 auto; padding: 5px;">+</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; margin: 0 auto; padding: 5px;">+</div>
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; margin: 0 auto; padding: 5px;">+</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; margin: 0 auto; padding: 5px;">+</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

Ich finde diesen Rechen-trick  
weil

☆

😊

😐

☹️

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>235 + 478</math></div> $\begin{aligned} 235 + 478 &= 713 \\ 235 + 400 &= 635 \\ 635 + 70 &= 705 \\ 705 + 8 &= 713 \end{aligned}$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>337 + 276</math></div> $\begin{aligned} 337 + 276 &= \\ 337 + 200 &= 537 \\ 537 + 70 &= 607 \\ 607 + 6 &= 613 \end{aligned}$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

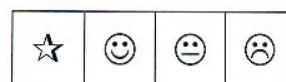


Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>321 + 176</math></div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>714 + 267</math></div>
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>376 + 553</math></div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>* 1327 + 658</math></div>

Wie findest du diesen Rechentrick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechentrick weil*



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

*\_\_\_\_\_*

*\_\_\_\_\_*



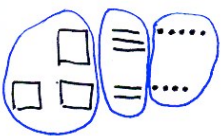
Name:

Datum:


## Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

**135 + 224**

$$\begin{array}{r} 135 + 224 = \\ \underline{5 + 4 = 9} \\ 30 + 20 = 50 \\ \underline{100 + 200 = 300} \\ 135 + 224 = 359 \end{array}$$


**347 + 135**

$$\begin{array}{r} 347 + 135 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 30 = 70 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 347 + 135 = 482 \end{array}$$




Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">317 + 221</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">734 + 167</div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">567 + 354</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">* 974 + 867</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Jch finde diesen Rechen-trick weil*



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

*\_\_\_\_\_*

*\_\_\_\_\_*

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

654 + 99

$$654 + 99 = 654 + 100 - 1 = 753$$

128 + 97

$$128 + 97 = 128 + 100 - 3 = 225$$



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; margin: 0 auto;">428 + 97</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; margin: 0 auto;">376 + 198</div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; margin: 0 auto;">372 + 499</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; margin: 0 auto;">* 537 + 799</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechen-trick weil*



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

$251 + 149$	$128 + 97$
$\begin{array}{r} +51 \\ \curvearrowright \\ 251 + 149 = 200 + 200 = \underline{\underline{400}} \end{array}$	$\begin{array}{r} +3 \\ \curvearrowright \\ 128 + 97 = 125 + 100 = \underline{\underline{225}} \end{array}$



Rechne wie \_\_\_\_\_!

$351 + 349$	$217 + 98$
$335 + 465$	$* 797 + 533$

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Jch finde diesen Rechen-trick weil* ☆ 😊 😐 😞 ,

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

*\_\_\_\_\_*

*\_\_\_\_\_*

Name:

Datum:



## Rechne möglichst schlau!

Schau dir die Zahlen genau an! Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? Rechne dann möglichst schlau!  
Erkläre deine Rechenwege so, dass andere Kinder sie verstehen können!

$368 + 517$	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!
$623 + 99$	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!

$449 + 451$

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein   
Erkläre deinen Rechenweg!

$* 252 + 848$

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein   
Erkläre deinen Rechenweg!

\* Denke dir (auf der Rückseite) selbst Plusaufgaben aus, die du mit verschiedenen Rechentricks lösen kannst und schreibe deinen Rechentrick daneben.

Name:

Datum:

## Was wir dazu gelernt haben!



Rechne möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

$$13 + 36$$

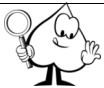
$$613 + 236$$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

$$27 + 99$$

$$427 + 399$$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

$25 + 26$

$325 + 326$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

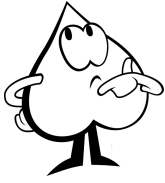
\* Denke dir selbst zwei ähnliche Plus-Aufgaben aus!

 $+$  $+$ 

\* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?


Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!


Datum:



# Lernbericht

von \_\_\_\_\_

Das habe ich gelernt 

Daran muss ich noch weiter arbeiten 

Das möchte ich sonst noch sagen 





## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil I: Rechnen auf eigenen Wegen - Das „**ICH – DU – WIR** - Prinzip“

### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 1 (Subtraktion)

#### Allgemeine Anmerkungen vorweg

Beim Thema „Subtraktion auf eigenen Wegen“ wird analog zur Addition verfahren (vgl. Unterrichtsplanung Teil 1, Addition). Daher werden an dieser Stelle gekürzte Ausführungen zu den gewählten Methoden gemacht und das Augenmerk wesentlich auf die Besonderheiten bei der Behandlung der Subtraktion gelegt.

#### 1. Einheit: „Was wir schon wissen!“ –

Erheben der Vorkenntnisse der Kinder (Eingangs-Standortbestimmung)

Die Kinder bearbeiten in Einzelarbeit eine Serie von Subtraktionsaufgaben (vgl. *Material Schüler: AB RW 1 Standortbestimmung*), welche die Lehrperson im Anschluss einsammelt.

#### ZIELE

- a) die Schüler und Schülerinnen erhalten Transparenz über das neue Thema und können ggf. lernen einzuschätzen, was sie bereits können und was sie noch lernen bzw. üben müssen.
- b) Erheben und Nutzen von Vorkenntnissen zur Planung der gezielten Förderung: Die Lehrperson kann Kompetenzen im Vorfeld der Reihe erfassen und analysieren (Was können welche Kinder schon? Was noch nicht?) und diagnostizieren, welche unterschiedlichen Rechenwege die Schüler nutzen, um anschließend zu entscheiden, wie sie die Vorkenntnisse nutzen kann und welche Differenzierungsmaßnahmen (für welche Kinder) ergriffen werden müssen (vgl. *Material Lehrperson: AB RW 1 Standortbestimmung - Auswertung*).

#### ZEIT

1 Schulstunde (ohne Kinder-Sprechstunde)

#### DARUM GEHT ES

Durch die Gegenüberstellung von Subtraktions-Aufgaben aus dem bekannten Hunderterraum als Grundanfor-

#### Schuljahr 3

(mit variiertem Zahlenmaterial ist auch ein Einsatz in Klasse 2 möglich)

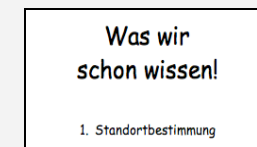
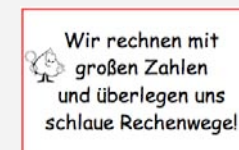
#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen - Schwerpunkt Zahlenrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein, argumentieren



#### Material

*Lehrperson*

- Übersicht Rechenwege Subtraktion
- \* Reihenverlauf-Themenleine



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Subtraktion

derung gegenüber solchen aus dem neuen Tausenderraum als weiterführender Anforderung, erfolgt eine Differenzierung, die das Erkennen und Nutzen von Analogien anregen kann.

Nr.	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
1	78 - 23 / 578 - 123	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
2	81 - 79 / 681 - 679	ergänzen (79 + <u>  </u> = 81), auch: Vereinfachen (82 - 80 oder 80 - 78)	1
3	134 - 99 / 434 - 299	Hilfsaufgabe (- 100 + 1)	2
*	Angebot zur Erstellung von Eigenproduktionen (im Heft)		

Die Erfahrung zeigt, dass es viele Kinder gibt, die die Analogien nutzen können. Als Beispiel nachstehend die Eingangs-Standortbestimmung von Lasse.

Name: Lasse Datum: 23.2.

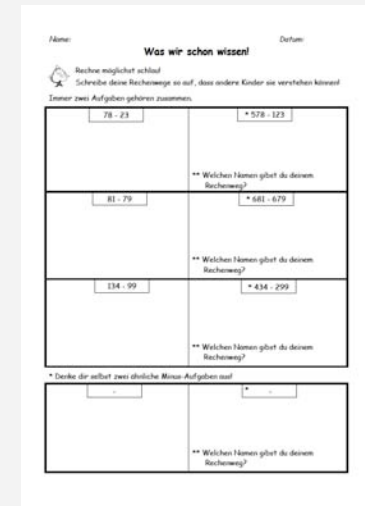
**Was wir schon wissen!**

Rechne möglichst schlaue! Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können! Immer zwei Aufgaben gehören zusammen.

<p>78 - 23</p> $\begin{array}{r} 78 - 23 = 55 \\ 78 - 20 = 58 \\ 58 - 3 = 55 \end{array}$	<p>* 578 - 123</p> $\begin{array}{r} 578 - 123 = 455 \\ 578 - 100 = 478 \\ 478 - 20 = 458 \\ 458 - 3 = 455 \end{array}$ <p>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</p>
<p>81 - 79</p> $\begin{array}{r} 81 - 79 = 2 \\ 81 - 70 = 11 \\ 11 - 9 = 2 \end{array}$	<p>* 681 - 679</p> $\begin{array}{r} 681 - 679 = 2 \\ 681 - 600 = 81 \\ 81 - 70 = 11 \\ 11 - 9 = 2 \end{array}$ <p>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</p>

<p>134 - 99</p> $\begin{array}{r} 134 - 99 = 35 \\ 100 - 99 = 1 \\ 34 + 1 = 35 \end{array}$	<p>* 434 - 299</p> $\begin{array}{r} 434 - 299 = 135 \\ 434 - 200 = 234 \\ 234 - 90 = 144 \\ 144 - 9 = 135 \end{array}$ <p>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</p>
<p>* Denke dir selbst zwei ähnliche Minus-Aufgaben aus!</p> <p>57 - 33</p> $\begin{array}{r} 57 - 33 = 24 \\ 57 - 30 = 27 \\ 27 - 3 = 24 \end{array}$	<p>* 557 - 333</p> $\begin{array}{r} 557 - 300 = 257 \\ 257 - 30 = 227 \\ 227 - 3 = 224 \end{array}$ <p>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</p>

- \* AB PIKO-Funktionen
  - \* Plakat Erklärung Rechenwegbuch („Forschermittel“)
  - \* AB RW 1 Standortbestimmung – Auswertungsbogen
- Material**
- SchülerInnen
- AB 1 Standortbestimmung „Was wir schon wissen!“
  - ‚Forschermittel‘: Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte, Rechengeld...



RW 1, AB Eingangs-Standortbestimmung

Folgendes konnte seine Lehrerin feststellen:

- Lasse favorisiert die Strategie „Schrittweise“. Er rechnet bei den ersten beiden Aufgaben sowie bei der letzten



Aufgabe mittels dieser Strategie.

- Er hat offensichtlich keine Schwierigkeiten, Analogien zum neuen Tausenderraum herzustellen. Bei Aufgabe 3 wechselt er die Strategie im bekannten Hunderterraum (Hilfsaufgabe), rechnet im neuen Tausenderraum aber wiederum schrittweise.
- Er erkennt bei Aufgabe 2 und 3 nicht, dass andere Strategien (aus Sicht des geübten Rechners) näher liegen (bei 2. ergänzen ( $79 + \underline{\quad} = 81$ ), auch: Vereinfachen ( $82 - 80$  oder  $80 - 78$ ), bei 3: Hilfsaufgabe ( $- 100 + 1$ )).
- Er benennt seine Rechenwege nicht.

## SO KANN ES GEHEN

### Problemstellung/Leitfragen

#### 1. Transparenz über die Reihe

Hilfreich ist es, den Kindern vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch eine „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), z.B.: „Wir haben uns vor einiger Zeit schlaue Rechenwege zur Addition (zum Plusrechnen) im Zahlenraum bis 1000 überlegt. Jetzt wollen wir uns schlaue Rechenwege zur Subtraktion (zum Minusrechnen) überlegen.“



#### 2. Transparenz über die 1. Einheit

**Wichtig:** Den Kindern sollte ggf. wiederum, wie bei der Durchführung der ersten Einheit zur „Addition auf eigenen Wegen“, deutlich gemacht werden, dass es sich bei der Eingangs-Standortbestimmung nicht um einen Test handelt, sondern um eine Hilfe für sie selbst und die Lehrperson.

Die Aufgaben sollten kurz vorgestellt werden, z.B. können sie an der Tafel oder via OHP visualisiert werden.

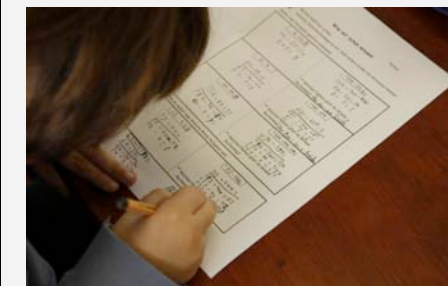
Ferner sollte daran erinnert werden, dass die Kinder ihre Rechenwege nicht ausschließlich als Zahlensatz notieren sollen, sondern dass auch hier wieder die bereits bekannten „Forschermittel“ verwendet werden sollten.

### Arbeitsphase

Die Kinder arbeiten in Einzelarbeit. Der Zeitrahmen sollte, den Fähigkeiten der Kinder entsprechend, flexibel angelegt sein.



Phil nutzt die Zehner-System-Blöcke als ‚Forschermittel‘



Alina erstellt analoge Eigenproduktionen (\*-Aufgabe)





„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Subtraktion

AB	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
AB 1	68 – 25 / 568 – 325 95 – 32 / 795 - 432	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
AB 2	72 – 46 / 872 – 546 61 – 26 / 761 - 226	keine; evtl. gleichsinniges Verändern (60 – 25)	1
AB 3	71 – 68 / 471 – 468 92 – 87 / 792 - 587	Ergänzen (68 + <u>  </u> = 71) bzw. Teilaufgabe ergänzen (587 + <u>  </u> = 592, +200)	1
AB 4	142 – 99 / 642 – 299 171 – 98 / 871 - 398	Hilfsaufgabe (142 – 100 + 1)	2
AB 5*	Angebot zur Erstellung von analogen Eigenproduktionen (im Heft)		

- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegbuch“

**Material**

*SchülerInnen*

- RW 2, AB 1 – 4 „So rechne ich!“, \*5
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte...
- \* AB Deckblatt „Rechenwegbuch“
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* weiße Blätter, Eddings
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz

Die Kinder sollten dazu ermuntert werden, ihrem Rechenweg einen Namen zu geben, da dies die Bewusstheit für die Unterschiedlichkeit der verschiedenen Rechenwege schärfen und die Kommunikationen über die verschiedenen Strategien erleichtern kann.

Nachstehend das AB 3 aus dieser Einheit von Ronja, die erkennt, dass die Minuenden nah an einem glatten Zehner liegen. Sie rechnet die Aufgabe daher über die Strategie Hilfsaufgabe – was bei den gegebenen Zahlenwerten, neben dem ‚Ergänzen-Trick‘, ebenfalls als geschickter Rechenweg zu bezeichnen ist.

AB 3

Name: *Ronja* Datum: \_\_\_\_\_

**So rechne ich!**

Schau dir die Zahlen genau an!  
Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja  nein   
Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

*Mir fällt auf das die 70 fast ein Z ist.*

Rechne dann möglichst schlaul  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

**Aufgabe 1**

71 - 68 <i>70 - 68 = 2 2 + 1 = 3</i>	471 - 468 <i>470 - 468 = 2 2 + 1 = 3</i>
---------------------------------------------	-------------------------------------------------

Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? *Ich habe die 1 von der 71 weggenommen. Danach habe ich sie wieder dazu getan.*

**Aufgabe 2**

92 - 87 <i>90 - 87 = 3 3 + 2 = 5</i>	792 - 587 <i>790 - 587 = 203 203 + 2 = 205</i>
---------------------------------------------	-------------------------------------------------------

AB 1

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**So rechne ich!**

Schau dir die Zahlen genau an!  
Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja  nein   
Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

Rechne dann möglichst schlaul  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

**Aufgabe 1**

68 - 25	568 - 325
---------	-----------

Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

**Aufgabe 2**

95 - 32	795 - 432
---------	-----------

RW 2, AB 1





## SO KANN ES GEHEN

### Einstiegsphase/Problemstellung

#### Transparenz über die 2. Einheit

Den Kindern sollte wiederum zunächst *Ziel-* und *Prozesstransparenz* gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine): „Wir wollen in den nächsten Stunden herausfinden, welche Rechenwege für welche Minus-Aufgaben besonders schlaue sein können! Dazu soll jedes Kind wieder Aufgaben mit seinem eigenen Rechenweg lösen (so wie wir es bereits beim Lösen von Plusaufgaben gemacht haben, jetzt aber mit Minusaufgaben). Anschließend wollen wir uns unsere Rechenwege in Mathe-Konferenzen und im Sitzkreis gegenseitig vorstellen.“

#### Problemstellung

Die Lehrperson präsentiert wiederum an der Tafel die verschiedenen Aufgaben und gibt den Kindern die Gelegenheit, erste Überlegungen zu äußern, wie diese geschickt lösbar sein können. Es sollte bereits an dieser Stelle deutlich werden, dass es – wie bei der halbschriftlichen Addition – „schlau“ sein kann, unterschiedliche Rechenwege zu wählen, je nachdem welche Zahlenwerte in einer Aufgabe zu finden sind. Anschließend weist sie auf die ausliegenden Arbeitsblätter hin. Ggf. können Sie wiederum eines der AB (z.B. AB 3, da es einen besonderen ‚Rechentrick‘ nahe legt) zur ‚Pflichtaufgabe‘ der ersten Stunde erklären, damit am Ende der Stunde bei der Reflexion über dieses AB noch einmal allen Kindern deutlich wird, worauf sie bei der Bearbeitung sämtlicher Aufgaben achten sollen.

Wichtig ist ggf. der wiederholte Hinweis darauf, dass jedes Kind wiederum versuchen soll, seine Rechenwege so aufschreiben, dass die anderen Kinder diese verstehen können. Hierzu können Sie auf die bereits bekannten Plakate zur Anregung der Nutzung von „Forschermitteln“ und zur Unterstützung der Verbalisierung (vgl. Abb. oben rechts: Satzanfänge, Wortspeicher; vgl. auch Haus 4) hinweisen. Diese Plakate können mit den Kindern anschließend passend zur Subtraktion erweitert werden.

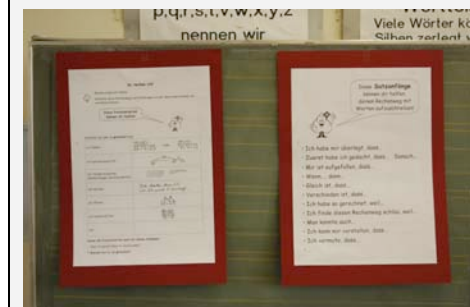
Falls notwendig, sollten die Kinder an dieser Stelle noch einmal an den Ablauf und die Regeln zur Durchführung von Mathe-Konferenzen erinnert werden (vgl. Ausführungen zur halbschriftlichen Addition).

### Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst ein AB in Einzelarbeit. Die Lehrperson gibt individuelle Hilfestellungen.

Sobald ein Kind glaubt, sein AB vollständig bearbeitet zu haben, meldet es sich zur Mathe-Konferenz an, indem es z.B. seinen Namen in eine Liste unter dem passenden AB an der Tafel einträgt (vgl. Foto rechts in der Mitte).

Es ist auch möglich, dass die Kinder erst im Rahmen der Mathe-Konferenz überlegen, welche Namen sie für die verschiedenen Rechenwege als passend erachten. Die Ergebnisse dieser Konferenzen können in einem *Protokoll* festgehalten werden. Günstig ist es, wenn wiederum jedes Konferenz-Team abschließend (mindestens) einen besonders „schlau“ Rechenweg (z.B. auf einem weißen Blatt Papier mit möglichst mit dickem Stift (Edding)) an der passenden Stelle für das Tafelbild zur Vorbereitung der Reflexionsphase festhält.



Plakate ‚Forschermittel‘ und ‚Satzanfänge‘



Anmeldung zur Mathe-Konferenz



Diskussion verschiedener Rechenwege im Rahmen einer Mathe-Konferenz



### Schlussphase / Reflexion

Die Ergebnisse dieser Konferenzen werden anschließend der gesamten Klasse präsentiert und es wird diskutiert, warum aufgabenabhängig bestimmte Wege „schlauer“ sein können als andere. Das Foto rechts oben zeigt einen Ausschnitt der von verschiedenen Gruppen präsentierten Wege zur Aufgabe  $81 - 79$  im Tafelbild und die abschließende Bewertung des Rechenweges „Ergänzen“ bei der Lösung dieser Aufgabe als besonders geschickt (Markierung durch einen lachenden Smiley).

Im Rahmen der Reflexionsphase sollte ggf. auch das Problem aufgegriffen werden, dass der „Verschiebetrick“, also das *gegensinnige* Verändern, das bei der Addition eine hilfreiche Strategie sein kann (s. Foto rechts unten:  $65 + 28 = 63 + 30$ ), bei der Subtraktion nicht funktioniert. Die Kinder sollten materialgestützt (ggf. in einer weiteren Arbeitsphase mit ‚Forschermitteln‘) überlegen, ob es eine ähnliche Strategie („einen ähnlichen ‚Trick‘“) auch für die Subtraktion gibt und erarbeiten, dass hier *gleichsinnig* verändert werden muss, um die Konstanz der Differenz zu erhalten ( $65 - 28 = 67 - 30$ ). In der Erprobung wurde diese Strategie von den Kindern z.B. „Verändergleich-Trick“ genannt.

### Weiterarbeit

Zum Abschluss der Einheit sollte ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden (z.B. „In den folgenden Stunden wollen wir wieder die Rechenwege anderer Kinder ausprobieren“). Die Kinder können ihre AB in ihr „Rechenwegbuch“ einheften, wenn Sie ihnen zuvor Heftstreifen und das *Deckblatt* (in Haus 5, UM) zur Verfügung gestellt haben. Begleitend kann wiederum der Einsatz eines Lernwegebuches erfolgen.

## 3. Einheit: „Rechne wie...“

### ZIELE

Das Ziel der 3. Unterrichts-Einheit ist die Sensibilisierung der Kinder für die Vielfalt möglicher Rechenwege: Die Kinder vollziehen zunächst die verschiedenen „schlauen“ Strategien (anderer Kinder) aktiv nach und sind anschließend aufgefordert, diese zu bewerten und zu überlegen, bei welchen Zahlenwerten sie diese anwenden würden.

Es geht nicht darum, dass alle Kinder sämtliche Strategien geläufig beherrschen sollen!

### ZEIT

4 - 5 Schulstunden

### DARUM GEHT ES

Die Lehrperson favorisiert wiederum - abhängig von den gegebenen Zahlenwerten - „schlaue“ Strategien, damit die





Kinder einen „Zahlen-“ und „Aufgabenblick“ gewinnen können:

Sie wertet im Vorfeld der 3. Einheit die in der 2. Einheit erstellten Arbeitsergebnisse der Kinder aus und ordnet den auf den AB 1 - 4 dieser Einheit befindlichen wesentlichen Strategien jeweils den Namen eines Kindes zu, das tatsächlich so gerechnet hat. Falls eine wesentliche Strategie nicht verwendet wurde, ergänzt die Lehrperson diese und ordnet ihr ebenfalls einen Namen (fiktiv oder z.B. auch den einer/s Lehrerkollegin) zu. Falls es weitere Strategien gibt, die Sie thematisieren möchten - etwa weil Sie auch andere Rechenwege Ihrer SchülerInnen würdigen möchten - können Sie die *Leervorlage* nutzen.

AB	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
AB 1	685 – 368...	keine hier: Schrittweise	1 - 2
AB 2	685 – 368...	keine hier: Stellenweise	1 - 2
AB 3	685 – 368...	keine hier: Stellenweise mit Wechseln / Eintauschen (Entbündeln)	1 - 2
AB 4	471 – 468...	Ergänzen (468 + _ = 471)	1
AB 4*	685 – 368...	keine hier: Stellengerechtes Ergänzen	1 - 2
AB 5	654 – 99...	Hilfsaufgabe (654 – 100 + 1)	2

Nachstehend das 1. Arbeitsblatt dieser Einheit in der Bearbeitung von Ronja, die den „Rechentrick“ ihrer Mitschülerin Jenny (schrittweise zu subtrahieren und hierzu auch das ‚Forschermittel‘ Rechenstrich heranzuziehen) zunächst aktiv nachvollzieht und anschließend diesen in einer Smiley-Skala begründet als sehr geschickt bewertet. Sie bearbeitet auch die weiterführende Anforderung und überlegt, bei welchen Zahlenwerten sie diesen Rechenweg für geeignet hält.

**Material**

*Lehrperson*

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegbuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegbuch“

**Material**

*SchülerInnen*

- RW 3, AB 1 – 5 „Wir rechnen wie andere Kinder rechnen!“
- \* Leervorlage
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte...
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz





Name: Roy Datum: 4.3.2010 AB 1

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen

Jenny rechnet so:

$685 - 368$ $685 - 300 = 385$ $385 - 60 = 325$ $325 - 8 = 317$	$912 - 478$ $912 - 400 = 512$ $512 - 70 = 442$ $442 - 8 = 434$
-------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

Rechne wie Jenny

$865 - 321$ $865 - 300 = 565$ $565 - 20 = 545$ $545 - 1 = 544$	$580 - 364$ $580 - 200 = 380$ $380 - 10 = 270$ $270 - 4 = 266$
-------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

$821 - 365$ $821 - 300 = 521$ $521 - 60 = 461$ $461 - 5 = 456$	$* 1708 - 463$ $1708 - 400 = 1308$ $1308 - 60 = 1248$ $1248 - 3 = 1245$
-------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------

Wie findest du diesen Rechenrick? Begründe!

Ich finde diesen Rechenrick weil er ziemlich schnell geht.

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

für Aufgaben mit möglichst hohen hohen Zahlen.

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen

Leo rechnet so:

$685 - 368$ $685 - 300 = 385$ $385 - 60 = 325$ $325 - 8 = 317$	$912 - 478$ $912 - 400 = 512$ $512 - 70 = 442$ $442 - 8 = 434$
-------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

Rechne wie Leo

$865 - 321$ $865 - 300 = 565$ $565 - 20 = 545$ $545 - 1 = 544$	$580 - 364$ $580 - 200 = 380$ $380 - 10 = 270$ $270 - 4 = 266$
-------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

Wie findest du diesen Rechenrick? Begründe!

Ich finde diesen Rechenrick weil er sicher ist.

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

für alle

**Wichtig:** Die Strategie „Stellenweise mit Wechseln“ bzw. die Strategie „Stellengerecht Ergänzen“ bilden später die Grundlage für die Überleitung zum schriftlichen Algorithmus. Bereits zu diesem Zeitpunkt muss die Lehrperson daher entscheiden: Welches Verfahren der schriftlichen Subtraktion sollen die Kinder später erlernen:

a) „Auffüllen“ oder b) „Entbündeln“? (vgl. Haus 5, UM: *Unterrichtsplanung Teil 2, Subtraktion* und Haus 5, IM: *Elterninfos zur schriftlichen Subtraktion*).

Davon abhängig muss sie bereits im Rahmen dieser Unterrichtseinheit dafür Sorge tragen, dass *alle* Kinder entweder a) die Strategie „Stellengerecht Ergänzen“ (vgl. AB 4\*) oder b) die Strategie „Stellenweise mit Wechseln“ (vgl. AB 3) verstanden haben (vgl. auch Erläuterung der verschiedenen halbschriftlichen Strategien in: *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung, Teil 1*).

**Zu a) Die halbschriftliche Strategie des ‚stellengerechten Ergänzens‘ als Grundlage für den schriftlichen Subtraktions-Algorithmus nach dem ‚Auffüll-Verfahren‘:**

Für diesen Rechenweg ist es wichtig, dass *beide* Grundvorstellungen der Subtraktion, die des „Wegnehmens“ (Abziehens) und die des Ergänzens, möglichst von Klasse 1 an, gleichgewichtig im Unterricht thematisiert worden sind. Für die Strategie des Ergänzens sollte der *Rechenstrich* als ‚Forschermittel‘ genutzt werden. Häufig nutzten die Kinder in der Erprobung diese Strategie, wenn sie wahrgenommen hatten, dass Minuend und Subtrahend „nah aneinander liegen“; sie lösten diese Subtraktionsaufgabe (im Beispiel auf Seite 10 rechts oben:  $471 - 468$ ) vielfach dann „als Plusaufgabe“ ergänzend: Vom Subtrahenden wurde (ggf. schrittweise) zum Minuenden ergänzt.

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_ AB 4\*

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

rechnet so:

$685 - 368$ $368 + \underline{\quad} = 685$	$912 - 478$ $478 + \underline{\quad} = 912$
------------------------------------------------	------------------------------------------------

Rechne wie \_\_\_\_\_

$865 - 321$	$580 - 364$
$821 - 365$	$* 1708 - 463$

Wie findest du diesen Rechenrick? Begründe!

Ich finde diesen Rechenrick weil \_\_\_\_\_

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

RW 3, AB 4



Das stellengerechte Ergänzen stellt eine Sonderform des Ergänzens dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Das nachstehende Beispiel entstammt dem entsprechenden Arbeitsblatt aus Teil 2 der Reihe; es erläutert, wie die Teilschritte dieser Strategie beschrieben werden können:

**Lea rechnet so:**

Lea subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.

$526 - 283$

Lea rechnet so:

$263 \quad 286 \quad 326 \quad 526$

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also + 3 Einer, gleich 286.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter,  
also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist 243!

Das stellengerechte Ergänzen ist – im Unterschied zum Ergänzen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, und das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Auffüllens‘ ist für die Kinder gut nachvollziehbar, wenn die Grundvorstellung des ‚Ergänzens‘ im Vorfeld aufgebaut wurde.

*Anmerkung:* Denkbar ist es auch, die schriftliche Subtraktion durch ‚Auffüllen‘ mit der Strategie des ‚stellengerechten Ergänzens‘ über die Nutzung der Stellentafel und Herleitung aus dem Modell eines Zählers in Beziehung zu setzen (vgl. Wittmann & Müller 2009: Das Zahlenbuch 3, Lehrband, S. 169). Da dieses Vorgehen jedoch keine ‚natürliche‘ Strategie darstellt, die die Kinder selbst entwickeln können, wurde hier darauf zugunsten des Einsatzes des Rechenstrichs verzichtet, da die Nutzung dieses ‚Forschermittels‘ den Kindern bereits aus anderen Zusammenhängen bekannt war.

**Zu b) Die halbschriftliche Strategie ‚Stellenweise mit Wechseln (Eintauschen)‘ als Grundlage für den schriftlichen Subtraktions-Algorithmus nach dem ‚Entbündelungs-Verfahren‘:**

Die hier genutzte Grundvorstellung der Subtraktion ist die des Wegnehmens bzw. Abziehens.

$$468 + \underline{\quad} = 471$$

Ergänzen mit dem Rechenstrich



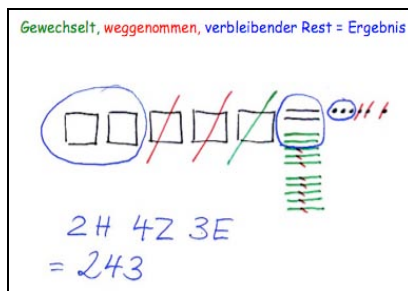
Die Lehrerin unterstützt eine Mathe-Konferenz-Team bei der Vorbereitung ihrer Ergebnis-Präsentation.



Für die Strategie des Entbündelns („Wechsels“, „Eintauschens“) sollte den Kindern die Nutzung von Zehner-System-Blöcken als ‚Forschermittel‘ auf der Handlungs-Ebene ermöglicht werden (vgl. Foto rechts). Denn: Mit Materialbezug ist diese Strategie eine sich ‚natürlich‘ ergebende halbschriftliche Strategie, für die in der Erprobung auch sehr leistungsschwache Kinder als ‚Experten‘ fungieren konnten; das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Entbündelns‘ ist – wenn die Kinder diese halbschriftliche Strategie verstanden haben - für die Kinder gut nachvollziehbar.

Es hat sich als hilfreich erwiesen, wenn die Notation des Entbündelungs-Prozesses auf der Zeichenebene (Strich-Punkt-Darstellung) zunächst verschiedenfarbig dargestellt wird (unten: Beispiel-Aufgabe:  $526 - 283$ ).

Zu AB 3: Erläuterungen zur Nutzung der Farben



Das nachstehende Beispiel entstammt dem entsprechenden Arbeitsblatt aus Teil 2 der Reihe; es erläutert, wie die Teilschritte dieser Strategie beschrieben werden können:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Sie subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$526 - 283$

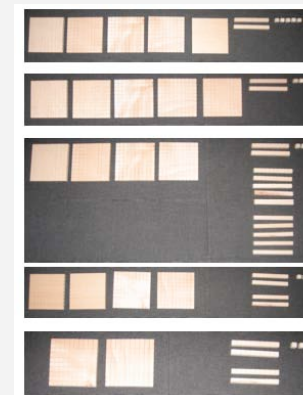
Lea rechnet so:

$526 - 283 = 243$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen,  
 es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243!



Gemeinsames Erproben im Plenum: *Stellenweises Wechseln* auf der Handlungsebene und Notation auf der Zeichenebene



526 – 283: Subtrahieren durch *stellenweises Wechseln* mit Zehner-System-Blöcken (von oben nach unten: Abfolge der entstehenden Zahlbilder)





## SO KANN ES GEHEN

### Einstiegsphase/Problemstellung

#### Transparenz über die 3. Einheit

Den Kindern sollte wiederum zunächst *Ziel-* und *Prozesstransparenz* gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunden (ggf. über die Themenleine): „In den folgenden Stunden werdet ihr einige Rechenwege von Kindern aus unserer Klasse kennen lernen, die aus meiner Sicht besonders geschickt sind. Ihr sollt diese Rechenwege selbst an einigen Aufgaben ausprobieren und dann bewerten, wie ihr diese Rechentricks findet. Ihr könnt außerdem überlegen, bei welchen Aufgaben diese Rechentricks aus eurer Sicht besonders geeignet sind. Darüber wollen wir uns dann zum Schluss gemeinsam austauschen.“

#### Problemstellung

Je nachdem, über welche fachlichen und methodische Kompetenzen Ihre SchülerInnen bereits verfügen, können Sie entweder

1. (beginnend mit AB1) alle Rechenwege nacheinander thematisieren und anschließend über die jeweiligen Besonderheiten der einzelnen „Rechen-Tricks“ in Abhängigkeit vom gegebenen Zahlenmaterial im Plenum reflektieren oder
2. alle AB von Beginn an auslegen. Bei Variante 2 wählen die Kinder selbst die Reihenfolge der Bearbeitung aus und eine gemeinsame Reflexion im Plenum findet erst zum Abschluss der Einheit statt.

Bei beiden Varianten können die auf den AB genannten Kinder als „Experten“ für „ihren“ Rechenweg fungieren.

### Arbeitsphase

Die Kinder erarbeiten sich eigenständig, ggf. mit Unterstützung der Lehrperson bzw. der „Experten“, die einzelnen Rechenwege.

Bei beiden Varianten sollten die Kinder die Gelegenheit erhalten, sich vor der Reflexion im Plenum mit anderen Kindern über die Besonderheiten der Rechenwege austauschen zu können.

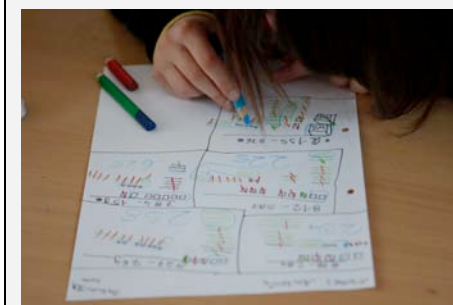
### Differenzierung

\*Weiterführende Anforderungen: Die Zahlenwerte der jeweils letzten Aufgabe sind so gewählt, dass der Tausenderraum überschritten wird. Darüber hinaus ist die abschließende Aufgabe als weiterführende Anforderung gekennzeichnet, da die Kinder hier Zusammenhänge herstellen, verallgemeinern und reflektieren müssen (vgl. Anforderungsbereiche der Bildungsstandards der KMK 2004, beispielhaft illustriert z.B. in: WALTHER u.a. 2008).

Das **AB 4\*** ist nur dann eine weiterführende Anforderung, wenn Sie sich dafür entschieden haben, dass die Kinder den schriftlichen Subtraktions-Algorithmus mit dem Entbündelungs-Verfahren erlernen sollen. Wenn Sie diesen mit-



Subtrahieren durch *stellenweises Wechseln* auf der Zeichenebene mit der Strich-Punkt-Darstellung



Es ist hilfreich, wenn die Notation des Entbündelungs-Prozesses zunächst verschiedenfarbig durchgeführt wird.



tels des „Auffüll-Verfahrens“ einführen möchten, so ist dieses AB *keine* weiterführende \*-Aufgabe: In diesem Fall müssen alle Kinder dieses AB als Grundanforderung bearbeitet haben (vgl. Ausführungen oben).

### Schlussphase / Reflexion

Abschließend sollten Sie mit den Kindern über die Besonderheiten der einzelnen Rechenwege reflektieren: Es sollte herausgestellt werden, wann welcher „Rechentrick“ besonders „schlau“ sein kann. Durch den Austausch sollte gewährleistet werden, dass Begründungen dargelegt werden, warum bei den verschiedenen Aufgaben unterschiedliche Strategien nahe liegen (Abhängigkeit der Strategie vom gegebenen Zahlenmaterial); weniger „schlaue“ Rechenwege sollten von den Kindern als solche identifiziert werden können. Wichtig ist hier auch das Benennen der einzelnen Strategien, um das Bewusstsein der Kinder für deren Unterschiedlichkeit zu schärfen; für die Weiterarbeit ist es hilfreich, wenn hier über die Namen der einzelnen Wege Konsens hergestellt wird, damit die Verständigung vereinfacht wird. Diese können auf Lernplakaten festgehalten werden (vgl. Beispiel auf dem Foto rechts). Es sollte im Rahmen dieser Phase aber auch deutlich werden, dass es persönliche Vorlieben für bestimmte Rechenwege geben kann und darf.

## 4. Einheit: „Rechne möglichst schlau!“

### ZIELE

Selbstständige Einordnung und Bewertung eigener und fremder Strategien hinsichtlich ihrer Effizienz.

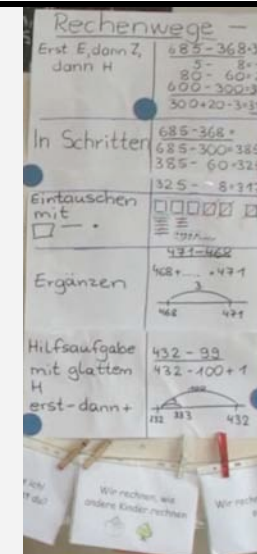
### ZEIT

1 – 2 Schulstunden

### DARUM GEHT ES

Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe.

Nr. 1	864 – 243	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
Nr. 2	546 - 198	Hilfsaufgabe (546 – 200 + 2)	2
Nr. 3	917 - 458	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	2



Bsp. Rechenwege-Lernplakat



### Material

Lehrperson

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegbuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegbuch“



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Subtraktion

Nr. 4	672 - 668	Ergänzen (668 + _ = 672)	1
*	Angebot zur Erstellung von analogen Eigenproduktionen (im Heft)		

Die Kinder können hier aber auch wiederum (möglichst begründet) ihren eigenen Präferenzen folgen.

Die nachstehenden Dokumente illustrieren, dass die Kinder im Rahmen der Erprobung für die Vielfalt möglicher Rechenwege sensibilisiert wurden und nun auch in der Lage waren, ihre Rechenwege zu benennen (z.B. „Hilfsaufgabe mit glattem Hunderter, erst -, dann +“, „Eintausch-Trick“, „Wechsel-Trick“, „Verändergleich-Trick“, „in Schritten“):

Die folgenden Abbildungen zeigen die erste Seite des AB in der Bearbeitung von Lara-Maria und Charlotte, die Abbildung auf Seite 15 links zeigt die zweite Seite des AB in der Bearbeitung von Niklas und die Abbildung rechts zeigt die (adressatenbezogen erstellten) Eigenproduktionen von Lars.

Name: Lara-Maria Datum: 15.3.10

**Rechne möglichst schlau**  
 Schau dir die Zahlen genau an! Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? Rechne dann möglichst schlau! Erkläre deine Rechenwege so, dass andere Kinder sie verstehen können!

$864 - 243$ 	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input checked="" type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg! <u>Eintauschen mit 0</u> Mein Rechenweg ist ganz einfach. Er fängt mit einer an. Man nimmt die Einer erst weg. Dann kommen die Zehner. Und wieder rum kommen die H.
$546 - 198$ 	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input checked="" type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg! <u>Hilfsaufgabe mit glattem H.</u> <u>erst - dann +</u> Ich rechne erst bis zum nächsten H. Dann rechne ich über einer die ich zu Ziel erreichte habe plus und dann habe ich das Ergebnis.

**Rechne möglichst schlau**  
 Schau dir die Zahlen genau an! Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? Rechne dann möglichst schlau! Erkläre deine Rechenwege so, dass andere Kinder sie verstehen können!

$864 - 243 = 621$ 	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input checked="" type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg! Bei der ersten Zahl sind alle Zahlen größer als bei der zweiten Zahl deswegen kann man gut Hunderte minus Hunderte Zehner minus Zehner und einer minus einer rechnen.
$546 - 198 = 348$ 	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input checked="" type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg! Die eine Zahl ist sehr nah an dem nächsten Hunderte deswegen kann man sehr gut den verändergleich trick machen.

Material

SchülerInnen

- RW 4, AB (zweiseitig) „Rechne möglichst schlau!“
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Rechne möglichst schlau!**  
 Schau dir die Zahlen genau an! Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? Rechne dann möglichst schlau! Erkläre deine Rechenwege so, dass andere Kinder sie verstehen können!

$864 - 243$	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!
$546 - 198$	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!
$917 - 458$	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!
$672 - 668$	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenweg an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!


\* Danke dir (auf der Rückseite) selbst Messaufgaben aus, die du mit verschiedenen Rechenwegen lösen kannst und schreibe diesen Rechenweg daneben.

RW 4, AB (2 Seiten)





<p>917 - 458</p> $\begin{array}{r} 917 - 458 = 459 \\ 917 - 400 = 517 \\ 517 - 50 = 467 \\ 467 - 8 = 459 \end{array}$	<p>Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input checked="" type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/></p> <p>Erkläre deinen Rechenweg in Schritten</p> <p>Ich rechne erst minus 4, dann minus 2, dann minus 5. Der Rechenweg ist gut und sicher. Ich rechne immer mit dem Ergebnis weiter.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>672 - 668</p> $668 + 4 = 672$ 	<p>Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input checked="" type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/></p> <p>Erkläre deinen Rechenweg</p> <p>Diese Zahlen müssen für den Rechenweg <del>na</del> zusammen sein. Ich mache einen Rechenstrich und rechne von der Zahl bis zu der Zahl. Dann rechne ich es zusammen und habe das Ergebnis.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

\* Denke dir (auf der Rückseite) selbst Minusaufgaben aus, die du mit verschiedenen Rechenricks lösen kannst und schreibe deinen Rechenrick daneben.

*ich habe die Aufgabe umgedreht. Mit Plus*

<p>314 - 180</p> $\begin{array}{r} 300 - 100 = 200 \\ 10 - 80 = -70 \\ 4 - 0 = 4 \\ 200 - 70 + 4 = 134 \end{array}$	<p>Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/></p> <p>Erkläre deinen Rechenweg</p> <p>Ich habe erst die H gerechnet dann die Z und dann die E. Am Ende habe ich die Ergebnisse zusammen gerechnet.</p>
<p>639 - 499</p> $639 - 500 + 1 = 140$	<p>Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/></p> <p>Erkläre deinen Rechenweg</p> <p>Ich habe erst -500 gerechnet und dann +1.</p>

### SO KANN ES GEHEN

#### Einstiegsphase / Problemstellung

##### Transparenz über die 4. Einheit und Problemstellung

Den Kindern sollte wiederum zunächst Ziel- und Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunden (ggf. über die Themenleine): „Wir haben in den vergangenen Stunden viele verschiedene Rechenwege kennen gelernt und überlegt, wann welche Strategien („Rechenricks“) schlaue sein können. Nun gibt es noch einmal neue Aufgaben. Ihr sollt hier überlegen, ob sich auch für diese Aufgaben jeweils ein besonderer ‚Rechenrick‘ anbietet oder nicht. Erklärt und begründet dann, warum ihr diese Rechenwege gewählt habt. Zum Schluss wollen wir wieder gemeinsam darüber sprechen, welche Rechenwege ihr für besonders schlaue haltet.“

#### Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst in Einzelarbeit die einzelnen Aufgaben. Hierzu können sie die Arbeitsblätter der Vorstunden heranziehen. Anschließend sollten sie sich mit anderen Kindern (z.B. im Rahmen von Mathe-Konferenzen) über ihre Rechenwege austauschen und versuchen, jeweils zu begründen, warum sie ihre Rechenwege „schlau“ finden. Abschließend können die Kinder zu einer oder mehreren Aufgaben jeweils eine „besonders schlaue“ Strategie für die Reflexionsphase schriftlich vorbereiten.



### Schlussphase / Reflexion

Einen solchen Austausch über die Begründung des Nutzens verschiedener Strategien sollte auch die Reflexionsphase leisten. Hierzu können einzelne Kinder oder auch Konferenz-Teams ihre Ergebnisse an der Tafel jeweils unter der passenden Aufgabe visualisieren, erklären, begründen und zur Diskussion stellen.

### 5. Einheit: „Was wir dazu gelernt haben!“ –

Erheben des Lernzuwachses der Kinder (Abschluss-Standortbestimmung)

#### ZIELE

Im Vergleich der beiden Standortbestimmungen können individuelle Lernzuwächse erhoben und ggf. weitere Fördermaßnahmen ergriffen werden. Hierzu können Sie wiederum den *Auswertungsbogen* nutzen.

#### ZEIT

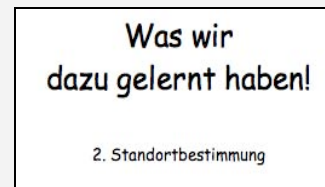
1 – 3 Schulstunden, je nachdem, ob Sie die Kinder in die Auswertung mit einbeziehen, eine Kindersprechstunde und einen abschließenden gemeinsamen Rückblick auf die Reihe durchführen möchten oder nicht.

#### DARUM GEHT ES

Um einen solchen Vergleich leisten zu können, werden auf dem *AB RW 5 Abschluss-Standortbestimmung* die gleichen Aufgaben wie in der Eingangs-Standortbestimmung gestellt; das AB bietet jedoch mehr Platz für die Notation der Beschreibung und Begründung des gewählten Lösungsweges.

Den Kindern sollte anschließend ein selbstständiger Vergleich ihrer Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung angeboten werden, um ihnen ihre Lernfortschritte bewusst machen zu können (Schreiben eines Lernberichtes oder Eintrag in das Lernwegebuch).

Der Vergleich der beiden Standortbestimmungen von Lasse zeigt, dass er seine Präferenz für die Strategie ‚Schrittweise‘ (vgl. seine Eingangs-Standortbestimmung auf S. 4); in der Abschluss-Standortbestimmung zugunsten der Strategie ‚Hilfsaufgabe‘ (er schreibt – wie bei der Addition – „Verschiebetrick“, obwohl er eigentlich den „Verändergleich-Trick“ meint; vgl. Ausführungen auf S. 7) geändert hat. Die Begeisterung für diesen Rechentrick ist auch anderen Dokumenten zu entnehmen, wenn es ihm freigestellt war, „auf seinem eigenen Weg“ zu rechnen.



#### Material

*Lehrperson*

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- Plakat Erklärung Rechenwegebuch („Forschermittel“)
- Plakat „Wortspeicher“
- Plakat „Satzanfänge“
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegebuch“

#### Material

*SchülerInnen*

- RW 5, AB Abschluss-SOB „Was wir dazu gelernt haben!“ (zweiseitig)
- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke, Zahlenstrahl, bunte Stifte...
- \* AB Lernwege-Buch





Name: L.M. Datum: 18.3.

**Was wir dazu gelernt haben!**

Rechne möglichst schlau!  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

$\begin{array}{r} 78 - 23 \\ \underline{80 - 25} \\ 55 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 578 - 123 \\ \underline{580 - 125} \\ 455 \end{array}$
<p>* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? <i>Wegil der Rechenrick. Alsdal vier Aufgaben gemacht ist die zu einem glatten 10 machen kann</i> Verschiebetrick</p>	
$\begin{array}{r} * 81 - 79 \\ \underline{82 - 80} \\ 2 \end{array}$ <p>oder <math>79 - 82 = 81</math></p>	$\begin{array}{r} * 681 - 679 \\ \underline{682 - 680} \\ 2 \end{array}$ <p>oder <math>679 - 682 = 681</math></p>
<p>* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? <i>Weil die Aufgaben von sehr kleinen unterschied haben</i> Verschiebetrick</p>	

$\begin{array}{r} 134 - 99 \\ \underline{135 - 100} \\ 35 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 434 - 299 \\ \underline{435 - 300} \\ 135 \end{array}$		
<p>* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? <i>Weil da genau bei der ersten Zahl 134 ist und die zweite Zahl zu 300 ründ dann ist die 134 eine 135.</i> Verschiebetrick</p>			
<p>* Denke dir selbst zwei ähnliche Minus-Aufgaben aus!</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <math display="block">\begin{array}{r} 878 - 567 \\ \underline{879 - 568} \\ 311 \end{array}</math> </td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <math display="block">\begin{array}{r} * 1879 - 1562 \\ \underline{1879 - 1562} \\ 317 \end{array}</math> </td> </tr> </table>		$\begin{array}{r} 878 - 567 \\ \underline{879 - 568} \\ 311 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 1879 - 1562 \\ \underline{1879 - 1562} \\ 317 \end{array}$
$\begin{array}{r} 878 - 567 \\ \underline{879 - 568} \\ 311 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 1879 - 1562 \\ \underline{1879 - 1562} \\ 317 \end{array}$		
<p>* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg? <i>Weil die linke Aufgabe größer als die Rechte ich so hat die Aufgabe kein problem.</i></p>			

**Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!**

Datum: 18.3.

**Lernbericht**

von Lasse

Das habe ich gelernt *Sehr viel wissen viele Rechenricks und mitmachen*

Das muss ich noch üben *Schöner Schreiben*

Das möchte ich sonst noch sagen *Das mir der Mathe unersucht sehr gut gefallen hat.*

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_


**Was wir dazu gelernt haben!**

Rechne möglichst schlau!  
Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

$\begin{array}{r} 78 - 23 \\ \underline{80 - 25} \\ 55 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 578 - 123 \\ \underline{580 - 125} \\ 455 \end{array}$
<p>* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</p>	
$\begin{array}{r} 81 - 79 \\ \underline{82 - 80} \\ 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} * 681 - 679 \\ \underline{682 - 680} \\ 2 \end{array}$
<p>* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</p>	

**RW 5, AB Abschluss-Standortbestimmung, Seite 1**



### SO KANN ES GEHEN

#### Einstiegsphase/Problemstellung

Transparenz über die 5. Einheit

Den Kindern sollte wiederum zunächst *Transparenz* darüber gegeben werden, was sie erwartet, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunden (ggf. über die Themenleine oder visualisierte Ergebnisse der Vorarbeit): „Wir wollen heute (in den nächsten Stunden) darüber nachdenken, was wir dazu gelernt haben (und über die Rechenwege-Reihe sprechen)“.

Die Lehrperson zeigt hierzu das bereits zu Beginn der Reihe bearbeitete *AB RW 1* (Eingangs-Standortbestimmung) und das neue *AB RW 5 Abschluss-Standortbestimmung* und informiert die Kinder darüber, dass es sich bei diesem um das gleiche AB handelt, wie zu Beginn der Reihe und dass sie heute ihre Eingangs- mit ihrer Abschluss-Standortbestimmung vergleichen sollen, um festzustellen, was sie dazugelernt haben und was sie eventuell noch üben müssen. Anschließend erklärt sie die einzelnen Arbeitsschritte (vgl. Ausführungen zur Addition).



### Arbeitsphase

Der Zeitrahmen sollte wiederum, den Fähigkeiten der Kinder entsprechend, flexibel angelegt sein.

Die Lehrperson gibt ggf. Hilfestellungen, um das Aufkommen einer „Testatmosphäre“ zu verhindern.

\*Kinder, welche die ersten vier Arbeitsschritte geleistet haben, melden sich zur Kindersprechstunde an. Hierzu tragen sie sich in eine an der Tafel vorbereitete Liste ein. Im Rahmen dieser Sprechstunde gibt die Lehrperson den einzelnen Kindern Rückmeldung zur erbrachten Leistung.

### Schlussphase / Reflexion

Am Ende der Einheit kann ein Erfahrungsaustausch im Sitzkreis erfolgen, z.B.:

1. Rückmelderunde zur letzten Einheit
2. Rückmelderunde zur Unterrichtsreihe (vgl. Ausführungen zur Addition).



### Weiterarbeit

Falls keine Kinder-Sprechstunde durchgeführt wird, gibt die Lehrperson jedem Kind zeitnah (schriftlich oder/und mündlich) eine kurze Rückmeldung zu seiner Abschluss-Standortbestimmung (und zur Arbeit mit seinem Rechenwegbuch).

Bei der Diagnose der abschließend gezeigten Kompetenzen kann wiederum der Auswertungsbogen (vgl. *Material Lehrer*) hilfreich sein, da dieser - im Vergleich mit der von Ihnen zu Beginn der Reihe erstellten Auswertung - einen systematischeren Gesamt-Überblick über die individuellen Lernzuwächse ermöglicht.

Die Lehrperson kann sich abschließend – nach Durchsicht der Rechenwegbücher - in ihren Unterlagen zur Leistungsbeurteilung notieren, mit welchem Erfolg die einzelnen Kinder innerhalb dieser Unterrichtsreihe - ggf. nicht nur unter Berücksichtigung des Lernzuwachses bezüglich ihrer Sach-, sondern auch ihrer Methoden-, Sozial- und Selbstkompetenz - gearbeitet haben (vgl. Beispiel-Beobachtungsbogen in: Haus 10, UM ‚Das zählt in Mathe‘).



Verfassen eines Lernberichts nach dem selbstständigen Vergleich der Standortbestimmungen

### Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Subtraktion* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Anschließend wird Teil 2 der Reihe durchgeführt:

### II. Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

„Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich!“ (vgl. *Unterrichtsplanung Teil 2*: 1. Addition, 2. Subtraktion)





# Auswertung

Eingangs- / Abschluss-Standortbestimmung  
(Nichtzutreffendes bitte streichen)

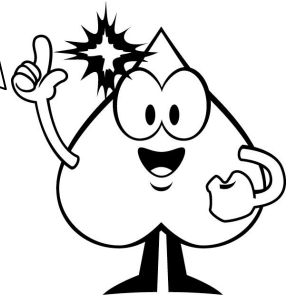
## Rechenwege Subtraktion

Klasse 3     

Datum                     

Name	78 - 23	* 578 - 123	81 - 79	* 681 - 679	134 - 99	* 434 - 299	* Eigenproduktionen	Kommentar z.B. Analogie erkannt und genutzt? Verwendete Strategie(n)?

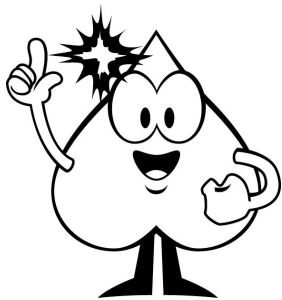
**Was haben wir  
dazu gelernt?**



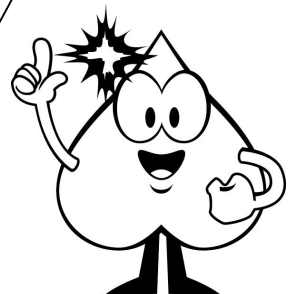
**Was hat gut  
geklappt?**



**Was hat noch  
nicht gut  
geklappt?**



**Welche Ideen haben  
wir für unsere  
Weiterarbeit?**



# Aufgabe

entbündelt, gewechselt, eingetauscht  
weggenommen  
verbleibender Rest = Ergebnis

\_\_\_\_\_ rechnet so:

685 - 368

$685 - 368 = 317$

912 - 478

$912 - 478 = 434$



## Übersicht Rechenwege Subtraktion

Einheit	Nr. /AB	Aufgaben	Mögliche Strategie geschickten Rechnens	Überträge
RW 1	1	78 – 23 / 578 – 123	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
	2	81 – 79 / 681 - 679	ergänzen (79 + __ = 81)	1
	3	134 – 99 / 434 – 299	Hilfsaufgabe (- 100 + 1)	2
RW 2	AB 1	68 – 25 / 568 – 325 95 – 32 / 795 - 432	keine (Schrittweise, stellenweise..)	0
	AB 2	72 – 46 / 872 – 546 61 – 26 / 761 - 226	keine; evtl. gleichsinniges Verändern (60 – 25)	1
	AB 3	71 – 68 / 471 – 468 92 – 87 / 792 - 587	Ergänzen (68 + _ = 71) bzw. Teilaufgabe ergänzen (587 + _ = 592, +200)	1
	AB 4	142 – 99 / 642 – 299 171 – 98 / 871 - 398	Hilfsaufgabe (142 – 100 + 1)	2
RW 3	AB 1	685 – 368...	keine hier: Schrittweise	1 - 2
	AB 2	685 – 368...	keine hier: Stellenweise	1 - 2
	AB 3	685 – 368...	keine hier: Stellenweise mit Wechseln / Eintauschen (Entbündeln)	1 - 2
	AB 4	471 – 468...	Ergänzen (468 + _ = 471)	1
	AB 4*	685 – 368...	keine hier: stellengerechtes Ergänzen	1 - 2
	AB 5	654 – 99...	Hilfsaufgabe (654 – 100 + 1)	2
RW 4	1	864 – 243	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	0
	2	546 - 198	Hilfsaufgabe (546 – 200 + 2)	2
	3	917 - 458	keine (Schrittweise, Stellenweise..)	2
	4	672 - 668	Ergänzen (668 + _ = 672)	1
RW 5	Siehe RW 1			

Name:

Datum:

## Was wir schon wissen!



Rechne möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

Immer zwei Aufgaben gehören zusammen.

$78 - 23$	$* 578 - 123$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>
$81 - 79$	$* 681 - 679$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>
$134 - 99$	$* 434 - 299$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>

\* Denke dir selbst zwei ähnliche Minus-Aufgaben aus!

$-$	$* -$  <b>** Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?</b>
-----	-----------------------------------------------------------------



Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

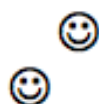


Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

### Aufgabe 1

$68 - 25$	$568 - 325$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

### Aufgabe 2

$95 - 32$	$795 - 432$
-----------	-------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

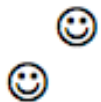


Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

### Aufgabe 1

$72 - 46$	$872 - 546$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

### Aufgabe 2

$61 - 26$	$761 - 226$
-----------	-------------

Name:

Datum:

**So rechne ich!**

Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein 

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

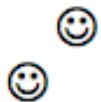


Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

**Aufgabe 1**

$71 - 68$	$471 - 468$
-----------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

**Aufgabe 2**

$92 - 87$	$792 - 587$
-----------	-------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!

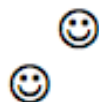


Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

### Aufgabe 1

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">51 - 49</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">251 - 249</div>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

### Aufgabe 2

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">82 - 78</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">982 - 478</div>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!



Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

### Aufgabe 1

$142 - 99$	$642 - 299$
------------	-------------



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

### Aufgabe 2

$171 - 98$	$871 - 398$
------------	-------------

Name:

Datum:

## So rechne ich!



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit dir auffällt!



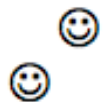
Rechne dann möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

---

### Aufgabe 1

$164 - 99$	$564 - 299$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet? Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

---

### Aufgabe 2

$176 - 98$	$976 - 698$

Name des Erfinder-Kindes:

Datum:

### So rechne ich!



Denke dir selbst zwei Minus-Aufgaben aus, die etwas miteinander zu tun haben.

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Wenn ja: Beschreibe, welche Besonderheit es gibt!



Löse deine Aufgaben wie gewohnt. Schreibe sie dann auf den unteren Teil des Blattes ab, schneide diesen ab und gib deine Aufgaben einem anderen Kind.

☺☺ Habt ihr den gleichen Rechenweg gewählt?

#### Meine Aufgaben mit Lösung

<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto;">-</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto;">-</div>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------



----- bitte hier abschneiden -----

Name des Erfinder-Kindes:

Datum:

Name des Erprober-Kindes:

Datum:

#### Meine Aufgaben ohne Lösung für ein Erprober-Kind



Schau dir die Zahlen genau an!

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein

Begründe deine Antwort!



<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto;">-</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto 20px auto;">-</div>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------

Name:

Datum:

## Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

-

-

-



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px 20px; margin-bottom: 10px;">-</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px 20px; margin-bottom: 10px;">-</div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px 20px; margin-bottom: 10px;">-</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px 20px; margin-bottom: 10px;">-</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

Ich finde diesen Rechen-trick  
weil

☆

😊

😐

☹️

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

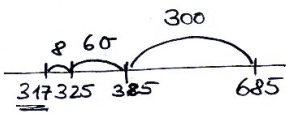
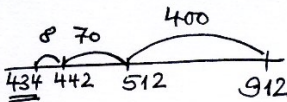


Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"><math>685 - 368</math></div> $\begin{array}{r} 685 - 368 \\ 685 - 300 = 385 \\ 385 - 60 = 325 \\ 325 - 8 = 317 \end{array}$ 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"><math>912 - 478</math></div> $\begin{array}{r} 912 - 478 \\ 912 - 400 = 512 \\ 512 - 70 = 442 \\ 442 - 8 = 434 \end{array}$ 
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>865 - 321</math></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>580 - 364</math></div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>821 - 365</math></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>* 1708 - 463</math></div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

Ich finde diesen Rechen-trick ☆ 😊 😐 ☹️,  
weil

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">685 - 368</div> $\begin{array}{r} 685 - 368 \\ \hline 600 - 300 = 300 \\ 80 - 60 = 20 \\ 5 - 8 = -3 \\ \hline 300 + 20 - 3 = \underline{\underline{317}} \end{array}$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">912 - 478</div> $\begin{array}{r} 912 - 478 \\ \hline 900 - 400 = 500 \\ 10 - 70 = -60 \\ 2 - 8 = -6 \\ \hline 500 - 60 - 6 = \underline{\underline{434}} \end{array}$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">865 - 321</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">751 - 217</div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">620 - 376</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">* 1607 - 372</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

Ich finde diesen Rechen-trick weil ☆ 😊 😐 😞 ,

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

Einer weg,  
Zehner weg,  
Hunderter weg.



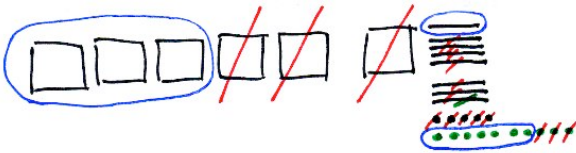
\_\_\_\_\_ rechnet so:

685 - 368

685 - 368 = 317

912 - 478

912 - 478 = 434



Rechne wie \_\_\_\_\_!

865 - 321

780 - 263

322 - 174

\* 1904 - 546

Wie findest du diesen Rechentrick? Begründe!

Ich finde diesen Rechentrick weil



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_

Name:

Datum:

## Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

685 - 368

$685 - 368 = 317$

912 - 478

$912 - 478 = 434$



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">865 - 321</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">780 - 263</div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">322 - 174</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">* 1904 - 546</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Jch finde diesen Rechen-trick weil*



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">471 - 468</div> $468 + \underline{\quad} = 471$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">892 - 689</div> $689 + \underline{\quad} = 892$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">651 - 647</div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">484 - 281</div>
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">665 - 559</div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">* 721 - 417</div>

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechen-trick weil*

☆
  😊
  😐
  ☹️

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

*\_\_\_\_\_*

*\_\_\_\_\_*

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

$685 - 368$	$912 - 478$
$368 + \_ = 685$	$478 + \_ = 912$
<p>A number line starting at 368 and ending at 685. There are three jumps: a small jump of 7 to 375, a medium jump of 10 to 385, and a large jump of 300 to 685.</p>	<p>A number line starting at 478 and ending at 912. There are three jumps: a small jump of 4 to 482, a medium jump of 30 to 512, and a large jump of 400 to 912.</p>

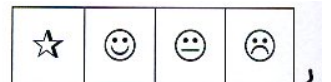


Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>865 - 321</math></div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>580 - 364</math></div>
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>821 - 365</math></div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>* 1708 - 463</math></div>

Wie findest du diesen Rechenrick? Begründe!

*Jch finde diesen Rechenrick weil*



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Name:

Datum:

### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

\_\_\_\_\_ rechnet so:

654 - 99

824 - 298

$654 - 99 = 654 - 100 + 1 = 554 + 1 = \underline{\underline{555}}$

$824 - 298 = 824 - 300 + 2 = 524 + 2 = 526$



Rechne wie \_\_\_\_\_!

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;">428 - 99</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;">376 - 198</div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;">872 - 97</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;">* 612 - 397</div>

Wie findest du diesen Rechentrick? Begründe!

*Jch finde diesen Rechentrick weil*



\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

*\_\_\_\_\_*

*\_\_\_\_\_*

Name:

Datum:



## Rechne möglichst schlau!

Schau dir die Zahlen genau an! Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? Rechne dann möglichst schlau!  
Erkläre deine Rechenwege so, dass andere Kinder sie verstehen können!

864 - 243	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!
546 - 198	Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechenrick an? ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/> Erkläre deinen Rechenweg!



917 - 458

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein   
Erkläre deinen Rechenweg!

672 - 668

Bietet sich für diese Zahlen ein besonderer Rechentrick an? ja  nein   
Erkläre deinen Rechenweg!

\* Denke dir (auf der Rückseite) selbst Minusaufgaben aus, die du mit verschiedenen Rechentricks lösen kannst und schreibe deinen Rechentrick daneben.

Name:

Datum:

## Was wir dazu gelernt haben!



Rechne möglichst schlau!

Schreibe deine Rechenwege so auf, dass andere Kinder sie verstehen können!

$$78 - 23$$

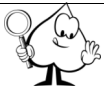
$$578 - 123$$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

$$81 - 79$$

$$681 - 679$$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

$134 - 99$

$434 - 299$



Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?

\* Denke dir selbst zwei ähnliche Minus-Aufgaben aus!

-

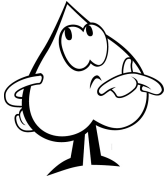
-



\* Erkläre deinen Rechenweg! Warum hast du so gerechnet?  
Welchen Namen gibst du deinem Rechenweg?


Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!


Datum:



# Lernbericht

von \_\_\_\_\_

Das habe ich gelernt 

Daran muss ich noch weiter arbeiten 

Das möchte ich sonst noch sagen 



## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 2

### Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

#### DARUM GEHT ES

Die Kinder sollen die schriftlichen Rechenverfahren auf „der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten (...) *verständlich*“ ausführen können (Lehrplan 2008, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS). Ein solches verständnisvolles Erlernen kann dann besonders gut gelingen, wenn die Algorithmen nicht nur „beigebracht“ und nachvollzogen werden, sondern wenn Bezüge zu bereits Bekanntem und Verstandenem hergestellt werden, hier also zu den beim „Rechnen auf eigenen Wegen“ (vgl. Teil 1) entwickelten halbschriftlichen Strategien.

Im Folgenden werden zunächst die Verfahren der schriftlichen Addition und Subtraktion kurz vorgestellt, um dann jeweils mögliche Zugangsweisen über halbschriftliche Rechenwege darzulegen.

#### Schriftliche Addition und Subtraktion

Traditionell wird zwischen drei Hauptmethoden des Rechnens unterschieden: dem mündlichen, dem halbschriftlichen und dem schriftlichen Rechnen (vgl. auch *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1*).

Das zentrale Kennzeichen des schriftlichen Rechnens ist das Zerlegen der Zahlen in Ziffern, die bei der Addition und Subtraktion stellengerecht untereinander geordnet und berechnet werden. Dabei rechnet man nach festen Regeln, mit Hilfe eines Algorithmus.

#### Schriftliche Addition

Die schriftliche Addition ist für viele Kinder das - von den insgesamt vier schriftlichen Rechenverfahren - am leichtesten nachzuvollziehende Verfahren. Es ist der erste Algorithmus, mit dem sich die Kinder in der Mitte des dritten Schuljahres auseinandersetzen müssen.

Bei der schriftlichen Addition gibt es weltweit hinsichtlich der Notation wesentlich nur *ein* Verfahren: Es werden die Summanden zunächst stellengerecht untereinander geschrieben. Die Addition der einzelnen Stellenwerte vollzieht sich von rechts nach links: Zunächst werden die Einer miteinander addiert, um die erste Teilsumme zu erhalten. Für die weiteren Teilsummen erfolgt die Addition der Zehner und der Hunderter, wobei traditionell von unten nach oben addiert wird – aber aufgrund der Kommutativität nicht muss. Sollte die Summe in einer Stellenwertspalte den Wert 9 überschreiten, notiert man einen Übertrag am unteren Rand der nächsten (linken) Spalte (im Beispiel rechts: 7 Einer + 5 Einer = 12 Einer, also: Schreibe 2 Einer und 1 Zehner (als Übertrag)). Anschließend geht man zur nächsten (linken) Spalte über und addiert auch hier wieder die Ziffern. Wurde am unteren Rand ein Übertrag notiert, so addiert man diesen nun mit zu den anderen Ziffern der Stellenwertspalte hinzu (4 Zehner + 2 Zehner + 1 Zehner = 7 Zehner: Schreibe 7 Zehner. Abschließend addiert man nach dem gleichen Schema die Ziffern in der Hunderterstelle (3 Hunderter + 1



Schuljahr 3

#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt Ziffernrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren

	H	Z	E
	3	4	7
+	1	2	5
			1
	4	7	2

Schriftliche Addition:  
Kurzschreibweise



Hunderter = 4 Hunderter: Schreibe 4 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend - zunächst noch benannt werden.

**Welche halbschriftliche Strategie lässt sich mit dem Verfahren der schriftlichen Addition in Beziehung setzen?**

Die schriftliche Addition lässt sich leicht aus der halbschriftlichen Hauptstrategie „Stellenweise“ (Stellenwerte extra) herleiten: Der halbschriftlichen Addition der Einer (7 + 5) entspricht die stellenmäßige Addition der Einer in der Stellentafel (7 + 5), der halbschriftlichen Addition der Zehner (40 + 20) entspricht die stellenmäßige Addition der Zehner (4 + 2) in der Stellentafel. Hinzugefügt wird noch der Übertrag 1 Zehner. Der halbschriftlichen Addition der Hunderter (300 + 100) entspricht die stellengemäße Addition der Hunderter (3 + 1) in der Stellentafel.

Im Unterrichtsmaterial werden daher diese beiden Wege einander gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 2 Addition*).

Lea rechnet so:	Paul rechnet so:																								
<p>Sie addiert <b>halbschriftlich</b>.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80px;">347 + 125</div> <p>Sie rechnet so:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: left;"> <math display="block">\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 347 + 125 = 472 \end{array}</math> </div> <div style="text-align: center;"> </div> </div>	<p>Er addiert <b>schriftlich</b>.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80px;">347 + 125</div> <p>Er rechnet so:</p> <div style="text-align: center;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr><td></td><td>H</td><td>Z</td><td>E</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td>+</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td colspan="4" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>7</td><td>2</td></tr> </table> </div>		H	Z	E		3	4	7	+	1	2	5							1			4	7	2
	H	Z	E																						
	3	4	7																						
+	1	2	5																						
		1																							
	4	7	2																						

*Anmerkung:* Der Algorithmus der schriftlichen Addition lässt sich auch von den Kindern selbst „erfinden“ (vgl. z.B. Becker/Spiegel: [http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene\\_Texte/KadWz\\_schr.Add.pdf](http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene_Texte/KadWz_schr.Add.pdf)). Der im Unterrichtsmaterial vorgestellte Weg dient wesentlich auch der Vorbereitung des methodischen Gangs zur Hinführung zur schriftlichen Subtraktion: So ist das Verfahren des Vergleichens beider Rechenwege sowie der Umgang mit den „Forschermitteln“ (Darstellung auf der Handlungsebene mit Zehner-System-Blöcken und Notation auf der ikonischen Ebene mit Strich-Punkt-Darstellung) den Kindern dann bei dem deutlich komplexeren Algorithmus der schriftlichen Subtraktion durch Entbündeln (s. unten) bereits bekannt.

**Schriftliche Subtraktion**

Bei der schriftlichen Subtraktion gibt es *verschiedene* Verfahren. Der nordrhein-westfälische Lehrplan schreibt kein Verfahren vor.



**Welche Verfahren der schriftlichen Subtraktion gibt es überhaupt?**

Die verschiedenen Verfahren unterscheiden sich durch

- a) die Art der Berechnung der Differenz und der Sprechweise:
  - Abziehen (Wegnehmen) in Minus-Sprechweise oder
  - Ergänzen (Hinzufügen) in Plus-Sprechweise
- b) die Art der Behandlung des Übertrags:
  - Entbündeln, auch ‚Borge-Technik‘ genannt,
  - gleichsinniges Verändern sowohl des Minuenden (der oberen Zahl) als auch des Subtrahenden (der unteren Zahl), auch ‚Erweiterungs-Technik‘ genannt oder
  - Auffüllen des Subtrahenden zum Minuenden

	Berechnen der Differenz durch Abziehen (Minus-Sprechweise)		Berechnen der Differenz durch Ergänzen (Plus-Sprechweise)
<b>Entbündeln</b> (Borge-Technik)	6 Einer minus 3 Einer sind 3 Einer. 2 Zehner minus 8 Zehner funktioniert hier nicht. Ich tausche 1 Hunderter, das sind 10 Zehner. Dann habe ich 12 Zehner. 12 Zehner minus 8 Zehner gleich 4 Zehner. ...	$\begin{array}{r} 4 \cdot 10 \\ 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	3 Einer plus 3 Einer sind 6 Einer. 8 Zehner plus wie viel Zehner sind 2 Zehner funktioniert hier nicht. Ich tausche 1 Hunderter, das sind 10 Zehner. Dann habe ich 12 Zehner. 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. ...
<b>Gleichsinniges Verändern</b> (Erweiterungs-Technik)	6 Einer minus 3 Einer sind 3 Einer. 2 Zehner minus 8 Zehner funktioniert hier nicht. Ich erweitere oben mit 10 Zehnern und unten mit 1 Hunderter. Oben habe ich jetzt 12 Zehner. 12 Zehner minus 8 Zehner gleich 4 Zehner. ...	$\begin{array}{r} 10 \\ 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	3 Einer plus 3 Einer sind 6 Einer. 8 Zehner plus wie viel Zehner sind 2 Zehner funktioniert hier nicht. Ich erweitere oben mit 10 Zehnern und unten mit 1 Hunderter. Oben habe ich jetzt 12 Zehner. 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. ...
<b>Auffüllen</b> (Auffüll-Technik)		$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	Ich ergänze vorwärts zum nächsten passenden Einer, also 3 Einer plus 3 Einer gleich 6 Einer. Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. Ich erhöhe die 2Hunderter um 1 Hunderter...



### Welche halbschriftlichen Strategien lassen sich mit den schriftlichen Verfahren der Subtraktion in Beziehung setzen?

Vielen Kindern und auch vielen Erwachsenen fällt es schwer, das früher vorgeschriebene *Erweiterungsverfahren* zu verstehen. So kann es sein, dass die Kinder das Verfahren zwar ausführen können, jedoch nicht verstanden haben, wo die „kleine Eins da unten“ herkommt. Dies ist problematisch, da so Fehler leichter entstehen und nicht erkannt werden können.

Das PIK AS-Unterrichts-Material thematisiert daher *zwei leichter verständliche Verfahren*, die aus halbschriftlichen Strategien herzuleiten sind:

1. Das *Entbündeln* (kombiniert mit der Minus-Sprechweise; in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Abziehen“ oder „Borgen“ genannt).
2. Das *Auffüllen* (in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Ergänzen“ genannt).

#### Zu 1: Schriftlich Subtrahieren mit dem Entbündelungs-Verfahren

Beim *Entbündeln* wird die Grundvorstellung der Subtraktion als „Wegnehmen“ (Abziehen) genutzt. Es wird hierbei durch ‚Wechseln‘ (oder ‚Eintauschen‘) gewährleistet, dass der Subtrahend (die untere Zahl) Stelle für Stelle vom Minuenden (der oberen Zahl) „weggenommen“ wird.

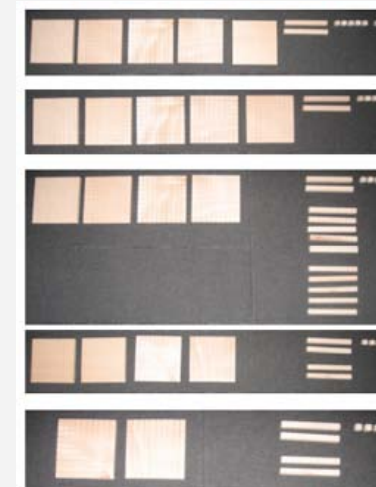
Der Algorithmus beginnt auch hier rechts: Zuerst werden die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter „weggenommen“. Der Übertrag erfolgt durch das Entbündeln einer Einheit der nächst höheren Stelle des Minuenden: Weil man im Beispiel rechts von den 2 Zehnern 8 Zehner nicht abziehen kann (2 Zehner – 8 Zehner), entbündelt man einen der 5 Hunderter. Ein Hunderter wird in 10 Zehner eingetauscht bzw. gewechselt. Die anderen 4 Hunderter bleiben bestehen. Dann kann weiter subtrahiert werden (12 Zehner – 8 Zehner = 4 Zehner; 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend - zunächst noch benannt werden.

Im Unterrichtsmaterial wird das schriftliche *Entbündelungs-Verfahren* der verwandten halbschriftlichen Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ (‚Wechsel-Trick‘) gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet auch hier: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 2 Subtraktion*):

Für die Strategie des *Entbündelns* sollten Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene und die Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’sche Darstellung) auf der Zeichenebene als ‚Forschermittel‘ angeboten werden. Durch den Materialbezug ist das Entbündeln, der von den Kinder so genannte „Wechsel-Trick“ oder „Eintausch-Trick“, eine sich ‚natürlich‘ ergebende halbschriftliche Strategie, für die in der Erprobung auch sehr leistungsschwache Kinder als ‚Experten‘ fungieren konnten; das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Entbündelns‘ ist – wenn die Kinder diese halbschriftliche Strategie verstanden haben - für alle Kinder gut nachvollziehbar.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ }^{10} \\ \cancel{5}26 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

Kurzschreibweise beim Entbündeln



526 – 283: Subtrahieren durch *stellenweises Wechseln* mit Zehner-System-Blöcken (von oben nach unten: Abfolge der entstehenden Zahlbilder)





**Lea rechnet so:**

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Sie subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

$526 - 283$

Lea rechnet so:

$526 - 283 = 243$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243!

**Paul rechnet so:**

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

	H	Z	E
	4	2	6
-	2	8	3
	2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243!

Gewechselt, weggenommen, verbleibender Rest = Ergebnis

$243$

526 - 283: Notation des Entbündelungs-Prozesses auf der Zeichenebene mit der Strich-Punkt-darstellung (zunächst unter Nutzung verschiedener Farben)

Alternativ kann zur „Einführung“ der schriftlichen Subtraktion auch das Auffüll-Verfahren der verwandten halbschriftlichen Strategie „stellengerechtes Ergänzen“ gegenüber gestellt werden:

**Zu 2: Schriftlich Subtrahieren mit dem Auffüll-Verfahren**

Beim Auffüllen deutet man *jede Subtraktionsaufgabe als Ergänzungsaufgabe*, statt  $526 - 283$  wird  $283 + \underline{\quad} = 526$  gerechnet. Der Grundgedanke ist also das „Auffüllen“ des Subtrahenden (der unteren Zahl) zum Minuenden (zur oberen Zahl).

Für das Verständnis dieses Rechenweges ist es wichtig, dass beide *Grundvorstellungen* der Subtraktion, die des „Wegnehmens“ (Abziehens) und die *des Ergänzens*, möglichst von Klasse 1 an, gleichgewichtig im Unterricht thematisiert worden sind. Für die Strategie des *Ergänzens* sollte der *Rechenstrich* als ‚Forschermittel‘ genutzt werden.

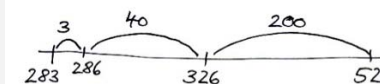
Auch hier wird von rechts nach links gerechnet: Man beginnt beim Subtrahenden: Zu den 3 Einern fügt man 3 Einer hinzu, so dass man zu den geforderten 6 Einern gelangt. Nun ergänzt man noch die 8 Zehner um 4, so dass man zu den geforderten 2 Zehnern kommt. Da man dabei den Hunderter (also 300) überschreitet, wird auch die Ziffer an der Hunderterstelle um Eins größer, im Beispiel wird die 2 zur 3. Dies vermerkt man in der schriftlichen Rechnung durch eine kleine „Übertrags-Eins“.

Zum Verständnis können die Stellenwerte zunächst noch benannt werden.

Im Unterrichtsmaterial wird das schriftliche *Auffüll-Verfahren* der verwandten halbschriftlichen Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt wiederum zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet auch hier: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtspla-*

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

Kurzschreibweise beim Auffüllen



526 - 283: Subtrahieren durch *stellengerechtes Ergänzen* mit dem Rechenstrich (leerer Zahlenstrahl)



nung, Teil 2 Subtraktion).

Das stellengerechte Ergänzen stellt eine Sonderform des *Ergänzens* dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Es ist – im Unterschied zum Ergänzen ohne Beachtung der Stellen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, wenn die Grundvorstellung des Subtrahierens durch „Ergänzen“ im Vorfeld aufgebaut wurde. Und: Das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Auffüllens‘ ist anschließend durch den Vergleich für die Kinder gut nachvollziehbar.

Lea rechnet so:	Paul rechnet so:
<p>Lea subtrahiert <b>halbschriftlich</b> mit dem Ergänzen-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: fit-content; margin: 0 auto; padding: 2px;">526 - 283</div> <p>Lea rechnet so:</p> <p style="font-size: small;">Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also + <u>3</u> Einer, gleich 286.            Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also + <u>4</u> Zehner, gleich 326.            Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also + <u>2</u> Hunderter, gleich 526.            Das Ergebnis ist <b>243!</b></p>	<p>Paul subtrahiert <b>schriftlich</b> mit dem Ergänzen-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: fit-content; margin: 0 auto; padding: 2px;">526 - 283</div> <p style="font-size: small;">Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also: 3 + <u>3</u> = 6, schreibe 3.            Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also: 8 + <u>4</u> = 12, schreibe 4, übertrage 1.            Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also: 3 + <u>2</u> = 5, schreibe 2.            Das Ergebnis ist <b>243!</b></p>

**Anmerkung:** Denkbar ist es auch, die schriftliche Subtraktion durch ‚Auffüllen‘ mit der Strategie des ‚stellengerechten Ergänzens‘ über die Nutzung der Stellentafel und Herleitung aus dem Modell eines Zählers in Beziehung zu setzen (vgl. Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller 2009: Das Zahlenbuch 3, Lehrerband, S. 169).

**ZIELE:** Bezug zum *Lehrplan Mathematik* Nordrhein-Westfalen 2008

Die Kinder sollen die schriftlichen Rechenverfahren auf „der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten (...) *verständlich*“ ausführen können (S. 58; Hervorh. durch PIK AS).

**Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4**

*Zahlen und Operationen – Ziffernrechnen*

„Die Schülerinnen und Schüler erläutern die schriftlichen Rechenverfahren der Addition“ und „der Subtraktion (...), in-



dem sie die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben“ (S. 62).

**Problemlösen/kreativ sein**

„Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Problemstellungen die für die Lösung relevanten Informationen“ (erschließen) und „nutzen die Einsicht in Zusammenhänge zur Problemlösung“ (lösen) und „übertragen Vorgehensweisen auf ähnliche Sachverhalte“ (übertragen; S. 59).

**Argumentieren**

„Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge oder Auffälligkeiten an“ (vermuten) und „testen Vermutungen anhand von Beispielen und hinterfragen, ob ihre Vermutungen (...) zutreffend sind“ (überprüfen) und „erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen“ (begründen; S. 60).

**Darstellen/Kommunizieren**

„Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten komplexere Problemstellungen gemeinsam“ (kooperieren und kommunizieren; S. 60).

Für das Vorgehen im Unterricht leitet sich aus den vorangegangenen Aussagen die folgende Leitfrage für den 2. Teil der Unterrichtsreihe ab (vgl. zum Gesamtvorhaben: Haus 5, UM, *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung*):

**LEITFRAGE**

„Wie erarbeite ich die schriftlichen Rechenverfahren, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Teil II), wie können die schriftlichen Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder gesetzt werden?“

**SO KANN ES GEHEN - VORSCHLÄGE ZUM AUFBAU DES LERNWEGS**

Das Unterrichtsmaterial zum Teil 2 des Lernwegs gliedert sich wie folgt:

**1. Schriftliche Addition**

**Ziel:** Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege (vgl. S. 2) - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.

**Info zum AB:** Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 1. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist ver-

The image shows a student's work on a worksheet titled 'Wir addieren halbschriftlich und schriftlich'. It compares two methods for adding 347 + 125 and 278 + 615. On the left, the 'stellenweise' (place-by-place) method is shown with a diagram of base-ten blocks (ones, tens, hundreds) and arrows indicating the carrying process. On the right, the 'Ziffernrechnen' (digit calculation) method is shown as a standard columnar addition. The student has written their name 'Jenny' and the date '13.11.10'. There are also some handwritten notes and a small drawing of a green character.

Schüler-AB zum Vergleich der Strategie ‚Stellenweise‘ mit dem Verfahren der schriftlichen Addition (Seite 1 von 3)



schieden?“

Weiterführende methodische Informationen - illustriert durch Beispiele aus der Praxis - finden Sie in der *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Addition*.

## 2. Schriftliche Subtraktion

**Ziel:** Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege: *Entweder* den Zusammenhang, dass bei beiden Rechenwegen a) stellenweise „gewechselt“ (vgl. S. 4f.) *oder* b) „ergänzt“ (vgl. S. 5f.) wird.

**Info zu den AB:** Hier liegen daher zwei *alternative AB* vor. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt jeweils wiederum zum Vergleich an (vgl. Ausführungen oben):

1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehnersystem-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ („Wechseln“) gegenüber gestellt (vgl. Video „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des *Entbündelungs*-Verfahrens“; in: Haus 5, IM).

**Aufbau der Doppelstunde**

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des ‚**Wechsel-Tricks**‘; Erarbeiten des ‚**Entbündelns**‘; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - unter Nutzung des Rechenstrichs - dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des *Ergänzungs*-Verfahrens“; in: Haus 5, IM).

Schüler-AB zum Vergleich des ‚Wechsel-Tricks‘ mit dem schriftlichen Verfahren des ‚Entbündelns‘ (Seite 1 von 3)





**Aufbau der Doppelstunde**

1. **Sitzkreis an Tafel:** Wiederholung des **halbschriftlichen ‚Ergänzen-Tricks‘**; Erarbeiten des **schriftlichen ‚Ergänzens‘**; Formulierung des **Forscherauftrags** (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. **Arbeitsphase:** Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen **Forscherbericht**; treffen sich in **Mathe-Konferenzen**; erfinden eigene Aufgaben
3. **Sitzkreis an Tafel:** Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im **Tafelbild** mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

Weiterführende methodische Informationen illustriert durch Beispiele aus der Praxis finden Sie in der *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion*.



Schüler-AB zum Vergleich des ‚Ergänzen-Tricks‘ mit dem schriftlichen Verfahren des Auffüllens (Ergänzens), (Seite 1 von 3)



**Weiterführende Literaturhinweise**

PADBERG, Friedhelm & Christiane BENZ (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

RADATZ, Hendrik et al. (1999): Schriftliche Addition und Subtraktion. In: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 119 – 142)

**Haus 5, FM**  Modul 5.3: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-fortbildungs-material/modul-5.3-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen/index.html>

**Haus 5, IM**  Elterninfos: Schriftliche Subtraktion (jeweils ein Informationspapier zum Auffüll- und zum Entbündelungs-Verfahren)

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

Weitere Informationen (auch zu Schwierigkeiten und Fehlern) finden Sie auf der Website unseres Partner-Projektes KIRA  :

Schriftliche Addition: [http://www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idcat=368&lang=8](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=368&lang=8)

Typische Fehler bei der schriftlichen Subtraktion: [http://www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idcat=253&lang=8](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=253&lang=8)



## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2 (Addition)

#### Allgemeine Anmerkungen vorweg

Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 - 3*.

#### Lernvoraussetzungen

„Die schriftliche Addition ist das unkomplizierteste Verfahren der schriftlichen Rechenverfahren, das die Kinder Mitte des 3. Schuljahres kennenlernen und anwenden. Zugleich ist es der erste komplexe Algorithmus, mit dem die Kinder in Kontakt treten. Trotz des niedrigen Schwierigkeitsgrads müssen die Kinder einige Voraussetzungen mitbringen, um den Algorithmus zu erlernen. Sie sollten die Aufgaben des Einsundeins beherrschen und ein tiefes Verständnis des *Bündelungsprinzips* besitzen, um das Verfahren ausführen zu können. Weiterhin förderlich für das Erlangen eines korrekten Ergebnisses ist eine ausgeprägte Vorstellung von der Größenordnung der Zahlen und die Kompetenz des Überschlagsrechnens“ ([http://www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idart=752](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idart=752) ; hier finden Sie auch weitere Informationen zum Verfahren sowie zu Schwierigkeiten und Fehlertypen).

Die nachstehend skizzierte Unterrichtseinheit kann durchgeführt werden, wenn die Kinder verschiedene halbschriftliche Strategien, insbesondere die Strategie ‚Stellenweise‘, in der eben dieses Bündelungsprinzip genutzt wird, verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene sowie mit der Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’sche Darstellung) dieser auf Zeichenebene vertraut sind (vgl. Teil I „Rechnen auf eigenen Wegen“, *Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Addition*).

#### LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftliche Addition, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62), wie kann das schriftliche Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder (die im Vorfeld erarbeitet wurden) gesetzt werden?“

Schuljahr 3


#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt Ziffernrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren



Wir rechnen mit  
großen Zahlen  
und überlegen uns  
schlaue Rechenwege!



Wir rechnen  
halbschriftlich  
und schriftlich

Was ist gleich?  
Was ist verschieden?



*Lehrplanbezug:* „Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen die Schülerinnen und Schüler Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren **verständlich** aus“ (LP NRW, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS).

## „Wir addieren halbschriftlich und schriftlich“ – Verständige Einführung des schriftlichen Algorithmus der Addition

Die Kinder vergleichen die halbschriftliche Strategie ‚Stellenweise Addieren‘ mit dem schriftlichen Algorithmus der Addition.

### ZIELE

Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.

### ZEIT

2 Schulstunden (optimaler Weise: 1 Doppelstunde)

### DARUM GEHT ES

Die Lehrperson favorisiert eine der im Vorfeld erarbeiteten halbschriftlichen Strategie im Hinblick auf den *schriftlichen Algorithmus*: Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 2. Einheit („So rechne ich!“), das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird in der dargestellten Weise (vgl. Abb. unten) - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“

Bewusst wird hier das stellenweise Berechnen der Summe mit den Einern begonnen sowie auf der ikonischen Ebene das „Wechseln“ von Überträgen thematisiert, um später die Analogie zum schriftlichen Algorithmus der Addition zu erleichtern. Es wäre auch denkbar, das „Wechseln“ hier noch nicht zu thematisieren, jedoch wird dieses durch den Umgang mit dem Material (Zehner-System-Blöcken) zu einer sich ‚natürlich‘ ergebenden Strategie.

Die ikonische Darstellung des halbschriftlichen Rechenwegs (Strich-Punkt-Darstellung) entspricht in der Leserichtung nicht zwingend der symbolisch dargestellten Rechnung, die mit den Einern beginnt (das AB bildet das Produkt eines Prozesses ab, nicht den Prozess der Entstehung der Notation selbst), deshalb ist es wichtig, zunächst allen Kindern Einsicht in diesen Prozess (mit Material) zu geben); so lässt sich das Ergebnis aber „richtig“ (stellengerecht) ablesen.

### Material

#### Lehrperson

- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke
- \* Reihenverlauf-Themenleine
- \* Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘
- \* Plakat ‚Wortspeicher‘
- \* Plakat ‚Satzanfänge‘
- \* Satzstreifen Sprechweise schriftlicher Additions-Algorithmus
- \* Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- \* Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- \* AB PIKO-Funktionen
- Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘
- \* Plakat „Ideen für das Lernwegbuch“

### Material

#### SchülerInnen

- AB
- \* „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke
- \* „Rechenwegbuch“ (Vorarbeiten aus Teil 1)
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* Papierstreifen, Eddings
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz
- \* (AB) Lernwegbuch



Ferner wird in der ikonischen Darstellung der Weg des Wechsels deutlich gemacht, was der halbschriftliche symbolische Weg so nicht sichtbar macht, da sich das Wechseln nur durch den (daher so wichtigen) Umgang mit dem Material ergibt (10 Einer rot gestrichen (weggenommen) werden gegen 1 grünen Zehner eingetauscht (gewechselt), damit die Gemeinsamkeiten mit dem schriftlichen Weg deutlicher werden (Wo kommt „die kleine (grüne) 1“ her?).

Anmerkung: Der Algorithmus der schriftlichen Addition lässt sich auch von den Kindern selbst „erfinden“ (vgl. z.B. Becker/Spiegel: [http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene\\_Texte/KadWz\\_schr.Add.pdf](http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene_Texte/KadWz_schr.Add.pdf)). Der hier gewählte Weg dient wesentlich der Vorbereitung des methodischen Gangs zur Hinführung zur schriftlichen Subtraktion: So ist das Verfahren des Vergleichens beider Rechenwege sowie der Umgang mit den „Forschermitteln“ (Darstellung auf der Handlungsebene mit Zehner-System-Blöcken und Notation auf der ikonischen Ebene mit Strich-Punkt-Darstellung) den Kindern dann bei dem deutlich komplexeren Algorithmus der schriftlichen Subtraktion bereits bekannt.

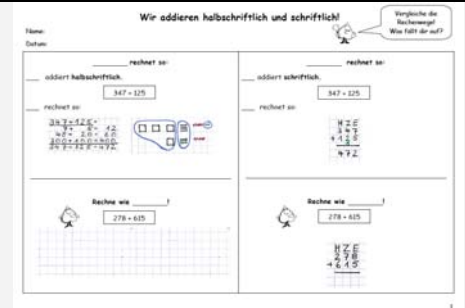
Informationen zu den Arbeitsblättern

Das AB besteht aus drei Seiten. Im Unterrichts-Material liegen vier verschiedene Fassungen dieser AB vor (vgl. Abbildungen rechts): 1. Mit Namen (Lea und Paul) und 2. ohne Namen (damit die Kinder bzw. die Lehrperson die Namen derjenigen Kinder einsetzen können/kann, die tatsächlich so gerechnet haben; letztgenannter Weg ist aus unserer Sicht zu bevorzugen). Jede dieser beiden Fassungen gibt es 3. ohne und (für leistungsschwächere Kinder) 4. mit Zwischenschritt.

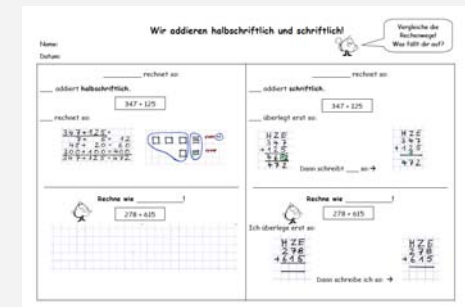
Zum AB, Seite 1:

Auf Seite 1 wird anhand der Beispielaufgabe 347 + 125 auf der linken Seite des AB die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚Stellenweise Addieren‘ wiederholt. Die ikonische Darstellung greift dabei die bekannten farbigen Markierungen auf (rot: weggenommen, grün: gebündelt, blau: verbleibender Rest = Ergebnis). Diese Aufgabe erfordert auf der Handlungsebene (mit Zehner-System-Blöcken) und der Zeichenebene (mit Strich-Punkt-Darstellung) bei den Einern sofort das ‚Wechseln‘ (Bündeln), da hier direkt ein Übertrag entsteht: 7 + 5 = 12. 10 Einer werden (rot) weggestrichen und gegen einen (grünen) Zehner gewechselt.

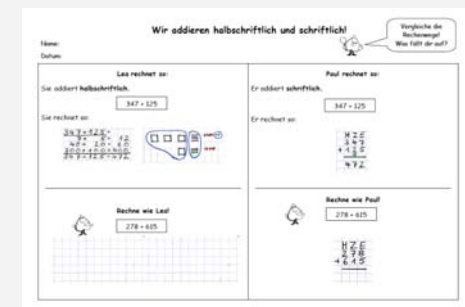
Dieser eine (grüne) Zehner findet sich bei der Gegenüberstellung im schriftlichen Algorithmus auf der rechten Seite als „kleine (grüne) 1“ wieder. Um diese Einsicht, dass auch beim schriftlichen Verfahren ein Bündlungsprozess erfolgt, zu erleichtern, können Sie auch die zweite Variante des AB’s nutzen, in der zunächst dieser Zwischenschritt deutlich gemacht wird.



AB Seite 1 ohne Namen, ohne Zwischenschritt



AB Seite 1 ohne Namen, mit Zwischenschritt



AB Seite 1 mit Namen, ohne Zwischenschritt





„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Addition

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

Nicke rechnet so:

$135 + 224 =$ $135 + 224 = 359$ $135 + 224 = 359$ $135 + 224 = 359$ $135 + 224 = 359$	$347 + 135 =$ $347 + 135 = 482$ $347 + 135 = 482$ $347 + 135 = 482$ $347 + 135 = 482$
---------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------

Rechne wie Nicke

$317 + 221 =$ $317 + 221 = 538$ $317 + 221 = 538$ $317 + 221 = 538$	$734 + 163 =$ $734 + 163 = 897$ $734 + 163 = 897$ $734 + 163 = 897$
$567 + 354 =$ $567 + 354 = 921$ $567 + 354 = 921$ $567 + 354 = 921$	$974 + 867 =$ $974 + 867 = 1841$ $974 + 867 = 1841$ $974 + 867 = 1841$

Wie findest du diesen Rechentrick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechentrick weil man sicher sein kann!*

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

Nicke rechnet so:

Er addiert halbschriftlich.

$347 + 125$

Er rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ 7 + 5 = 12 \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array}$$

Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!

Leo rechnet so:  $347 + 125$

Paul rechnet so:  $347 + 125$

Das schreibe ich so: →

AB Seite 1  
mit Namen, mit Zwischenschritt

Links: Schülerlösung zu RW 3 AB 2 „Stellenweise“: Jan rechnet wie Nick (vgl. Teil1, Rechnen auf eigenen Wegen)  
Rechts: Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

Piko rechnet so:

Er addiert schriftlich.

$347 + 125$

Er rechnet so:

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 472 \end{array}$$

Jana rechnet so:

Sie addiert schriftlich.

$347 + 125$

Sie überlegt erst so:

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 460 \\ 472 \end{array}$$

Dann schreibt sie so: →

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 472 \end{array}$$

Links: Der Algorithmus der schriftlichen Addition ohne Zwischenschritt  
Rechts: Der Algorithmus der schriftlichen Addition mit Zwischenschritt



Bei der zweiten Aufgabe sind die Kinder aufgefordert, das vorgestellte Vorgehen bei einer weiteren Aufgabe selbst zu erproben. Um dies zu erleichtern, ist der Übertrag wiederum bei den Einern zu leisten.

Wichtig ist es, dass die Kinder immer beide Seiten der selben Aufgabe (die linke (halbschriftliche) und die rechte (schriftliche)) im Zusammenhang bearbeiten, damit die übergeordnete Aufgabe, Entdeckungen beim Vergleich der beiden Rechenwege zu tätigen, möglich ist. Es sollte also verhindert werden, dass Kinder zunächst erst die linke und dann erst die rechte Seite der Aufgabenblätter bearbeiten.



Das nachstehend abgebildete AB ist die Variante ‚Ohne vorgegebene Namen mit Zwischenschritt‘:

Jenny rechnet zunächst auf der linken Seite halbschriftlich (stellenweise) wie ihr Mitschüler Dennis es im Teil 1 der Reihe getan hatte (in einer anderen Lerngruppe war dies „Nicks Trick“ (s.o.)). Anschließend rechnet sie auf der rechten Seite schriftlich (weil noch kein Kind dieser Klasse den schriftlichen Algorithmus kannte) so wie PIKO (die Leitfigur des Projektes PIK AS, den die Kinder (spätestens) seit der Auseinandersetzung mit den AB der vorausgegangenen Reihe kennen).

Interessant ist ihre symbolische (naturgemäß noch nicht) stellengerechte Notation der Teil-Ergebnisse, die zeigt, dass sie die einzelnen Teilsummen entweder im Kopf addiert oder das Ergebnis von der ikonischen Darstellung abgelesen hat.

**Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!**

Name: Jenny Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?  
Datum: 13.4.10

<p style="text-align: center;"><u>Dennis We</u> rechnet so:</p> <p><u>Die</u> addiert halbschriftlich.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">347 + 125</div> <p><u>Die</u> rechnet so:</p> $\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \begin{array}{r} 7 + 5 = 12 \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array} \end{array}$  <p style="text-align: center;">Rechne wie <u>Dennis We</u></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">278 + 615</div> <p><u>Die</u> rechnet so:</p> $\begin{array}{r} 278 + 615 = \\ \begin{array}{r} 8 + 5 = 13 \\ 70 + 10 = 80 \\ 200 + 600 = 800 \\ \hline 278 + 615 = 893 \end{array} \end{array}$ 	<p style="text-align: center;"><u>PIKO</u> rechnet so:</p> <p><u>PIKO</u> addiert schriftlich.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">347 + 125</div> <p><u>PIKO</u> überlegt erst so:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">HZE</td><td style="text-align: right;">HZE</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">347</td><td style="text-align: right;">347</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">+ 125</td><td style="text-align: right;">+ 125</td></tr> <tr><td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">472</td><td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">472</td></tr> </table> <p>Dann schreibt <u>PIKO</u> so: →</p> <p style="text-align: center;">Rechne wie <u>PIKO</u></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">278 + 615</div> <p>Ich überlege erst so:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">HZE</td><td style="text-align: right;">HZE</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">278</td><td style="text-align: right;">278</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">+ 615</td><td style="text-align: right;">+ 615</td></tr> <tr><td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">893</td><td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">893</td></tr> </table> <p>Dann schreibe ich so: →</p>	HZE	HZE	347	347	+ 125	+ 125	472	472	HZE	HZE	278	278	+ 615	+ 615	893	893
HZE	HZE																
347	347																
+ 125	+ 125																
472	472																
HZE	HZE																
278	278																
+ 615	+ 615																
893	893																

1



**Zum AB, Seite 2:**

Links und rechts stehen wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	438 + 357	1	E
2	689 + 234	2	E und Z
3	374 + 567	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

**Zum AB, Seite 3:**

Auf Seite 3 sollen die Kinder einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen aufgefallen ist. Die Kinder sollten hierzu nicht die Farben rot, grün und blau nutzen, da diese bereits für die Darstellung des Bündelungsprozesses genutzt werden; sie können Gleiches z.B. mit einem braunen und Verschiedenes mit einem orangefarbenen Stift markieren.

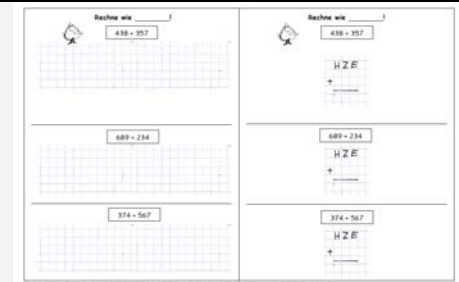
Anschließend schreiben sie ihre Entdeckungen im Forscherbericht auf.

Unterstützung bei der Verbalisierung kann dabei das bereits im Teil 1 der Reihe erstellte und ggf. erweiterte Wortspeicher-Plakat bieten (vgl. Abb. rechts, Unterrichtsplanung Teil1; auch: Video zur Entstehung eines Wortspeichers: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html> ).

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Julian erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male stellenweise addiert wird, sich die Notation aber unterscheidet.

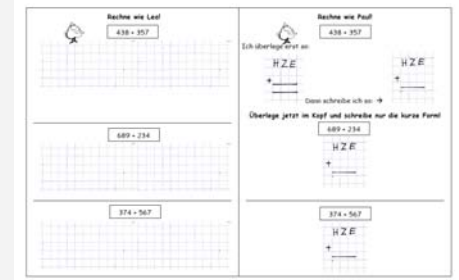
Gleich ist... der schriftliche Rechenweg ist der gleiche wie der Halbschriftliche nur untereinander.

Verschieden ist... das man beim Halbschriftliche Rechenweg in Reihen schreibt. Und bei dem schriftlichen untereinander.



\* Danke dir selbst! Plausifiziere auf Abbildung halb-schriftlich und schriftlich in deinem Heft!

AB Seite 2  
ohne Namen, ohne Zwischenschritt



\* Danke dir selbst! Plausifiziere auf Abbildung halb-schriftlich und schriftlich in deinem Heft!

AB Seite 2  
mit Namen, mit Zwischenschritt



AB, Seite 3  
„Forscherbericht“



## SO KANN ES GEHEN

*Anmerkung:* Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie zwei Videos, welche eine mögliche Umsetzung der Doppelstunde zur „Einführung“ der schriftlichen *Subtraktion* illustrieren (vgl. Link auf Seite 9). Der methodische Gang dort entspricht dem auch hier vorgestellten Vorgehen bei der Addition.

### Einstiegsphase/Problemstellung

#### 1. Transparenz über die Einheit

Hilfreich ist es, den Kindern wiederum vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch die „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), indem diese durch die neue Themenkarte ergänzt wird (vgl. im Foto rechts): „Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich. Was ist gleich? Was ist verschieden?“

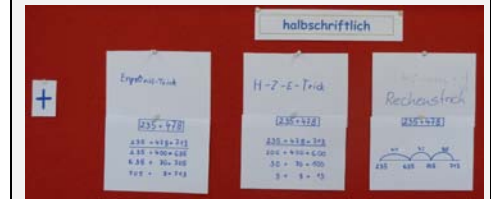


#### 2. Anknüpfung und Problemstellung

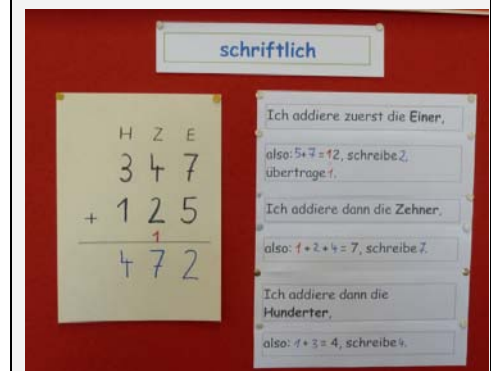
Die Einstiegsphase ist in zwei Teile gegliedert: Sie beginnt (im Sitzhalbkreis vor der Tafel) mit einer Wiederholung von Bekanntem, anschließend entwickelt die Lehrperson die Problemstellung der Stunde.

#### Anknüpfung:

Zunächst wiederholen die Kinder die aus dem vorangegangenen Unterricht bekannte Strategie ‚Stellenweise Addieren‘ (von den Kindern auch „Erst die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter-Trick“ oder „H-Z-E-Trick“ genannt): Hierzu erinnert die Lehrperson – optimaler Weise visuell gestützt über das (im Teil 1 der Reihe entstandene) Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘ und die Rechenwegebücher der Kinder - an die Vorarbeiten und notiert die auf dem AB befindliche erste Additionsaufgabe  $347 + 125$  auf der linken Tafelhälfte. Anschließend legen die Kinder diese mit Zehner-System-Blöcken – optimaler Weise auf einem niedrigen Tisch vor der Tafel, so dass für alle Kinder eine gute Sicht gewährleistet bleibt - und bündeln entsprechend die 12 Einer zu einem Zehner und 2 Einern. Anschließend oder auch parallel zur Handlung zeichnet ein Kind die passende Strich-Punkt-Darstellung dazu auf die linke Tafelhälfte. Die Lehrperson achtet darauf, dass der Bündelungsprozess, der getroffenen Absprache entsprechend, im Tafelbild farbig markiert wird (**rot: weggenommen, grün: gebündelt, blau: verbleibender Rest = Ergebnis**).



Bsp. Rechenwege-Lernplakat halbschriftliche Addition



Satzstreifen: Sprechweise schriftlicher Additions-Algorithmus





**Problemstellung:**

Gemeinsam wird anschließend das neue schriftliche Verfahren aus dem bekannten halbschriftlichen entwickelt: Die rechte Tafelhälfte wird geöffnet. Der schriftliche Algorithmus wird erarbeitet, auch hier wird farbig markiert. In Analogie zum halbschriftlichen Verfahren, markiert ein Kind bzw. ggf. die Lehrperson auch hier die Bündelungshandlung mit der Farbe Grün. Parallel dazu können Sie Satzstreifen an die Tafel hängen, welche ein mögliches beispielhaftes Sprachvorbild repräsentieren.

Es ist auch denkbar, zunächst eine Additionsaufgabe ohne Übertrag zu stellen. Die Erfahrung zeigt, dass es in den meisten Klassen Kinder gibt, die dazu in der Lage sind, „untereinander“ zu addieren, also Additionsaufgaben bereits mit dem schriftlichen Verfahren zu lösen.

Anschließend stellt die Lehrperson das dreiseitige Arbeitsblatt vor und formuliert den übergeordneten ‚Forscherauftrag‘ der Stunde: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“. Diesen können Sie auch mit der entsprechenden *Impulskarte* visualisieren (vgl. Abb. rechts oben). Sie sollten darauf hinweisen, dass die Kinder im AB auf Seite 1 (und ggf. 2) farbig markieren sollen, was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten aufgefallen ist und ggf. noch einmal an den (im Vorfeld entstandenen) Wortspeicher (vgl. Abb. rechts unten) erinnern.

**Arbeitsphase**

Die Kinder bearbeiten zunächst möglichst eigenständig die drei Seiten des AB: Sie vergleichen die beiden Vorgehensweisen und wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an. Anschließend markieren sie ihre Entdeckungen farbig (auf Seite 1 des AB) und verfassen einen Forscherbericht (auf Seite 3 des AB). Wenn sie der Ansicht sind, dass sie (die wesentlichen) Gemeinsamkeiten und Unterschiede entdeckt und so notiert haben, dass andere Kinder ihre Berichte verstehen können, melden sie sich zu einer ‚*Mathe-Konferenz*‘ an (vgl. auch: Video „*Mathe-Konferenzen*“ in Haus 8, Informations-Material und Link zum Unterrichts-Material für ‚*Mathe-Konferenzen*‘ auf Seite 9).

Anschließend tauschen sie sich in *Mathe-Konferenzen* über ihre Entdeckungen hinsichtlich des Forscher-Auftrages aus: Die Schüler und Schülerinnen sollen in den *Mathe-Konferenzen* ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Außerdem sollen sie wahrgenommene Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege vorstellen und zusammentragen. Diese können sie auf Papierstreifen mit einem dicken Stift (Edding) zur Vorbereitung der Präsentation im Plenum notieren und /oder ein gemeinsames Protokoll anfertigen.

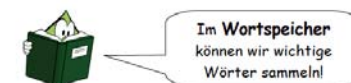
**Differenzierung**

Als Differenzierungsangebot können Sie einen flexiblen Beginn der Arbeitsphase anbieten: Die Kinder, die sich noch nicht sicher fühlen, können mit der Lehrperson gemeinsam die nächste Aufgabe (an der Tafel) bearbeiten.

Auf dem AB sind ferner weiterführende Anforderungen (WA = \*- Aufgaben) ausgewiesen: Da *Eigenproduktionen* von Kindern für die Lehrperson besonders informativ sein können (vgl. S. 9: Link zum Thema), werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, Additionsaufgaben zu erfinden und analog mit beiden Rechenwegen zu lösen.



Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘



- der Rechenrick (die Strategie), ...
- der Einer, der Zehner, der Hunderter, der Tausender, ...
- der Einer-Würfel, die Zehner-Stange,
- die Hunderter-Platte, der Tausender-Würfel, ...
- der Rechenstrich, der Zahlenstrahl, ...
- die erste Zahl, die zweite Zahl, die dritte Zahl, ...
- das Ergebnis, die Summe (das Ergebnis einer Plusaufgabe),
- die Differenz (das Ergebnis einer Minusaufgabe), ...
- addieren (plus rechnen),
- subtrahieren (minus rechnen), ...
- wechseln, eintauschen, gegen etwas tauschen,
- wegnehmen, abziehen, vermindern, ergänzen, auffüllen,
- dazu tun, dazu legen, dazu rechnen,
- verschieben, verändern, erhöhen,
- erhalten, ...
- gleich,
- verschieden,
- weniger, mehr, größer, kleiner,
- nah beieinander, weit auseinander, ...
- ...
- ...

Wortspeicher-Plakat



### Schlussphase / Reflexion im Plenum

Die abschließende Reflexionsphase im Plenum sollte den Kindern nochmals Raum geben, entdeckte Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Rechenwege zusammenzutragen. Dabei soll den Kindern vor allem bewusst werden, dass bei beiden Rechenmethoden stellenweise addiert wird: Zum Abschluss der Stunde lesen die Schülerinnen und Schüler (bzw. die Konferenz-Teams) ihre Berichte vor, heften ggf. hierzu die Papierstreifen an die Tafel, diskutieren ihre Entdeckungen und markieren diese im Tafelbild mit Farben. Die Lehrperson moderiert diese Plenumsphase und fasst ggf. die Entdeckungen der Kinder an der Tafel schriftlich zusammen (oder – wenn möglich - lässt Kinder diese Entdeckungen an der Tafel notieren).

Zum Abschluss der Stunde kann die Lehrperson die Kinder wiederum dazu auffordern, in ihrem Lernwegebuch zu dokumentieren, welche Erkenntnisse sie in der heutigen (Doppel-)Stunde gewonnen haben. Durch diese Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken soll eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. So kann das Kind dazu angeregt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen.

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens kann zudem ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden.

### Weiterarbeit

In der Folgestunde sollten die Entdeckungen (möglichst unter Nutzung des entstandenen Tafelbildes) noch einmal aufgegriffen werden und weitere Additionsaufgaben halbschriftlich (stellenweise) und schriftlich gelöst werden.

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der schriftlichen Addition* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

### Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Anschließend wird - analog zum Vorgehen bei der Addition - eine Unterrichtsreihe zur *schriftlichen Subtraktion* durchgeführt (vgl. *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion*).

Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!

**Mein Lernwegebuch**

Datum: \_\_\_\_\_

Das habe ich gelernt:  viel  mittel  wenig

\_\_\_\_\_

Mit einem Lernwegebuch kannst du Experte für dein eigenes Lernen werden! Hierüber kannst du etwas in dein Lernwegebuch schreiben...

- Was hast du heute gemacht?
- Wie bist du bei der heutigen Aufgabe vorgegangen?
- Welche Rechenwege hast du heute kennen gelernt?
- Gab es einen Rechenweg, den du besonders schlaue findest? Wenn ja: Warum?
- Was hat dir gefallen? Was hat dir nicht gefallen? Warum?
- Hattest du Probleme? Wenn ja: Welche? Wie hast du dir geholfen?
- Hast du mit anderen Kindern zusammengearbeitet? Mit wem? Wie hat es geklappt?
- Bist du mit deiner Arbeit zufrieden? Oder nicht? Warum?
- Welche Wünsche oder Ideen hast du für unsere Weiterarbeit?
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_


Das *Lernwegebuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



### Weiterführende Informationen

**Haus 5:** Informations-Videos zur verständigen Einführung des schriftlichen Subtraktions-Verfahrens

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/informationsvideos/index.html>

**Haus 5:** Eigenproduktionen (vgl. auch  FM, Modul 5.1) -

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf>

**Haus 8:** Mathe-Konferenzen

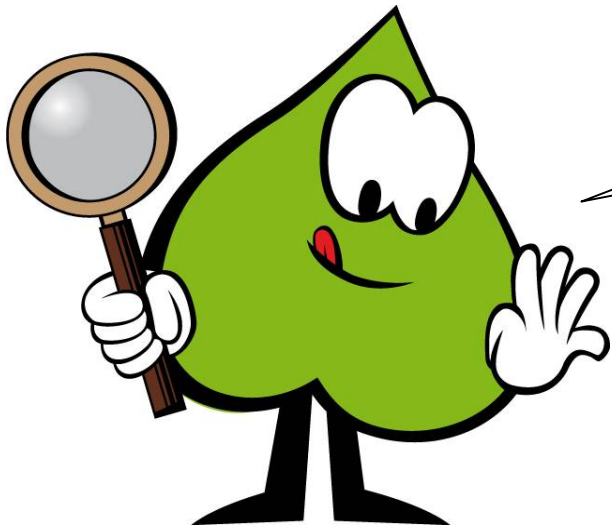
<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>

Piko's Forscherauftrag:

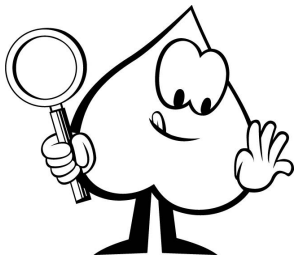
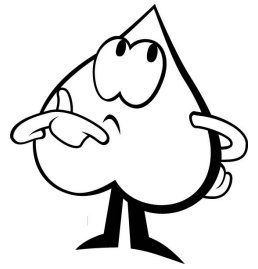
Vergleiche die beiden  
Rechenwege!

Was ist **gleich**?

Was ist **verschieden**?



# Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich



Was ist gleich?  
Was ist verschieden?

---



halbschriftlich

schriftlich

# Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name:

Datum:

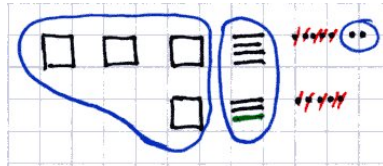
Lea rechnet so:

Sie addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

Sie rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array}$$



Paul rechnet so:

Er addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

Er überlegt erst so:

$$\begin{array}{r} \text{H Z E} \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 46 \text{ 12} \\ \hline 472 \end{array}$$

Dann schreibt er so: →

$$\begin{array}{r} \text{H Z E} \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 472 \end{array}$$

Rechne wie Lea!

$$278 + 615$$



Grid for solving 278 + 615 using the halbschriftlich method.

Rechne wie Paul!

$$278 + 615$$

Ich überlege erst so:

$$\begin{array}{r} \text{H Z E} \\ 278 \\ + 615 \\ \hline \hline \end{array}$$

Dann schreibe ich so: →

$$\begin{array}{r} \text{H Z E} \\ 278 \\ + 615 \\ \hline \hline \end{array}$$

Rechne wie Lea!



$$438 + 357$$

---

$$689 + 234$$

---

$$374 + 567$$

Rechne wie Paul!



$$438 + 357$$

Ich überlege erst so:

Dann schreibe ich so: →

Überlege jetzt im Kopf und schreibe nur die kurze Form!

---

$$689 + 234$$

---

$$374 + 567$$

\* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:  
Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege von Lea und Paul! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name:  
Datum:

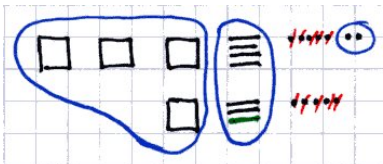
Lea rechnet so:

Sie addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

Sie rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array}$$



Paul rechnet so:

Er addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

Er rechnet so:

H	Z	E	
3	4	7	
+	1	2	5
<hr/>			1
4	7	2	

Rechne wie Lea!



$$278 + 615$$

Grid for writing the solution to 278 + 615.

Rechne wie Paul!



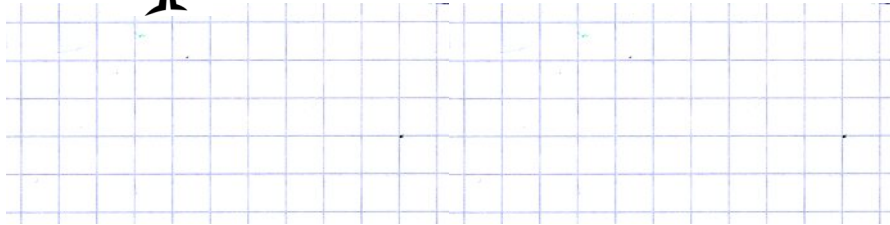
$$278 + 615$$

H	Z	E	
2	7	8	
+	6	1	5
<hr/>			

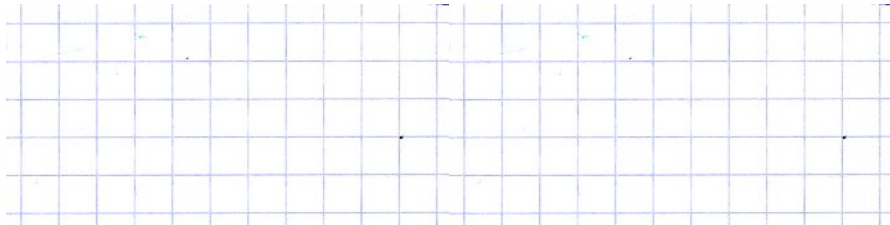
Rechne wie Lea!



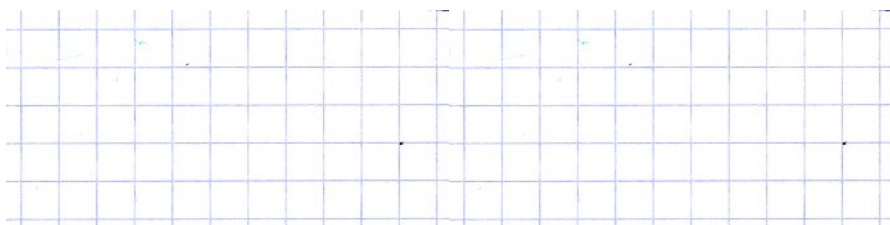
$$438 + 357$$



$$689 + 234$$



$$374 + 567$$



Rechne wie Paul!



$$438 + 357$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$689 + 234$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$374 + 567$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

\* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:  
Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege von Lea und Paul! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

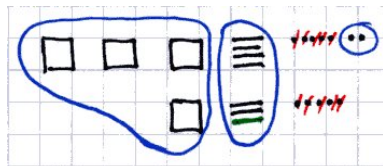
\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 347 + 125 = 472 \end{array}$$



\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

\_\_\_\_\_ überlegt erst so:

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 46 \text{ (12)} \\ \hline 472 \end{array}$$

Dann schreibt \_\_\_\_\_ so: →

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 472 \end{array}$$

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$278 + 615$$

Blank grid for writing the calculation.

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$278 + 615$$

Ich überlege erst so:

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 278 \\ + 615 \\ \hline \hline \end{array}$$

Dann schreibe ich so: →

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 278 \\ + 615 \\ \hline \hline \end{array}$$



Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$438 + 357$$

---

$$689 + 234$$

---

$$374 + 567$$

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$438 + 357$$

Ich überlege erst so:

Dann schreibe ich so: →

Überlege jetzt im Kopf und schreibe nur die kurze Form!

---

$$689 + 234$$

---

$$374 + 567$$

\* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbigen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name:

Datum:

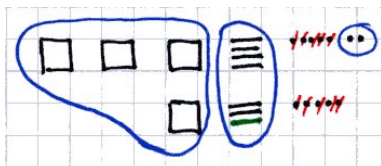
\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 347 + 125 = 472 \end{array}$$



\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

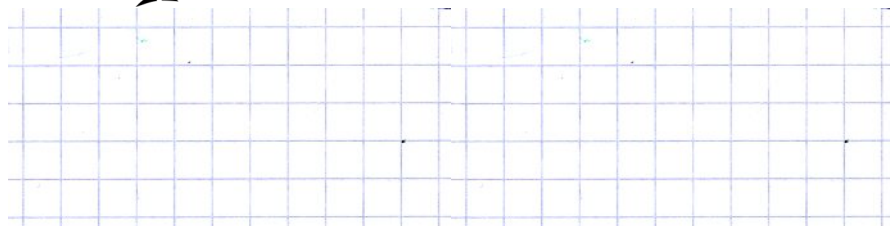
\_\_\_\_\_ rechnet so:

	H	Z	E
	3	4	7
+	1	2	5
			<u>12</u>
	4	7	2

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$278 + 615$$



Rechne wie \_\_\_\_\_!



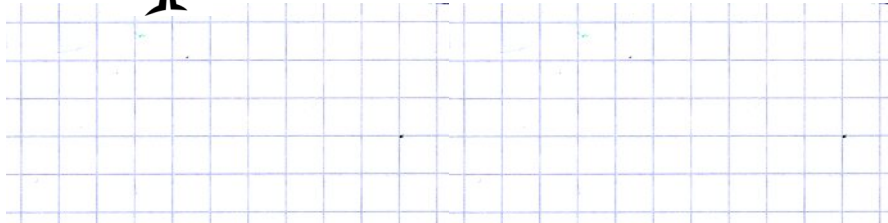
$$278 + 615$$

	H	Z	E
	2	7	8
+	6	1	5
			<u>13</u>

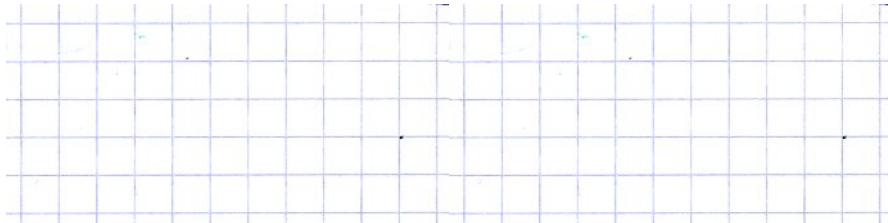
Rechne wie \_\_\_\_\_!



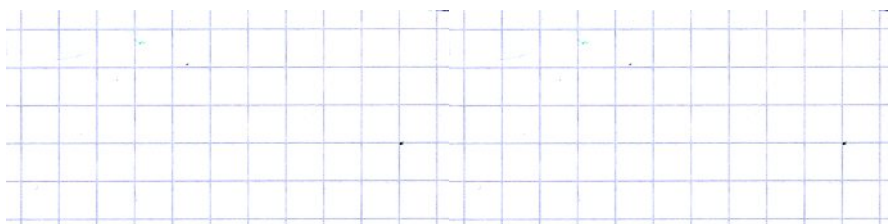
$$438 + 357$$



$$689 + 234$$



$$374 + 567$$



Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$438 + 357$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$689 + 234$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$374 + 567$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

\* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:  
Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*



## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2 (Subtraktion)

#### Allgemeine Anmerkungen vorweg

Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 - 3*.

Bei der schriftlichen Subtraktion gibt es *verschiedene Verfahren* (vgl. *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 2*). Der nordrhein-westfälische Lehrplan schreibt kein Verfahren vor. Das PIK AS-Unterrichts-Material thematisiert *zwei leichter verständliche Verfahren*, die aus halbschriftlichen Strategien herzuleiten sind:

1. Das *Entbündeln* (kombiniert mit der Minus-Sprechweise; in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Abziehen“ oder „Borgen“ genannt).
2. Das *Auffüllen* (in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Ergänzen“ genannt).

Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie *Informationspapiere für Eltern* (vgl. Link auf Seite 16), die jeweils eines der beiden Verfahren der schriftlichen Subtraktion vorstellen und es mit dem früher vorgeschriebenen Erweiterungs-Verfahren vergleichen.

#### Lernvoraussetzungen

Die nachstehend skizzierte Unterrichtseinheit kann dann durchgeführt werden, wenn die Kinder verschiedene halbschriftliche Strategien zur Subtraktion kennen gelernt haben (vgl. *Teil 1, „Rechnen auf eigenen Wegen“*). Für die beiden o.g. schriftlichen Verfahren sind zwei unterschiedliche Strategien wesentlich, welche die Kinder verstanden haben müssen.

Zu 1: Für das *Entbündeln* sollten die Kinder die halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ (den sog. „Wechsel-Trick“) verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene sowie mit der Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’schen Darstellung) auf der Zeichenebene vertraut sein (vgl. Teil I „Rechnen auf eigenen Wegen“, *Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Subtraktion*).

Zu 2: Für das *Auffüllen* sollten die Kinder die halbschriftliche Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ („Ergänzen-Trick“) verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Rechenstrich vertraut sein (vgl. ebd.).

Schuljahr 3


#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt Ziffernrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren



Wir rechnen mit  
großen Zahlen  
und überlegen uns  
schlaue Rechenwege!



Wir rechnen  
halbschriftlich  
und schriftlich



Was ist gleich?  
Was ist verschieden?



## LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftliche Subtraktion, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62), wie kann das schriftliche Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder (die im Vorfeld erarbeitet wurden) gesetzt werden?“

*Lehrplanbezug:* „Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen die Schülerinnen und Schüler Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren **verständlich** aus“ (LP NRW, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS).

## „Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich“ – Verständige Einführung des schriftlichen Algorithmus der Subtraktion

Die Kinder vergleichen *entweder*

1. die halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des *Entbündelns* *oder*
2. die halbschriftliche Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des ‚*Auffüllens*‘.

## ZIELE

Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass *entweder*

1. beide Male stellenweise „gewechselt“ wird *oder*
2. beide Male stellenweise „ergänzt“ wird.

## ZEIT

2 Schulstunden (optimaler Weise: 1 Doppelstunde)

## DARUM GEHT ES

1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise mit Wechseln/Eintauschen“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ gegenüber gestellt (vgl. Video zur „Einführung“ des Entbündelungs-Verfahrens in Haus 5, IM). *oder*

## Material

### Lehrperson

- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke
- \* Reihenverlauf-Themenleine
- \* Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘
- \* Plakat ‚Wortspeicher‘
- \* Plakat ‚Satzanfänge‘
- \* Satzstreifen Sprechweise schriftlicher Subtraktions-Algorithmus
- \* Plakat ‚Mathe-Konferenz-Leitfaden‘
- \* Anmelde-Liste ‚Mathe-Konferenz‘
- \* AB PIKO-Funktionen
- Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘
- \* Plakat ‚Ideen für das Lernwegbuch‘

## Material

### SchülerInnen

- AB
- \* „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke
- \* „Rechenwegbuch“ (Vorarbeiten aus Teil 1)
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter ‚Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!‘
- \* Papierstreifen, Eddings



2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video zur „Einführung“ des Auffüll-Verfahrens in Haus 5, IM).

Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt jeweils zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“

### Informationen zu den Arbeitsblättern

Hier liegen zwei *alternative* AB vor. Sie müssen entscheiden, welches Verfahren Sie thematisieren möchten:

Entweder das AB

1. zum Vergleich der halbschriftlichen Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des *Entbündelns*

oder

2. zum Vergleich der halbschriftlichen Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ mit dem schriftlichen Verfahren „Auffüllen“.

Das AB besteht jeweils aus drei Seiten. Im Unterrichts-Material liegen sechs verschiedene Fassungen dieser AB vor (vgl. Abbildungen rechts):

1. Für das Entbündeln und 2. das Auffüllen.

Beim Entbündeln gibt es eine Fassung, in der das Vorgehen entweder als a) „Wechseltrick“ oder b) „Eintausch-Trick“ bezeichnet wird. Diese beiden Namen waren die in der Erprobung von den Kindern am häufigsten genutzten.

Alle Fassungen gibt es zudem mit Namen (Lea und Paul) bzw. ohne Namen (damit die Kinder bzw. die Lehrperson die Namen derjenigen Kinder einsetzen können/kann, die tatsächlich so gerechnet haben; letztgenannter Weg ist aus unserer Sicht zu bevorzugen).

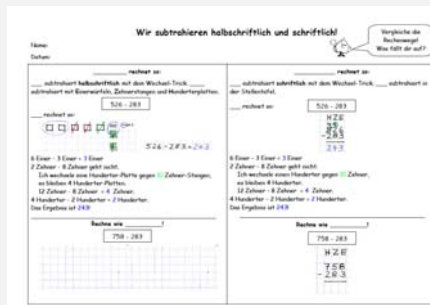
### 1. Zum Entbündelungs-Verfahren

#### Zum AB, Seite 1:

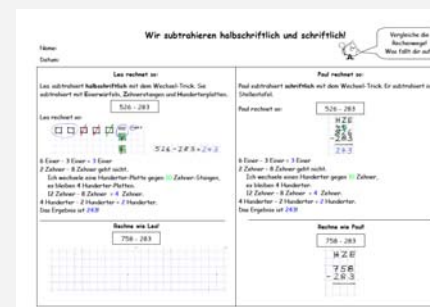
Auf Seite 1 wird anhand der Beispielaufgabe 526 - 283 auf der linken Seite des AB die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise Subtrahieren mit Wechseln* (bzw. Eintauschen)‘ wiederholt. Die ikonische Darstellung greift dabei die bekannten farbigen Markierungen auf (rot: **weggenommen**, grün: **gewechselt/eingetauscht**, blau: **verbleibender Rest = Ergebnis**). Diese Aufgabe erfordert auf der Handlungsebene (mit Zehner-System-Blöcken) und der Zeichenebene (mit Strich-Punkt-Darstellung) bei den Zehnern das ‚*Wechseln*‘ (Entbündeln) eines Hunderters, ein Übertrag entsteht: „2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele eine Hunderterplatte gegen 10 (grüne, weil gewechselt) Zehner-Stangen. Dann kann ich weiter rechnen: 12 Zehner bis 8 Zehner gleich 4 Zehner.“

\* Protokollbogen Mathe-Konferenz

\* (AB) Lernwegebuch



AB Seite 1 Entbündeln: „Wechsel-Trick“ ohne Namen



AB Seite 1 Entbündeln „Wechsel-Trick“ mit Namen





Name: *Ronja J.* Datum: *5.3.10* AB 3

**Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen**

*Leo* rechnet so:

$685 - 368 = 317$       $912 - 478 = 434$

Rechne wie *Leo*:

$865 - 321 = 544$       $780 - 263 = 517$

$322 - 174 = 148$       $1904 - 546 = 1358$

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechen-trick weil er sicher ist.*

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?  
*für alle*

*Leo* rechnet so:

Er subtrahiert halbschriftlich mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

$526 - 283$

Er rechnet so:

$526 - 283 = 243$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
Das Ergebnis ist 243!

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

rechnet so:  $526 - 283$

**Links:** Schülerlösung zu RW 3 AB 3 „Stellenweise mit Wechseln/Eintauschen“: Ronja rechnet wie Leo (vgl. Teil1, Rechnen auf eigenen Wegen)

**Rechts:** Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg (in der linken Hälfte) wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

In der rechten Hälfte des AB wird das schriftliche Entbündeln anhand der gleiche Aufgabe dargestellt: Auch hier werden zuerst die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter „weggenommen“. Der Übertrag erfolgt durch das Entbündeln einer Einheit der nächst höheren Stelle des Minuenden (der oberen Zahl): Weil man im Beispiel von den 2 Zehnern 8 Zehner nicht abziehen kann (2 Zehner – 8 Zehner), entbündelt man einen der 5 Hunderter (durchstreichen der Ziffer 5 im Hunderter). Ein Hunderter wird in 10 Zehner eingetauscht bzw. gewechselt. Die gewechselten 10 Zehner werden (zunächst) *mit grünem Stift* in der Zehner-Stelle oberhalb des Minuenden notiert, um die Analogie zum halbschriftlichen Verfahren augenfälliger zu machen. Die anderen 4 Hunderter bleiben bestehen (Notieren der Ziffer 4 in

AB Seite 1 Auffüllen „Ergänzen-Trick“ ohne Namen



der Hunderterstelle oberhalb des Minuenden). Dann kann weiter subtrahiert werden (12 Zehner – 8 Zehner = 4 Zehner; 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend – zunächst noch benannt werden.

Piko rechnet so:

Er subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Er rechnet so:

$$526 - 283$$

	H	Z	E
	4	10	
	5	2	6
-	2	8	3
	2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner,  
 es bleiben 4 Hunderter.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243!

**Oben:** Der Algorithmus der schriftlichen Subtraktion mit dem Entbündelungs-Verfahren („Wechsel-“, bzw. „Eintausch-Trick“).

Bei der zweiten Aufgabe sind die Kinder aufgefordert, das vorgestellte Vorgehen bei einer weiteren Aufgabe (758 – 283) selbst zu erproben. Um dies zu erleichtern, ist der Übertrag wiederum bei den Zehnern zu leisten. Wichtig ist es, dass die Kinder immer beide Seiten der selben Aufgabe (die linke (halbschriftliche) und die rechte (schriftliche)) im Zusammenhang bearbeiten, damit die Bearbeitung der übergeordneten Aufgabe, Entdeckungen beim Vergleich der beiden Rechenwege zu tätigen, möglich ist. Es sollte also verhindert werden, dass Kinder zunächst gänzlich erst die linke und dann erst die rechte Seite der Aufgabenblätter bearbeiten.

Die nachstehend abgebildete Schülerlösung ist die AB-Variante Entbündeln ohne Namen mit „Eintausch-Trick“:

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!

Vergleiche die Rechenwege! Was fällt dir auf?

<p><b>Les</b> rechnet so:</p> <p>Les subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergebnis-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.</p> <p>Les rechnet so:</p> <p>Ich ergebnis zum nächsten passenden Einer:                  also + 3 Einer, gleich 285.                  Ich ergebnis zum nächsten passenden Zehner:                  also + 8 Zehner, gleich 526.                  Ich ergebnis zum passenden Hunderter:                  also + 2 Hunderter, gleich 526.                  Das Ergebnis ist 243.</p>	<p><b>Paul</b> rechnet so:</p> <p>Paul subtrahiert schriftlich mit dem Ergebnis-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <p>Ich ergebnis zum nächsten passenden Einer:                  also + 3 (-), 6, schreibe 9.                  Ich ergebnis zum nächsten passenden Zehner:                  also + 8 (-), 12, subtrahiere 4, übertrage 1.                  Ich ergebnis zum nächsten passenden Hunderter:                  also + 2 (-), 5, schreibe 3.                  Das Ergebnis ist 243.</p>
<p>Rechne wie Les</p> <p>758 - 283</p>	<p>Rechne wie Paul</p> <p>758 - 283</p>

AB Seite 1 Auffüllen  
 „Ergänzen-Trick“ mit Namen



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

**Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!**

Name: P. P. P. P. Datum: 27.6.2010

Vergleiche die Rechenwege! Was fällt dir auf?

Sascha rechnet so:

Sascha subtrahiert halbschriftlich mit dem Eintausch-Trick. Sascha subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

526 - 283

526 - 283 = 243

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Sascha!

758 - 283

758 - 283 = 475

Pfko rechnet so:

Pfko subtrahiert schriftlich mit dem Eintausch-Trick. Pfko subtrahiert in der Stellentafel.

526 - 283

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.  
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Pfko!

758 - 283

475

**Zum AB, Seite 2:**

Links und rechts stehen wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	782 - 134	1	E
2	357 - 249	1	E
3 *	932 - 478	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

**Zum AB, Seite 3:**

Auf Seite 3 sollen die Kinder einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen

\* Danke für selbst Minusaufgaben auf Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

**AB, Seite 2:  
Weitere Subtraktionsaufgaben**

\* Danke für selbst Minusaufgaben auf Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

**Schülerlösung zu Seite 2**

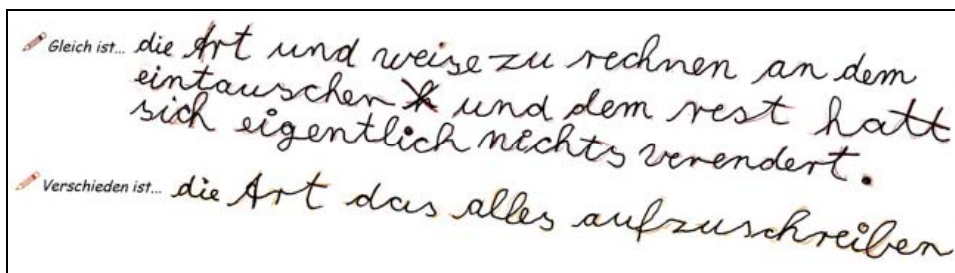


aufgefallen ist. Die Kinder sollten hierzu nicht die Farben rot, grün und blau nutzen, da diese bereits für die Darstellung des Entbündelungsprozesses genutzt werden; sie können Gleiches z.B. mit einem braunen und Verschiedenes mit einem orangefarbenen Stift markieren.

Anschließend schreiben sie ihre Entdeckungen im Forscherbericht auf.

Unterstützung bei der Verbalisierung kann dabei das bereits im Teil 1 der Reihe erstellte und ggf. erweiterte Wortspeicher-Plakat bieten (vgl. Abb. rechts, Unterrichtsplanung Teil1; auch: Haus 4, Video zur Entstehung eines Wortspeichers: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html> ).

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Lia erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male stellenweise eingetauscht (gewechselt) wird, sich die Notation aber unterscheidet.



## ALTERNATIVE:

### 2. Zum Ergänzungs-Verfahren

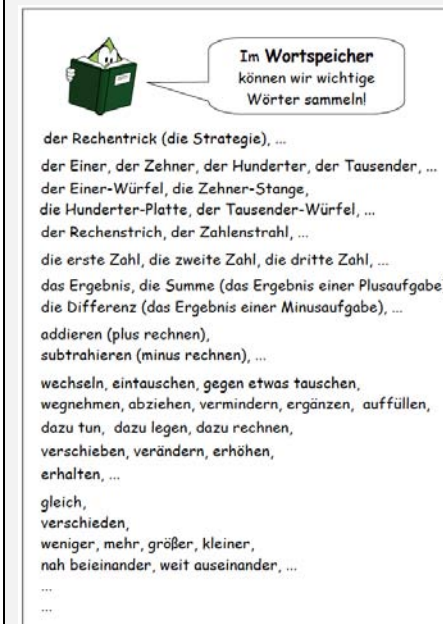
#### Zum AB, Seite 1:

Auf Seite 1 auf der linken Seite des AB wird anhand der Beispielaufgabe 526 - 283 die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚Stellengerechtes Ergänzen‘ wiederholt. Zentrales ‚Forscher-Mittel‘ ist hier der Rechenstrich.

Beim Ergänzen bzw. Auffüllen deutet man *jede Subtraktionsaufgabe als Ergänzungsaufgabe*, statt 526 – 283 wird  $283 + \underline{\quad} = 526$  gerechnet. Der Grundgedanke ist also das „Auffüllen“ des Subtrahenden (der unteren Zahl) zum Minuenden (zur oberen Zahl). Das *stellengerechte Ergänzen* stellt eine Sonderform des *Ergänzens* dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Es ist – im Unterschied zum Ergänzen ohne Beachtung der Stellen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, wenn die Grundvorstellung des Subtrahierens durch „Ergänzen“ im Vorfeld aufgebaut wurde und der Rechenstrich zur Visualisierung genutzt wird.



AB, Seite 3  
„Forscherbericht“



Beispiel für ein Wortspeicher-Plakat





AB 4\*

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!**

685 - 368 rechnet so: 912 - 478

368 +    = 685      478 +    = 912

Rechne wie \_\_\_\_\_

865 - 321	580 - 364
821 - 365	* 1708 - 463

Wie findest du diesen Rechentrick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechentrick weil*

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

Ronja rechnet so:

Ronja subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Ronja subtrahiert am Rechenstrich.

**526 - 283**

Ronja rechnet so:

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also + 3 Einer, gleich 286.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter, also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243!**

Links: RW 3, AB 4\* (vgl. Teil 1: Rechnen auf eigenen Wegen)

Rechts: Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg (in der linken Hälfte) wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

Auch beim schriftlichen Subtrahieren mit dem Auffüll-Verfahren wird von rechts nach links gerechnet: Man beginnt aber beim Subtrahenden (der unteren Zahl): Zu den 3 Einern fügt man 3 Einer hinzu, so dass man zu den geforderten 6 Einern gelangt. Nun ergänzt man noch die 8 Zehner um 4, so dass man zu den geforderten 2 Zehnern kommt. Da man dabei den Hunderter (also 300) überschreitet, wird auch die Ziffer an der Hunderterstelle um Eins größer, im Beispiel wird die 2 zur 3. Dies vermerkt man in der schriftlichen Rechnung durch eine „kleine“ (hier rot markierte) „Übertrags-Eins“.

Zum Verständnis können die Stellenwerte zunächst noch benannt werden.



*Piko* rechnet so:

*Piko* subtrahiert schriftlich mit dem Ergänzen-Trick. *Piko* subtrahiert in der Stellentafel.

*Piko* rechnet so:

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

H Z E

5 2 6

- 2 8 3

1

2 4 3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also:  $3 + 3 = 6$ , schreibe 3.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also:  $8 + 4 = 12$ , schreibe 4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,  
also:  $3 + 2 = 5$ , schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!

**Oben:** Der Algorithmus der schriftlichen Subtraktion mit dem Auffüll-Verfahren („Ergänzen-Trick“). Da kein Kind in dieser Erprober-Klasse das Auffüll-Verfahren kannte, setzten die Kinder Piko, die Leitfigur des Projektes PIK AS, als „Experten“ für diesen Rechenweg ein.

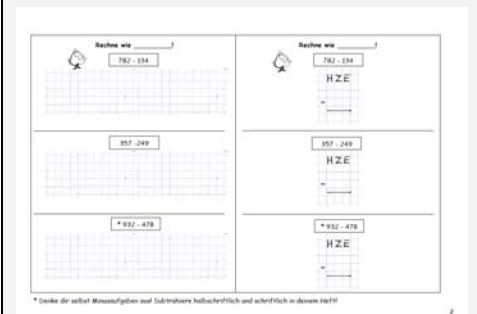
**Zum AB, Seite 2:**

Links und rechts stehen auch hier wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	782 - 134	1	E
2	357 - 249	1	E
3 *	932 - 478	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

**Zum AB, Seite 3:**

Auf Seite 3 sollen die Kinder auch hier einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst

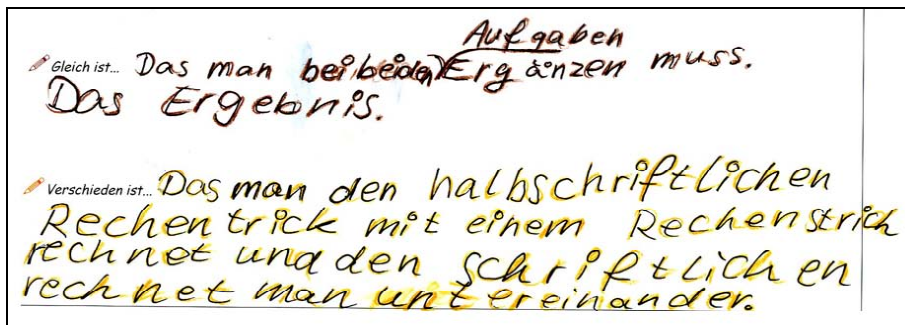


AB, Seite 2:  
Weitere Subtraktionsaufgaben  
(diese Seite entspricht der beim Entbündeln genutzten)



farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen aufgefallen ist.

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Emma erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male ergänzt wird, sich die Notation aber unterscheidet.



AB, Seite 3: „Forscherbericht“  
(diese Seite entspricht der beim Entbündeln genutzten)

## SO KANN ES GEHEN

*Anmerkung:* Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie zwei Videos, welche eine mögliche Umsetzung der Planung dieser Doppelstunde zur „Einführung“ der schriftlichen *Subtraktion* illustrieren (vgl. Link auf Seite 16).

Das methodische Vorgehen unterscheidet sich bei den alternativ einzuführenden Subtraktions-Verfahren nicht, beide Male wird die Unterrichts-Einheit in drei Phasen gegliedert (vgl. Abb. unten):

### Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des **„Wechsel-Tricks“**; Erarbeiten des **„Entbündelns“**; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

### Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des **halbschriftlichen „Ergänzen-Tricks“**; Erarbeiten des **schriftlichen „Ergänzens“**; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.





### Einstiegsphase/Problemstellung

#### 1. Transparenz über die Einheit

Hilfreich ist es, den Kindern wiederum vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch die „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), indem diese durch die neue Themenkarte ergänzt wird: „Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich. Was ist gleich? Was ist verschieden?“

#### 2. Anknüpfung und Problemstellung

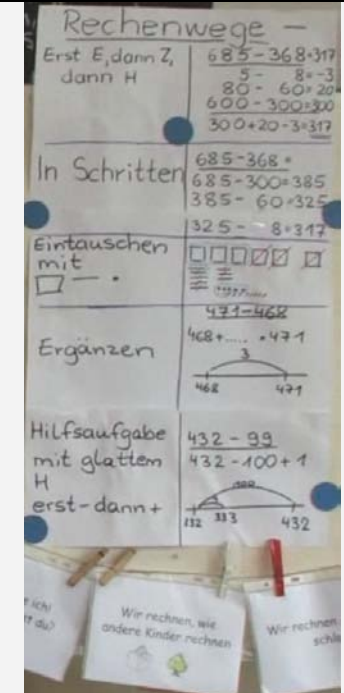
Die Einstiegsphase ist in zwei Teile gegliedert: Sie beginnt (im Sitzhalbkreis vor der Tafel) mit einer Wiederholung von Bekanntem, anschließend entwickelt die Lehrperson die Problemstellung der Stunde.

#### Anknüpfung:

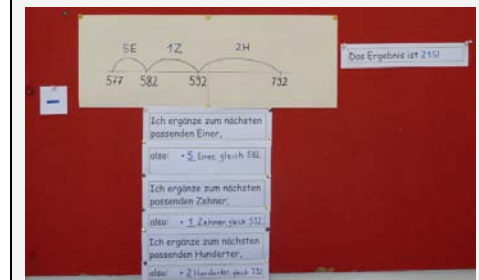
Zunächst wiederholen die Kinder die aus dem vorangegangenen Unterricht bekannte halbschriftliche Strategie, entweder das „Wechseln/Eintauschen“ oder das „stellengerechte Ergänzen“. Hierzu erinnert die Lehrperson – optimaler Weise visuell gestützt über das (im Teil 1 der Reihe entstandene) Lernplakat ‚Rechenwege Subtraktion‘ (vgl. Abb. rechts) und die Rechenwegbücher der Kinder - an die Vorarbeiten und notiert die auf dem AB befindliche erste Subtraktionsaufgabe  $526 - 283$  auf der linken Tafelhälfte. Anschließend wiederholen die Kinder die jeweils relevante halbschriftliche Strategie.

*Anmerkung:* Es ist auch möglich, zunächst eine Subtraktionsaufgabe ohne Übertrag zu stellen (z.B.  $784 - 362$ ) und diese sowohl halbschriftlich als auch schriftlich („untereinander rechnend“) lösen zu lassen.

- Beim „Wechseln“ legen die Kinder diese Aufgabe mit Zehner-System-Blöcken – optimaler Weise auf einem niedrigen Tisch vor der Tafel, so dass für alle Kinder eine gute Sicht gewährleistet bleibt - und entbündeln dabei eine Hunderterplatte. Anschließend oder auch parallel zur Handlung zeichnet ein Kind die passende Strich-Punkt-Darstellung dazu auf die linke Tafelhälfte. Die Lehrperson achtet darauf, dass der Bündelungsprozess, der getroffenen Absprache entsprechend (vgl. Text auf dem AB, Seite 1 links oben), verbalisiert und im Tafelbild farbig markiert wird (**rot: weggenommen**, **grün: gewechselt/eingetauscht**, **blau: verbleibender Rest = Ergebnis**).



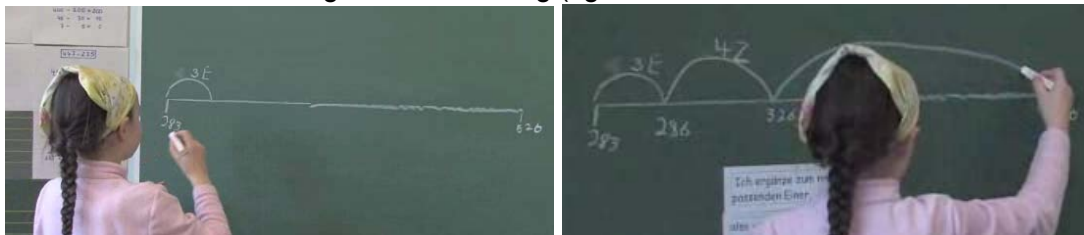
Beispiel für ein Rechenwege-Lernplakat zur halbschriftlichen Subtraktion



Ausschnitt aus einem Lernplakat zum halbschriftlichen Rechenweg „Stellengerecht Ergänzen“



- Beim „stellengerechten Ergänzen“ zeichnet ein Kind den Rechenstrich und löst die Aufgabe an diesem. Die Lehrperson achtet auch hier auf die sachrichtige Verbalisierung (vgl. Text auf dem AB, Seite 1 links oben).



**Problemstellung:**

Gemeinsam wird anschließend das neue schriftliche Verfahren aus dem bekannten halbschriftlichen entwickelt: Die rechte Tafelhälfte wird geöffnet und der schriftliche Algorithmus wird erarbeitet. Um den Kindern den Algorithmus der schriftlichen Subtraktion auch in der passenden Sprechweise anzubieten, werden handlungsbegleitend Satzstreifen (vgl. *Lehrmaterial*) an die Tafel geheftet.

- Beim Entbündeln: Auch hier wird wie beim halbschriftlichen „Wechseln“ farbig markiert: In Analogie zum halbschriftlichen Verfahren markiert ein Kind bzw. ggf. die Lehrperson die Entbündelungshandlung (die durch Wechseln eines Hunderter entstandenen 10 Zehner in der Zehner-Stelle) farbig mit grün.



6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter. 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!"



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

- Beim Auffüllen sollte die kleine „Übertrags-Eins“, die das Überschreiten des Hunderters deutlich macht, farblich (z.B. rot) hervorgehoben werden.



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,

also:  $3 + 3 = 6$ , schreibe 3.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,

also:  $8 + 4 = 12$ , schreibe 4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,

also:  $3 + 2 = 5$ , schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!



Reflexionsimpuls-Karte 'Forscherauftrag'



Selbst erstelltes Wortspeicher-Plakat einer PIK-Material-Erprober-Klasse

oben: Mögliches Tafelbild am Ende der Problemstellung (Vergleich ‚Stellenweise mit Wechseln‘ – ‚Entbündeln‘)  
 Zum Abschluss der Problemstellung stellt die Lehrperson das dreiseitige Arbeitsblatt vor und formuliert den übergeordneten ‚Forscherauftrag‘ der Stunde: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“. Diesen können Sie auch mit der ent-



sprechenden *Impulskarte* visualisieren (vgl. Abb. S. 13 oben). Sie sollten darauf hinweisen, dass die Kinder im AB auf Seite 1 (und ggf. Seite 2) farbig (mit zwei unterschiedlichen Farben) markieren sollen, was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten aufgefallen ist und ggf. noch einmal an den (im Vorfeld entstandenen) Wortspeicher (vgl. Abb. S. 7 und 13 unten) erinnern.

### Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst möglichst eigenständig die drei Seiten des AB: Sie vergleichen die beiden Vorgehensweisen und wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an. Anschließend markieren sie ihre Entdeckungen farbig (auf Seite 1 des AB) und verfassen einen Forscherbericht (auf Seite 3 des AB). Wenn sie der Ansicht sind, dass sie (die wesentlichen) Gemeinsamkeiten und Unterschiede entdeckt und so notiert haben, dass andere Kinder ihre Berichte verstehen können, melden sich zu einer ‚*Mathe-Konferenz*‘ an (vgl. auch Link zum Material für ‚*Mathe-Konferenzen*‘ und zum Illustrations-Video auf Seite 16).

Anschließend tauschen sie sich in *Mathe-Konferenzen* über ihre Entdeckungen hinsichtlich des Forscher-Auftrages aus: Die Schüler und Schülerinnen sollen in den *Mathe-Konferenzen* ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Außerdem sollen sie wahrgenommene Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege vorstellen und zusammentragen. Diese können sie auf Papierstreifen mit einem dicken Stift (Edding) zur Vorbereitung der Präsentation im Plenum notieren und /oder ein gemeinsames Protokoll anfertigen.

### Differenzierung

Als Differenzierungsangebot können Sie einen flexiblen Beginn der Arbeitsphase anbieten: Die Kinder, die sich mit dem neuen schriftlichen Rechenverfahren noch nicht sicher fühlen, können mit der Lehrperson gemeinsam die nächste Aufgabe an der Tafel bearbeiten.

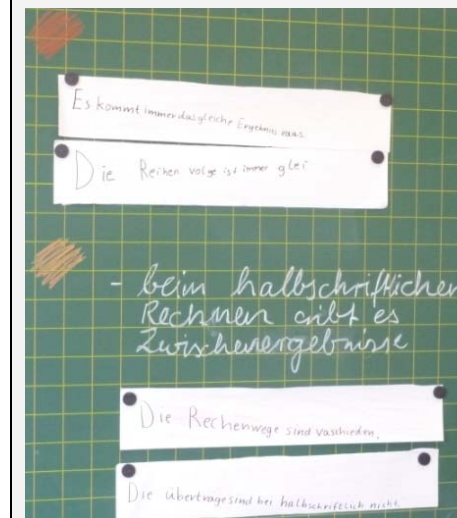
Auf dem AB sind ferner weiterführende Anforderungen (WA = \*- Aufgaben) ausgewiesen: Da *Eigenproduktionen* von Kindern für die Lehrperson besonders informativ sein können (vgl. S. 16: Link zum Thema), werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, Subtraktionsaufgaben zu erfinden und analog mit beiden Rechenwegen zu lösen.

### Schlussphase / Reflexion im Plenum

Die abschließende Reflexionsphase im Plenum sollte den Kindern nochmals Raum geben, entdeckte Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Rechenwege zusammenzutragen.

- Beim Entbündeln soll den Kindern bewusst werden, dass beide Male stellenweise gewechselt wird.
- Beim Auffüllen (Ergänzen) soll den Kindern bewusst werden, dass beide Male stellenweise ergänzt wird.

Zum Abschluss der Stunde lesen die Schülerinnen und Schüler (bzw. die Konferenz-Teams) hierzu ihre Berichte vor, heften ggf. hierzu die Papierstreifen an die Tafel, diskutieren ihre Entdeckungen und markieren diese im Tafelbild mit



In der *Mathe-Konferenz* entstandene Ergebnisse werden auf Papierstreifen im Plenum präsentiert.





# „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

# Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

Farben. Die Lehrperson moderiert diese Plenumsphase und fasst die Entdeckungen der Kinder an der Tafel schriftlich zusammen (oder – wenn möglich - lässt Kinder diese Entdeckungen an der Tafel notieren).



oben: Mögliches Tafelbild am Ende der Einheit (Vergleich ‚stellengerechtes Ergänzen‘ – ‚Auffüllen‘)

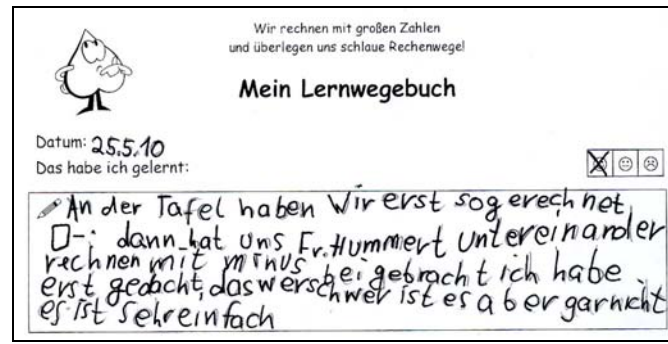
Von links nach rechts:

Links: Forscherauftrag, vergrößertes AB (Seite 1 und 3), verschiedene halbschriftliche Rechenwege aus Teil 1

Mitte: halbschriftliche und schriftliche Rechnung (jeweils mit Satzstreifen zur Sprechweise)

Rechts: Ergebnisse der Mathe-Konferenzen, oben: Gleiches, unten: Verschiedenes

Zum Abschluss der Stunde kann die Lehrperson die Kinder wiederum dazu auffordern, in ihrem Lernwegebuch (vgl. *Lehrermaterial*) zu dokumentieren, welche Erkenntnisse sie in der heutigen (Doppel-)Stunde gewonnen haben. Durch diese Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken soll eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. So kann das Kind dazu angeregt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen.



links: Eintrag einer Schülerin in ihr Lernwegebuch nach dieser



Das *Lernwegebuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



Doppelstunde. Thematisiert wurde das Entbündelungs-Verfahren; sie stellt zum neu kennen gelernten „Untereinander-Rechnen mit minus“ fest: „Ich habe erst gedacht, das wäre schwer, ist es aber gar nicht, es ist sehr einfach.“ Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens kann zudem ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden.

### Weiterarbeit

In der Folgestunde sollten die Entdeckungen (möglichst unter Nutzung des entstandenen Tafelbildes) noch einmal aufgegriffen werden und weitere Subtraktionsaufgaben halbschriftlich und schriftlich gelöst werden.

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der schriftlichen Subtraktion* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

### Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Anschließend sollte eine Unterrichtsreihe zum Thema „Flexibles Rechnen“ durchgeführt werden, da Untersuchungen gezeigt haben (vgl. z.B. Selter 2003: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Haus\\_5\\_IM\\_FlexRech.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_FlexRech.pdf)), dass die Kinder sonst sehr häufig - unabhängig vom gegebenen Zahlenmaterial - sämtliche Aufgaben mit dem schriftlichen Verfahren lösen. Ziel dieser abschließenden Einheit ist daher die Sensibilisierung der Kinder für Rechenvorteile: Die Kinder sollen erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf bzw. halbschriftlich zu rechnen (vgl. *Unterrichtsplanung Teil 3*).



### Weiterführende Informationen

**Haus 5, IM** : Zwei Informations-Videos zur verständigen Einführung des schriftlichen Subtraktions-Verfahrens

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/informationsvideos/index.html>

**Haus 5, IM** : *Elterninfos: Schriftliche Subtraktion* (jeweils ein Informationspapier zum Auffüll- und zum Entbündelungs-Verfahren)

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

**Haus 5, FM**: *Eigenproduktionen* (vgl. auch FM, Modul 5.1) -

[http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf)

**Haus 5, FM** Modul 5.3: *Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-fortbildungs-material/modul-5.3-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen/teil-1-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen.-aufgezeigt-am-beispiel-der-addition-und-subtraktion-kap.-1-4.html>

**Haus 8, UM** : *Mathe-Konferenzen* (diverse Materialien), **IM** : Illustrierendes Video

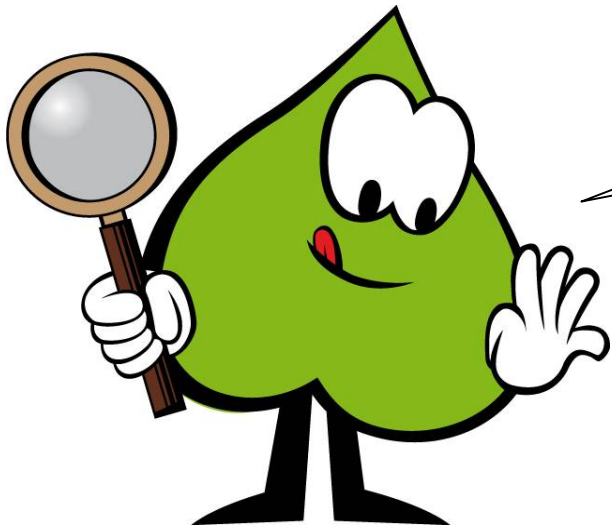
<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>

Piko's Forscherauftrag:

Vergleiche die beiden  
Rechenwege!

Was ist **gleich**?

Was ist **verschieden**?





Ich ergänze zum nächsten  
passenden Einer,

also:  $3 + \underline{3} = 6$ , schreibe **3**.

Ich ergänze zum nächsten  
passenden Zehner,

also:  $8 + \underline{4} = 12$ , schreibe  
4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten  
passenden Hunderter,

also:  $3 + \underline{2} = 5$ , schreibe **2**.

Das Ergebnis ist **243!**

$$6 \text{ Einer} - 3 \text{ Einer} = 3 \text{ Einer}$$

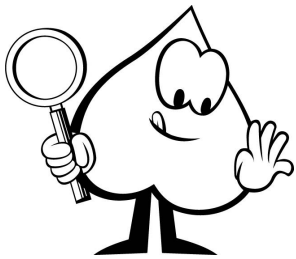
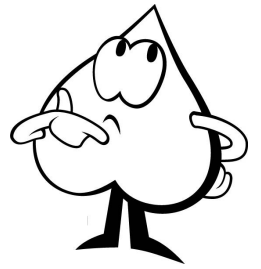
2 Zehner - 8 Zehner  
geht nicht.

Ich tausche einen  
Hunderter gegen 10  
Zehner ein,  
es bleiben 4 Hunderter.  
12 Zehner - 8 Zehner =  
4 Zehner.

4 Hunderter - 2Hunderter  
= 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!"

# Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich



Was ist gleich?  
Was ist verschieden?

---



**Ergänzen-Trick**

**Auffüll-Trick**

halbschriftlich

schriftlich

**Eintausch-Trick**

**Wechsel-Trick**

# Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name:

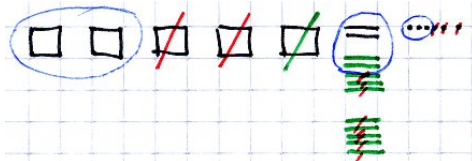
Datum:

Lea rechnet so:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Eintausch-Trick. Sie subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

Lea rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

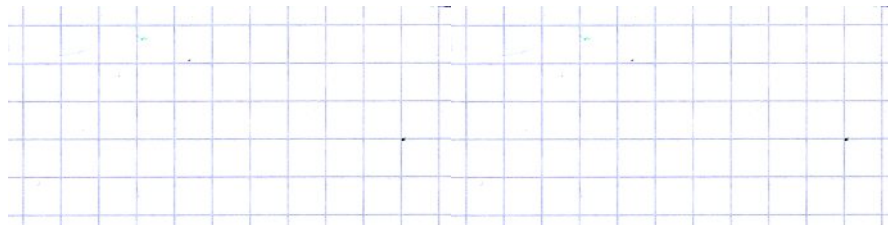
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Lea!

$$758 - 283$$



Paul rechnet so:

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Eintausch-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

$$526 - 283$$

H	Z	E
5	2	6
-	-	-
2	8	3
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Paul!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	-	-
2	8	3
<hr/>		

Rechne wie Lea!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478.

Rechne wie Paul!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

\* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name:

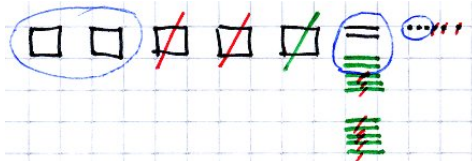
Datum:

Lea rechnet so:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Sie subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen** und **Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

Lea rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

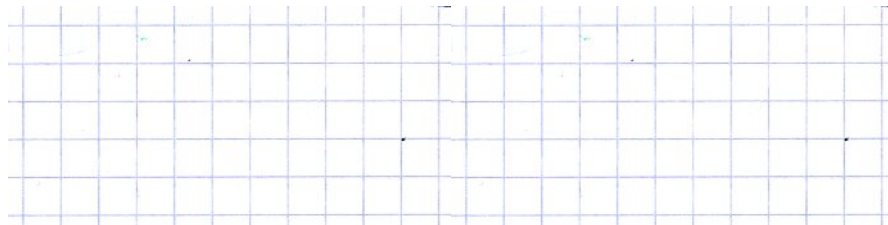
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Lea!

$$758 - 283$$



Paul rechnet so:

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

$$526 - 283$$

H	Z	E
5	2	6
-	-	-
2	8	3
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Paul!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	-	-
2	8	3
<hr/>		



Rechne wie Lea!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478.

Rechne wie Paul!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

\* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 Gleich ist...

 Verschieden ist...

# Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name:

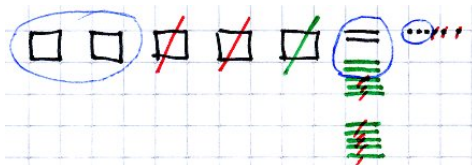
Datum:

\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Eintausch-Trick. \_\_\_\_\_ subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

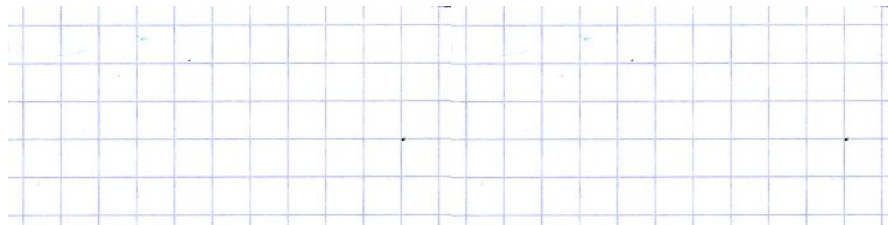
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie \_\_\_\_\_!

$$758 - 283$$



\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ subtrahiert **schriftlich** mit dem Eintausch-Trick. \_\_\_\_\_ subtrahiert in der Stellentafel.

$$526 - 283$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:

H	Z	E
5	2	6
-	-	-
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie \_\_\_\_\_!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	-	-
2	8	3

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478.

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters HZE and a minus sign with a horizontal line.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters HZE and a minus sign with a horizontal line.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478, including the letters HZE and a minus sign with a horizontal line.

\* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Name: \_\_\_\_\_

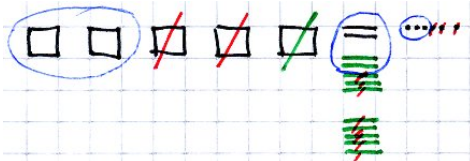
Datum: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Wechsel-Trick. \_\_\_\_\_ subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

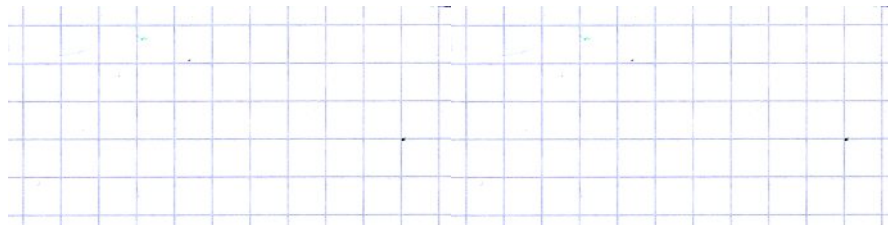
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie \_\_\_\_\_!

$$758 - 283$$



\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. \_\_\_\_\_ subtrahiert in der Stellentafel.

$$526 - 283$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:

H	Z	E
4	10	
5	2	6
-	2	8
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie \_\_\_\_\_!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	2	8
<hr/>		

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478.

Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

\* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!



Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!

Name:

Datum:



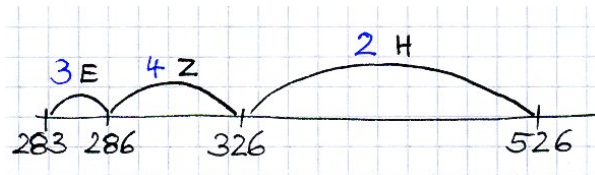
Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

Lea rechnet so:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.

$$526 - 283$$

Lea rechnet so:



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also + 3 Einer, gleich 286.

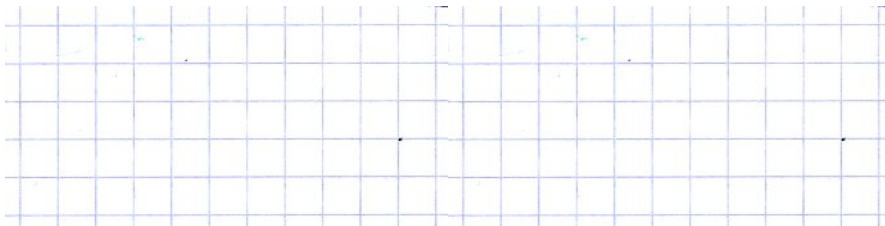
Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter,  
also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243!**

Rechne wie Lea!

$$758 - 283$$



Paul rechnet so:

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

$$526 - 283$$

	H	Z	E
	5	2	6
-	2	8	3
		<u>1</u>	
	2	4	3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also:  $3 + \underline{3} = 6$ , schreibe **3**.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also:  $8 + \underline{4} = 12$ , schreibe **4**, übertrage **1**.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,  
also:  $3 + \underline{2} = 5$ , schreibe **2**.

Das Ergebnis ist **243!**

Rechne wie Paul!

$$758 - 283$$

	H	Z	E
	7	5	8
-	2	8	3

Rechne wie Lea!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478.

Rechne wie Paul!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem \* 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

\* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

# Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!

Name:

Datum:



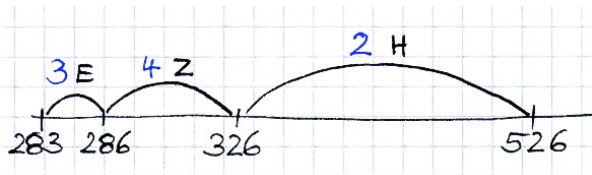
Vergleiche die Rechenwege!  
Was fällt dir auf?

\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. \_\_\_\_\_ subtrahiert am Rechenstrich.

$$526 - 283$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also + 3 Einer, gleich 286.

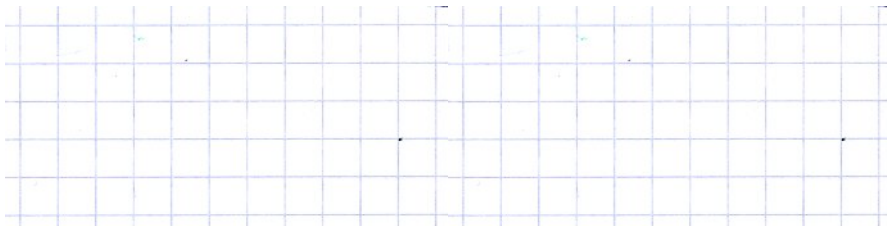
Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter,  
also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243**!

Rechne wie \_\_\_\_\_!

$$758 - 283$$



\_\_\_\_\_ rechnet so:

\_\_\_\_\_ subtrahiert **schriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. \_\_\_\_\_ subtrahiert in der Stellentafel.

$$526 - 283$$

\_\_\_\_\_ rechnet so:

	H	Z	E
526	5	2	6
-283	2	8	3
		<u>1</u>	
	2	4	3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also:  $3 + \underline{3} = 6$ .

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also:  $8 + \underline{4} = 12$ , schreibe 2, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,  
also:  $3 + \underline{2} = 5$ .

Das Ergebnis ist **243**!

Rechne wie \_\_\_\_\_!

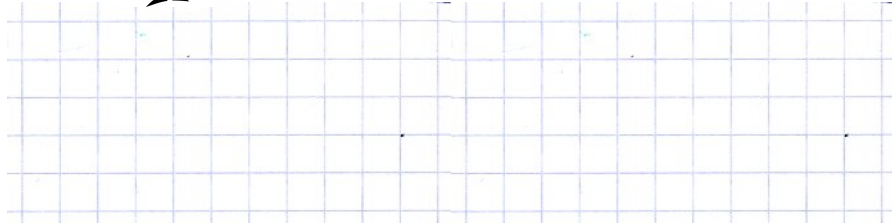
$$758 - 283$$

	H	Z	E
758	7	5	8
-283	2	8	3

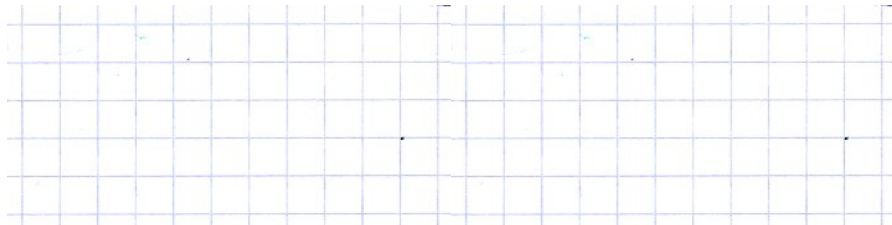
Rechne wie \_\_\_\_\_!



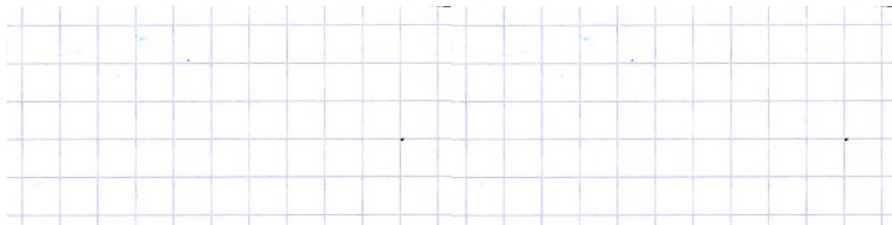
$$782 - 134$$



$$357 - 249$$



$$* 932 - 478$$



Rechne wie \_\_\_\_\_!



$$782 - 134$$



$$357 - 249$$



$$* 932 - 478$$



\* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

## Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,  
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*





## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 3

### Teil III: Flexibles Rechnen – Im Kopf oder schriftlich?

#### DARUM GEHT ES

Bekanntlich unterscheidet man zwischen *mündlichem* Rechnen, bei dem sämtliche Schritte zur Lösung einer Aufgabe ohne Notation erfolgen, *halbschriftlichem* Rechnen, bei dem die Teilrechnungen aufgeschrieben, sowie *schriftlichem* Rechnen, bei dem die Ergebnisse nach festgelegten Regeln (Algorithmen) ziffernweise ermittelt werden (vgl. auch Haus 5, IM: Elterninfos „Verschiedene Rechenmethoden“). Alle drei Methoden haben ihre Vor- und Nachteile. Die Kinder sollen im Verlauf der Grundschulzeit lernen, sie abhängig vom Zahlenmaterial, aber auch von eigenen Präferenzen *flexibel* einsetzen zu können.

#### Leitideen für den Unterricht

- „Das *mündliche* und das *halbschriftliche* Rechnen werden sowohl für lebensweltliche Erfordernisse als auch für den weiterführenden Mathematikunterricht als *zentrale Rechenmethoden* angesehen. Die Normalverfahren des schriftlichen Rechnens sind nach wie vor bedeutsam, ihre Beherrschung gilt allerdings nicht als Krönung des Unterrichts. Verständnis ist dabei genauso wichtig wie Sicherheit.
- Als echte Konkurrenz für das schriftliche Rechnen und seine Ökonomie wird neben dem mündlichen (keine Notizen, hoher Merkaufwand) und dem halbschriftlichen Rechnen (vollständige Notation der Rechenwege, hoher Schreibaufwand) eine *informelle Arithmetik* etabliert, bei der lediglich Zwischenergebnisse oder Teilrechnungen notiert werden.
- Die Schüler(innen) werden zum Nachdenken über die Eignung der Methoden für bestimmte Rechenanforderungen angeregt. Neben 'objektiven' Kriterien – wie Zahlbeziehungen oder Zahlengröße – sind dabei auch 'subjektive' Kriterien relevant – wie individuelle Präferenzen oder Lernmöglichkeiten“ (SELTER 2003).

Daher sollen die Kinder bei den hier vorgestellten, schwerpunktmäßig auf die dritte Leitidee bezogenen, Unterrichtsaktivitäten entscheiden, *welche* Aufgaben sie *warum* mündlich bzw. schriftlich rechnen.

#### ZIELE

Sensibilisierung für Rechenvorteile:

Die Kinder sollen erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf (bzw. halbschriftlich) zu rechnen.

#### Schuljahr 3

(eine wiederholte Thematisierung zu Beginn der Klasse 4 ist sinnvoll)

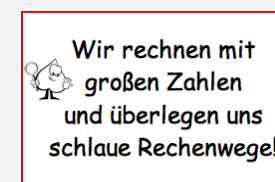
#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt: Flexibles Rechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren





### Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 (Lehrplan Mathematik Nordrhein-Westfalen 2008)

#### Zahlen und Operationen – Flexibles Rechnen

„Die Schülerinnen und Schüler nutzen aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen eine Strategie des Zahlenrechnens (\*), ein schriftliches Normalverfahren (...)“ (S. 63).


\* Anm. PIK AS: „Zahlenrechnen“ meint mündliches bzw. halbschriftliches Rechnen.

### LEITFRAGE

Wenn sich die Kinder mit halbschriftlichen Strategien und dem schriftlichen Algorithmus auseinandergesetzt haben:  
,Wie fördere ich das *flexible Rechnen*, den ‚Zahlenblick‘ und den ‚Aufgabenblick‘, den Blick für Beziehungen und Zusammenhänge zwischen Zahlen, und die aufgabenbezogene oder von eigenen Präferenzen abhängige Nutzung der verschiedenen Verfahren?’

### SO KANN ES GEHEN

Die Schulung des flexiblen Rechnens bedarf der individuellen und der gemeinsamen Reflexion über die eigenen und andere mögliche Rechenwege.

Die *Meta-Betrachtung* der gegebenen Aufgaben (und der in ihr enthaltenen Zahlenwerte) spielt dabei eine zentrale Rolle. Der Prozess des Rechnens muss verlangsamt werden: Der Drang vieler Kinder, eine Aufgabe sofort ausrechnen zu wollen, muss „gebremst“ werden, wenn zunächst überlegt werden soll, welches Verfahren aufgabenbezogen „schlau“ ist. Das Motto zur Initiation dieser Meta-Betrachtung lautet daher: „Erst schauen. Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“. Als Symbol für den sog. „Zahlenblick“ (vgl. SCHÜTTE 2002) bzw. „Aufgabenblick“ dient hier ein Augenpaar:  (vgl. Abb. rechts: PIKOs Tipp und „Zahlenblick“-Impulskarte; im Lehrmaterial).

Wichtig ist die *Reflexion über die zu treffenden bzw. die getroffenen Entscheidungen* in allen Phasen des Unterrichtes: Sowohl in der Phase der Problemstellung, in der dann folgenden Einzelarbeit (ICH-Phase), in der die Kinder zunächst überlegen, wie sie selbst die Aufgaben möglichst „schlau“ lösen können, als auch in den Phasen der Kommunikation mit Anderen über die getroffenen Zuordnungen (DU-Phase), also z.B. in der Mathe-Konferenz (vgl. Haus 8), sowie im Plenum (WIR-Phase).

Dabei ist es möglich, dass die Kinder unterschiedliche Zuordnungen vornehmen, da diese auch von den Lernmöglichkeiten der einzelnen Kinder und ihren Präferenzen abhängen.

Diese *Reflexion über zu treffende bzw. getroffene Entscheidungen* sollte durch Impulse angeregt werden, wie z.B. „Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet / findest du leichter? Warum?“, „ Welche Aufgaben hast du schriftlich



PIKOs Tipp



Impulskarte: „Hast du den Zahlenblick? Schau genau!“



gerechnet / findest du schwieriger? Warum?“, „Haben sie etwas gemeinsam? Was?“, „Welche Tipps hast du für die anderen Kinder?“ (vgl. Impulskarten im Lehrermaterial).

„Genauso wichtig wie das Nachdenken über das flexible Rechnen ist aber auch die regelmäßige Übung im flexiblen Rechnen, um schließlich über das richtige Mischungsverhältnis von Reflexion und Routine verfügen zu können“ (SELTNER 2003). Daher sollten Übungen zum flexiblen Rechnen immer wieder Eingang in den Unterricht finden. Wichtig ist es dabei, stets Begründungen einzufordern, warum welcher Rechenweg gewählt wurde.

Förderlich für den Auf- und Ausbau von Kompetenzen im flexiblen Rechnen sind Kompetenzen im Bereich des „schnellen Kopfrechnens“ (vgl. Lehrplan, S. 62), also unmittelbar abrufbare Kenntnisse (wie die Aufgaben des Einspluseins) und schnell ausführbare Fertigkeiten (wie das Ergänzen zur nächsten Stufenzahl), die auf anschauungsgestützten Vorstellungen von Zahlen und Rechenoperationen basieren (vgl. auch: „Blitzrechnen“-Material von Müller und Wittmann aus dem Programm „mathe 2000“ (<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/mathe2000/neu.html>) und Infopapier zu den Blitzrechnen-Plakaten in Haus 3, UM).

Das bedeutet, dass die Entwicklung des flexiblen und des schnellen (Kopf-)Rechnens vom 1. Schuljahr an Hand in Hand gehen sollten.

### Informationen zu den Arbeitsblättern

Im Unterrichts-Material des Hauses 5 befinden sich vier verschiedene Schüler-Arbeitsblätter zur Addition und Subtraktion. Diese weisen keine Stufung bezüglich der Reihenfolge der Durchführung auf, sondern stehen lediglich exemplarisch für die Anregung des flexiblen Rechnens im Kontext des Themas „Additives halbschriftliches und schriftliches Rechnen im Tausenderraum“, da sich derartige Aktivitäten in jedem zeitgemäßen Mathematik-Schulbuch finden lassen.

Die verschiedenen Aufgaben auf den Arbeitsblättern legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerten und ihren Schwierigkeitsgrad nahe, entweder „im Kopf“ (mündlich bzw. halbschriftlich) oder schriftlich zu rechnen. Bei allen Arbeitsblättern steht die *Meta-Betrachtung* der Aufgaben im Vordergrund. Um diese noch bewusster zu gestalten, liegt zudem ein AB vor, auf dem die Kinder Kriterien sammeln können, wann es sich aus ihrer Sicht empfiehlt, eine Aufgabe im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen (subjektive Kriterien). Um eine Auseinandersetzung mit fachlich ‚objektiven‘ Kriterien zur aufgabenbezogenen Nutzung eines Verfahrens anzuregen, gibt es zudem Vorschläge zur Gestaltung eines Lernplakates, das (nicht in der gegebenen Form präsentiert, sondern) mit den Kindern gemeinsam entwickelt werden sollte.

Weiterführende Informationen sowie Vorschläge zum Vorgehen im Unterricht finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 3*.

Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum?



Welche Aufgaben hast du schriftlich gerechnet? Warum?



Haben die Aufgaben etwas gemeinsam? Was?



Welche Tipps hast du für die anderen Kinder?



Im Kopf oder schriftlich? - Mögliche Impulskarten zur Reflexion über zu treffende bzw. getroffene Entscheidungen



### Eine Auswahl von (Artikeln aus) Fachzeitschriften zum Thema

- LORENZ, Jens Holger (Hg., 2006): Zahlensinn. Die Grundschulzeitschrift H. 191 (Themenheft)
- RECHTSTEINER-MERZ, Charlotte (2011): Den Zahlenblick schulen. Flexibles Rechnen entwickeln. Materialteil. Die Grundschulzeitschrift H. 248/249
- RUWISCH, Silke (Hg., 2008): Flexibles Rechnen: Multiplizieren & Dividieren. Grundschule Mathematik H. 17 (Themenheft)
- SCHIPPER, Wilhelm & Christoph SELTER (Hg., 2001): Rechnen: Mündlich, schriftlich, halbschriftlich. In: Die Grundschulzeitschrift. Sammelband: Offener Mathematikunterricht: Arithmetik II, S. 4 – 37
- SCHÜTTE, Sybille (2002): Aktivitäten zur Schulung des Zahlenblicks. In: Praxis Grundschule H. 2, S. 5 - 12
- SELTHER, Christoph (Hg., 1999): Flexibles Rechnen. Die Grundschulzeitschrift H. 125 (Themenheft)
- SELTHER, Christoph (2003): Flexibles Rechnen – Forschungsergebnisse, Leitideen, Unterrichtsbeispiele. In: Sache Wort Zahl H. 57, S. 45 – 50
- VERBOOM, Lilo (Hg., 2006): Flexibles Rechnen: Addieren & Subtrahieren. Grundschule Mathematik H. 11 (Themenheft)

### Weiterführende Informationen und Materialien im PIK AS-Material

Haus 3, UM : *Blitzrechen-Plakate*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-3-unterrichts-material/blitzrechen-plakate/das-zaehlt-in-mathe-kopie.html#Informations-Papier>

Haus 5, IM :

*Elterninfo „Verschiedene Rechenmethoden“*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Elterninfos/Elterninfo Rechenmethoden.pdf>

*Informations-Text zum ICH-DU-WIR-Prinzip*

[http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/H5\\_IM Dialogisches Lernen von Sprache und Mathematik.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/H5_IM Dialogisches Lernen von Sprache und Mathematik.pdf)

*Informations-Text zum flexiblen Rechnen*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Haus 5 IM FlexRech.pdf>

Haus 8, UM  : *Mathe-Konferenzen (Materialien)* IM  : *Mathe-Konferenzen (illustrierendes Video)*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-informations-material/informationsvideos/informationsvideos.html>



## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil III: Flexibles Rechnen – Im Kopf oder schriftlich?

### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 3 (Addition und Subtraktion)

#### Allgemeine Anmerkungen vorweg

- Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 – 3* ([http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5\\_-\\_Individuelles\\_und\\_gemeinsames\\_Lernen/UM/Ich-Du-Wir/Planungen/Basisinfo\\_Reihe\\_Ueberblick.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/UM/Ich-Du-Wir/Planungen/Basisinfo_Reihe_Ueberblick.pdf)).
- Grundlegende Informationen zum Thema ‚Flexibles Rechnen‘ finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 3*.

#### Lernvoraussetzungen

Die nachstehend skizzierten Aktivitäten können dann durchgeführt werden, wenn das Zahlen- und das Ziffernrechnen den Kindern bekannt sind, also wenn sie

- a) sich auf eigenen Wegen mit mündlichen/halbschriftlichen Strategien zur Addition und Subtraktion auseinandergesetzt (vgl. Teil 1) und
- b) die schriftlichen Algorithmen der Addition und Subtraktion verständlich erlernt (vgl. Teil 2) haben.

Förderlich für den Ausbau der Kompetenzen im flexiblen Rechnen wirkt es sich ferner aus, wenn die Kinder die notwendigen Basiskompetenzen im Bereich des „schnellen Kopfrechnens“ (vgl. Lehrplan, S. 62) erworben haben, sie also über unmittelbar abrufbare Kenntnisse (wie die Aufgaben des Einspluseins) und schnell ausführbare Fertigkeiten (wie das Ergänzen zur nächsten Stufenzahl) verfügen, die sie auf anschauungsgestützten Vorstellungen von Zahlen und Rechenoperationen entwickeln konnten (vgl. hierzu auch Haus 3, UM: Blitzrechen-Plakate). Die Entwicklung des *flexiblen* und des *schnellen* (Kopf-)Rechnens sollten daher vom 1. Schuljahr an Hand in Hand gehen.

#### LEITFRAGE

„Wie fördere ich das *flexible Rechnen*, den ‚Zahlenblick‘ und den ‚Aufgabenblick‘, den Blick für Beziehungen und Zusammenhänge zwischen Zahlen, und die aufgabenbezogene oder von eigenen Präferenzen abhängige Nutzung der verschiedenen Verfahren‘ (eine Strategie des Zahlenrechnens, ein schriftliches Normalverfahren oder den Taschenrechner; vgl. Lehrplan 2008, S. 63)?

#### Schuljahr 3

(eine wiederholte Thematisierung zu Beginn der Klasse 4 ist sinnvoll)

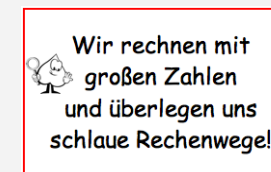
#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt: Flexibles Rechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren



Reihenverlauf-Themenleine:  
Ergänzungskarte



## „Wir überlegen: Im Kopf oder schriftlich?“

„Nicht immer ist es schlaue, schriftlich zu rechnen!“

### ZIELE

Sensibilisierung für Rechenvorteile: Die Kinder sollen erkennen, dass die neu erlernten schriftlichen Algorithmen keine „Königswege“ sind, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf (bzw. halbschriftlich) zu rechnen.

### ZEIT

Mehrere Schulstunden (minimal 2); günstig ist es, immer wieder Aufgaben dieser Art anzubieten.

### DARUM GEHT ES

Im Unterrichts-Material des Hauses 5 finden Sie vier verschiedene Schüler-*Arbeitsblätter* (AB) zum Thema „*Im Kopf oder schriftlich?*“ zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000.

AB 1: jeweils ein AB zur Addition und Subtraktion, jeweils ohne bzw. mit Satzanfängen als Formulierungshilfen

AB 2: jeweils ein AB zur Addition und Subtraktion

AB 3: ein AB zur Addition und Subtraktion

AB 4: jeweils ein AB zur Addition und Subtraktion

Diese Arbeitsblätter weisen keine Stufung bezüglich der Reihenfolge der Durchführung auf, sondern stehen lediglich exemplarisch für die Anregung des flexiblen Rechnens im Kontext des Themas „Additives halbschriftliches und schriftliches Rechnen im Tausenderraum“, da sich derartige Aktivitäten in jedem zeitgemäßen Mathematik-Schulbuch finden lassen. Sie können daher auch alternativ, zu unterschiedlichen Zeitpunkten oder ergänzend zu Aktivitäten im Schulbuch genutzt werden.

Daher gibt es hier im engeren Sinne keine „Unterrichts-Reihe“, die einzelne Einheiten ausweist.

### Informationen zu den Materialien

Die verschiedenen Aufgaben auf den AB 1 – 4 legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerten und ihren Schwierigkeitsgrad nahe, entweder „im Kopf“ (halbschriftlich) oder schriftlich zu rechnen.

Bei allen Arbeitsblättern steht die *Meta-Betrachtung* der Aufgaben im Vordergrund:

Viele Kinder wollen sofort „losrechnen“, wenn ihnen Rechen-Aufgaben gestellt werden. Dieser „Rechendrang“ soll zugunsten der Meta-Betrachtung „gebremst“ werden. Wichtig ist es, dass der „*Zahlen- und Aufgabenblick*“ bewusst mit den Kindern thematisiert wird. Das Motto zur Verlangsamung des Rechenprozesses und zur Initiation dieser Me-

### Material

#### Lehrperson

- \* Reihenverlauf-Themenleine: Ergänzungskarte „Im Kopf oder schriftlich?“
- \* PIKOs Tipp, Impulskarten (farbig oder schwarz-weiß)
- \* Lernplakat ‚Kriterien: Im Kopf? Schriftlich?‘ (Leerformat, vergrößert für den Einsatz im Unterricht); ggf. Haftzettel (Post its) oder Papiersteifen und Eddings
- \* Lernplakat ‚Ideen für Kriterien‘ (mögliche Kriterien für die Hand der Lehrperson)
- \* Ergebnisse / Materialien aus Teil 1 und 2:
  - \* Lernplakate
  - \* Plakat ‚Wortspeicher‘
  - \* Plakat ‚Satzanfänge‘
  - \* Plakat ‚Mathe-Konferenz-Leitfaden‘
  - \* Anmelde-Liste ‚Mathe-Konferenz‘
  - \* AB PIKO-Funktionen
  - \* Plakat ‚Ideen für das Lernwegbuch‘

### Material

#### SchülerInnen

- AB 1 \*– 4 (auch alternativ nutzbar)
- AB ‚Kriterien: Im Kopf? Schriftlich?‘
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz





## „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

## Unterrichtsplanung Teil 3

ta-Betrachtung lautet daher: „Erst schauen. Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“ (vgl. Abb. S. 3 rechts: *PIKOs Tipp*). Zusätzlich oder alternativ können Sie die „Zahlenblick“-Impulskarte zum Einsatz bringen (vgl. Abb. rechts unten). Diese Impulskarten können Sie generell (nicht nur in dieser Reihe) nutzen, wenn Aufgaben zum flexiblen Rechnen thematisiert werden.

Als Symbol für den sog. „Zahlenblick“ bzw. „Aufgabenblick“ dient ein Augenpaar: .

Dieses Augenpaar findet sich ebenfalls auf den AB wieder. Zudem werden die Kinder auch durch den Aufgabentext jeweils dazu aufgefordert, sich zuerst die Aufgaben genau auf die gegebenen Zahlenwerte hin anzuschauen, bevor sie sich entscheiden sollen, welche Aufgabe sie im Kopf bzw. schriftlich rechnen wollen.

Zentral ist also die *Reflexion über die zu treffenden bzw. getroffenen Entscheidungen* bezüglich der gewählten Rechenmethode, angeregt durch Impulse wie z.B. „Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet / findest du leichter? Warum?“, „Welche Aufgaben hast du schriftlich gerechnet / findest du schwieriger? Warum?“, „Haben sie etwas gemeinsam? Was?“, die z.B. durch die Nutzung von Impulskarten visualisiert werden können (im UM: Lehrermaterial).



Dabei gibt es hier im engeren Sinne keine „richtigen“ und „falschen“ Lösungen, denn es ist möglich, dass die Kinder unterschiedliche Zuordnungen vornehmen, da diese einerseits vom Können der einzelnen Kinder und andererseits von ihren persönlichen Präferenzen abhängen. Diese Divergenz der Lösungen kann sich zu einer interessanten Herausforderung im Austausch mit anderen Kindern entwickeln (s.u.: „So kann es gehen“).

Wichtig ist es in diesem Zusammenhang, dass gemeinsam mit den Kindern die einzelnen Aufgaben beurteilt und *Kriterien* („Tipps“) entwickelt werden, die wiedergeben, wann eine Aufgabe als „leicht(er)“ bzw. „schwieriger“ eingeschätzt werden kann (nicht: muss).

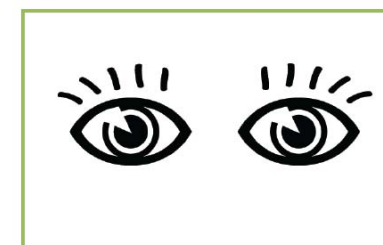
Solche - aus der fachlichen Sicht betrachtet - ‚objektiven Kriterien‘ sind die Zahlengröße und ihre Eigenschaften (z.B. „glatte Zahlen“, „nicht glatte Zahlen“, ihre „Schwellennähe“ („nah an einer glatten Zahl“; „Fast-glatte Zahl“)) sowie die Nutzbarkeit von Zahlbeziehungen – also wie aus ‚schwierigen‘ Aufgaben ‚leichtere‘ gemacht werden können: z.B. durch Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen, Vereinfachen der Aufgaben durch Umstellen von Zahlen, Nutzen von Hilfsaufgaben oder Nutzen von Analogien.

Dass es – aus der Sicht der einzelnen Kinder - auch „subjektive Kriterien“ gibt, die auch durch Vorlieben für bestimmte Rechentricks geprägt sein können, sollte ebenfalls thematisiert werden, damit die Kinder erfahren, dass manche Wege vielleicht leichter bzw. schneller ans Ziel führen, aber dass trotzdem verschiedene Sichtweisen möglich sind, was als „schlau“ wahrgenommen wird.

- \* Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- \* Haftzettel (Post its) oder Papiersteifen und Eddings
- \* Protokollbogen Mathe-Konferenz
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Ergebnisse / Materialien aus Teil 1 und 2: „Rechenwegbuch“



PIKOs Tipp



Impulskarte „Zahlenblick“



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 3

Um die Meta-Betrachtung der Aufgaben noch bewusster zu gestalten, liegt daher zusätzlich ein *AB Forscherbericht Kriterien* („Im Kopf oder schriftlich? Meine Tipps“) vor, auf dem die Kinder *Kriterien* sammeln können, wann es sich aus ihrer Sicht empfiehlt, eine Aufgabe im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen (subjektive Kriterien). Dieses wird begleitend oder abschließend bearbeitet. Die zunächst in Einzelarbeit entstandenen und dann im Austausch mit anderen Kindern diskutierten Ergebnisse können auf einem gemeinsamen *Lernplakat* (Leerformat „Im Kopf oder schriftlich? Unsere Tipps“) gesammelt und geordnet werden (s. unten: „So kann es gehen“).

Die Erfahrung zeigt, dass einige Kinder zunächst dabei verbleiben, die Zuordnung einer mündlich gelösten Aufgabe damit zu begründen, dass diese „leicht“ war bzw. umgekehrt, dass schriftlich gerechnet wurde, weil die Aufgabe „schwierig“ war (vgl. S.7: Beispiel von Dennis). Um schließlich auch die Auseinandersetzung mit fachlich ‚objektiven‘ Kriterien zur aufgabenbezogenen Nutzung eines Verfahrens zu gewährleisten, muss die Lehrperson in solchen Fällen ggf. gezielt auf Zahleigenschaften und -beziehungen sowie Aufgabenmerkmale hinweisen. Hierzu finden Sie im Lehrmaterial eine Sammlung von Ideen für die Hand der Lehrperson, wie ein solches *Lernplakat* aussehen könnte, das (nicht in der gegebenen Form präsentiert, sondern) mit den Kindern gemeinsam entwickelt werden kann.

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Im Kopf oder schriftlich? Meine Tipps**

Wenn rechnest du im Kopf? Was haben die Aufgaben gemeinsam?

Wenn rechnest du schriftlich? Was haben die Aufgaben gemeinsam?

Ich rechne im Kopf, wenn ...

Ich rechne schriftlich, wenn ...

Schüler-AB Forscherbericht Kriterien

**Im Kopf oder schriftlich? Unsere Tipps**

Wenn rechnest du im Kopf? Was haben die Aufgaben gemeinsam?

Wenn rechnest du schriftlich? Was haben die Aufgaben gemeinsam?

Ich rechne im Kopf, wenn ...

Ich rechne schriftlich, wenn ...

Lernplakat Kriterien (Leerformat) für den Einsatz im Unterricht

**Im Kopf oder schriftlich? Unsere Tipps**

Wenn rechnest du im Kopf? Was haben die Aufgaben gemeinsam?

Wenn rechnest du schriftlich? Was haben die Aufgaben gemeinsam?

Ich rechne im Kopf, wenn die Aufgaben leicht sind, weil

- ich sie auswendig weiß (25 + 25)
- ich die Lösung auf einen Blick sehe (342 + 2)
- die Zahlen klein sind (25 + 3)
- gibt sind, also eine Null in der Zehner-Stelle und in der Einer-Stelle stehen
- zwei gleiche Zahlen (100 + 100)
- eine gleiche Zahl (100 + 50)
- fast gibt sind, also die Zahlen nur an einer gleichen Zahl sind (199 und 201 sind nur an 200)
- ich nur wenige Rechenschritte machen muss (116 + 21 + 314 + 20 + 1)
- es keine Überträge gibt (934 + 22)

Ich rechne schriftlich, wenn die Aufgaben schwerer sind, weil

- die Zahlen groß sind (500 - 287)
- es keine gleiche Zahlen gibt (657 - 173)
- mehrere Rechenschritte machen muss (116 + 668 + 100 + 400 + 70 + 60 + 6 + 8 = 500 + 130 + 14)
- es einen Übertrag gibt (288 + 31)
- es mehrere Überträge gibt (288 + 79)
- keine „Rechenricks“ benutzen kann
- viele Zahlen in der Aufgabe stehen (171 - 382 + 257)

Ich „Rechenricks“ benutzen kann

- eine ähnliche leichter Aufgabe rechnen (113 + 307 = 13 + 7)
- die Aufgabe vereinfachen (249 + 251 = 200 + 250)
- eine Hilfsaufgabe rechnen (525 + 207 = 525 + 300 - 3)
- Zahlen gerichtet zusammenfassen (249 + 251 + 317 + 100 + 317)
- bei Minusaufgaben, wenn die Zahlen nah beieinander liegen Rechnen mit dem Ergänzungs-Trick (700 - 498 = ... = 498 + ... = 700)

Ideensammlung Lernplakat für die Hand der Lehrperson

Bei allen AB sind die Kinder dazu aufgefordert, zu begründen, warum sie welche Aufgaben im Kopf bzw. schriftlich gerechnet haben. Diese Verbalisierung sollte schriftlich erfolgen bzw. (ggf. bei AB 3 und 4) schriftlich vorbereitet werden.

Unterstützung bei der Verbalisierung können hierbei das (bereits im Teil 1 der Reihe erstellte und ggf. um Wörter/Satzteile (wie „Im Kopf“, „halbschriftlich“, „schriftlich“, „Einer-Stelle“, „Zehner-Stelle“, „Hunderter-Stelle“, „Übertrag“

**Im Wortspeicher können wir wichtige Wörter sammeln**

der Rechenrick (die Strategie), ...  
 der Einer, der Zehner, der Hunderter, der Tausender, ...  
 der Einer-Würfel, die Zehner-Stange, die Hunderter-Platte, der Tausender-Würfel, ...  
 der Rechenstrich, der Zahlenstrahl, ...  
 die erste Zahl, die zweite Zahl, die dritte Zahl, ...  
 das Ergebnis, die Summe (das Ergebnis einer Plusaufgabe), die Differenz (das Ergebnis einer Minusaufgabe), ...  
 addieren (plus rechnen), subtrahieren (minus rechnen), ...  
 wechseln, eintauschen, gegen etwas tauschen, wegnehmen, abziehen, vermindern, ergänzen, auffüllen, dazu tun, dazu legen, dazu rechnen, verschieben, verändern, erhöhen, erhalten, ...  
 gleich, verschieden, weniger, mehr, größer, kleiner, nah beieinander, weit auseinander, ...

Wortspeicher-Plakat

**halbschriftlich**

Ergebnis: 104

$355 + 728$

$235 + 112$

$238 + 118 + 328$

$238 + 100 + 128$

$8 \cdot 8 = 64$

$100 + 30 = 130$

$3 = 8 + 13$

**schriftlich**

H Z E

3 4 7

+ 1 2 5

1

4 7 2

Ich addiere zuerst die Einer, also:  $5 + 7 = 12$ , schreibe 2, übertrage 1.

Ich addiere dann die Zehner, also:  $1 + 2 + 4 = 7$ , schreibe 7.

Ich addiere dann die Hunderter, also:  $1 + 3 = 4$ , schreibe 4.

Beispiele für Lernplakate aus Teil 1 (zur halbschriftlichen Addition) und Teil 2 (zur schriftlichen Addition)





# „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

# Unterrichtsplanung Teil 3

etc.) erweiterte) **Wortspeicher-Plakat** (vgl. Abb. S. 4 rechts oben) sowie die in Teil 1 und 2 erstellten Lernplakate (Benannte „Rechentricks“, Satzstreifen mit Sprechweise) bieten (vgl. Beispiele S. 4 rechts unten).

Die Lehrperson kann zudem **Satzanfänge** mit den Kindern erarbeiten und diese schriftlich (auf einem Plakat oder an der Tafel) als Sprachvorbild fixieren, z.B.

„Diese Aufgaben habe ich im Kopf gerechnet...“ „Ich habe im Kopf gerechnet, weil...“

„Diese Aufgaben habe ich schriftlich gerechnet...“ „Ich habe schriftlich gerechnet, weil...“ (vgl. auch Haus 4).

Zur Illustration möglicher Schülerlösungen zunächst die Bearbeitung des AB 1 (Addition; Seite 2 ohne Satzanfänge) von Philipp:

Name: Philipp  
Datum: 13.9.2010

### Im Kopf oder schriftlich?

1. Entscheide selbst!

Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann, ob du sie im Kopf oder schriftlich rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

~~249 + 250~~   ~~320 + 460~~   ~~589 + 212~~   ~~500 + 98~~  
~~476 + 238~~   ~~342 + 98~~   ~~480 + 370~~   ~~700 + 35~~  
~~720 + 35~~   ~~235 + 678~~

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$700 + 35 = 735$ $500 + 98 = 598$ $720 + 35 = 755$ $249 + 230 = 479$ $320 + 460 = 780$	$589 + 272 = 861$ $807$ $235 + 678 = 913$ $235$ $+ 678$ $913$

2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, warum du sie im Kopf gerechnet hast.

$800 + 88 = 888$   
 Warum: Weil man einfach nur eine 8 schreiben muss und dann die 5 davor setzen!

$720 + 35 = 755$   
 Warum: Weil man nur 20 plus 35 rechnen muss das 55 wären und dann die 700 vor die 55 setzen!

3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, warum du sie schriftlich gerechnet hast.

$589 + 272 = 861$   
 Warum: Weil man schon über den nächsten Hunderter kommt und weil es in der Aufgabe sehr hohe Zahlen vorkommen und es geht ganz knapp am Hunderter vorbei!

$235 + 678 = 913$   
 Warum:

\* 4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du im Kopf rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du schriftlich rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$400 + 35 = 435$ $700 + 23 = 723$ $500 + 22 = 522$ $600 + 70 = 670$ $190 + 500 = 690$	$533$ $+ 769$ $842$ $367$ $+ 686$ $1022$ $637$ $+ 293$ $930$ $264$ $+$

Name: \_\_\_\_\_  
Datum: \_\_\_\_\_

### Im Kopf oder schriftlich?

1. Entscheide selbst!

Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann, ob du sie im Kopf oder schriftlich rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

~~249 + 250~~   ~~320 + 460~~   ~~589 + 212~~   ~~500 + 98~~  
~~476 + 238~~   ~~342 + 98~~   ~~480 + 370~~   ~~700 + 35~~  
~~720 + 35~~   ~~235 + 678~~

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$700 + 35 =$	

AB 1 Addition, Seite 1

2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, warum du sie im Kopf gerechnet hast.

Diese Aufgaben habe ich im Kopf gerechnet: \_\_\_\_\_  
 Ich habe sie im Kopf gerechnet, weil \_\_\_\_\_

3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, warum du sie schriftlich gerechnet hast.

Diese Aufgaben habe ich schriftlich gerechnet: \_\_\_\_\_  
 Ich habe sie schriftlich gerechnet, weil \_\_\_\_\_

4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du im Kopf rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du schriftlich rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

AB 1 Subtraktion, Seite 2 (mit Satzanfängen)



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 3

Zu Nr. 1: Die Aufgaben ordnet er – auch aus der Sicht des geübten Rechners – „schlau“ zu und löst sie richtig. Die drei nicht gestrichelten Aufgaben hat er nicht bearbeitet.

Zu Nr. 2 und 3: Er begründet für alle Aufgaben seine Entscheidungen nachvollziehbar (bei Nr. 3 zählt seine erste Begründung auch für die zweite Aufgabe; dies macht er durch einen Pfeil kenntlich); er geht dabei aber nur bedingt auf die Zahleigenschaften ein.

Er löst auch die Zusatzaufgabe Nr. 4 und zeigt durch diese Leistung, dass er Kriterien für sich entwickelt hat, wann für ihn eine Aufgabe leicht im Kopf zu rechnen ist („wenn es glatte Zahlen sind“, „wenn Einer- und Zehnerstelle eine Null sind“ (vgl. seine Begründung in der Überarbeitung von AB 2, s. unten)) und wann er schriftlich rechnet (bei Überträgen, wenn man „über den nächsten Hunderter kommt“ und es „sehr hohe Zahlen“ (vgl. Nr. 3) sind).

Diese Kriterien präzisiert er zunehmend nach dem Austausch mit anderen Kindern in der Mathe-Konferenz. Nachstehend ein Ausschnitt aus einer Überarbeitung:

**Leicht:**  
 1)  $300 + 77 = 377$   
 warum ich finde sie leicht weil es bei der 300 sieh um eine gerade Zahl handelt und alle Einer und zehnerstelle eine null ist!

**Warum:** Ich finde sie leicht weil man nur drei einer zu der 0 tun muss, das dann 100 wär. Dann rechnet man:  $100 + 70 = 207$   
 $97 + 104 = 201$   
 $100 + 101 = 201$

2)  $520 + 460 = 980$   
 Warum: Ich finde sie leicht weil es wieder bei der Fünern eine null ist, also ist es eine glatte Zahl!

Auch die Bearbeitung des AB 2 (Addition) von Dennis macht deutlich, dass die Rückmeldung von anderen Kindern zu einer Präzisierung der Kriterien führen kann:

1. Kreuze an!	im Kopf	schriftlich
Welche Aufgaben kannst du gut im Kopf rechnen?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Welche Aufgaben rechnest du lieber schriftlich?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$300 + 71$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$586 + 377$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$249 + 251$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$368 + 457$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$520 + 460$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$546 + 275$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$345 + 199$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$377 + 556$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$97 + 104$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Rechne alle Aufgaben aus!	im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$300 + 71 = 377$		
$249 + 251 = 500$		
$520 + 460 = 980$		
$345 + 199 = 544$		
$97 + 104 = 201$		

Zu Nr. 1 und 2: Die Aufgaben ordnet er – auch aus der Sicht des geübten Rechners – „schlau“ zu und löst sie richtig (Ausnahme:  $377 + 556$ , Fehler in der Einer-Stelle – den er bei der verwandten Aufgabe  $586 + 377$  nicht gemacht hat).

Im Kopf oder schriftlich?

	im Kopf	schriftlich
1. Kreuze an!		
☐ Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann:		
Welche Aufgaben kannst du gut im Kopf rechnen?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Welche Aufgaben rechnest du lieber schriftlich?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2. Rechne alle Aufgaben aus!	im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

AB 2 Subtraktion, Seite 1

3. Warum im Kopf? Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum? Welche Rechenricks hast du jeweils benutzt?

Aufgabe	Warum?	Mein Rechenrick
$300 + 71$	ich zwar leicht weil sie leicht ist	$300 + 70 + 1 = 371$
$249 + 251$	ich ganz leicht weil es ein gleiches ist	$200 + 200 = 400 + 49 + 51 = 500$
$586 + 377$	ich ganz leicht weil es ein gleiches ist	$586 + 382 = 968$
$520 + 460$	weil es ganz leicht ist	$500 + 400 = 900$
$546 + 275$	weil sie ganz leicht ist	$500 + 400 = 900$
$345 + 199$	weil sie ganz leicht ist	$300 + 200 = 500$
$377 + 556$	weil sie ganz leicht ist	$300 + 200 = 500$
$97 + 104$	weil sie ganz leicht ist	$100 + 101 = 201$

\*4. Erfinde Plusaufgaben!

- a) Erfinde fünf Aufgaben, die du im Kopf rechnen würdest. Rechne sie aus.  
 b) Erfinde fünf Aufgaben, die du schriftlich rechnen würdest. Rechne sie aus.

	im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

AB 2 Addition, Seite 2



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 3

13.9.2010

Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum? Welche Rechenricks hast du jeweils benutzt?

Aufgabe	Warum?	Mein Rechenrick
300+71	sie war leicht	$300+70+1=371$
249+251	weil sie leicht ist.	$200+200=400+49+51=500$
586+377	sie war nicht leicht	586
368+457	weil es ein gerundetes ist	$\begin{array}{r} 368 \\ +377 \\ \hline 963 \end{array}$
520+460	weil es gerade Zahlen sind.	$\begin{array}{r} 963 \\ +457 \\ \hline 1420 \end{array}$
546+275	sie sind zu schwer.	$\begin{array}{r} 546 \\ +275 \\ \hline 821 \end{array}$
345+199	weil sie leicht sind.	$340+200=540$
97+104	sie sind leicht	$821$
		$97+100+4=201$

Zu Nr. 3: Er notiert alle Aufgaben, auch diejenigen, die er schriftlich gerechnet hat, in der linken Spalte – was nicht im Sinne der Aufgabenstellung ist. Seine Begründungen bleiben allgemein: Er begründet die Zuordnung der mündlich gelösten Aufgaben damit, dass diese „leicht“ waren bzw. umgekehrt, dass die schriftlich gelösten Aufgaben „nicht leicht“ bzw. „zu schwer“ waren. Er erwähnt nicht, welche ‚Rechenricks‘ er genutzt hat. Aus seinen Rechnungen in der rechten Spalte wird aber deutlich, dass er bei allen im Kopf berechneten Aufgaben jedes Mal zerlegt und schrittweise gerechnet hat. Die Zusatzaufgabe löst er nicht.

Nach der Teilnahme an einer Mathe-Konferenz überarbeitet er seine Begründungen.

Mein Rechenrick	warum?	Aufgabe
$249 + 251$	Man kann an der Einer stelle von der 51 einfach einen rüber schieben.	$249+251=$
$250+200=500$		
$300+71=371$	bei 300 sind bei den Zund den nullen dann kann man leicht 300+71 rechnen.	$300+71=$
$546+275=821$	Die Aufgabe ist schwer, weil man keine 0 hat.	$546+275=$
$500+200=700$		
$40+70=110$		
$6+5=11$		

Der vorstehende Ausschnitt aus seiner Überarbeitung lässt folgende Rückschlüsse zu: Es ist ihm in der Mathe-

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Im Kopf oder schriftlich?**

198 + 603  
376 + 586  
601 - 509  
834 - 675

Nicht immer ist es schön schriftlich zu rechnen!

198 + 603 ?  
Das rechne ich im Kopf.

198 + 2 = 200  
200 + 600 = 1 + 800

376 + 586 ?  
Das rechne ich lieber schriftlich.

601 - 599 ?  
Das rechne ich im Kopf.

599 + 2 = 601

Must? Liu Emma

1. a) Wie rechnen die Kinder? Warum? Erkläre ihre Rechenwege.  
b) Wie rechnest du diese Aufgaben? Warum? Erkläre deine Rechenwege.

2. ☒ ☒ Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann, ob du sie im Kopf oder schriftlich rechnest. Rechne im Heft. Erkläre deinen Rechenweg.

a) 519 + 479    b) 479 + 356    c) 703 - 698    d) 950 - 125  
e) 604 + 290    f) 302 + 507    g) 640 - 140    h) 688 - 99  
i) 307 + 201    j) 700 + 112    k) 681 - 576    l) 753 - 478

\* a) Erfinde Aufgaben, die du im Kopf rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.  
b) Erfinde Aufgaben, die du schriftlich rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.

AB 3 (Addition und Subtraktion)

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Im Kopf oder schriftlich?**

99 901 50 112  
934 10 701  
+  
567 175 288  
100 239 657 25

☒ ☒ Leicht oder schwierig?

Bilde mit diesen Zahlen viele Plus-Aufgaben.  
Welche Aufgaben findest du leicht? Welche Aufgaben findest du schwieriger? Ordne zu.

Leichtere Aufgaben, die ich im Kopf rechne	Schwierigere Aufgaben, die ich schriftlich rechne
175 + 100	

Erkläre einem Partnerkind oder in der Mathe-Konferenz: Warum hast du die Aufgaben so geordnet?

AB 4 Addition



## „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Konferenz offensichtlich zurück gemeldet worden, dass seine (undifferenzierten) Begründungen für die teilnehmenden Kinder so nicht nachvollziehbar waren. Zudem hat er in der Mathe-Konferenz Überarbeitungs-Anregungen durch die Vorstellung der Ergebnisse der anderen Kinder erhalten: Bei der Aufgabe  $300 + 71$  erläutert er nun deutlich differenzierter, was daran „leicht war“. Er berücksichtigt bei seiner Begründung nun auch Zahleigenschaften. Ferner nutzt er jetzt bei der Aufgabe  $249 + 251$  eine andere, aus der Sicht des geübten Rechners sehr nahe liegende, Strategie: Er rechnet nicht mehr schrittweise wie zuvor, sondern vereinfacht die Aufgabe, in dem er die Summanden gegenseitig so verändert, dass er eine Verdopplungsaufgabe erhält. Zudem begründet er diesen Weg: „Man kann an der Einer-Stelle von der 51 einfach einen rüberschieben“. Die Aufgabe  $546 + 275$  löst er jetzt schrittweise statt schriftlich, obwohl er sie weiterhin für „schwer“ hält, „weil man(n) keine 0 hat“. Das kann ein Indiz dafür sein, dass er (zu diesem Zeitpunkt) noch keine sicheren (subjektiven) Kriterien entwickelt hat, wann er es für geschickt hält, im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen.

### SO KANN ES GEHEN

Zur *Meta-Betrachtung* der Aufgaben und zur *Reflexion über die zu treffenden bzw. die getroffenen Entscheidungen* sollten die Kinder *in allen Phasen* des Unterrichts angeregt werden: Diese sollte sowohl in der Phase der Problemstellung, in der dann folgenden Einzelarbeit (ICH-Phase), in der die Kinder zunächst überlegen, wie sie selbst die Aufgaben möglichst „schlau“ lösen können, als auch in den Phasen der Kommunikation mit Anderen über die getroffenen Zuordnungen (DU-Phase), also z.B. in der Mathe-Konferenz (vgl. Haus 8), sowie im Plenum (WIR-Phase) erfolgen.

### Einstiegsphase/Problemstellung

#### 1. Transparenz

Es ist sinnvoll, den Kindern vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch die „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), indem diese durch die neue Themenkarte ergänzt wird: „Im Kopf oder schriftlich? Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!“ Diese Transparenz kann auch erst nach der Problemstellung gegeben werden.

#### 2. Anknüpfung und Problemstellung

Die Lehrperson präsentiert an der Tafel verschiedene Aufgaben (z.B. von AB 1), die durch die unterschiedlichen Zahlenwerte und ihren Schwierigkeitsgrad es nahe legen, entweder im Kopf (bzw. halbschriftlich) oder schriftlich zu rechnen und gibt den Kindern die Gelegenheit, erste Überlegungen zu äußern, wie sie diese „schlau“ lösen können.

Alternativ können Sie die Aufmerksamkeit der Kinder durch eine *Provokation* erzielen, indem Sie Aufgaben, die leicht im Kopf zu lösen sind (weil das Ergebnis auf einen Blick zu erkennen bzw. durch einen Rechentrick leicht zu ermitteln ist), schriftlich lösen, z.B.:

## Unterrichtsplanung Teil 3

Name: \_\_\_\_\_  
Datum: \_\_\_\_\_

**Im Kopf oder schriftlich?**

99	1000	520	463
712	10	901	
-			
761	125	250	
102	529	657	25

Leicht oder schwierig?

Bilde mit diesen Zahlen viele Minus-Aufgaben.  
Welche Aufgaben findest du leicht? Welche Aufgaben findest du schwieriger?  
Ordne zu.

Leichte Aufgaben, die ich im Kopf rechne	Schwierigere Aufgaben, die ich schriftlich rechne
2.50 - 99	

Erkläre einem Partnern und in der Mathe-Konferenz:  
Worum hast du die Aufgaben so geordnet?

AB 4 Subtraktion



Themenleine





$$\begin{array}{r} 700 \\ + 35 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 345 \\ + 199 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 99 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 543 \\ - 99 \\ \hline \end{array}$$

Falls keine spontanen Reaktionen seitens der Kinder erfolgen, können Sie die Frage stellen, ob diese Rechenmethode hier „schlau“ gewählt wurde und/oder PIKOs Tipp (vgl. Impulskarte rechts) daneben heften („PIKOs Tipp ist: Erst schauen. Dann rechnen.“). Anschließend sollten die Kinder dazu aufgefordert werden, Aufgaben vorzuschlagen (und an der Tafel zu notieren), bei denen es tatsächlich „schlau“ ist, schriftlich zu rechnen.

Wichtig ist es, *Begründungen* einzufordern. So können Sie zur Problemstellung überleiten, dass es das Ziel der Folgestunden ist, Kriterien („*Tipps*“ bzw. „*Vorschläge*“) zu entwickeln, welche die Entscheidung darüber erleichtern sollen, wann es „schlau“ ist, im Kopf zu rechnen bzw. wann es „schlau“ ist, schriftlich zu rechnen (wann sich der Aufwand des schriftlichen Rechnens lohnt und wann nicht); z.B.:

„In den nächsten Stunden geht es (wieder) um deinen ‚Zahlenblick‘. Du sollst überlegen, bei welchen Aufgaben es schlau ist, im Kopf zu rechnen und bei welchen Aufgaben es schlau ist, schriftlich zu rechnen. Dein *Forscherauftrag* lautet: Was haben die Aufgaben gemeinsam, die du im Kopf rechnest und was haben die Aufgaben gemeinsam, die du schriftlich rechnest? Welche Tipps kannst du den anderen Kindern zum schlaun Rechnen geben?“

Hierzu können Sie die nachstehenden Impulskarten begleitend präsentieren.



Es empfiehlt sich ferner der Zusatz: „Das kann bei jedem Kind etwas anders sein“, um auch die Berechtigung subjektiver Kriterien zu thematisieren.

Um deutlich zu machen, dass die Begründungen, „Das rechne ich im Kopf, weil es leicht ist“ bzw. umgekehrt „Das rechne ich schriftlich, weil es schwer/schwierig ist“ nicht differenziert genug darüber Auskunft geben, was denn das Besondere an der jeweiligen Aufgabe ist, können Sie (zusätzlich) auch die Impulskarten nutzen, die danach fragen: „Warum sind diese Aufgaben leichter zu rechnen?“ bzw. „Warum sind diese Aufgaben schwieriger zu rechnen?“



PIKOs Tipp









## „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Anschließend sollten AB 1 (\*- 4) und AB „Forscherbericht (Kriterien)“ vorgestellt werden. Um auf das Handlungs-Ziel und die Schlussphase hinzuweisen (Transparenz), können Sie das Lernplakat präsentieren (vgl. Abb. auf Seite 4) und seine Funktion erklären (Sammlung aller „Tipps“). Alternativ zur Plakaterstellung (welches dauerhaft als Erinnerungshilfe dienen kann) können Sie das Tafelbild analog gestalten (was weniger aufwändig ist, aber nicht den konservierenden Charakter hat).

Folgende Maßnahmen können für die Erarbeitung der Kriterien hilfreich sein:

- Die Entwicklung und Verbalisierung von Kriterien kann zunächst durch eine mündliche Erprobung erfolgen (erste Sammlung von Kriterien („Tipps“ bzw. „Vorschlägen“). Ggf. können Sie diese „Tipps“ auch auf Haftzetteln (Post its) oder Papierstreifen notieren (lassen) und u.U. bereits passend in die linke oder rechte Spalte des Plakates einkleben (lassen). Durch diese Visualisierung wird den Kindern zusätzlich deutlich, wie ihr Forscherbericht und das Plakat gestaltet werden können (formal und inhaltlich).
- In der ersten Stunde kann nur eines der AB als ‚Pflichtaufgabe‘ bearbeitet werden, damit (spätestens) zum Abschluss der Stunde (in einer Zwischenreflexion) allen Kindern noch einmal deutlich wird, worauf sie achten sollen. Wie bereits erwähnt gibt es keine Stufung der Abfolge der AB (vgl. Seite 2), daher können Sie diese auch alternativ, zeitversetzt bzw. ergänzend zur Schulbucharbeit nutzen.
- Wichtig ist der Hinweis, dass jedes Kind versuchen sollte, seine „Tipps“ so aufzuschreiben, dass die anderen Kinder diese verstehen können, weil diese anschließend in der Mathe-Konferenz (vgl. Haus 8) und im Plenum präsentiert und diskutiert werden sollen (herausstellen des Adressatenbezugs).
- Sie können die einzelnen Arbeitsschritte zusätzlich zur mündlichen Erläuterung durch Piktogramme visualisieren, z.B.:

### Im Kopf oder schriftlich?


1.  Meine Tipps (  AB).
2.  Unsere Tipps (  Papierstreifen)
3.  Unsere Tipps / Tipps der Klasse 3\_ (  Plakat)

- Hilfreich kann es auch sein, auf die Lernplakate aus der Vorarbeit zu verweisen, auf denen „Rechentricks“ (für das mündliche/halbschriftliche Rechnen) gesammelt wurden.
- Zur Unterstützung der Verbalisierung können Sie auf die entsprechenden Medien zur Sprachförderung hinweisen (Plakate mit Satzanfängen, Wortspeicher). Diese Plakate können Sie ggf. auch bereits in der Einstiegsphase mit den Kindern um weitere wichtige Wörter oder Satzanfänge erweitern (bzw. diese Verbalisierungshilfen an der Tafel notieren (lassen); vgl. auch Anmerkungen auf Seite 4 unten / 5 oben).

## Unterrichtsplanung Teil 3

### Mathe-Konferenz

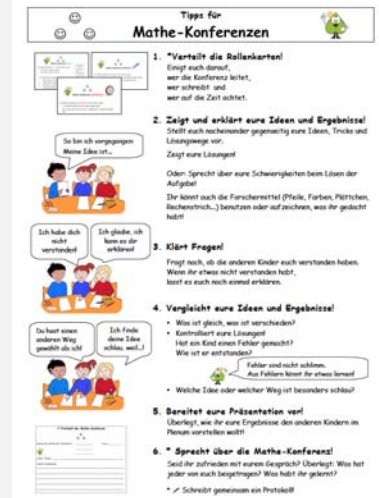
1. **Zeige und erkläre deinen Rechenweg!**
  - Sind deine Erklärungen so gut, dass die anderen Kinder deine Rechenwege verstehen können?
2. **Vergleiche eure Rechenwege!**
  - Was ist gleich? Was ist verschieden?
  - Gibt es einen Fehler bei einer Lösung oder in einem Rechenweg? Wie ist er entstanden?

 Mit Forschermitteln könnt ihr prüfen, welche Lösung richtig ist!

Denk daran:  
Fehler sind nicht schlimm. Aus Fehlern kann man etwas lernen!

  - Welchen Rechenweg findest du besonders schlau? Begründe!
- \* **Sprecht über die Mathe-Konferenz!**
  - Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch? Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?

Mathe-Konferenz-Leitfaden  
(in: Haus 5, UM)



**Tipps für Mathe-Konferenzen**

1. **Verteile die Rollenkarten!**  
Frage dich selbst, wer die Konferenz leitet, wer schreibt und wer auf die Zeit achtet.
2. **Zeigt und erkläre eure Ideen und Ergebnisse!**  
Stellt euch nacheinander gegenseitig eure Ideen, Tricks und Lösungswege vor.  
Zeigt eure Lösungen!  
Oben: Spricht über eure Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe!  
Der leitet auch die Forschermittel (Pfeile, Farben, Plättchen, Bechermess, ...) benutzten oder aufzeichnen, was ihr gebildet habt!
3. **Klärt Fragen!**  
Frage nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben. Wenn ihr etwas nicht verstanden habt, laßt es euch noch einmal erklären.
4. **Vergleiche eure Ideen und Ergebnisse!**
  - Was ist gleich, was ist verschieden?
  - Kontrolliert eure Lösungen!
  - Hat ein Kind einen Fehler gemacht? Wie ist er entstanden?

Fehler sind nicht schlimm. Aus Fehlern könnt ihr etwas lernen!

  - Welche Idee oder welcher Weg ist besonders schlau?
  - Welche Idee oder welcher Weg ist besonders schön?
5. **Bereite eine Präsentation vor!**  
Überlegt, wie ihr eure Ergebnisse den anderen Kindern im Plenum vorstellen wollt!
6. **Sprecht über die Mathe-Konferenz!**  
Seid ihr zufrieden mit eurem Gespräch? Überlegt: Was hat jeder von euch beigetragen? Was habt ihr gelernt?  
• Schreibt gemeinsam ein Protokoll!

Alternative: „Tipps für Mathe-Konferenzen“ (in: Haus 8, UM)



### Arbeitsphase

Die Arbeitsphase gliedert sich in zwei Phasen: 1. ICH-Phase (Einzelarbeit), 2. DU-Phase (Mathe-Konferenz).

1. ICH-Phase: Jedes Kind überlegt zunächst alleine, mit welcher Rechenmethode es welche Aufgabe lösen will und löst sie (auf dem AB/im Heft). Anschließend oder prozessbegleitend bearbeitet es den Forscherauftrag und überlegt, warum es so gerechnet hat und notiert seine „Tipps“, wann (aus seiner Sicht) welcher Rechenweg besonders „schlau“ ist, auf dem AB „Kriterien“. Die Lehrperson gibt ggf. individuelle Hilfestellungen, indem sie z.B. gezielt auf Zahleigenschaften und -beziehungen sowie Aufgabenmerkmale aufmerksam macht.

Sobald ein Kind glaubt, den Forscherauftrag erfüllt zu haben, meldet es sich zur Mathe-Konferenz an, indem es z.B. seinen Namen in eine Liste (ggf. unter dem passenden AB) an der Tafel einträgt.

2. DU-Phase: Sobald sich (mindestens) drei Kinder eingetragen haben, kommen sie zu einer Mathe-Konferenz zusammen. Hat sich eine Gruppe an einem ruhigen Platz zusammengefunden, kann der Austausch beginnen. Hierzu können die Kinder zunächst *Rollenkarten* (in: Haus 8, UM) verteilen. Die Schüler(innen) sollen in den Mathe-Konferenzen ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Sie werden herausgefordert, die Gedankengänge ihrer Mitschüler(innen) nachzuvollziehen sowie ihre eigenen Vorschläge darzustellen und zu begründen. Zudem müssen sie sich ggf. mit unterschiedlichen Herangehensweisen argumentativ auseinandersetzen. So können sich die Kinder gegenseitig unterstützen und voneinander profitieren.

Die Divergenz der „Tipps“ der verschiedenen Kinder, die sich durch die Subjektivität der Kriterien ergeben kann, kann sich dabei zu einer interessanten Herausforderung entwickeln. Eine Einigung auf „objektive Kriterien“ ist hier jedoch nicht möglich und auch nicht notwendig. Alle „Tipps“ stehen gleichberechtigt nebeneinander. Dass dies so ist, wurde den Kindern durch den eingangs gegebenen Hinweis deutlich gemacht, dass die Vorstellung, was „schlau“ ist, „bei jedem Kind anders sein“ kann. U.U. müssen Sie einige Konferenz-Teams daran noch einmal erinnern.

Die Schlussphase kann effizient vorbereitet werden, wenn jedes Konferenz-Team-Mitglied abschließend (mindestens) einen seiner Tipps (z.B. auf einem weißen Papiersteifen mit möglichst mit dickem Stift (Edding) oder auf einem Haftnotizzettel) für das Tafelbild (bzw. das Lernplakat „Kriterien“) zur Vorbereitung der Reflexionsphase festhält. Optional können die Kinder auch gemeinsam ein Protokoll anfertigen.

### Differenzierung

Als Differenzierungsangebot können Sie einen flexiblen Beginn der Arbeitsphase anbieten: Die Kinder, die sich noch nicht sicher fühlen, können mit der Lehrperson gemeinsam die ersten Aufgaben bearbeiten und im Sinne des übergeordneten Forscherauftrags erste/weitere Kriterien mündlich erproben (und ggf. zusätzlich auch schriftlich fixieren). Auf den AB 1 - 3 sind ferner weiterführende Anforderungen (\*- Aufgaben) ausgewiesen: Da *Eigenproduktionen* besonders ergiebig und informativ sein können, werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, analog Aufgaben zu bilden, die sie im Kopf bzw. schriftlich rechnen würden.

AB 4 ist durch das offene Format, selbst Aufgaben zu bilden, differenziert angelegt.



Anmeldung für Mathe-Konferenzen zu verschiedenen AB



Mathe-Konferenz: Bitte nicht stören!



Ein mögliches Ritual: Der tägliche Eintrag in das Lernwegbuch





## „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

## Unterrichtsplanung Teil 3

### Schlussphase / Reflexion im Plenum

WIR-Phase: Die abschließende Reflexionsphase im Plenum sollte den Kindern nochmals Raum geben, über die Besonderheiten der einzelnen Aufgaben zu reflektieren: Durch den Austausch sollte gewährleistet werden, dass Begründungen dafür dargelegt werden, wann welche Rechenmethode bei welchem Aufgabentyp besonders „schlau“ ist (Abhängigkeit der Rechenmethode vom gegebenen Zahlenmaterial); weniger „schlaue“ Ansätze sollten von den Kindern als solche identifiziert werden können. Wichtig ist das explizite namentliche Benennen der einzelnen Merkmale/Besonderheiten der Aufgaben im Zusammenhang mit der Rechenmethode (vgl. Lehrermaterial: Ideen für Kriterien), um das Bewusstsein der Kinder für deren Unterschiedlichkeit zu schärfen.

Hierzu können die Kinder (bzw. die Konferenz-Teams) ihre „Tipps“ vorlesen. Sie heften hierzu ggf. die Papierstreifen (bzw. Haftnotiz-Zettel) an die Tafel (auf das Plakat), diskutieren und ordnen diese (nach Oberbegriffen).

Zum Abschluss der Einheit (bzw. jeder Stunde dieser Einheit) kann die Lehrperson die Kinder wiederum (wie in Teil 1 und 2) dazu auffordern, in ihrem Lernwegebuch zu dokumentieren, welche Erkenntnisse sie gewonnen haben. Durch diese Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken soll eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. So kann das Kind dazu angeregt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen.

### Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Im vierten Schuljahr sollte das flexible additive Rechnen wiederholend aufgegriffen werden. Denn: „Genauso wichtig wie das Nachdenken *über* das flexible Rechnen ist auch die regelmäßige Übung *im* flexiblen Rechnen, um schließlich über das richtige Mischungsverhältnis von *Reflexion* und *Routine* verfügen zu können“ (SELTNER 2003). Daher sollten Übungen zum flexiblen Rechnen immer wieder Eingang in den Unterricht finden.

Ferner kann das gesamte Vorhaben (Teil 1 – 3) analog zur Multiplikation und Division durchgeführt werden (vgl. Haus 5; FM, Modul 5.3.3 und IM: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Haus\\_5 IM\\_half zu schr Mult.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_half_zu_schr_Mult.pdf) ).

Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!

**Mein Lernwegebuch**

Datum: \_\_\_\_\_

Das habe ich gelernt:

Mit einem Lernwegebuch kannst du Experte für dein eigenes Lernen werden! Hierüber kannst du etwas in dein Lernwegebuch schreiben...

- Was hast du heute gemacht?
- Wie bist du bei der heutigen Aufgabe vorgegangen?
- Welche Rechenwege hast du heute kennen gelernt?
- Gab es einen Rechenweg, den du besonders schlaue findest? Wenn ja: Warum?
- Was hat dir gefallen? Was hat dir nicht gefallen? Warum?
- Hastest du Probleme? Wenn ja: Welche? Wie hast du dir geholfen?
- Hast du mit anderen Kindern zusammengearbeitet? Mit wem? Wie hat es geklappt?
- Bist du mit deiner Arbeit zufrieden? Oder nicht? Warum?
- Welche Wünsche oder Ideen hast du für unsere Weiterarbeit?
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

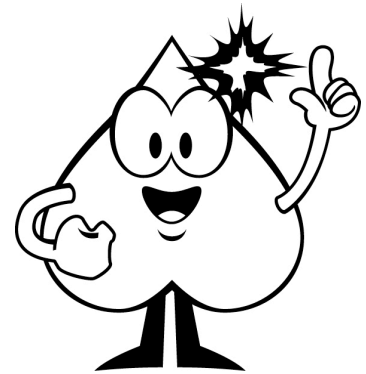
Das *Lernwegebuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



Weiterführende Informationen, Links und Literaturhinweise finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 3*.

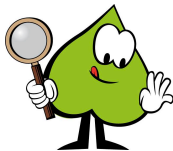
# Wir überlegen: Im Kopf oder schriftlich?

Nicht immer ist es schlau,  
schriftlich zu rechnen!

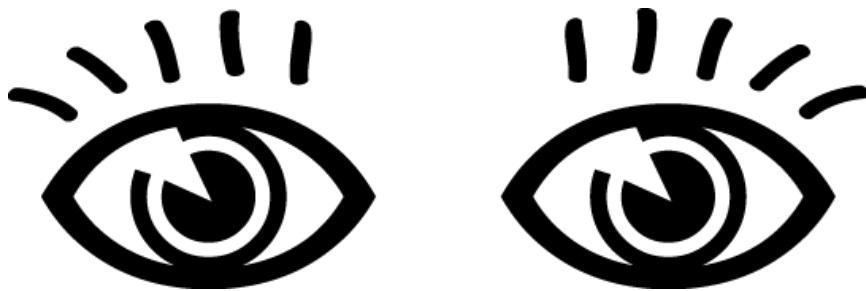


Erst schauen. 👁️ 👁️

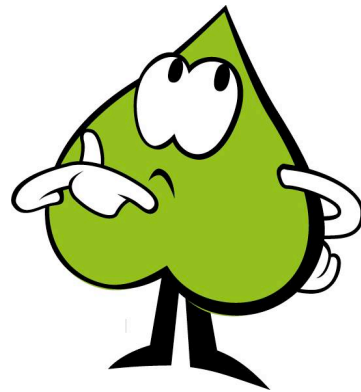
Dann überlegen, wie du  
*schlau* rechnen kannst!



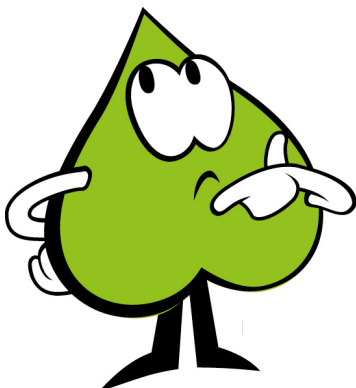
Hast du den Zahlenblick? Schau genau!



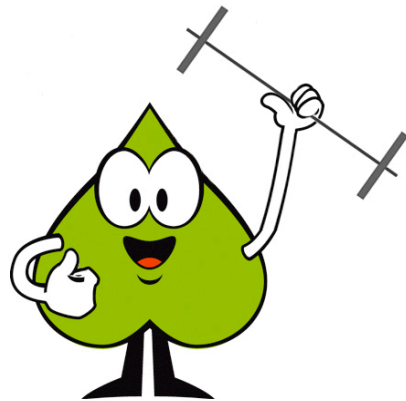
Welche Aufgaben hast  
du im Kopf gerechnet?  
Warum?



Welche Aufgaben hast du  
schriftlich gerechnet?  
Warum?



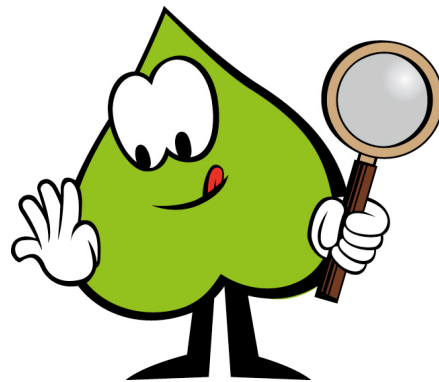
Warum sind diese  
Aufgaben leichter zu  
rechnen?



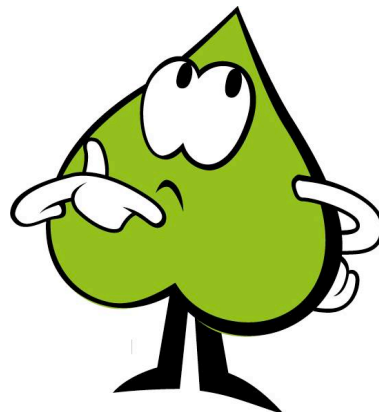
Warum sind diese  
Aufgaben schwieriger  
zu rechnen?



Haben die Aufgaben  
etwas gemeinsam?  
Was?

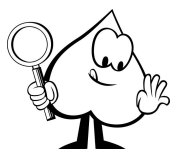
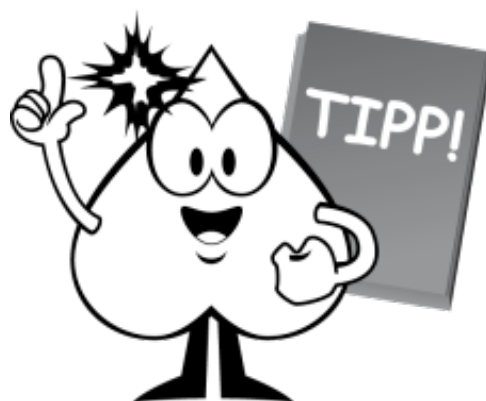


Welche Tipps hast du  
für die anderen Kinder?

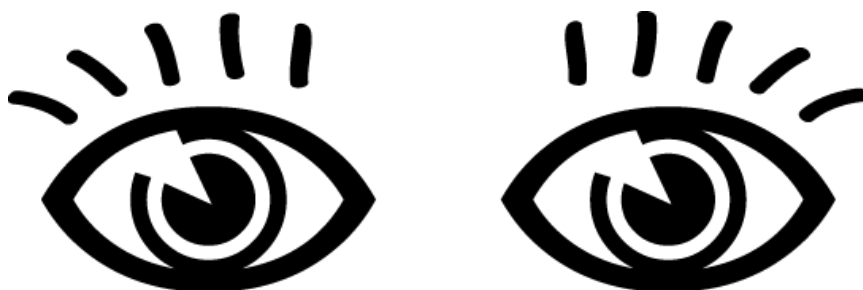


Erst schauen. 👁️ 👁️

Dann überlegen, wie du  
*schlau* rechnen kannst!

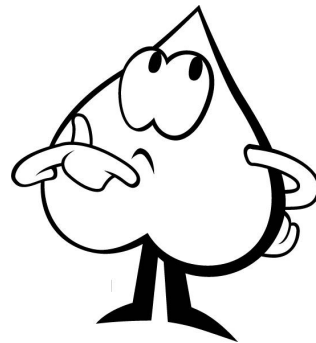


Hast du den Zahlenblick? Schau genau!

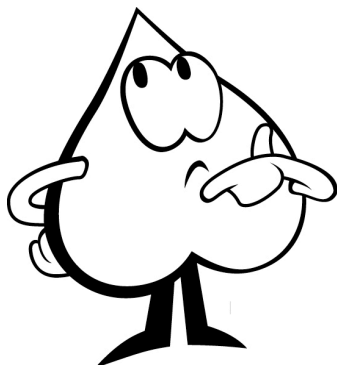




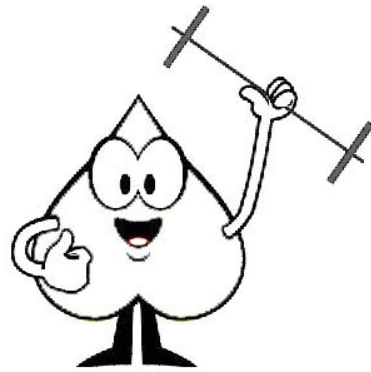
Welche Aufgaben hast  
du im Kopf gerechnet?  
Warum?



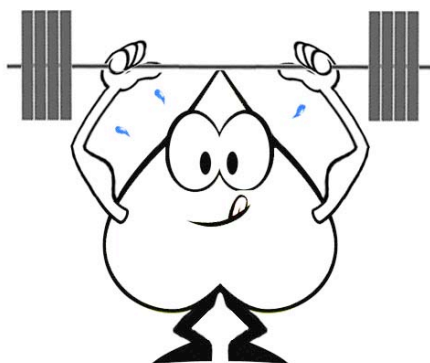
Welche Aufgaben hast du  
schriftlich gerechnet?  
Warum?



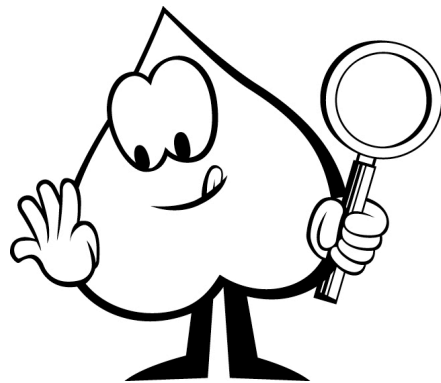
Warum sind diese  
Aufgaben leichter zu  
rechnen?



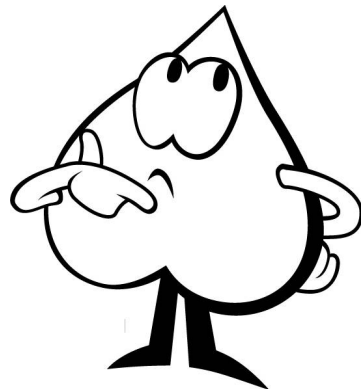
Warum sind diese  
Aufgaben schwieriger  
zu rechnen?



Haben die Aufgaben  
etwas gemeinsam?  
Was?



Welche Tipps hast du  
für die anderen Kinder?



# Im Kopf oder schriftlich? Unsere Tipps

Wann rechnest du **im Kopf**?  
Was haben die Aufgaben  
gemeinsam?

Wann rechnest du **schriftlich**?  
Was haben die Aufgaben  
gemeinsam?



Ich rechne **im Kopf**, wenn ...



• ...

•

Ich rechne **schriftlich**, wenn ...



• ...

•

## Im Kopf oder schriftlich? Unsere Tipps

Wann rechnest du **im Kopf**?  
Was haben die Aufgaben  
gemeinsam?

Wann rechnest du **schriftlich**?  
Was haben die Aufgaben  
gemeinsam?



Ich rechne **im Kopf**, wenn die Aufgaben leicht sind, weil

- ich sie *auswendig* weiß ( $25 + 25$ ),
- ich die *Lösung auf einen Blick* sehe ( $342 + 2$ ),
- die Zahlen
  - klein sind ( $25 - 3$ ),
  - glatt sind, also eine Null in der Zehner-Stelle und in der Einer-Stelle stehen:
    - zwei glatte Zahlen ( $100 + 300$ ),
    - eine glatte Zahl ( $100 + 56$ ),
  - fast glatt sind, also die Zahlen nah an einer glatten Zahl sind ( $199$  und  $201$  sind nah an  $200$ ),
- ich nur wenige Rechenschritte machen muss ( $314 + 21 = 314 + 20 + 1$ ),
- es keine Überträge gibt ( $934 + 22$ ),
- ich „*Rechentricks*“ benutzen kann:
  - eine *ähnliche leichte Aufgabe* rechnen ( $213 + 307 \rightarrow 13 + 7$ )
  - die Aufgabe *vereinfachen* ( $249 + 251 \rightarrow 250 + 250$ ),
  - eine *Hilfsaufgabe* rechnen ( $525 + 297 \rightarrow 525 + 300 - 3$ ),
  - Zahlen *geschickt zusammenfassen* ( $249 + 251 + 317 = 500 + 317$ )
  - bei Minusaufgaben, wenn die Zahlen nah beieinander liegen: Rechnen mit dem *Ergänzen-Trick* ( $701 - 698 = \_ \rightarrow 698 + \_ = 701$ )
  - ...
- ...

Ich rechne **schriftlich**, wenn die Aufgaben schwieriger sind, weil

- die Zahlen groß sind ( $550 - 287$ ),
- es keine glatte Zahlen gibt ( $657 - 173$ ),
- ich mehrere Rechenschritte machen muss ( $176 + 468 = 100 + 400 + 70 + 60 + 6 + 8 = 500 + 130 + 14$ ),
- es einen Übertrag gibt ( $288 + 31$ ),
- es mehrere Überträge gibt ( $288 + 73$ ),
- ich keine „*Rechentricks*“ benutzen kann,
- viele Zahlen in der Aufgabe stehen ( $171 + 382 + 257$ ),
- ...
- ...

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich? Meine Tipps

Wann rechnest du **im Kopf**?  
Was haben die **Aufgaben**  
**gemeinsam**?

Wann rechnest du **schriftlich**?  
Was haben die **Aufgaben**  
**gemeinsam**?



Ich rechne **im Kopf**, wenn ...



• ...

•

Ich rechne **schriftlich**, wenn ...



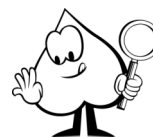
• ...

•

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?



### 1. Entscheide selbst!

👁️ 👁️ Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

$249 + 250$

$320 + 460$

$589 + 212$

$500 + 98$

$342 + 98$

$480 + 370$

$476 + 238$

$720 + 35$

$235 + 678$

~~$700 + 35$~~

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$700 + 35 =$	



## 2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie im Kopf gerechnet hast.

Diese Aufgaben habe ich im Kopf gerechnet: \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

Ich habe sie im Kopf gerechnet, weil \_\_\_\_\_

---

## 3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie schriftlich gerechnet hast.

Diese Aufgaben habe ich schriftlich gerechnet: \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

Ich habe sie schriftlich gerechnet, weil \_\_\_\_\_

---

## 4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.



b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?



### 1. Entscheide selbst!

👁️ 👁️ Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

$249 + 250$

$320 + 460$

$589 + 212$

$500 + 98$

$342 + 98$

$480 + 370$

~~$700 + 35$~~

$476 + 238$

$720 + 35$

$235 + 678$

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$700 + 35 =$	

## 2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie im Kopf gerechnet hast.

## 3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie schriftlich gerechnet hast.

## 4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.



b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?



### 1. Entscheide selbst!

👁️ 👁️ Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

$520 - 360$

$468 - 237$

$600 - 98$

$800 - 45$

$972 - 238$

$512 - 289$

$680 - 270$

$701 - 698$

$870 - 55$

$342 - 98$

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

## 2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie im Kopf gerechnet hast.

Diese Aufgaben habe ich im Kopf gerechnet: \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_

Ich habe sie im Kopf gerechnet, weil \_\_\_\_\_

---

## 3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie schriftlich gerechnet hast.

Diese Aufgaben habe ich schriftlich gerechnet: \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_

Ich habe sie schriftlich gerechnet, weil \_\_\_\_\_

---

## 4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.



b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?



### 1. Entscheide selbst!

👁️ 👁️ Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

$520 - 360$

$468 - 237$

$600 - 98$

$800 - 45$

$972 - 238$

$512 - 289$

$680 - 270$

$701 - 698$

$870 - 55$

$342 - 98$

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

## 2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie im Kopf gerechnet hast.

## 3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie schriftlich gerechnet hast.

## 4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.



im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet



Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?



### 1. Kreuze an!

👁️ 👁️ Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann:

Welche Aufgaben kannst du gut im Kopf rechnen?

Welche Aufgaben rechnest du lieber schriftlich?

	im Kopf	schriftlich
$300 + 71$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$586 + 377$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$249 + 251$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$368 + 457$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$520 + 460$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$546 + 275$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$345 + 199$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$377 + 556$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$97 + 104$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 2. Rechne alle Aufgaben aus!

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$300 + 71 =$	

### 3. Warum im Kopf?

Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum? Welche Rechentricks hast du jeweils benutzt?

Aufgabe	Warum?	Mein Rechentrick
$300 + 71$		

### \*4. Erfinde Plusaufgaben!



a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?



### 1. Kreuze an!

👁️ 👁️ Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann:

Welche Aufgaben kannst du gut im Kopf rechnen?

Welche Aufgaben rechnest du lieber schriftlich?

	im Kopf	schriftlich
570 - 220		
743 - 367		
601 - 598		
975 - 386		
853 - 578		
543 - 99		
543 - 538		
984 - 102		

### 2. Rechne alle Aufgaben aus!

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

### 3. Warum im Kopf?

Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum? Welche Rechenricks hast du jeweils benutzt?

Aufgabe	Warum?	Mein Rechenrick

### \*4. Erfinde Minusaufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.



b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

$$198 + 603$$

$$376 + 586$$

$$601 - 599$$

$$834 - 675$$

Nicht immer ist es schlau,  
schriftlich zu rechnen!



198 + 603 ?  
Das rechne ich im Kopf.  
 $198 + 2 = 200$   
 $200 + 600 + 1 = 801$

376 + 586 ?  
Das rechne ich  
lieber schriftlich.

601 - 599 ?  
Das rechne ich im Kopf.  
 $599 + 2 = 601$



Murat



Lia

Emma

1. a) Wie rechnen die Kinder? Warum? Erkläre ihre Rechenwege.

b) Wie rechnest du diese Aufgaben? Warum? Erkläre deine Rechenwege.

2. 👁 👁 Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne im Heft. Erkläre deinen Rechenweg.

a)  $519 + 479$

b)  $479 + 356$

c)  $703 - 698$

d)  $950 - 125$

$604 + 290$

$302 + 507$

$649 - 140$

$688 - 99$

$397 + 201$

$799 + 112$

$681 - 576$

$753 - 478$

\* a) Erfinde Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.

b) Erfinde Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.

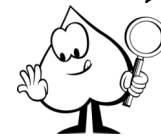
Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

99	901	50	112
934	10	701	
	+		
567	175	288	
100	239	657	25

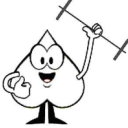

  
Leicht oder  
schwierig?



Bilde mit diesen Zahlen viele Plus-Aufgaben.

Welche Aufgaben findest du leicht? Welche Aufgaben findest du schwieriger?

Ordne zu.

 Leichtere Aufgaben, die ich im Kopf rechne	 Schwierigere Aufgaben, die ich schriftlich rechne
$175 + 100$	

Erkläre einem Partnerkind oder in der Mathe-Konferenz:

Warum hast du die Aufgaben so geordnet?

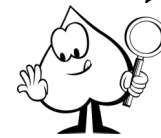
Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

99	1000	520	463
712	10	901	
	-		
761	125	250	
102	529	657	25



  
Leicht oder  
schwierig?



Bilde mit diesen Zahlen viele Minus-Aufgaben.

Welche Aufgaben findest du leicht? Welche Aufgaben findest du schwieriger?

Ordne zu.

 Leichte Aufgaben, die ich im Kopf rechne	 Schwierigere Aufgaben, die ich schriftlich rechne
$250 - 99$	

Erkläre einem Partnerkind oder in der Mathe-Konferenz:

Warum hast du die Aufgaben so geordnet?