



Haus 8: Guter Unterricht:
**Mathematische Brieffreundschaften –
Ein „echter“ Anlass zur Kommunikation und Kooperation im Mathematikunterricht**

Kooperatives Lernen – mehr als nur Inhalte

Im Lehrplan Mathematik wird das ‚Kooperieren‘ explizit als Teilaspekt der prozessbezogenen Kompetenz ‚Kommunizieren/Darstellen‘ genannt (vgl. MSW 2008, S. 60). Nicht zuletzt deshalb sind kooperative Arbeitsphasen im Unterricht unverzichtbar. Sie ermöglichen es, neben den inhaltsbezogenen auch die prozessbezogenen sowie soziale Kompetenzen zu fördern. Dabei arbeiten Schülerinnen und Schüler in kleinen Gruppen zusammen an einer Aufgabe und tauschen sich bspw. über ihr Vorgehen oder ihre Lösungen aus. Dadurch, dass jedes Kind dabei nicht nur die Sache, sondern gleichermaßen auch die anderen Kinder im Blick haben muss (vgl. Leuders 2006, S. 1), regen kooperative Arbeitsphasen dazu an, Gedanken „sprachlich verständlich zu fassen, zu argumentieren, andere Perspektiven einzunehmen und mit diskrepanten Ansichten und Urteilen umzugehen“ (BLK 1997, S. 34). So können bestehende Wissenslücken aufgefüllt und ein Lernzuwachs erreicht werden (vgl. Götze 2007, S. 31f.). Hierbei sollte sich die Notwendigkeit der Kooperation möglichst aus der Sache heraus ergeben und nicht von außen künstlich aufgezwungen werden (vgl. Röhr 1995, S. 75 zitiert nach: Götze 2007, S. 56). Eine Möglichkeit solche „echten“ Anlässe zu schaffen, sich sachbezogen auszutauschen und gleichzeitig alle Kinder mit einzubeziehen, bilden mathematische Brieffreundschaften.

Was sind mathematische Brieffreundschaften?

Bei mathematischen Brieffreundschaften handelt es sich um eine Kooperation zwischen den Schülerinnen und Schülern zweier Klassen, die sich per Briefverkehr gegenseitig Mathematikaufgaben stellen. Dabei erhält jedes Kind ein persönliches Partnerkind aus der jeweils anderen Klasse, an den es seinen Brief adressieren kann. Die versendeten Aufgaben sind für alle Kinder einer Klasse gleich, sodass ein Austausch über verschiedene Rechenwege und Strategien auch innerhalb jeder Klasse stattfinden kann. Bearbeitet werden die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit, um jedem Kind einen individuellen Zugang zu gewähren und verschiedene Herangehensweisen zu ermöglichen. Anschließend werden die Kinder dazu aufgefordert, sich innerhalb ihrer Klasse mit anderen Kindern, z.B. in Mathekonferenzen (siehe H8, UM, Mathekonferenzen <http://pikas.dzlm.de/node/787>), auszutauschen und so von- und miteinander zu lernen. Nach einer Präsentation der Ergebnisse innerhalb der Klasse sollen die Kinder schließlich einen Antwortbrief an ihre persönliche Brieffreundin oder ihren Brieffreund schreiben. Dabei werden sie aufgefordert, Erklärungen für ihre Rechenwege zu geben, ihre Entdeckungen zu begründen und mögliche Fragen zu formulieren. Außerdem wird mit dem Antwortbrief eine neue Aufgabe für die Partnerklasse versandt.

Wozu eignen sich mathematische Brieffreundschaften?

Mathematische Brieffreundschaften ermöglichen authentische Anlässe, sich über mathematische Inhalte bzw. Aufgaben auszutauschen. Während Erklärungen im Unterricht häufig entweder direkt mündlich erfolgen oder nur verschriftlicht werden, weil es die Aufgabe verlangt, wird dem Aufschreiben von Erklärungen und Lösungswegen durch mathematische Brieffreundschaften Sinnhaftigkeit verliehen. Die Kinder müssen sich klar ausdrücken und ihre Entdeckungen verständlich beschreiben, damit ihre Brieffreundin oder ihr Brieffreund sie versteht. So übernehmen sie Verantwortung für sich und ihr Partnerkind. Gleichzeitig bekommen ihre Erläuterungen durch den persönlichen Adressaten einen höheren Stellenwert. Folglich wird die Motivation gefördert und das Selbstvertrauen sowie die Freude am Mathematiklernen gestärkt (vgl. Fabricius 2009, S. 21).



Außerdem werden durch mathematische Brieffreundschaften alle Kinder aktiv am Unterrichtsgeschehen beteiligt. Dadurch, dass die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit lösen, können sie ihren individuellen Lösungswegen und Vorgehensweisen nachgehen und dabei die jeweilige Aufgabenstruktur durchdringen. Zudem regt das Verschriftlichen die Reflexion des individuellen Vorgehens an, denn „weil das Schreiben den Gedankenfluss stark verlangsamt, erhält der Schüler Gelegenheit, seine eigenen Aktivitäten der Reflexion zugänglich zu machen. Seine singuläre Art, Probleme anzupacken und zu lösen, wird dadurch nicht nur aufgewertet, sondern auch fassbar und diskutierbar“ (Gallin/Ruf 1998, S. 91f.). Solch eine Diskussion kann dann bspw. in Mathekonferenzen innerhalb der Klasse oder auch während des Briefwechsels erfolgen. Dabei können gemeinsam Ursachen von Fehlern gesucht und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gesammelt werden. Dies fördert einerseits „die Reflexionsfähigkeit gegenüber den eigenen und fremden Produkten, zum anderen formt der kooperative Umgang die Sozialkompetenzen der Schüler“ (Fabricius 2009, S. 113).

Außerdem findet der eigentliche Austausch durch den Briefverkehr in einer vertraulichen Gruppe statt. Dies ermöglicht eine angstfreie Lernatmosphäre, in der sich auch die ‚stilleren‘ Schülerinnen und Schüler, die sich nicht trauen vor der gesamten Klasse zu reden, beteiligen können. Zudem bietet der schriftliche Austausch die Möglichkeit, die prozessbezogenen Kompetenzen zu schulen. Schwerpunktmäßig wird dabei die Kompetenz ‚Kommunizieren/Darstellen‘ angesprochen. So stehen den Schülerinnen und Schülern verschiedene Darstellungsformen und -mittel wie „das Zeichnen, das Schreiben [und] das Anfertigen von Tabellen“ (Fabricius 2009, S. 127) offen, um ihre Ergebnisse verständlich zu dokumentieren und zu präsentieren (siehe H8, UM, Schülerdokumente - Mathematische Brieffreundschaften). Dabei beschränkt sich die Förderung nicht nur auf die prozessbezogenen Kompetenzen. Vielmehr ermöglichen mathematische Brieffreundschaften fächerübergreifendes Lernen. So können gleichzeitig bspw. auch der Aufbau sowie Merkmale zum Verfassen eines Briefes thematisiert werden.

Voraussetzungen mathematischer Brieffreundschaften

Grundsätzlich sind mathematische Brieffreundschaften nicht an eine bestimmte Klassenstufe gebunden. Jedoch sollten grundlegende Schreibfertigkeiten vorausgesetzt werden können. Die Basis mathematischer Brieffreundschaften bilden dann offene, hinreichend komplexe Aufgaben, die unterschiedliche Lösungswege und Bearbeitungsniveaus zulassen und somit einen Austausch erfordern (siehe H7, Gute Aufgaben). Zudem sollten die Kinder genügend Zeit bekommen, ihre Briefe zu lesen und sich einzeln mit der jeweiligen Aufgabe auseinanderzusetzen. Außerdem sollten im Vorfeld des Briefverkehrs Regeln bzw. Tipps für das Verfassen von Mathebriefen erarbeitet werden. So können z.B. Kriterien für gute Formulierungen und sachliche Tipps gesammelt werden (siehe H8, UM, Tippkarten zum Schreiben von Mathebriefen).

Dabei ist die Kooperationsbereitschaft unter den Lehrpersonen der teilnehmenden Klassen unverzichtbar. Neben der Zuteilung der Partner, tauschen sie sich kontinuierlich über den Verlauf des Projektes, mögliche Themen sowie passende Aufgaben aus und organisieren den Briefverkehr.



Mögliche Aufgaben

Beispielaufgaben sind:

- Der Mathematiker Fibonacci hat folgende Reihe aufgestellt:
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...
Findet heraus, wie diese Reihe funktioniert und erweitert sie.
- Ein Indianerjunge soll eine Ziege, einen Wolf und einen Kohlkopf über einen Fluss transportieren. Dazu steht ihm ein Boot zur Verfügung. Weil sein Boot sehr klein ist, kann er pro Fahrt nur ein Teil mitnehmen. Wenn Ziege und Kohl an einem Ufer sind, der Indianerjunge aber am anderen, dann frisst die Ziege den Kohlkopf und die Aufgabe ist nicht gelöst. Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn beide am selben Ufer stehen. Wie kann der Indianerjunge es schaffen, die Ziege, den Wolf und den Kohl ans andere Ufer zu bringen?
- Ein Akrobat kann jeden Tag zwischen vier verschiedenen T-Shirts und drei unterschiedlichen Hosen wählen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?

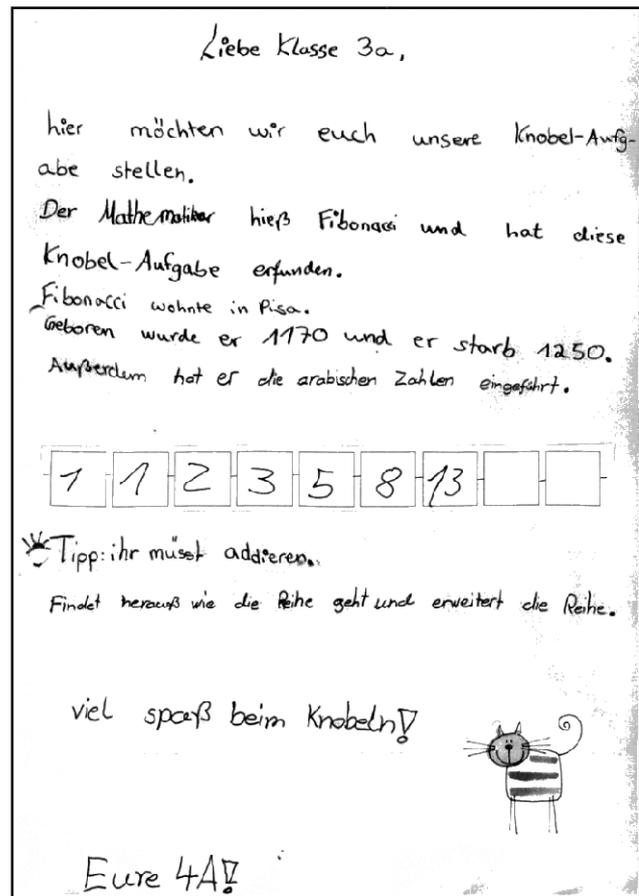
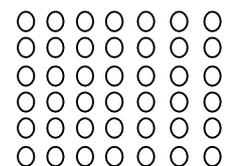


Abb. 1: Brief mit Knobelaufgabe der Viertklässler an Drittklässler

- Zurzeit spielen Lisa und Fabian oft das Spiel „Vier gewinnt“. Bei diesem Partnerspiel legt jeder Spieler abwechselnd einen Stein seiner Farbe auf ein 7x6 Rechtecksfeld, das so aussieht wie in der Abbildung rechts.
Wem es zuerst gelingt, 4 Steine seiner Farbe in einer Reihe zu platzieren, hat gewonnen. Dabei können die Steine nebeneinander, übereinander oder diagonal in einer schrägen Linie angeordnet sein.



7x6 Rechtecksfeld

Nachdem Lisa und Fabian mal wieder einige Runden gespielt haben, fragt Lisa: „Wie viele Möglichkeiten gibt es überhaupt, vier Steine in eine Reihe zu setzen, um das Spiel zu gewinnen?“ – „Keine Ahnung“, antwortet Fabian verdutzt. Gemeinsam versuchen Lisa und Fabian das Problem zu lösen. Schaffst du es auch?
(vgl. Fuchs, Käpnick 2006)

Es bietet sich an, die Aufgabe in einem separaten Brief an die Partnerklasse zu schicken. Diese können die Kinder ggf. durch Tipps oder weitere Informationen ergänzen (vgl. Abb. 1).



Möglicher Einsatz im Unterricht

Organisatorische Grundlagen

Im folgenden Beispiel fand der Briefverkehr jahrgangsübergreifend zwischen Kindern einer vierten und Kindern einer dritten Klasse einer anderen Schule statt. Um den Kindern ausreichend Zeit für das Lesen der empfangenen Briefe mit den Lösungswegen der Partnerkinder, die intensive Auseinandersetzung mit der neu gestellten Aufgabe und das Formulieren der eigenen Briefe zu geben, legten die Lehrerinnen vorab fest, dass monatlich immer nur ein Briefwechsel stattfinden sollte.

So nahmen die mathematischen Brieffreundschaften pro Monat ca. 2-4 Unterrichtsstunden ein. Zusätzlich wurde zu Beginn des Projekts Zeit für dessen Einführung sowie die Erarbeitung wichtiger Kriterien benötigt.

Beginn des Projekts

Zunächst wurden die Kinder des vierten Schuljahres informiert, um den Eröffnungsbrief zu schreiben. In ihrer Klasse überlegten sie gemeinsam, was dieser beinhalten sollte. Anschließend teilten sich die Kinder eigenständig in drei Gruppen ein: Eine Gruppe erstellte einen Brief zum Kennenlernen, eine andere suchte in den Portfolios der Mathecke nach einer geeigneten Aufgabe, während die dritte Gruppe das Briefpapier entwarf.

Hier wäre zu überlegen, die Klasse zunächst nur in zwei Gruppen zu teilen, damit sich alle Kinder mit mathematischen Inhalten befassen. Bei abgeschlossener Arbeit einer Gruppe kann dann gegebenenfalls noch Briefpapier gestaltet werden.

So entstand ein Brief, in dem sich die Klasse vorstellte, ihre Sicht von Mathematik erläuterte und zu einer Antwort aufforderte. Die Gruppe, die sich um die Aufgabe kümmerte, entschied, den Drittklässlern zwei Aufgaben zu schicken, da sie nicht wusste, welche die Drittklässler bereits lösen konnten.

Nachdem der erste Brief der Viertklässler abgeschickt war, tauschten sich die betreuenden Lehrerinnen über den künftigen Ablauf aus und teilten den Kindern ihre Partner zu. Da die Anzahl der Drittklässler größer als die der Viertklässler war, bekamen einige Viertklässler zwei Brieffreunde, die ihren Brief je nach Vorliebe in Team- oder Einzelarbeit schreiben durften. Zudem sprachen sich die Lehrerinnen über mögliche Hilfestellungen zum Verfassen von Mathebriefen ab, die in einem Tipp-Plakat berücksichtigt werden könnten.

Briefverkehr

Als Antwort auf den Eröffnungsbrief bekam die vierte Klasse eine neue eigene Aufgabe von den Drittklässlern sowie jeder Viertklässler einen Brief von seinem persönlichen Brieffreund (siehe H8, UM, Schülerdokumente – Mathematische Brieffreundschaften, Brief 6). Um das Schreiben der Antwortbriefe zu erleichtern, wurde ein Übersichtsplakat zum Aufbau von Mathebriefen erarbeitet (siehe Abb. 2, s. auch H8, UM, Übersichtsplakate – So schreiben wir Mathebriefe). Die Kinder sollten nun stets die ihnen gestellte Aufgabe lösen sowie ihre Überlegungen, ihren Rechenweg und mögliche Fragen in ihrem Brief formulieren. Außerdem legten sie fest, sich gegenseitig Rückmeldungen über das Geschriebene sowie sachliche Tipps zu geben. Sowohl für die Beschreibung der eigenen Rechenwege und Lösungsansätze, als auch für die Rückmeldungen der erhaltenen Lösungen, bekamen die Kinder Hilfestellungen an die Hand gegeben (siehe H8, UM, Material, Tippkarten).



So schreiben wir Mathe-Briefe

1. **Anrede**
Begrüße deinen Brieffreund mit seinem Vornamen.
„Liebe(r) ...“
2. **Bedanken**
Bedanke dich für den Brief und stelle dich beim ersten Mal vor.
3. **Rückmeldung geben**
Gib deinem Brieffreund eine Rückmeldung über die Beschreibung seines Rechenweges.
„Das war gut ...“
„Meine Tipps für dich ...“
Die Tippkarte kann dir hier helfen!
4. **Rechenweg beschreiben**
Beschreibe deinen eigenen Rechenweg.
Achte auf: - Fachbegriffe
- Richtige Reihenfolge
- Genaue Beschreibungen
- Ganze Sätze
- Rechtschreibung
Nutze dazu die Tippkarte und den Satzteilpeicher! 
5. **Freundliche Verabschiedung**
Am Ende darfst du noch etwas Netties schreiben und dich freundlich verabschieden.

Abb. 2: Übersichts-Plakat „So schreiben wir Mathebriefe“

Tipps für die Beschreibung deines Rechenweges

- Mache eine **Skizze, Zeichnung...** um zu erklären, was du meinst.
- Nutze **Farben, Zeichen...** um deine Entdeckungen deutlich zu machen.
- **Erkläre** deinen Rechenweg **möglichst genau**.
- Schreibe in **ganzen Sätzen**.
- **Erkläre alle Rechenschritte** ausführlich und achte dabei auf die **richtige Reihenfolge**.
- **Lies** dir deinen Brief **nochmal durch** und überprüfe, ob du verständlich geschrieben und nichts vergessen hast.
- **Überprüfe** ganz am Ende deine **Rechtschreibung** und **Satzzeichen**.

Diese Satzteile können dir helfen:

Zuerst habe ich ... überlegt.	Begonnen habe ich mit ...
Danach habe ich weiter gemacht mit ...	Dabei habe ich entdeckt, dass ...
Mir ist aufgefallen, dass ...	Zum Schluss habe ich herausgefunden, dass ...

Tipps für deine Rückmeldung über den Rechenweg

Darauf kannst du achten:	So gut hat es geklappt:		
	++	+	○
Gibt es eine Skizze, Zeichnung, ... zum Rechenweg?			
Hat dein Brieffreund mit Farben, Zeichen, ... gearbeitet?			
Ist der Rechenweg mit Worten genau und ausführlich erklärt?			
Hat dein Brieffreund alle Rechenschritte erklärt?			
Hat dein Brieffreund in der richtigen Reihenfolge erklärt?			
Sind die Sätze verständlich, so dass du die Aufgabe verstehen kannst, ohne sie zu kennen?			
Wurden Fachbegriffe verwendet? Wenn ja stimmen sie?			

Abb. 3: Tipps zur Beschreibung des Rechenweges und zur Rückmeldung

Die Aufgaben für die weiteren Mathebriefe suchten die Lehrerinnen in gegenseitiger Absprache aus. Dabei versuchten sie, analoge Themen für die unterschiedlichen Klassen auszuwählen, sich über Anforderungsniveaus auszutauschen und alle benötigten Materialien (Aufgabenstellungen, Tippkarten, weiterführende Arbeitsaufträge) weiterzugeben.

Die aktuelle Aufgabe wurde jeweils am Mathebrett ausgehängt. Die Kinder setzten sich dann zunächst in Einzelarbeit mit der Aufgabe auseinander, bevor sie sich in Mathe-Konferenzen über ihre Ergebnisse austauschten und diese in ihrer Klasse präsentierten. In den Antwortbriefen wurde dieser Prozess dann häufig reflektiert und erläutert (siehe H8, UM, Schülerdokumente – Mathematische Brieffreundschaften). Dabei wurden ein Satzteilpeicher sowie Tipp-Plakate erstellt, die die Kinder bei der Verbalisierung ihrer Rechenwege sowie beim Verfassen von sachlichen Rückmeldungen an den Brieffreund unterstützen sollten. Diese wurden jedem der Kinder zudem in Form von Tippkarten auf einer Din A4-Seite bereitgestellt (siehe Abb. 3, s. auch H8, UM, Tippkarten).

Vorherige Aufgaben sowie die entsprechenden Mathebriefe der Kinder wurden in einem Ordner im Klassenraum gesammelt, sodass die Kinder jederzeit vergleichen konnten, wie sich die Kompetenzen ihrer Brieffreunde weiterentwickelten. Zusätzlich kopierten die Lehrerinnen die Briefe ihrer Schüler, um Lerneffekte zu dokumentieren und ggf. Veränderungen am Konzept der Mathebriefe vornehmen zu können.

Literatur

- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) (1997): Gutachten zur Vorbereitung des Programms ‚Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts‘. Verfügbar unter: <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienBT/heft60.pdf>. Abrufdatum: 2.08.2011.
- Fabricius, Sandra (2009): Lerntagebücher im Mathematikunterricht. München: Oldenbourg Verlag.
- Fuchs, Mandy; Käpnick, Friedhelm (2006): Mathe für kleine Asse - Schuljahr 3/4. Berlin: Volk und Wissen Verlag.
- Gallin, Peter & Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Illustriert in sechzehn Szenen aus der Biographie von Lernenden. Seelze: Kallmeyer.
- Götze, Daniela (2007): Mathematische Gespräche unter Kindern- Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben. Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Leuders, Timo (2006): Mit Aufgaben Kommunikation und Kooperation im Mathematikunterricht fördern – fachliches und soziales Lernen miteinander verbinden. Erläuterungen zu Modul 8: Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern. Verfügbar unter: http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/425/Leuders_Kooperatives_Lernen.pdf. Abrufdatum: 02.08.2011.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (MSW) (Hrsg.) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes NRW. Verfügbar unter: http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplae_e_download/grundschule/grs_faecher.pdf. Abrufdatum: 2.08.2011.
- Röhr, Martina (1995): Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe. Entwicklung und Evaluation eines fachdidaktischen Konzepts zur Förderung der Kooperationsfähigkeit von Schülern. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Selter, Christoph (2004): Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten. Basispapier zum Modul 2: Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Verfügbar unter: <http://www.sinus-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul2.pdf>. Abrufdatum: 2.08.2011.

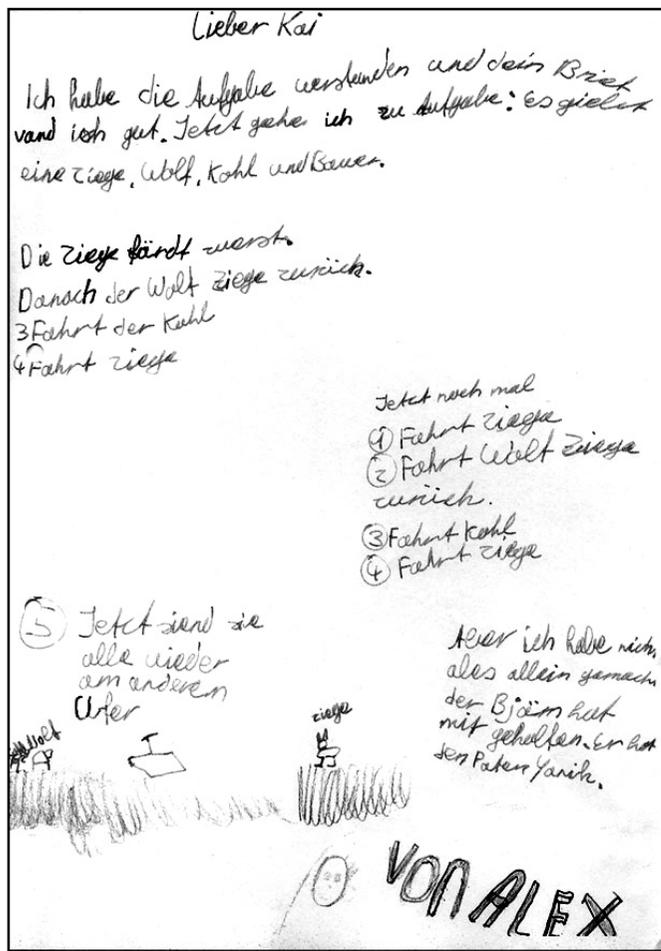




Ausgewählte Schülerdokumente aus der Erprobung

Folgende Aufgaben (vgl. Fuchs, Käpnick 2006, s. auch H8 – UM - Basisinfos) lagen den Schülern jeweils zugrunde und können als Basis für die Beschreibungen in den entsprechenden Mathe-Briefen verstanden werden:

Aufgabe	Grundlage für ...
<p><i>Ein Indianerjunge soll eine Ziege, einen Wolf und einen Kohlkopf über einen Fluss transportieren. Dazu steht ihm ein Boot zur Verfügung. Weil sein Boot sehr klein ist, kann er pro Fahrt nur ein Teil mitnehmen. Wenn Ziege und Kohl an einem Ufer sind, der Indianerjunge aber am anderen, dann frisst die Ziege den Kohlkopf und die Aufgabe ist nicht gelöst. Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn beide am selben Ufer stehen. Wie kann der Indianerjunge es schaffen, die Ziege, den Wolf und den Kohl ans andere Ufer zu bringen?</i></p>	Mathe-Brief 1; Mathe-Brief 4
<p><i>Ein Akrobat kann jeden Tag zwischen vier verschiedenen T-Shirts und drei unterschiedlichen Hosen wählen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?</i></p>	Mathe-Brief 2; Mathe-Brief 6
<p><i>Der Mathematiker Fibonacci hat folgende Reihe aufgestellt: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Findet heraus, wie diese Reihe funktioniert und erweitert sie.</i></p>	Mathe-Brief 3
<p><i>Zurzeit spielen Lisa und Fabian oft das Spiel „Vier gewinnt“. Bei diesem Partnerspiel legt jeder Spieler abwechselnd einen Stein seiner Farbe auf ein 7x6 Rechtecksfeld. Wem es zuerst gelingt, 4 Steine seiner Farbe in einer Reihe zu platzieren, hat gewonnen. Dabei können die Steine nebeneinander, übereinander oder diagonal in einer schrägen Linie angeordnet sein. Nachdem Lisa und Fabian mal wieder einige Runden gespielt haben, fragt Lisa: „Wie viele Möglichkeiten gibt es überhaupt, vier Steine in eine Reihe zu setzen, um das Spiel zu gewinnen?“ – „Keine Ahnung“, antwortet Fabian verduzt. Gemeinsam versuchen Lisa und Fabian das Problem zu lösen. Schaffst du es auch?</i></p>	Mathe-Brief 5



Mathe-Brief 1

Nach einer kurzen Rückmeldung über den erhaltenen Mathe-Brief geht Alex ausführlich auf die Lösung der bearbeiteten Aufgabe ein (vgl. Mathe-Brief 1). Diese schreibt er in zweifacher Ausführung auf, wobei die Aussage „Jetzt noch mal“ verdeutlicht, dass ihm dies bewusst ist. Vermutlich möchte er dadurch sichergehen, dass sein Brieffreund seine Beschreibung auch versteht. Dabei ist seine zweite Schreibweise durch die Nummerierung strukturierter und übersichtlicher. Sein fünfter Punkt („Jetzt sind sie alle wieder am Ufer“) in Kombination mit dem Bild bestätigt, dass er eine Lösung gefunden und das Ziel, dass alle wieder am Ufer sind, erreicht hat. Zudem verdeutlicht die Aussage, dass er die Aufgabe nicht alleine gelöst hat, dass er den Prozess der Lösungsfindung reflektiert und von der Hilfe seines Klassenkameraden profitiert hat. Die Tatsache, dass Alex ein Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf ist und die Aufgabe verstanden hat, zeigt zudem, dass die Aufgabe eine Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus zulässt.

1	1	2	3	5	8
---	---	---	---	---	---

Lieber Emil

1€ hallo ich bin Max eigentlich Maximilian aber alle nennen mich Max oder Maxi. Meine Hobbys sind Fußball spielen, mit Freunden spielen, und spiele mit Lego Star Wars. Wir haben eine Aufgabe schnell gelöst gehabt, ich habe sie gelöst indem ich alle Fraktionen aufgemakelt und dadurch die Hosen gemacht habe. Ich danke dir schon die Fibonacci reihe gelöst von 'ja' sag mir beibrich du hast die Minusnamen schnell gelöst ich habe sie nicht so schnell raus bekommen auch nicht mit Trick. Das das ihr die Staufgabe nicht gelöst habt. Fangt ihr noch mal neu an?

1ct Du könntest noch mit mathematischen Begriffe reden. Außerdem du hast gute Tricks aber erkläre sie etwas genauer

Dein Max

Mathe-Brief 2: Viertklässler Max an Emil

Lieber Max,

hallo ich bin Emil wir sind fertig geworden sie sind ganz anders als ich gedacht habe oder nach 2 Minuten gedauert sie gen so wir haben erstmal 1+1 gerechnet das war 2 und dieses er gepries kam als erstes ich zeigere dir das

1	1	2
---	---	---

weil $1 + 1 = 2$ und das stet ja da so gefes immer weiter ausserdem habe noch gar nicht gesagt wie alt ich bin ich bin 8 Jahre old und ausser dem gibtes nichts Mathematisches zu tun es ist heute der uns sangmatisches zueh

Tip mach deine erklärung besser.

Schlus dein Emil

Mathe-Brief 3: Antwortbrief des Drittklässlers Emil an Max

Lieber Emil 15.03

wie gehtes dir mir geht es gut.

Du hast sehr gut gemacht ob du die Aufgabe verstanden hast oder nicht das war gut, außerdem hast du mir einenen Tipp gegeben aber es war ja nicht direkt ein Tipp für Max. Dan fand ich gar so Toll das du mir eine Skizze gegeben hast.

Mein Tipp ist verwende Fachbegriffe oder Parst du noch keine Fachbegriffe doch bestimmt. Ich danke dir für die schöne Aufgabe. Wir haben einen Teich bekommen wo wir das ausprobieren konnten.

Bei uns war der Idiot ein Bauer. Also bei der

1. Fahrt
2. Fahrt
3. Fahrt
4. Fahrt

1. Fahrt der Bauer die Ziege rüber
 2. Fahrt jetzt nimmt der Bauer den Wolf mit auf die andere Seite und die Ziege wieder ans andere ufer mit.
 3. Fahrt jetzt nimmt der Bauer den Kohl mit zum Wolf auf die andere Seite.
 4. Fahrt Dann kommt die Ziege rüber.

Das ist meine Rechnung wie ich sie mit Tom^{und} John^{gelöst} habe. Dies ist unsere Aufgabe sie heißt Pascualisches Dreieck und wie der Name sagt heißt der Erfinder Pascal. Hier ist das Foto von mir schick mir auch ein Fot

Danke!!!

Dein Brieffreund Max

Mathe-Brief 4: Reaktion von Max an Emil

Lieber Max

wie geht es dir? Mir gehtes sehr gut ich habe deine aufgabe sehr gut verstanden auch wenn ich das ergebnis nicht wüste habe ich es verstanden ich habe noch kein foto aber ich schicke dir merks mal eins. Tipp  schreibe in bisschen ordentlicher. Schick mir bitte im Falls. Jetzt zu unserer neuen aufgabe "unsere aufgabe wir haben herausgefunden das es 63 möglichkeiten

Rechnung. wir haben uns in 3 grupen auf und Seite last einen Reie gemacht es gibt die /

1 — die — 24 möglichkeiten / 24 möglichkeiten
 1 21 möglichkeiten

Deinem Emil

Mathe-Brief 5: Antwort von Emil an Max



Der Briefwechsel zwischen dem Viertklässler Max und dem Drittklässler Emil illustriert, dass mathematische Brieffreundschaften authentische und vertrauliche Anlässe schaffen, sich auszutauschen. So beginnt Max seinen ersten Mathe-Brief an Emil (vgl. Mathe-Brief 2) mit persönlichen Informationen über sich und seine Hobbies. Anschließend geht er auf die von Emils Klasse gestellte Aufgabe ein. Dabei wird deutlich, wie er den Vorgang der Lösungsfindung wiedergibt und reflektiert: Er erklärt, dass und wie er die Aufgabe zeichnerisch gelöst hat. Da er die Aussage „Das Ergebnis ist 12“ sehr gequetscht und somit kaum lesbar notiert, ist anzunehmen, dass ihm die Erklärung des Rechenweges wichtiger war als das Ergebnis selbst. Auch zeigt die Tatsache, dass er den Lösungsweg Emils mit seinem eigenen Lösungsweg vergleicht und bewertet, dass der Austausch zur Erweiterung des Wissens beiträgt.

Ähnliches zeigt sich in seinem zweiten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 4). Hier gibt er an, die Lösung durch konkretes Ausprobieren in einer Kleingruppe gefunden zu haben, was eine mögliche Problemlösung ist. Anders als in seinem ersten Mathe-Brief gibt er seine Lösung sehr ausführlich und durch die Nummerierung strukturiert an, was seine Kompetenz, geeignete Darstellungsformen zu verwenden, zeigt.

Da er Emil am Ende seines ersten sowie zu Beginn seines zweiten Mathe-Briefes noch sachliche Tipps zur Verbesserung seiner Erklärungen gibt, lässt sich folgern, dass er sich selbst mit Kriterien für gute Erklärungen auseinandergesetzt hat.

In Emils Antwortbrief (vgl. Mathe-Brief 3) wird deutlich, dass er Max' Tipp, genauer zu erklären, berücksichtigt. So zeichnet er neben seiner schriftlichen Erklärung, seine Entdeckung auf. Den Tipp, Fachbegriffe zu verwenden, realisiert er allerdings nicht. Statt Wörter wie ‚Diagonale‘, ‚Waagrechte‘ oder ‚Senkrechte‘ zu verwenden, greift er in seinem zweiten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 5) auf entsprechende Symbole zurück. Sein eigener Tipp an Max, ordentlicher zu schreiben, bleibt auf allgemeiner, nicht-mathematischer Ebene. Da er in seinem ersten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 3) zusätzlich schreibt, dass bei ihm ein St. Martins Umzug stattfindet, wird auch hier deutlich, dass der Austausch persönlich motiviert ist und nicht nur auf fachinhaltlicher Ebene stattfindet.

Insgesamt wird in den Mathe-Briefen beider Jungen deutlich, dass fächerübergreifende Fähigkeiten wie der Aufbau eines Briefes oder das Äußern von konstruktiver Kritik durch mathematische Brieffreundschaften thematisiert werden können: So kennen beide Anrede und Schluss eines Briefes und strukturieren ihre Mathe-Briefe inhaltlich nach persönlichen Informationen, Rückmeldungen über Erklärungen des Anderen sowie Informationen zur Lösung der Aufgabe.

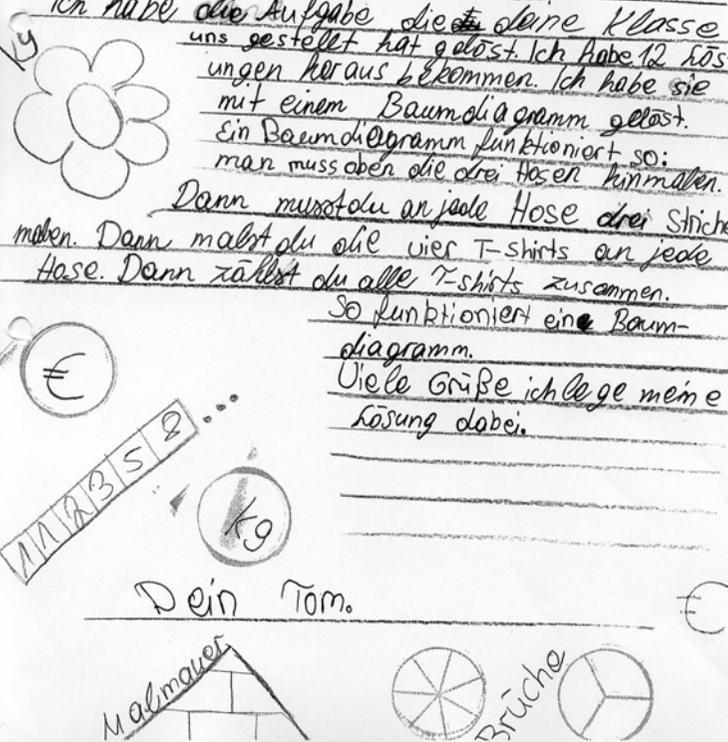
Liebe Anna 

Ich heiße Tom. Ich bin 9 Jahre alt und meine Hobbys sind Fußball und malen.

Ich habe mich über deinen Brief sehr gefreut. Jetzt kommen wir dazu wie du geschrieben hast. Du hast sehr genau geschrieben, aber du könntest noch mehr alles nacheinander schreiben.

Ich habe die Aufgabe die ~~deine~~ deine Klasse uns gestellt hat gelöst. Ich habe 12 Lösungen heraus bekommen. Ich habe sie mit einem Baumdiagramm gelöst. Ein Baumdiagramm funktioniert so: man muss oben die drei Hosen kinnmalen. Dann musst du an jede Hose drei Striche malen. Dann malst du die vier T-shirts an jede Hose. Dann zählst du alle T-shirts zusammen. So funktioniert ein Baumdiagramm. Viele Grüße ich lege meine Lösung dabei.

Dein Tom. €



Mathe-Brief 6

Neben der Tatsache, dass Tom seinen Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 6) gut strukturiert und dies auch auf der Meta-Ebene reflektiert („Jetzt kommen wir dazu wie du geschrieben hast“), gibt er eine sehr genaue Beschreibung seines Lösungsweges an. So schildert er seiner Brieffreundin anhand der bearbeiteten Aufgabe wie ein Baumdiagramm funktioniert. Hieran zeigt sich erneut, dass mathematische Brieffreundschaften authentische Anlässe zum mathematischen Austausch und zu schriftlichen Erklärungen sind. Da Tom nicht voraussetzen kann, dass Anna weiß, was ein Baumdiagramm ist, entsteht der ‚echte‘ Anlass, dieses zu beschreiben.



 Liebe Anna,  

du hast gut beschrieben wie ihr das Ergebnis rausbekommen habt. Dies hat bis jetzt keiner aus deiner Klasse gemacht. Alle meinten du hast gut darauf geachtet das ich Tipps geschrieben habe. Leider kann ich dir keine Tipps geben außer dass du deiner Klasse ja erzählen kannst wie toll du meinen Tipp umgesetzt hast, und dass du so weiter machen sollst. Wir fanden super das du meinen Tipp als erster aus deiner Klasse umgesetzt hast.

Bei eurer Aufgabe die wir in 3-er Gruppen gelöst haben, hatte meine Gruppe das hier raus:
 Der Bauer fährt mit der Ziege auf die andere Seite zurück fährt er ohne sie. Jetzt bringt er den Wolf auf die andere Seite und bringt die Ziege zurück. Jetzt nimmt der Bauer den Kohl und fährt mit ihm zum Wolf. Jetzt fährt der Bauer alleine zurück und bringt die Ziege rüber. Jetzt ist er fertig. Bei unserer nächsten Aufgabe gibt es viel zu entdecken. Wir haben 9 Entdeckungen gemacht. Schick mir doch mal ein Foto von dir.

 Viele Grüsse  

dein Tom 

P.S.
 Wir machen jetzt die Fahrradprüfung.

Mathe-Brief 7: Viertklässler Tom an Anna

 Lieber Tom  

vielen dank für deinen Brief.

Ich habe alles Super verstanden. leider habe ich keine Tipps was du besser machen könntest.

Aber danke für deine Tipps. Ich habe am 22.11. Geburtstag. Aber jetzt zur Aufgabe: Also wir haben uns in dreier Gruppen geteilt einer hat diagonal gemacht einer hat senkrecht und ein anderer waagrecht gemacht. Wir haben herausgefunden das es bei diagonal 24 möglichkeiten gibt, bei senkrecht 21 und bei waagrecht wieder 24. Diesmal habe ich dir eine Skizze gemacht. Es gibt 69 möglichkeiten.

Deine Anna

P.S. hinten ist die Skizze.

Mathe-Brief 8: Antwortbrief von Anna



In Toms Mathe-Brief an Anna (vgl. Mathe-Brief 7) wird deutlich, dass die Lösungen der Aufgaben nicht nur unter den jeweiligen Brieffreunden ausgetauscht, sondern auch innerhalb einer Klasse thematisiert und wertgeschätzt werden können. V.a. in der Aussage „Wir fanden super, dass du meinen Tipp als erster aus deiner Klasse umgesetzt hast“ spiegelt sich Toms Begeisterung und Freude über die Anerkennung seines Tipps wider. Auch zeigt sich in der Ankündigung, dass es in der neuen Aufgabe „viel zu entdecken“ gibt, dass die offenen Aufgaben eine Entdeckerhaltung bei den Kindern hervorrufen und sie somit herausfordernd und motivierend sind.

Anna benutzt in ihrem Antwortbrief (vgl. Mathe-Brief 8) zur Beschreibung ihrer Lösung die Fachbegriffe „diagonal“, „senkrecht“ und „waagrecht“. Allerdings entsteht durch die Kombination mit dem Partizip „gemacht“ eine schwer verständliche Beschreibung. Um dies zu vermeiden, bietet es sich an, längere Ausdrücke oder ganze Sätze als Hilfestellung, z.B. in einem Satzspeicher (vgl. Haus 4) bereitzustellen. Dagegen deutet Annas Hinweis auf eine Skizze an, dass sie neben der schriftlichen Beschreibung noch weitere Darstellungsformen kennt, zwischen denen sie wechseln kann.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass mathematische Brieffreundschaften einen authentischen Anlass bieten, um Ideen, Lösungswege und Vorgehensweisen sowie Tipps schriftlich zu äußern. Dabei ist festzustellen, dass zunehmend mathematische Begriffe genutzt und ausgetauscht werden. Allgemein gesehen tragen mathematische Brieffreundschaften also zur Forderung und Förderung der prozessbezogenen Kompetenz „Kommunizieren/ Darstellen“ bei.

So schreiben wir Mathe-Briefe



1. Anrede

Begrüße deinen Brieffreund mit seinem Vornamen.

Liebe(r) ...

2. Bedanken

Bedanke dich für den Brief und stelle dich beim ersten Mal vor.

3. Rückmeldung geben

Gib deinem Brieffreund eine Rückmeldung über die Beschreibung seines Rechenweges.

Das war gut ...

Meine Tipps für dich ...



Die Tippkarte kann dir hier helfen!

4. Rechenweg beschreiben

Beschreibe deinen eigenen Rechenweg.

- Achte auf:
- Fachbegriffe
 - Richtige Reihenfolge
 - Genaue Beschreibungen
 - Ganze Sätze
 - Rechtschreibung

Nutze dazu die Tippkarte und den Satzteilpeicher!



5. Freundliche Verabschiedung

Am Ende darfst du noch etwas Nettes schreiben und dich freundlich verabschieden.



Tipps für die Beschreibung deines Rechenweges

- Mache eine **Skizze, Zeichnung...**, um zu erklären, was du meinst.
- Nutze **Farben, Zeichen...**, um deine Entdeckungen deutlich zu machen.
- **Erkläre** deinen Rechenweg **möglichst genau**.
- Schreibe in **ganzen Sätzen**.
- **Erkläre alle Rechenschritte** ausführlich und achte dabei auf die **richtige Reihenfolge**.
- **Lies** dir deinen Brief **nochmal durch** und überprüfe, ob du verständlich geschrieben und nichts vergessen hast.
- **Überprüfe** ganz am Ende deine **Rechtschreibung** und **Satzzeichen**.

Diese Satzteile können dir helfen:

Zuerst habe ich ... überlegt.	Begonnen habe ich mit ...
Danach habe ich weiter gemacht mit ...	Dabei habe ich entdeckt, dass ...
Mir ist aufgefallen, dass ...	Zum Schluss habe ich herausgefunden, dass ...

Tipps für deine Rückmeldung über den Rechenweg



Darauf kannst du achten:	So gut hat es geklappt:		
	++	+	○
Gibt es eine Skizze, Zeichnung, ... zum Rechenweg?			
Hat dein Brieffreund mit Farben, Zeichen, ... gearbeitet?			
Ist der Rechenweg mit Worten genau und ausführlich erklärt?			
Hat dein Brieffreund alle Rechenschritte erklärt?			
Hat dein Brieffreund in der richtigen Reihenfolge erklärt?			
Sind die Sätze verständlich, so dass du die Aufgabe verstehen kannst, ohne sie zu kennen?			
Wurden Fachbegriffe verwendet? Wenn ja stimmen sie?			



Tipps für die Beschreibung deines Rechenweges

- Mache eine Skizze, Zeichnung..., um zu erklären, was du meinst.
- Nutze Farben, Zeichen..., um deine Entdeckungen deutlich zu machen.
- Erkläre deinen Rechenweg möglichst genau.
- Schreibe in ganzen Sätzen.
- Erkläre alle Rechenschritte ausführlich und achte dabei auf die richtige Reihenfolge.
- Lies dir deinen Brief nochmal durch und überprüfe, ob du verständlich geschrieben und nichts vergessen hast.
- Überprüfe ganz am Ende deine Rechtschreibung und Satzzeichen.

Diese Satzteile können dir helfen:

Zuerst habe ich ... überlegt.

Begonnen habe ich mit ...

Danach habe ich weiter gemacht mit ...

Dabei habe ich entdeckt, dass ...

Mir ist aufgefallen, dass ...

Zum Schluss habe ich herausgefunden, dass ...

Tipps für deine Rückmeldung über den Rechenweg



Darauf kannst du achten:	So gut hat es geklappt:		
	++	+	○
Gibt es eine Skizze, Zeichnung, ... zum Rechenweg?			
Hat dein Brieffreund mit Farben, Zeichen, ... gearbeitet?			
Ist der Rechenweg mit Worten genau und ausführlich erklärt?			
Hat dein Brieffreund alle Rechenschritte erklärt?			
Hat dein Brieffreund in der richtigen Reihenfolge erklärt?			
Sind die Sätze verständlich , so dass du die Aufgabe verstehen kannst, ohne sie zu kennen?			
Wurden Fachbegriffe verwendet? Wenn ja stimmen sie?			