Didaktische Materialien einführen
- aber WIE?

PIK AS KOOPERATIONSPROJEKT ZUR WEITERENTWICKLUNG DES MATHEMATIKUNTERRICHTS AN GRUNDSCHULEN

Startseite | Seitenübersicht | Themenfinder | Impressum

Material AS | Projektinfos | Veranstaltungen | Personen

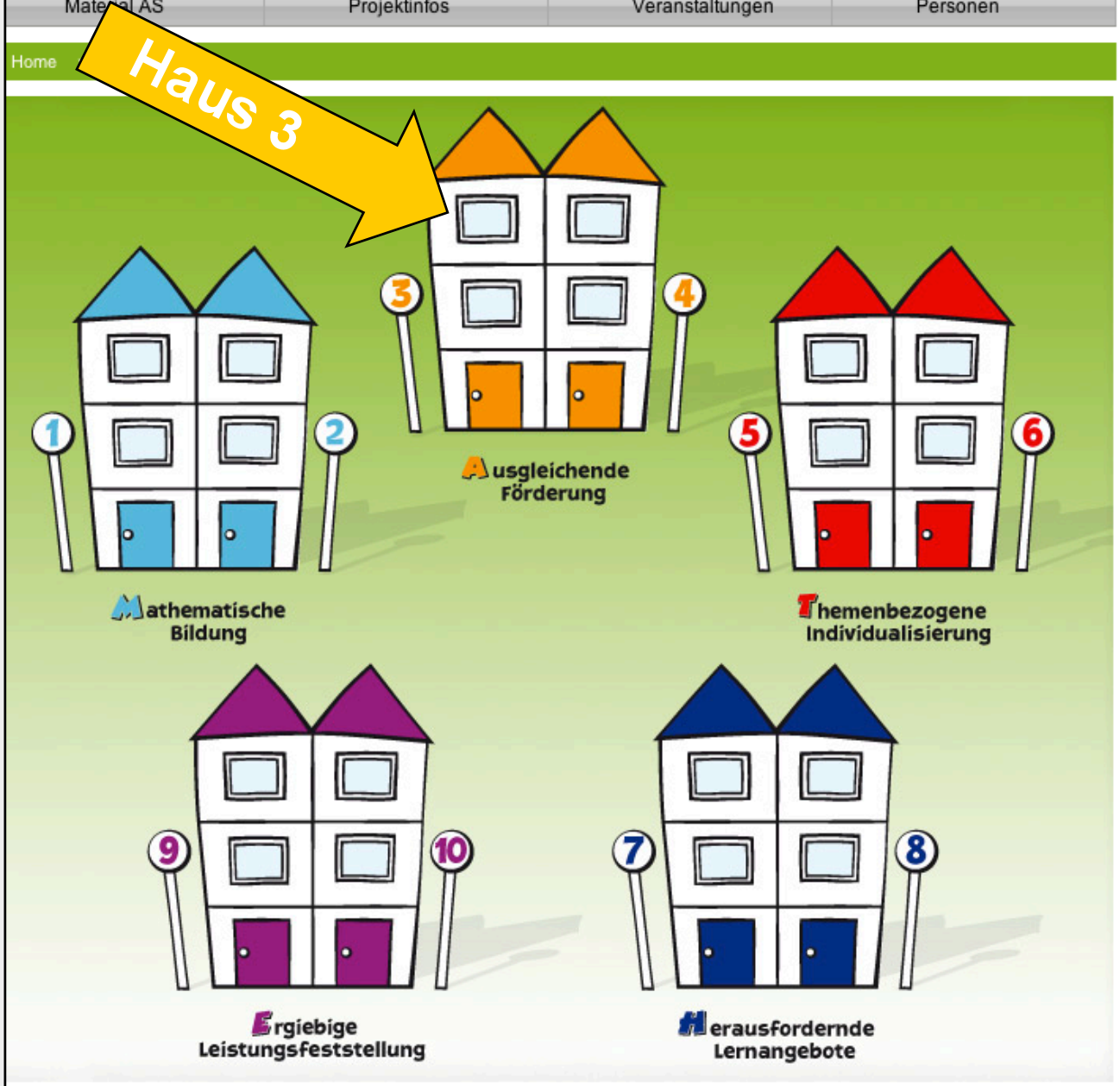
Home

Sie befinden sich in

<u>Haus 3, im Modul 3.2</u>!

Hier geht es um den **guten Umgang mit Darstellungsmitteln** zum Aufbau von Vorstellungsbildern mathematischer Strukturen.

Wir hoffen, Ihnen vielfältige und hilfreiche Anregungen geben zu können!



Überblick Haus 3

Modul 3.1	**Modul 3.2**	Modul 3.3
Rechenschwierigkeiten vorbeugen – von Anfang an!	**Guter Umgang mit Darstellungsmitteln - *EXKURS*** **Darstellungsmittel einführen - aber wie?**	**Diagnose und Förderung**

Das Haus 3 bietet 3 Module zum Thema „Rechenschwierigkeiten“ an.

Dabei bildet der Blick auf unterschiedliche Darstellungsmittel zum Aufbau von Vorstellungsbildern im Kopf eines Kindes einen besonderen Schwerpunkt.

Liebe Kolleginnen und Kollegen!!

Diese Präsentation eignet sich gut zur

<u>gemeinsamen Erarbeitung</u>

im Jahrgangsteam oder

in einer PLG!

<u>ZIELE:</u>

1. **Materialien sichten**
2. **Material überprüfen und darüber diskutieren**
3. **Material (neu) auswählen und sortieren**

Organisatorisches

Zur Vorbereitung

Zum Einstieg ins Thema eignen sich verschiedene **Grundlagentexte**, die Sie im Stockwerk IM in Haus 3 finden.

Ein „**Notizpapier**“ zum Festhalten unterschiedlicher Aspekte steht zum Ausdrucken bereit.

Praktisches

Halten Sie dicke Filzstifte und leere Blätter, ggf. auch Plakate zum Sammeln verschiedener Aspekte bereit.

Methodisches

Zum Austausch in einer Gruppe eignet sich gut die Methode des „ICH – DU – WIR – Prinzips“. Sie kann im Verlauf der folgenden Präsentation hilfreich sein, die eigene Auswahl/ den Einsatz von Materialien zu reflektieren (ICH), die Sichtweisen der Kollegen nachzuvollziehen (DU), um am Ende gemeinsam ins Gespräch zu kommen und etwas zu verabreden (WIR).

Ein **Grundlagentext** dazu finden Sie hier: Haus 5, IM: http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/H5_IM_Ich_mache_das_so_Wie_machst_du_es_Das_machen_wir_ab.pdf

INFO

ICH – DU – WIR für Kinder

Im PIK-Material finden Sie Anregungen,

wie Kinder mithilfe eines Übersichts-Plakates

Mathe-Aufgaben gemeinsam lösen können.

Haus 5: „Gemeinsam Aufgaben lösen“

Haus 8: „Mathekonferenzen“

Aktivität

Ziel 1:

Material sichten! *(„ICH-DU-WIR“)*

Gehen Sie mit bewusstem Blick durch Ihren Klassenraum und schreiben Sie auf, welche didaktischen Materialien dort für die Kinder bereit stehen.

Notieren Sie auch die Stückzahl.

Überlegen Sie auch, welche Materialien tatsächlich im „täglichen Einsatz“ sind.

Stellen Sie sich anschließend gegenseitig Ihre Notizen vor.

Halten Sie die Ergebnisse schriftlich fest!

Wie führe ich didaktische Materialien ein?

„Darstellungsmittel sind nicht selbsterklärend:

Sie müssen speziell für den Mathematikunterricht **gelernt** werden!“ Höhtker/Selter (1995)

Und Sie werfen häufig Fragen auf:

- Welche Kinder sollen didaktische Materialien benutzen? Alle?
- In welcher Reihenfolge führe ich didaktische Materialien ein?
- Mische ich dabei flächige und lineare Materialien?
- Gibt es Materialien, die ich auf jeden Fall nicht verwenden sollte?
- Mein Lieblingsmaterial ist ..., die Kollegen meiner Jahrgangsstufe wollen aber andere Materialien verwenden. Wie soll ich damit umgehen?
- ...

Sie haben vielleicht noch ganz andere Fragen? Tauschen Sie sich darüber aus!

Gedanken vorab

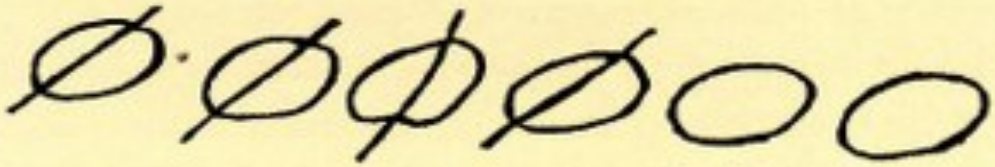
Einerseits sollen mithilfe von Darstellungsmitteln mathematische Strukturen aufgebaut werden.
(Vgl. H3, Modul 3.2: Sachinfo „Mathe in den Kopf“)

Andererseits sollen Veranschaulichungen helfen, mathematische Sachverhalte zu vereinfachen.

Doch gut gemeinte Vereinfachungen können vollkommen anders verstanden werden...

Ein Beispiel zum Nachdenken...

„Das Kullersystem habe ich überhaupt nicht verstanden. Frau B. hat gesagt: Schnucki frißt den Kuchen auf. Sie hat sechs Kullern an die Tafel gemalt und vier durchgestrichen und dann eingekringelt. ... Ich habe das Durchstreichen nicht verstanden. Mit Zahlen wäre es wohl leichter gewesen als mit Kullern ... Ich weiß nur, dass ich zuerst mit Zahlen gehandelt habe. Und dann kam plötzlich das Kullersystem. Und das war der Zusammenbruch. Ich versuchte, es zu verstehen. Aber ich weiß heute davon nichts mehr – wirklich nichts mehr. Sie hatte die Kullern halbiert. Ich versuchte, es besser zu verstehen. Ich suchte nach dem Kern. Sie hat gleich halbiert, und dann hat sie das Lernen für sich einkassiert. ...“ – „Ich verstehe nicht, was meinst du? Was meinst du mit halbiert?“ – „Ja, zum Beispiel bei den Wenigeraufgaben. Zum Beispiel bei der Aufgabe Schnucki frißt den Kuchen auf.“ – „Ich verstehe nicht, was du meinst. Was meinst du mit halbiert„“ – „Ja, sie hat halbiert, aber die redet vom Durchstreichen. Sie hat die Kullern halbiert. Das ist doch alles Heuchelei. Wenn man einen Apfel halbiert, dann hat man doch zwei Hälften.“ – „Ich verstehe dich nicht. Kannst du es aufmalen, was sie an die Tafel gezeichnet hat?“ – „Ja, das kann ich.“ Er malte.



Als ich mir die Zeichnung anschaute, sah ich, dass Ralf recht hatte.

Aus: Spiegel/ Selter 2003, S. 93

Das zeigt uns auch...

„Für die Schule gilt demnach, dass Schwierigkeiten nicht unbedingt Schwierigkeiten mit der Mathematik sein müssen, sondern Schwierigkeiten mit dem Mathematikunterricht sein können.“

(Ebd., S. 93).

Gedanken vorab

Damit alle Kinder einer Klasse die Chance haben, mithilfe von didaktischen Materialien Einsichten in mathematische Strukturen zu erlangen, muss im Vorfeld Folgendes überlegt werden:

1. **Nach welchen Kriterien wähle ich** Darstellungsmittel für die Klasse **aus**?
(Vgl. Sachinfo „Darstellungsmittel! Welche soll ich auswählen?“)

2. Wie sehen **konkrete Schritte zur Einführung** von Darstellungsmitteln/ didaktischen Materialien aus? Was sollte vorab bedacht und reflektiert werden?
(Dies ist der Schwerpunkt der folgenden Präsentation)

Konkrete Schritte zur Einführung

Didaktische Materialien verwendet man im Unterricht schwerpunktmäßig, um in folgenden Bereichen mathematische Strukturen „sichtbar“ zu machen:

1. Didaktisches Material nutzen, um Zahlvorstellung aufzubauen!

2. Didaktisches Material nutzen, um Operationsvorstellung aufzubauen!

3. Didaktisches Material nutzen, um Rechenwege darzustellen!

Dabei eignen sich nicht immer dieselben Materialien! Benutzt man zum Aufbau von Zahlvorstellung z.B. den Rechenrahmen, so muss man doch feststellen, dass er sich beim Aufbau von Operationsvorstellung oder zum Darstellen von Rechenwegen nicht immer gut eignet.

Im folgenden werden daher Schritt für Schritt Überlegungen zum sinnvollen Einsatz unterschiedlicher didaktischer Materialien angestellt.

Konkrete Schritte zur Einführung

1. **Didaktisches Material nutzen, um Zahlvorstellung aufzubauen!**

2. Didaktisches Material nutzen, um Operationsvorstellung aufzubauen!

3. Didaktisches Material nutzen, um Rechenwege darzustellen!

Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Beim Aufbau der Zahlvorstellung sind 2 Dinge wichtig zu verstehen:

1. Die vielfältige Bedeutung von Zahlen muss deutlich werden:

8 Plättchen, Stifte, Äpfel, ...
8 Plättchen auf dem 20er Feld, am Zahlenband, am Rechenstrich, auf dem Zahlenstrahl, am Rechenrahmen zeigen, legen, einstellen
das Zahlwort: acht
die Zahlwortreihe, in der die 8 einen bestimmten Platz hat: 1,2,3,4,5,6,7,8, ... oder eins, zwei, drei, ..., acht, ...
die 8 als das Doppelte von 4 (die Hälfte von 16) wahrnehmen
die 8 als Nachfolger von 7 und als Vorgänger von 9 erkennen.
Zerlegungen der 8 kennen, ...

2. Die Beziehung zwischen den Zahlen muss thematisiert werden:

A) Die Zahlzerlegung zeigt die „Teile-Ganzes-Beziehung“ der Zahlen untereinander.
B) Durch den Vergleich von Anzahlen (mehr, weniger) lassen sich Differenzmengen bestimmen.

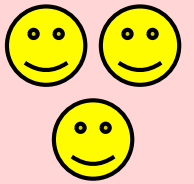
Wichtig: Mithilfe von didaktischen Materialien sollten Zahlen und Mengen auf unterschiedlichste Art dargestellt werden, so dass ihre unterschiedlichen Bedeutungen klar werden!

Aktivität

Ziel 2:

Material überprüfen und darüber diskutieren

Im Folgenden werden nun einige didaktische Materialien vorgestellt und schlagwortartig einige PRO und CONTRA Aspekte aufgezeigt.

Überlegen Sie für sich und dann gemeinsam: 

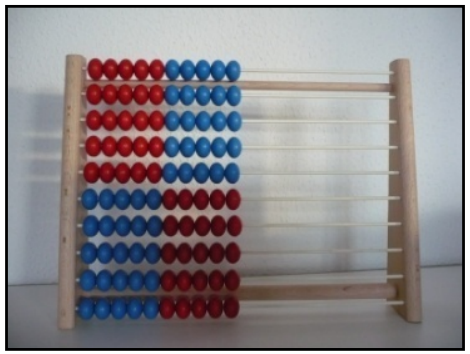
Können Sie die Argumente nachvollziehen?

Welche Materialien setzen Sie zum Aufbau von Zahlvorstellung ein. Und warum?

Worauf würden Sie in Zukunft besonders achten?

!!Achtung!! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

Rechenrahmen



☺ 5er/10er Struktur (Farbe und Anordnung) erleichtert Einstellen und Zeigen der Zahlen

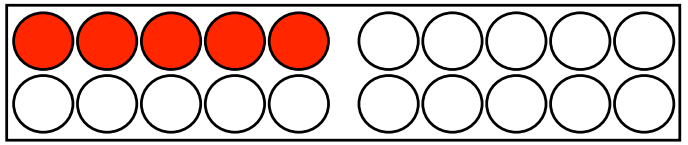
Quasi-simultane Anzahlerfassung möglich

Einstellen von Zahlen kann schnell und geschickt mit „einem (wenigen) Fingerstreich(en)“ erfolgen

☹ Das Einstellen der Zahlen/ Mengen muss geübt werden, damit dies „geschickt“ erfolgt und nicht zum Abzählen der einzelnen Kugeln führt!

!!Achtung!! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

20er Feld und Plättchen



Betonung 5er und 10er Struktur
Übertragbar in höhere Zahlräume: Strukturen unterschiedlicher Felder bauen aufeinander auf und haben Wiedererkennungseffekt (Stichwort: vom 10er Feld zum Tausenderbuch)

Das Legen von Plättchen zur Darstellung von Zahlen dauert lang und verleitet zum Abzählen

!!Achtung!! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

10er System Material (*Dienes*)

Bietet sich besonders zur Vorstellungsbildung der dekadischen Struktur an

Begleitende Ziffernschreibweise kann anschaulich

| ▫

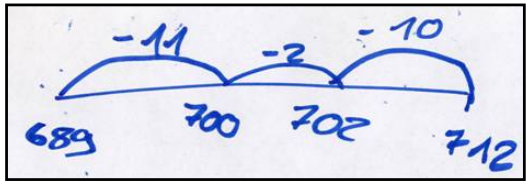
11

dargestellt werden

Darstellung der Zahlen bis 10 kann zum Abzählen führen, da die Kraft der 5 nicht sichtbar ist (durch Farbe oder Kennzeichnung)

!!Achtung!! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

Rechenstrich



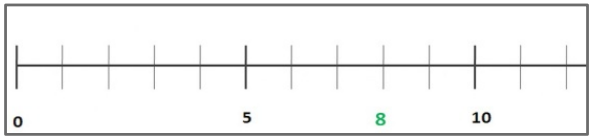
Lineare Vorstellung wird unterstützt

Kann in jeden Zahlenraum übertragen werden

Ohne ausreichende Übungen zur Zahlverortung *(Nachbarzahlen finden, Nachbarzehner zeigen, ...)* ist der Einsatz schwierig

Um Zahlen zeigen zu können, muss das Kind bereits eine elementare Zahlvorstellung ausgebildet haben

Zahlenstrahl



Grundidee der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen ist gut vermittelbar

Ohne ausreichende Einführung oder Herleitung häufig schwer zu verstehen

Verleitet zum vorwärts und rückwärts abzählen am Material

!!Achtung!! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

Daraus folgt...

Jedes Material bietet Vor- und Nachteile

Die Auswahl geeigneter Materialien beruht auch auf eigenen Kenntnissen/ Erfahrungen/ Vorlieben

Am Ende muss aufmerksam reflektiert werden, wann welches Material zielführend ist

Aktivität

Nutzen Sie zur Auswahl von Materialien auch unseren

Stiftung Warentest – TEIL 1,

um selbst PRO und CONTRA Erfahrungen

mit unterschiedlichen Materialien zu dokumentieren.

Arbeiten Sie zunächst allein (ICH)

Tauschen Sie Ihre Erkenntnisse mit den anderen aus (DU)

Entscheiden Sie am Ende gemeinsam, wann welches Material in Ihrem Unterricht eingesetzt werden soll (WIR)

Halten Sie alles schriftlich fest.

Aktivität

„Stiftung Warentest“ zur Beurteilung von didaktischen Materialien für den Einsatz im Mathematikunterricht

Im vorliegenden „Warentest“ sollen didaktische Materialien daraufhin überprüft werden, ob sie sich

a) zur **Zahldarstellung**, aber auch
b) zur **Darstellung von Operationen** eignen!

Denn: ***Nicht jedes Material kann alles!***

Für den Unterricht bedeutet das am Ende, Materialien auszuwählen und einzuführen, die für alle Schuljahre und Zahlräume zielführend eingesetzt werden können.

Aufgabe:

- Nehmen Sie die didaktischen Materialien zur Hand, die Sie im Unterricht einsetzen möchten.
- Füllen Sie für jedes einzelne Material beide Teile des „Stiftung Warentest“ aus.

Diskutieren Sie anschließend mit einem Kollegen oder dem ganzen Stufenteam Ihre Ergebnisse. Finden Sie gemeinsam eine Entscheidung für Material, das den „Warentest“ gut bestanden hat, das aber auch zu ihrem Buch und ihrem Unterricht passt.

Überlegen Sie, ob nicht auch ihre Schüler den „Warentest“ zur Darstellung von Operationen (Teil 2) im Unterricht durchführen können, um selbst über die Vor- und Nachteile ins Gespräch zu kommen.

Literatur

Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover 1996.

„Stiftung Warentest zur Beurteilung von didaktischen Materialien“

(In Anlehnung an Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schulj.)

Name des didaktischen Materials: _____

Praktische Kriterien

	Ist das Material...	voll zu-treffend	weit-gehend	teil-weise	nicht zu-treffend
1	... für Kinder leicht handhabbar?				
2	... haltbar?				
3	... seinen Preis wert?				

Didaktische Kriterien Teil 1

	Können mithilfe des Materials...	voll zu-treffend	weit-gehend	teil-weise	nicht zu-treffend
1	... Mengen simultan (bis 4) erfasst werden?				
2	... Mengen quasi-simultan erfasst werden, weil das Material eine klare 5er- und 10er Struktur aufweist?				
3	... vermeidet das Material „zählendes Rechnen“?[1]				
4	... Zusammenhänge zwischen Handlung, Bild, Symbol und Sprache hergestellt werden?[2]				
5	... ordinale (Zahl in der Reihe) UND kardinale (Zahl als Menge) Zahlaspekte dargestellt werden?[3]				
	Ist das Material...				
6	... fortsetzbar in höheren Zahlräumen?[4]				
7	... einsetzbar für andere Unterrichtsinhalte?				

[1] Hinweis: Abgezählt werden kann prinzipiell immer. Jedoch bieten bestimmte Materialien durch farbliche Gestaltung und bestimmte Anordnung schneller die Möglichkeit, Anzahlen mit einem Blick zu erkennen!

[2] Ein Beispiel: *Handlung* am 20er Feld: Summe addieren durch legen des 1. Summanden und Dazulegen des 2. Summanden mit Wendeplättchen/ *Bild*: beide Summanden mit 2 Farben in 20er Feld einzeichnen/ *Symbol*: Mengen beider Summanden ermitteln und als „Plusaufgabe“ notieren/ *Sprache*: Kind erklärt seine Handlung. Vgl. auch Sachinfo „Mathe in den Kopf?!“.

[3] Zum Aufbau der Zahlvorstellung ist es unerlässlich, die kardinale Sicht auf Zahlen im Unterricht zu eröffnen. Dies kann am selben Material gezeigt werden, erfordert nur „anderes Gucken“ (vgl. Sachinfo „Wie führe ich DM ein?“). Am Bsp. der Zahl **8** ist das zum Einen mit dem Blick auf eine bestimmte „Stelle“ in der Zahlenreihe schauen, zum Anderen mit dem Blick auf die gesamte Menge **8** blicken.

[4] Bsp.: 20er-Feld/ 100er-Feld/ 1000er-Buch.

Gedanken

„Da nicht jedes Arbeitsmittel und jede Veranschaulichung unmittelbar eine Hilfe darstellt, sollte hier keine Beliebigkeit herrschen. (...)
Hilfen können daher nur Arbeitsmittel und Veranschaulichungen bieten, die die mathematischen Strukturen möglichst klar widerspiegeln und Einsichten in diese Strukturen ermöglichen, (...).
Daneben kommt dem Vertrautwerden mit entsprechende Arbeitsmitteln zentrale Bedeutung zu, d. h., in jedem Zahlenraum (und nicht nur zu Schulbeginn im Zehner- und Zwanzigerraum!) sind ausreichende Orientierungsphasen empfehlenswert.“

(Scherer 2003, S. 17)

„Im Umgang mit verschiedenen Materialien ist deren Verzahnung zu einem zusammenhängenden System von entscheidender Bedeutung (...).
Anzahlen sollten daher in Orientierungsphasen an allen verwendeten Veranschaulichungen dargestellt werden, um so strukturelle Gemeinsamkeiten herauszustellen.“

(Ebd., S. 20f)

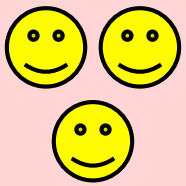
Weitere Gedanken

Neben der bewussten Auswahl von didaktischen Materialien und Veranschaulichungen kommt ein weiterer wichtiger Gedanke hinzu:

In welcher Reihenfolge sollten Materialien am besten eingeführt werden?

Auch hier gibt es zahlreiche Vorschläge und Empfehlungen in der Literatur.
Im Folgenden zeigen wir ein mögliches Beispiel für eine bestimmte Abfolge zur Einführung von Darstellungsmitteln beim Aufbau von Zahlvorstellung.
Dieses Beispiel soll nicht generalisieren, es soll zunächst einmal aufzeigen, welche unterschiedlichen Überlegungen dazu geführt haben, genau diese Reihenfolge zu wählen. Sie finden vielleicht eine andere gute Reihenfolge, die auch zu Ihrem Lehrwerk passt.

Wesentlich ist nicht, eine bestimmte Reihenfolge nachzuahmen, sondern sich bewusst für eine eigene Reihenfolge zu entscheiden, die Sie durchdacht und reflektiert haben.



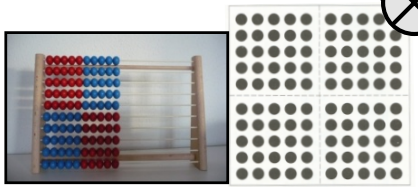
Diskutieren Sie am Ende gemeinsam darüber.

Ausgewähltes Material zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

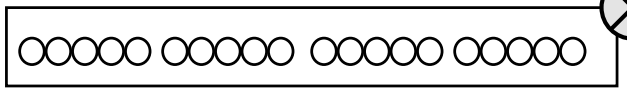
Zählmaterialien (anfangs noch unstrukturiert)

10er System Material

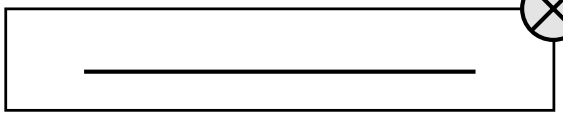
20er/ 100er Feld | **Rechenrahmen**



20er Reihe



Rechenstrich



Flächige Darstellungsmittel

Lineare Darstellungsmittel

Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

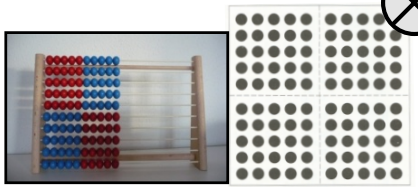
Flächige Darstellungsmittel

Lineare Darstellungsmittel

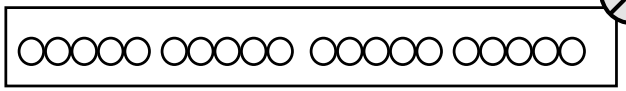
Zählmaterialien

10er System Material

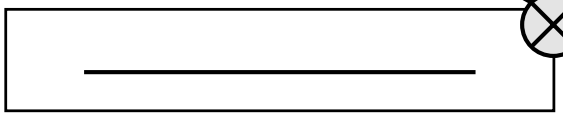
20er/ 100er Feld | **Rechenrahmen**



20er Reihe



Rechenstrich



Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

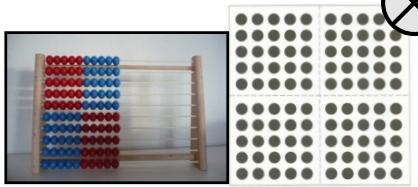
Flächige Darstellungsmittel

Lineare Darstellungsmittel

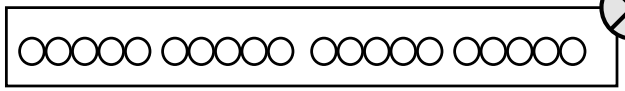
Zählmaterialien

10er System Material

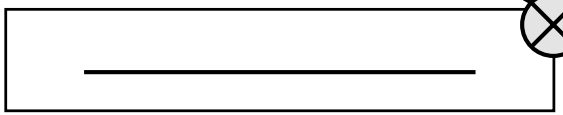
20er/ 100er Feld | **Rechenrahmen**



20er Reihe



Rechenstrich



Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

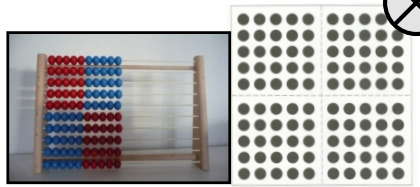
Flächige Darstellungsmittel

Lineare Darstellungsmittel

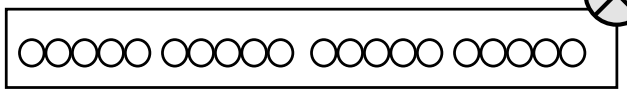
Zählmaterialien

10er System Material

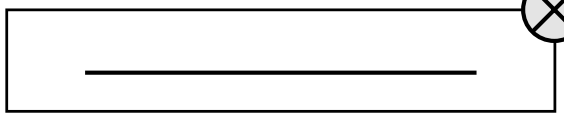
20er/ 100er Feld | **Rechenrahmen**



20er Reihe



Rechenstrich



INFO

Im Folgenden werden diese wiederkehrenden Punkte auf dem Weg „von einem“ zum „anderen“ Material immer wieder beschrieben:

1. **Gründe zur Herleitung eines Materials**
2. **Verschiedene Übungen zu Einführung**
3. **Beispiele um „mentales Handeln“ anzuregen**

Zählmaterialien zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Herleitung:

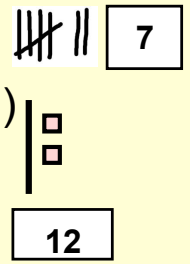
„Da starten, wo das Kind steht: Meistens im Konkreten!“

Übungen zum Zählen:

- Mengen abzählen (In der Klasse, zu Hause, auf der Straße, Gegenstände in Zählgläsern)
- Beim Abzählen größerer Mengen irritieren, so dass Kinder Einsicht gewinnen, geschickter zu verfahren, um nicht immer wieder von vorne mit dem Abzählen anfangen zu müssen.
- Anzahlen durch (geschicktes) Zählen (2er, 5er, 10er Bündel) ermitteln.
- Rückwärts zählen, in Schritten zählen, Abzählreime.
- Mengen „blitzschnell“ erfassen: Punktefelder, Mengenbilder, ... kurz betrachten und Anzahl benennen.

Erste „Übersetzungen“ vornehmen:

- Anzahlen in Form einer Strichliste darstellen (5er Struktur entwickeln)
- Anzahl auf 10er System - Material übertragen (10er Struktur entwickeln)



„Rückübersetzungen“ anstreben:

- Zu einer vorgegebenen Strichliste eine Menge legen
- Zu einer Zahl (6) eine Zahlengeschichte erfinden (Bsp.: 6. Geburtstag, 6 Kinder mit blondem Haar, ...)
- Zu einem Zahlenbild, das mit 10er System-Material gelegt wurde, Anzahlen ermitteln und Zahl notieren.

Zählmaterialien zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Vorwärts, rückwärts, in Schritten zählen, Mengen bündeln u. v. m. an KONKRETEN Materialien aus dem Alltag der Kinder

Zählmaterial zum Aufbau von Zahlvorstellung

Weitere Anregungen:

(Ideen u. a. aus: Peter-Koop/ Grüßing 2007)

Mengen vergleichen

„Du hast mehr Klötze als ich!“

☆ „Wie viel mehr genau?“

Zahlen in der Umwelt suchen

(unterschiedliche Zahlaspekte ermitteln)

„Mein Tisch ist 2 m lang!“ (Maßzahlaspekt)

„Ich wähle Omas Nummer: 738492.“ (Ordnungszahlaspekt)

„Dort liegen 35 Gummibärchen!“ (Kardinalzahlaspekt)

„Thomas ist 2. geworden!“ (Ordinalzahlaspekt)

Dinge sortieren/ vergleichen

Lang oder kurz? Leicht oder schwer?

Hoch, höher am höchsten!

Rote, gelbe, blaue, rote Autos! Wie viele von jeder Farbe?

Zahlen zerlegen

Immer 8! (Spiel mit Würfeln oder Fingern.)

„Meine Hand kann 5 (7, 9, 12, ...) Steine tragen! 2 (5, 6, ...) davon sind weiß! Lege die Steine in meine Hand.“

(Spiel zu zweit mit schwarzen und weißen Spielsteinen.)

Das „Atom-Spiel“ (Gruppe von Kindern findet sich auf Ansage des Spielleiters in 3er, 5er, ... Gruppen zusammen)

Welche Übungen/ Spiele fallen Ihnen ein?
Tauschen Sie sich aus!

INFO

Das Material, das Sie in Haus 3, genauer im Modul 3.2 finden, hat sich besonders mit der Frage beschäftigt, wie Mathematik eigentlich in die Köpfe der Kinder gelangen kann.

Als wesentlicher Aspekt wird dabei immer wieder herausgestellt, wie mithilfe von Übungen am mathematischen Material allmählich so genannte „innere Bilder“ von mathematischen Strukturen im Kopf eines Kindes entstehen sollen.

Hat ein Kind solche Strukturen mit der Zeit verinnerlicht, gilt es, sich durch das bewusste Vorstellen dieser Bilder im Kopf am Ende auch wieder von dem mathematischen Material zu lösen. Dies sollte dann zur Folge haben, dass das Kind z. B. „flexibel“ im Kopf rechnen kann.

Daher wollen wir im Folgenden noch einmal darauf eingehen, wie mathematisches Material beim Aufbau von Zahlvorstellung (im weiteren Verlauf dann auch zur Operationsvorstellung usw.) eingesetzt werden soll, um „innere Bilder“, also mentales Handeln bei Kindern zu etablieren!

„*Zahlen und Mengen*“ in den Kopf?! **Vgl. Modul 3.2**

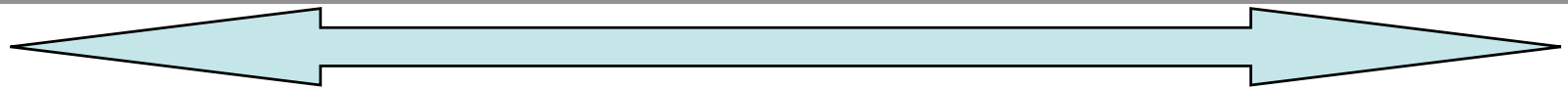
Von der Handlung zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)

„Konkrete Phase“	„Auf dem Weg in den Kopf“	„Im Kopf (richtig) Mathe vollziehen“
Mit Material handeln und Handlungen beobachten (von sich selbst und anderen).	**Mengen im Kopf vorstellen und beschreiben.**	**Mit dem „Bild im Kopf“ (mentale Vorstellung) ohne Material Zahlen/ Mengen begreifen.**

Modell in Anlehnung an Wartha IN Schipper/ Wartha/ Schroeders 2011, S.113f.

„*Zahlen und Mengen*“ in den Kopf?!

Von der Handlung
zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)



„Konkrete Phase“ **„Auf dem Weg in den Kopf“** **„Im Kopf “**

<u>Vom „konkreten Tun“ über das Arbeiten mit Darstellungsmitteln“ zur „Mathe im Kopf“!</u>

Wir wissen aber auch:

Das, was **genau** im Kopf eines Kindes passiert, können wir immer wieder nur erahnen.

Im Austausch mit ihm, kann es uns jedoch verschiedene Einblicke in seinen „Kopf“ gewähren.

Mit diesen Informationen kann dann der weitere Lernweg besprochen und beschlossen werden.

Mehr dazu: H3, UM, Text: „Mathe in den Kopf?!“

„*Zahlen und Mengen*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Erst **MIT** „gucken“ ...

„*Wie viele Finger links und rechts?*“

dann **OHNE** „gucken“

(Bild im Kopf machen) ...

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

Ein neues Material kommt hinzu!

Aufgepasst!

Überlege gut den nächsten Schritt

zur Einführung eines

neuen, *strukturierten* Materials!

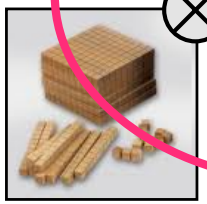
Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Flächige Darstellungsmittel

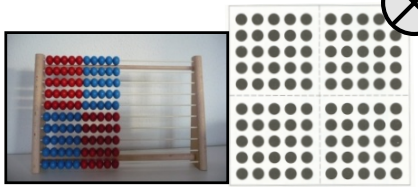
Lineare Darstellungsmittel

Zählmaterialien

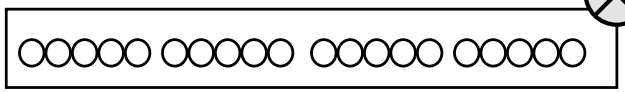
10er System Material



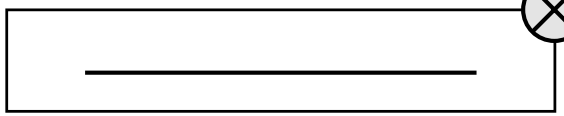
20er/ 100er Feld | **Rechenrahmen**



20er Reihe



Rechenstrich



10er System Material zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Herleitung:
Durch verschiedene Zählanlässe haben Kinder die Einsicht entwickelt, dass das Bündeln von Mengen zum schnelleren Zusammenzählen der Gesamtmenge verhilft. Hierbei können die Kinder durch Eintauschübungen von 10 einzelnen Dingen, eine 10er Stange erhalten.

Übungen am 10er System Material:

- Menge von Holzwürfeln verdeckt abzählen (einhändig, beidhändig)
- Zählen und Bündeln in der „Zählbar“:

  Menge bündeln, abzählen, gegen 10er Stangen und

  1er Würfel eintauschen
- Zahlenkarte ziehen (0-20), 10er Systemmaterial dazu legen,

  Zahl kann zusätzlich in Stellenwerttafel notiert werden
-...

Tipp für den Unterricht:

Im Unterricht kann das ***10er System Material*** auch als 10er Streifen (mit deutlicher 5er Struktur) und 1er Quadraten **aus Papier/ Pappe** hergestellt werden.

Vorlagen dazu finden Sie zum Herunterladen in H3, UM!

„*Zahlen und Mengen*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

„Anzahlen fühlen, Handeln beschreiben“

„Anzahlen fühlen und erste Summen bilden“

Übung auch für größere Mengen, unter Einsatz von 10er Stangen

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

„*Zahlen und Mengen*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Spiel: „Meine Hand kann tragen ...“

1. Spielleiter erfindet Aufgabe:

„Meine Hand kann 5 Steine tragen, 2 davon sind weiß!“

Analog:

„Meine Hände können 10 Steine tragen, 3 davon sind schwarz!“

2. Mitspieler überlegt und legt Spielleiter Steine in die Hand:

3. Spielleiter:
Lässt Steine aus der Hand fallen, da er Fehler entdeckt.

4. Mitspieler überlegt neu und korrigiert:

Ein neues Material kommt hinzu!

Denke daran,
nun ergibt sich für die Kinder
eine neue Struktur
in Form eines Feldes!

Die eingeführte 5er und 10er Struktur sollte direkt angesprochen und übertragen werden.

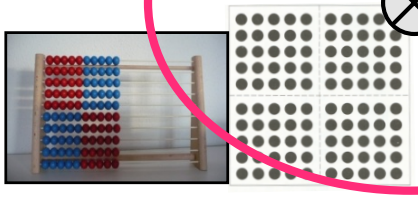
So können sich Kinder schneller orientieren!

Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

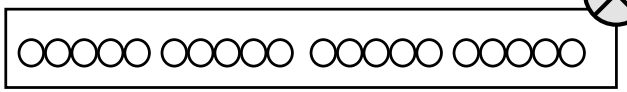
Zählmaterialien

10er System Material

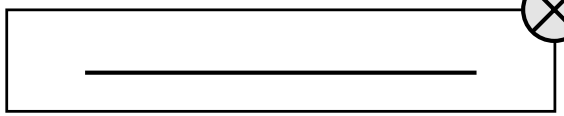
20er/ 100er Feld | **Rechenrahmen**



20er Reihe



Rechenstrich



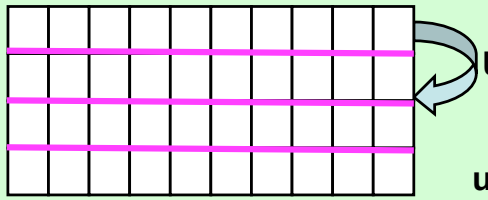
Flächige Darstellungsmittel

Lineare Darstellungsmittel

Zahlenfelder/ Rechenrahmen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

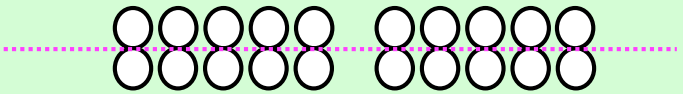
Herleitung:

Durch Untereinanderlegen von 10er Stangen ergibt sich eine flächige Anordnung. Hieraus kann ein Zahlenfeld (20er Feld oder andere) entwickelt werden, das die Kinder durch Aneinanderkleben von 10er Streifen (Papier) selbst herstellen.



untereinander legen

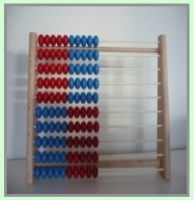
usw.



Darstellung mit runden Zahlenfeldern

Durch Untereinanderlegen (-kleben) von 10er Stangen können unterschiedliche **Zahlenfelder** entstehen, die z.B. der jeweiligen Zahlvorstellung des Kindes entsprechen und auch individuell entstehen können.

Parallel dazu kann auch der **Rechenrahmen** hergeleitet werden. Hier muss allerdings herausgestellt werden, dass Kugeln, nicht Klötze in einer Reihe nebeneinander stehen. Des weiteren ist die farbliche Differenzierung (**weiße/ rote** oder **rote/ blaue** Kugeln stehen für die 5er Struktur) erklärungsbedürftig.



Übungen dazu:

- Zahlen am Zahlenfeld/ Rechenrahmen suchen/ zeigen
- Zahlen suchen/ zeigen und „Trick“ erklären, wie die Zahl schnell gefunden werden kann
- „Blitzgucken“ üben (Tipp: „Blitzgucken“ auf dem OHP mit allen Kindern im Kreis. Steine, Holzwürfel, Knöpfe auflegen und mit einem Papier abdecken.)

„*Zahlen und Mengen*“ in den Kopf?! **Vgl. Modul 3.2**

„Mentales Handeln“ anregen

Erst **MIT** „gucken“ ...

dann **OHNE** „gucken“ ...

„Blitzgucken“

- **auch am 20er Rechenrahmen**
- **auch am 20er Feld**
- **auch am 100er Feld**

(Vgl. auch „Blitzrechnen aus mathe2000“)

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

Ein neues Material kommt hinzu!

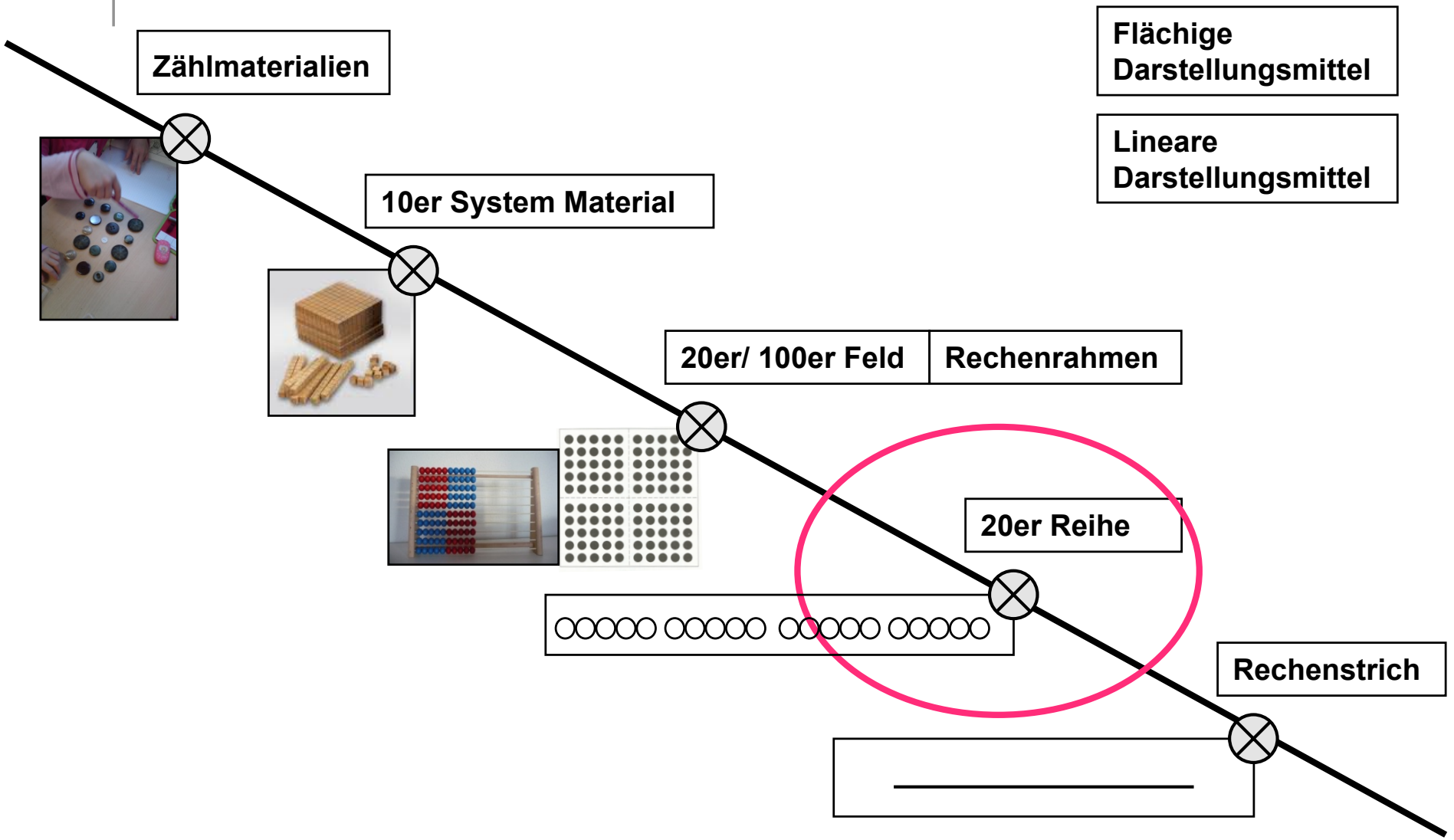
Achtung!

Es folgt ein Darstellungswechsel

<u>vom Feld</u> (flächige Anordnung)
<u>zum Band</u> (lineare Anordnung).

Auch hier ist das erneute „anders gucken“ nicht für jedes Kind einfach und selbstverständlich!

Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

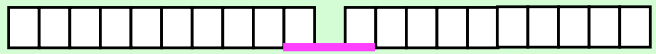


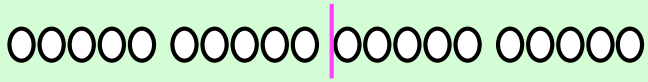
Zahlenbänder zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Herleitung:

Vom 10er System Material zum Zahlenband

Durch Nebeneinanderlegen von 10er Stangen (Dienes) ergibt sich eine lineare Anordnung. Hieraus kann ein Zahlenband entwickelt werden, das die Kinder durch Aneinanderkleben von 10er Streifen (Papier) selbst herstellen.

 zusammen legen oder

 aneinander kleben

Vom 20er Feld zum Zahlenband

Außerdem kann das zuvor eingeführte 20er Feldes durch Zerschneiden hergestellt werden. Dies macht dann die Verbindung vom Feld zum Band klar.

Übungen Zahlenband:

1. „Zahl finden“ (Beispiele am selbst hergestellten 100er Band)
- **Leere Kärtchen beschriften, die mit Wäscheklammern an der realen Hunderterkette befestigt sind**
- **Anschließend an der ikonischen Hunderterkette.**
- **Zunächst mit Orientierungspunkten, später ohne.**
- **Anfangs vorgegebene Orte, dann selbst gewählte.**

2. „Ort finden“
- **zu unzusammenhängenden Zahlen und Zahlenfolgen**
- **Ergebnisse von Aufgaben (hier Malaufgaben) eintragen**

Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

„Zahl finden“

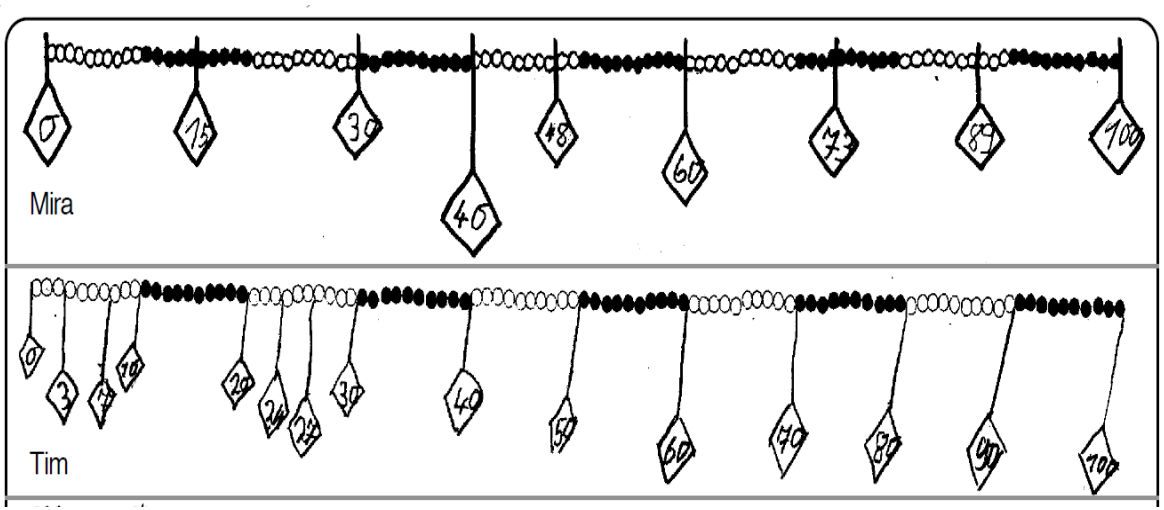


Abbildung aus Höhtker/Selter (1995)

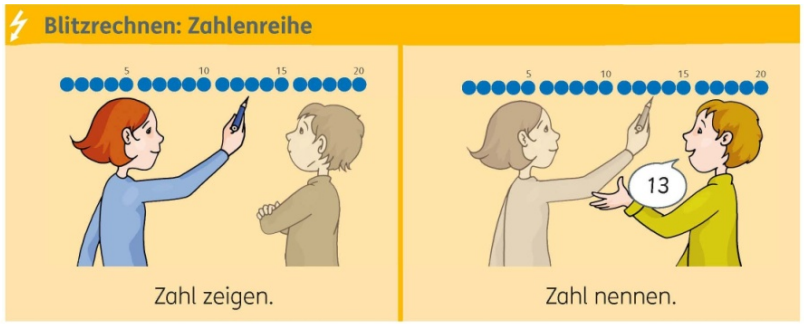
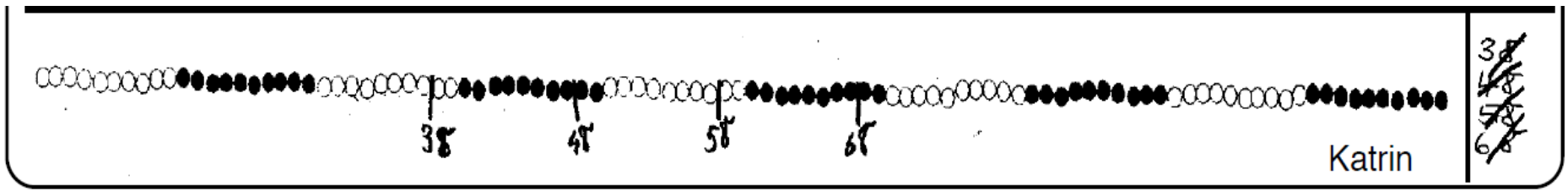


Abbildung aus Zahlenbuch 1 , S. 30.

„Ort finden“

Abbildung aus Höhtker/Selter (1995)



Ein neues Material kommt hinzu!

Wichtig:

Den Rechenstrich

<u>vor</u>

dem Zahlenstrahl einführen!!!

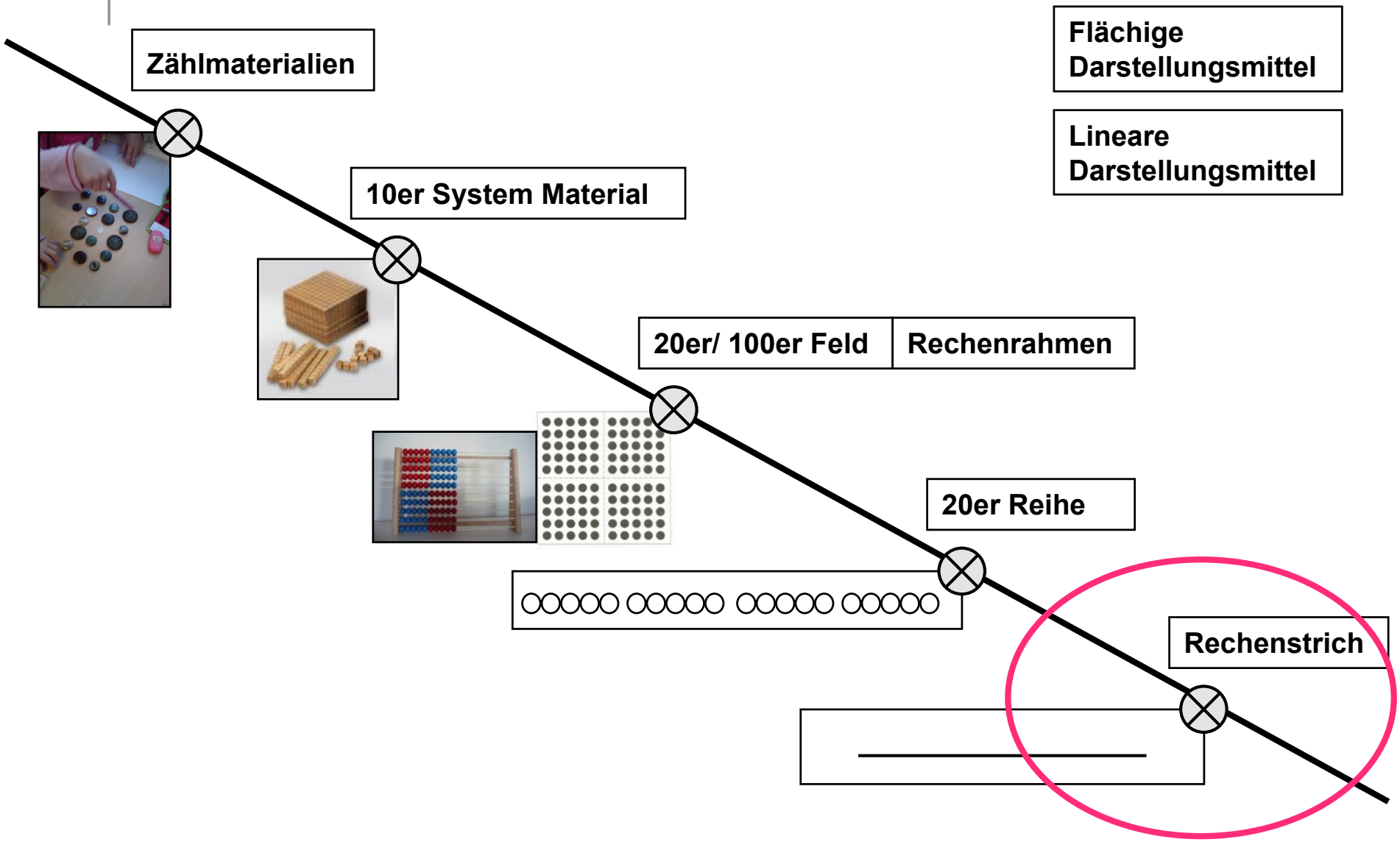
<u>Denn:</u>

Grundlegende Vorstellung vom Aufbau des Zahlenstrahls

(Orte von Zahlen, Nachbarzahlen, Nachbarzehnern, Abständen etc.)

muss vorhanden sein, um den Zahlenstrahl später z. B. zum Darstellen von Rechenwegen einsetzen zu können.

Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**



Rechenstrich zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Herleitung:

„Der leere Zahlenstrahl muss aus der Abstraktion von Handlungen an der Reihendarstellung mit dem Zehnermaterial erwachsen. Hierbei ist die Versprachlichung des Gedachten besonders wichtig.“ (Kaufmann/ Wessolowski, S. 44)

- Erarbeiten der Aufbauprinzipien der Zahlenreihe
- Herstellen einer eigenen Zahlenreihe

Am Beispiel der Hunderterreihe:

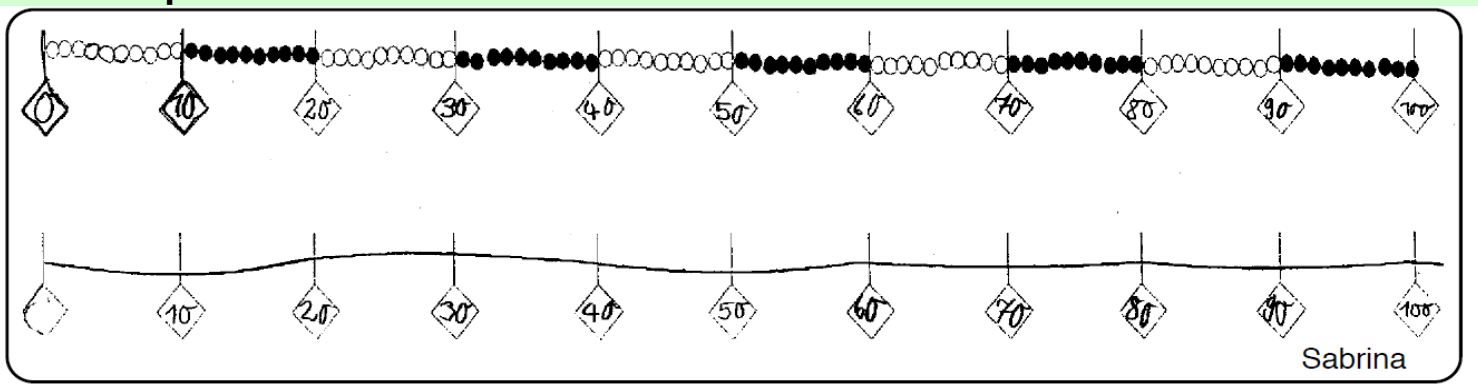


Abbildung aus Höhtker/Selter (1995)

Übungen am Rechenstrich:

-*Zahl finden*: Ort vorgegeben, Zahl benennen
-*Ort finden*: Zahl vorgegeben, Ort lokalisieren

(Vergleich oben: Übungen an der 20er Reihe)

Mathematisches Material benutzen

Rechenstrich

1 Zeichne einen Rechenstrich und trage die Zahlen ungefähr ein.

Aktivität

Dies waren einige Beispiele zum Einsatz von mathematischen Materialien bei dem Aufbau von Zahlvorstellung.

Dabei haben wir entlang einer bestimmten Reihenfolge argumentiert.

Entwickeln Sie nun mithilfe des

„ICH-DU-WIR“ – Prinzips

einen eigenen „Fahrplan“

zur Einführung von

mathematischen Materialien und Veranschaulichungen.

(Vorschlag zur Strukturierung auf der folgenden Folie)

Aktivität

<u>Überlegen Sie zunächst allein (ICH)</u>

In welcher Reihenfolge haben Sie mathematische Materialien bisher/ im vergangenen Schuljahr eingeführt? Skizzieren Sie eine Art Material-Leiste wie in unserem Beispiel.

Erscheint Ihnen das Vorgehen im Nachhinein sinnvoll?

Waren die Einführungen und die Auseinandersetzung mit den einzelnen Materialien intensiv genug für alle Kinder?

Was würden Sie in Zukunft verändern?

<u>Stellen Sie sich Ihre Überlegungen gegenseitig vor (DU)</u>

<u>Entwerfen Sie einen „Fahrplan“ für die Zukunft (WIR)</u>

Welche Materialien wollen Sie in Zukunft benutzen?

In welcher Reihenfolge sollen diese eingeführt werden?

Nehmen Sie unbedingt auch Ihr Lehrwerk zur Hand.

Schauen Sie dort, in welcher Reihenfolge Materialien eingeführt werden. Vielleicht können Ihnen dort getroffene Entscheidungen helfen. Vielleicht finden Sie aber auch eine alternative Lösung.

Konkrete Schritte zur Einführung

1. Didaktisches Material nutzen, um Zahlvorstellung aufzubauen!

2. **Didaktisches Material nutzen, um Operationsvorstellung aufzubauen!**

3. Didaktisches Material nutzen, um Rechenwege darzustellen!

Gedanken vorab

<u>Operationsvorstellung aufbauen heißt:</u>
Vorstellung von Plus und Minus / Mal und Geteilt entwickeln!

Am Beispiel der Subtraktion heißt das: <u>zwei Grundvorstellungen</u> der Subtraktion verinnerlichen:

1. **Das Ergebnis als „Rest“ deuten: Bsp.: 25 – 18 = ___**
   Durch ***<u>schrittweises Abziehen</u>*** erhalte ich das Ergebnis: 25 – 10 = 15
   15 – 8 = 7

2. **Das Ergebnis als „Unterschied“ deuten: Bsp.: 25 – 18 = ___**
   Durch ***<u>schrittweises Ergänzen</u>*** erhalte ich das Ergebnis: 18 + __ = 25
   18 + 2 = 20
   20 + 5 = 25
   18 + 7 = 25

INFO zur Weiterarbeit

Das Material, das bisher eingeführt und zum Aufbau von Zahlvorstellung genutzt wurde, soll zum Aufbau der Operationsvorstellung weiterhin genutzt (ggf. erweitert) werden.

Mathematisches Material, das hinzu kommt, muss neu eingeführt werden.

Beim Aufbau von Operationsvorstellung ist es vor dem Lösen von Operationen *(Rechnen)* wichtig, eine Vorstellung von den Handlungen zu haben, die mit der Operation zusammen hängen.

Hier hat das Üben von **Darstellungswechseln** einen besonderen Stellenwert. Ein Kind soll lernen, dass eine Operation z. B. in Form einer „Geschichte“ oder als ein „Bild“ (am mathematischen Material oder als Kinderzeichnung) „übersetzt“ werden kann**.**

Hierzu finden Sie auch in dem Text „Mathe in den Kopf?“ Informationen. Wir haben ein Plakat entwickelt, auf dem unterschiedliche Darstellungsformen mithilfe von Darstellungsmitteln im Unterricht „übersetzt“ werden. (weiter nächste Folie)

INFO

DarstellungsFORMEN werden durch unterschiedliche **DarstellungsMITTEL** repräsentiert.

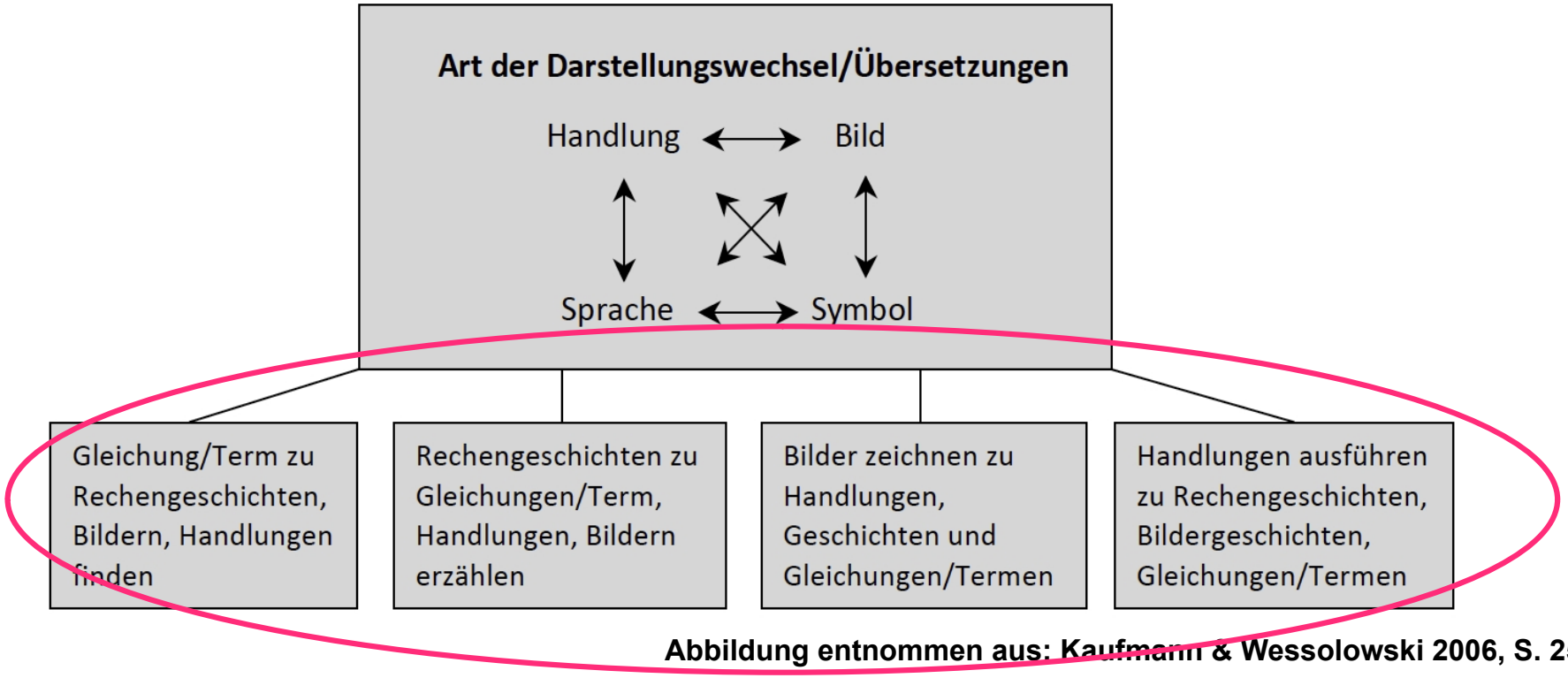


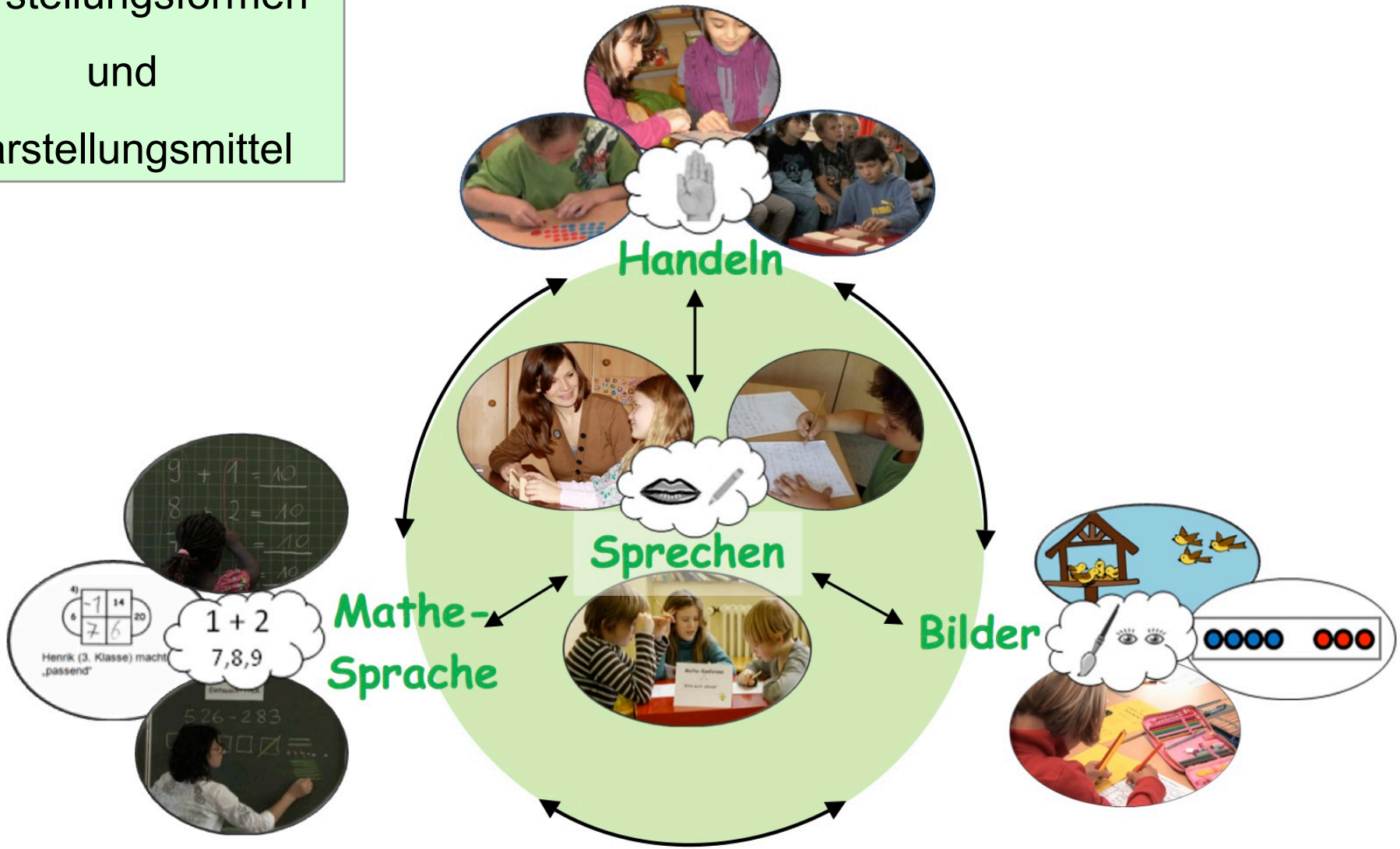
Abbildung entnommen aus: Kaufmann & Wessolowski 2006, S. 25

PIK AS stellt das so dar:

Darstellungsformen

und

Darstellungsmittel



PIK AS stellt das so dar:

Erklärung zum Plakat:

„Mathe in den Kopf?!"

Sprechen

Was? Über die Sache kommunizieren (mündlich und schriftlich): sprechen, aufschreiben, zuhören, nachfragen, erklären, begründen.
Wozu? Mathematische Sachverhalte ausdrücken (durch Terme/Gleichungen, Handlungen, Bilder, Rechenwege).
Wer? Kommunikation miteinander (Schüler-Schüler, Schüler-Lehrer, Schüler-Lehrer-Eltern) und Selbstreflexion innerhalb des eigenen Lernprozesses.
Wie? Im Einzel-, Partner-, Gruppengespräch, im Plenum, in der Mathekonferenz, am Sprechtag und in Selbsteinschätzungsbögen, Rechengeschichten, Beschreibungen, Erklärungen, Beweise.

Handeln

Was? Mit didaktischem Material oder mit Alltags- und Naturmaterial handeln, spielerische Darstellung (z. B. Rollenspiel), aktives und passives Handeln.
Wozu? Handeln zu Rechengeschichten, Bildergeschichten, Termen/Gleichungen.

Mathe-Sprache

Was? Mathematische Symbole benutzen (Zahlen, Terme, Gleichungen etc.).
Wozu? Rechengeschichten, Bilder oder Handlungen in mathematische Symbole übersetzen.

Bilder

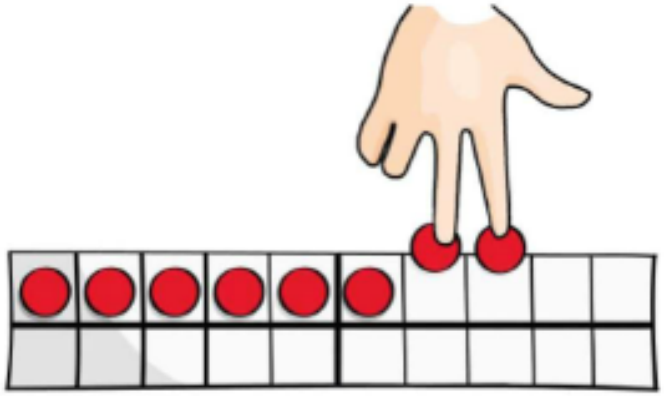
Was? Bilder (Zeichnungen, Skizzen, Mengenbilder etc.) malen und deuten.
Wozu? Handlungen oder Rechengeschichten darstellen, Gleichungen/Terme oder Mengen verdeutlichen (z. B. durch Strichlisten, Punktebilder). Und aus Bildern zu lebensweltlichen Situationen oder aus didaktischem Material Terme ablesen.

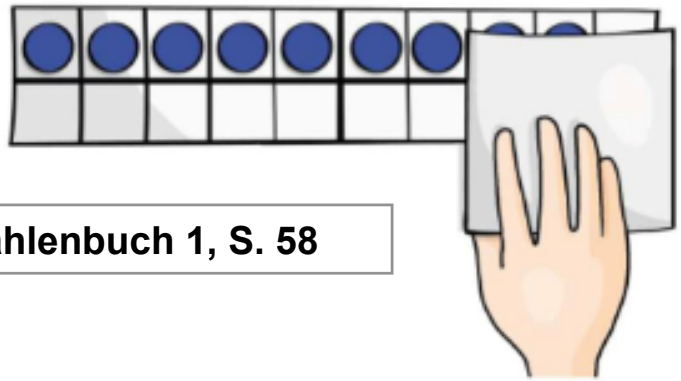
Juni 2012 © PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de)

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

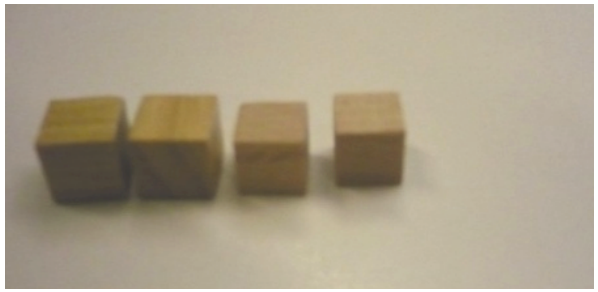
Addition und Subtraktion

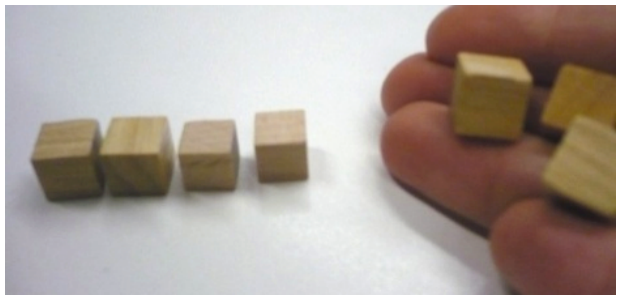
„Übungen mit bisher eingeführtem mathematischem Material“

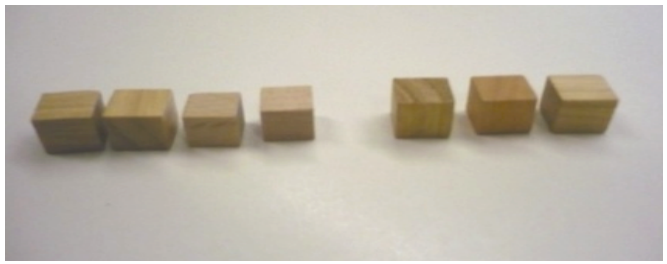




Zahlenbuch 1, S. 58







Dreischritt:

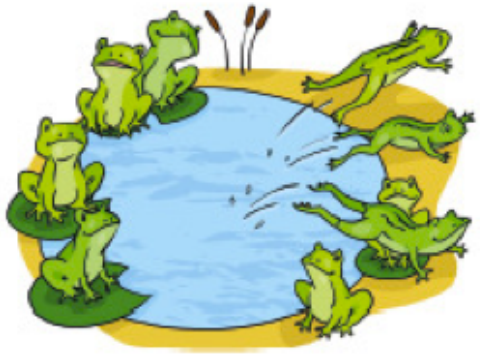
4 + 3 = 7

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

Addition und Subtraktion

„Übungen mit „anderem“ Material“

Zahlenbuch 1, S. 50



Zahlenbuch 1, S. 81

Operationen erkennen und beschreiben!

ACHTUNG!!

Bilder können immer mehrdeutig sein und lassen häufig verschiedene Lösungen zu!

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

Addition und Subtraktion

„Übungen mit „anderem“ Material“

Zahlenbuch 1, S. 94

Verkaufssituationen anregen:

- Verkaufsladen in der Klasse aufbauen
- Mit den Kindern zum Markt gehen
- Einkaufsaufträge für zu Hause geben
- ...

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

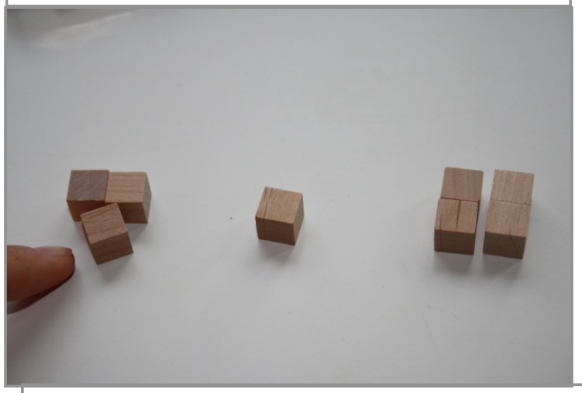
Multiplikation und Division

„Übungen mit bisher eingeführtem mathematischem Material“

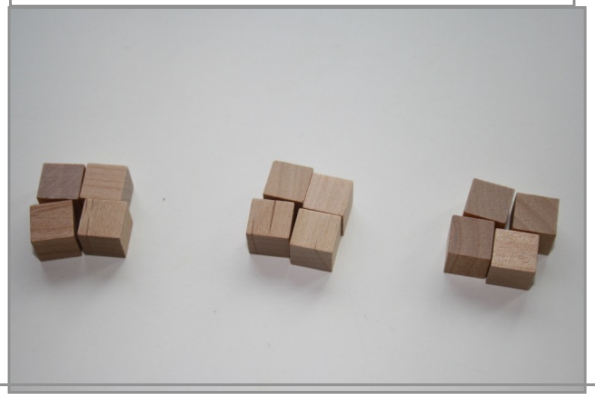
Malaufgaben mit 1er Würfeln des *10er System Materials* legen

„Lege die Aufgabe 3x4!“

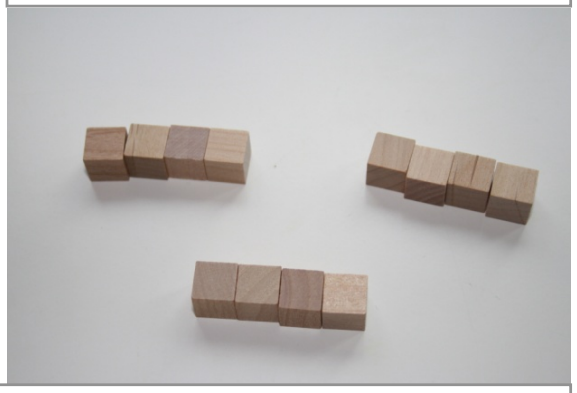
Lukas legt so:



Karla legt so:



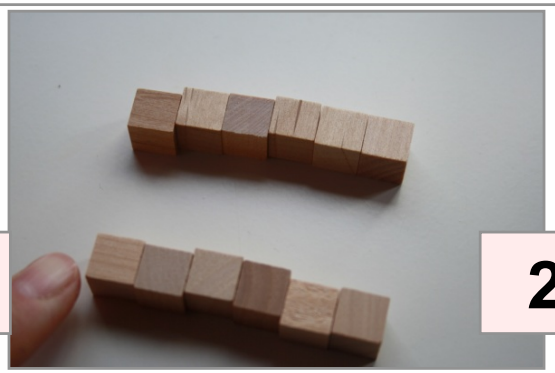
Lars legt so:



Die Kinder sprechen mit der Lehrerin über die Lösungen.

Es folgen u. a. Übungen zum „Umlegen“!

4x3



2x6

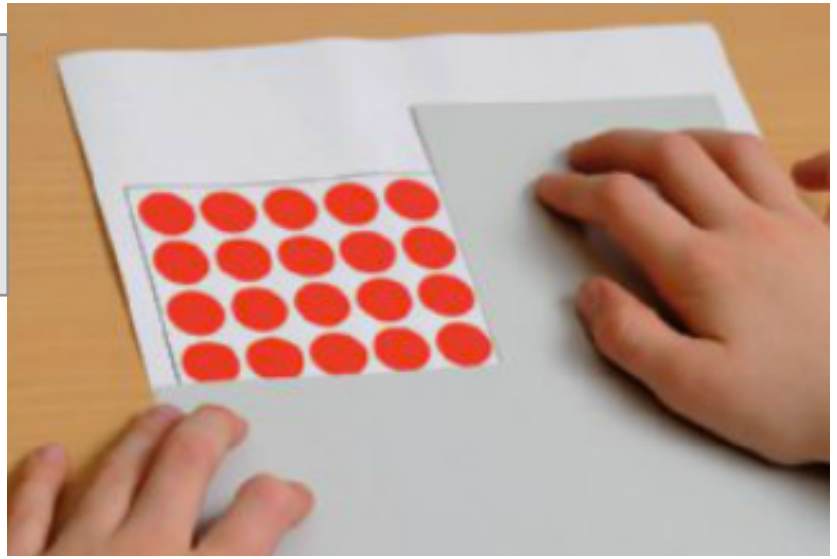
...

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

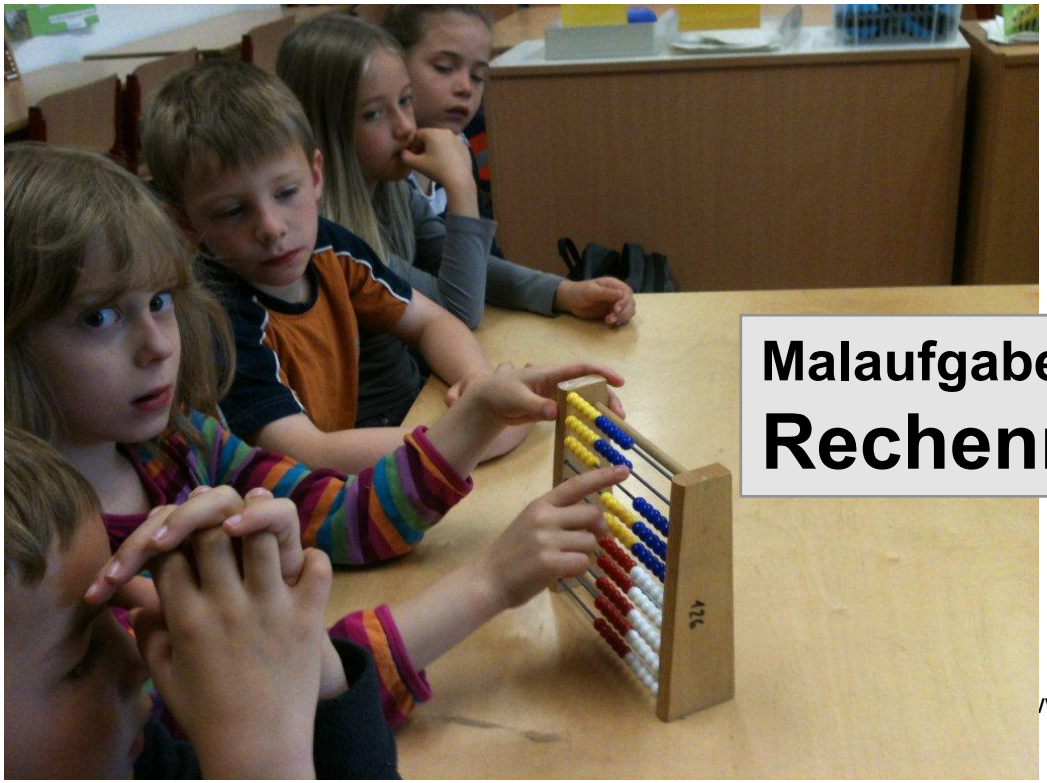
Multiplikation und Division

„Übungen mit bisher eingeführtem mathematischem Material“

Malaufgaben auf dem
100er Feld
finden



Zahlenbuch 1, S. 67



Malaufgaben am
Rechenrahmen einstellen

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

Multiplikation und Division

„Übungen mit „anderem“ Material“

Zahlenbuch 1, S. 66

Zahlenbuch 1, S. 65

Aufgaben in der Umwelt finden *(Aufgaben in der Klasse, Aufgaben beim nach Hause gehen, Aufgaben im Kinderzimmer, ...)*

Situationen nachspielen *(3mal aufstehen und je 2 Stifte holen, 1 Kind geht 2x zum Hausmeister und holt 2 Kisten Kreide, Bonbons aus einer Tüte verteilen, ...)*

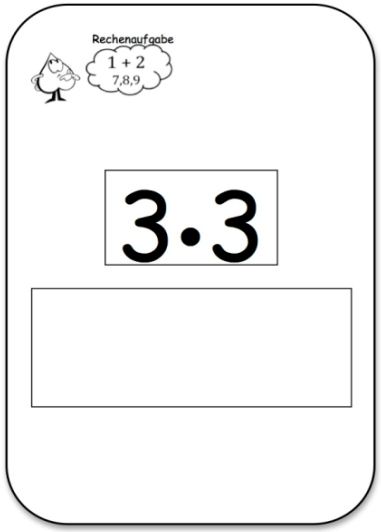
***WICHTIG:* Verbindung zur Addition heraus stellen!!**

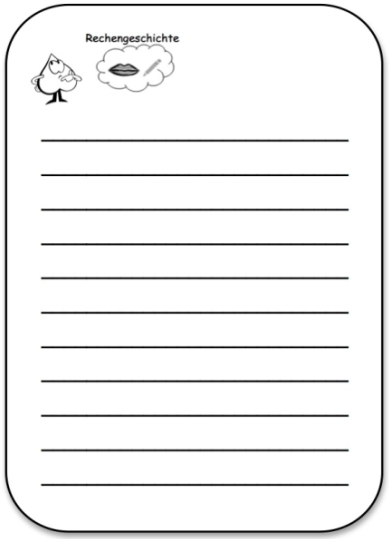
Aufbau von Operationsvorstellung

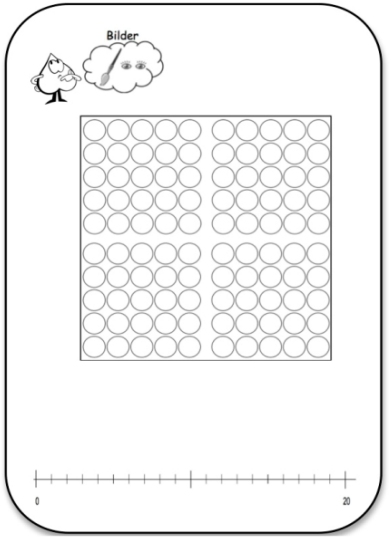
Multiplikation

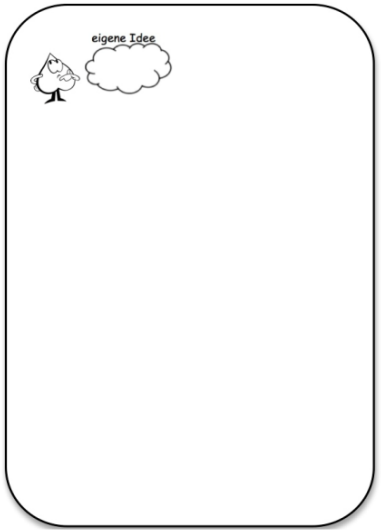
Übungen mit „anderem“ Material

Das 1•1 Zahlenquartett
(Haus 3, Modul 3.2, UM)

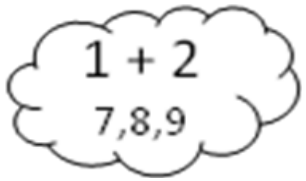


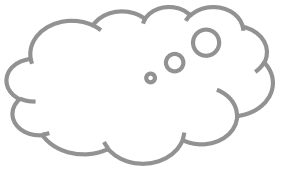






Rechenaufgabe	Rechengeschichte	Bilder	eigene Idee

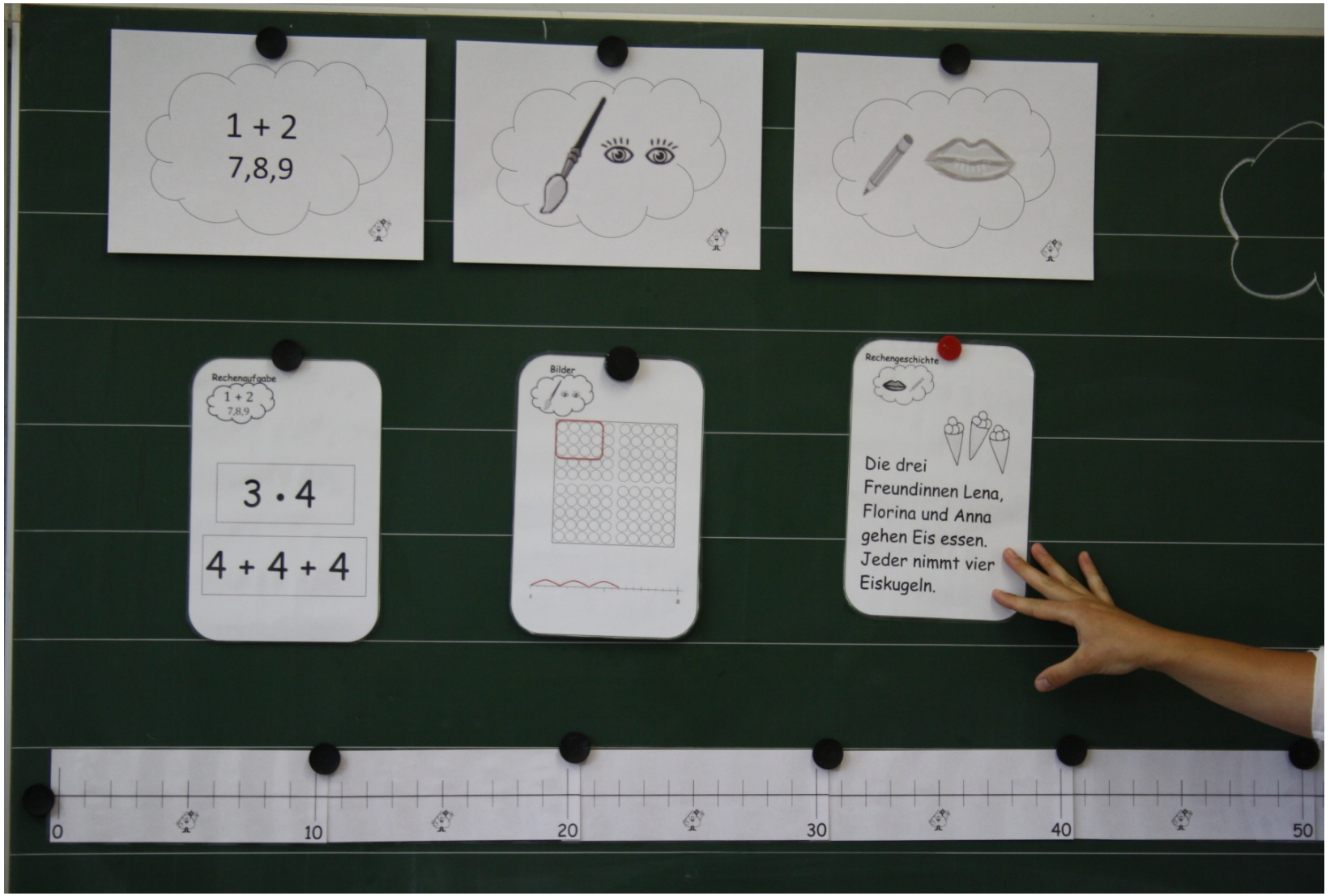




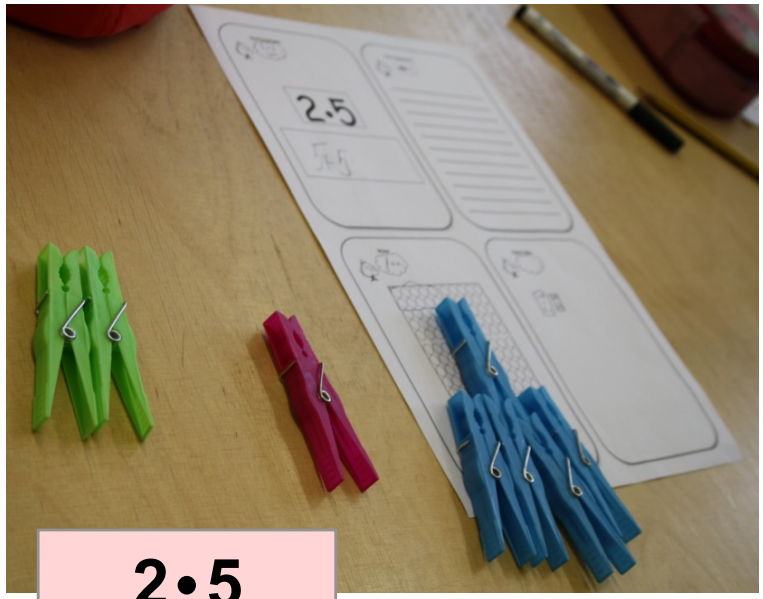
Das Material zum Üben des Darstellungswechsels bei der Multiplikation am Bsp. des Zahlenquartetts finden Sie ausführlich in Modul 3.2, UM beschrieben!

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

Einführungsphase im Kreis



Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

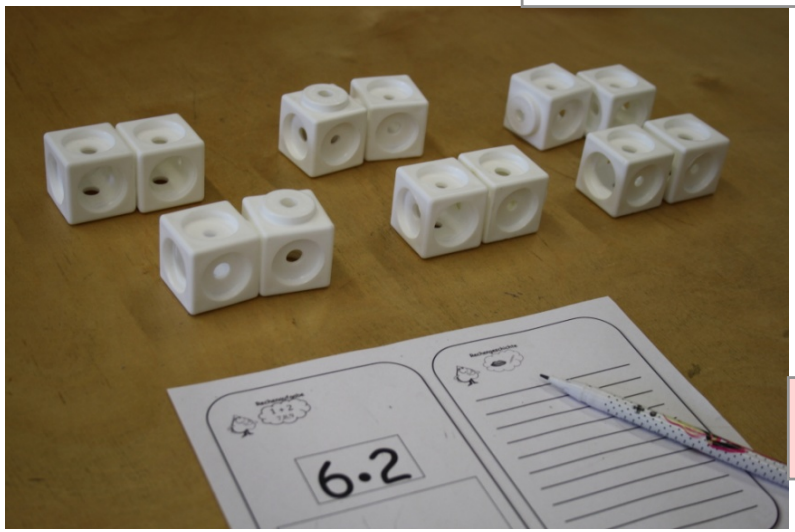


2•5

Bilder zur Aufgabe finden!

Kann das stimmen??

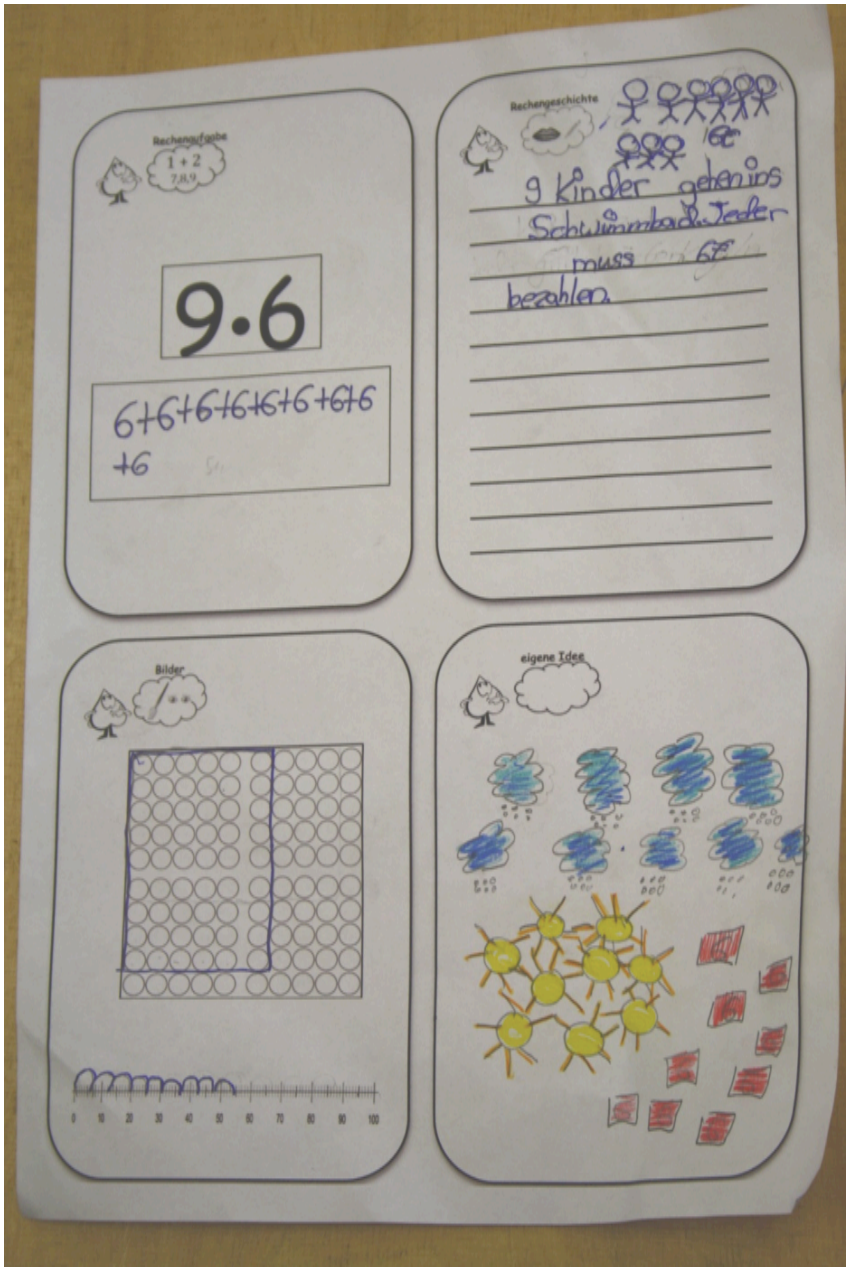
3•5



6•2

Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

Ein fertiges Quartett



Aktivität

Dies waren einige Beispiele zum Einsatz von mathematischen Materialien bei dem Aufbau von Operationsvorstellung.

Versuchen Sie nun einen ähnlichen Austausch mit den Kollegen zu gestalten, wie schon vorhin zur Materialauswahl zum Aufbau von Zahlvorstellung.

Entwickeln Sie mithilfe des

„ICH-DU-WIR“ – Prinzips

einen eigenen „Fahrplan“ wie Sie in Zukunft zum Thema Operationsvorstellung aufbauen arbeiten wollen.

Entscheiden Sie sich dabei für bestimmte Materialien und für bestimmte Übungen.

Nehmen Sie auch hier Ihr Lehrwerk zur Hand und verbinden Sie eigene Ideen, mit denen, die das Buch Ihnen vorschlägt.

Oktober 2012 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Konkrete Schritte zur Einführung

1. Didaktisches Material nutzen, um Zahlvorstellung aufzubauen!

2. Didaktisches Material nutzen, um Operationsvorstellung aufzubauen!

3. **Didaktisches Material nutzen, um Rechenwege darzustellen!**

Gedanken *zur Auswahl* von Material bei der Darstellung von Rechenwegen

Bei der Frage, welche Materialien sich eignen, um Rechenwege darzustellen, bedarf es einer gut durchdachten Auswahl dieser. Wählen Kinder Materialien zur Darstellung von Rechenwegen selbstständig aus, sollte die Lehrerin dies gut im Blick haben und möglicherweise auch Gegenvorschläge bei der Auswahl machen.

„ Zum einen stellt die eigenständige Auswahl eines Veranschaulichungsmittels eine kognitive Überforderung dar (...). Erst wenn das Kind viele Materialien in ihrer Handhabung kennen würde, wäre eine Entscheidung für oder gegen eines möglich. In Unkenntnis über Vor- und Nachteile bleibt ihm lediglich die Sympathie für Farbe und Form als Entscheidungsinstanz.“

(Lorenz 2003, S. 35)

Gedanken zur gleichzeitigen Verwendung unterschiedlicher Materialien bei der Darstellung von Rechenwegen

Noch einmal gilt es darüber nachzudenken, dass Kinder bei der Auswahl unterschiedlicher Materialien zur Darstellung ihrer Rechenwege sehr gut beraten werden müssen. Nicht jedes Material kann alle Rechenwege gleich gut darstellen! Hier sollte zunächst der Lehrer selbst durch Ausprobieren einen Überblick erhalten (Hilfe: H3, Modul 3.2: Stiftung Warentest zur Auswahl von mathematischen Materialien). Anschließend sollten Schüler dazu angeregt werden, selbst solche Erfahrungen am Material zu machen.

„ Zum anderen ist aber die gleichzeitige Verwendung mehrer Materialien insbesondere bei leistungsschwächeren Schülern problematisch. Die Handlungen, die für eine Rechenoperation an einem Veranschaulichungsmittel durchgeführt werden, fallen bei dem nächsten anders aus. Man vergleiche die Handlung 28 + 30 am Rechenrahmen, am Zahlenstrahl, an der Hundertertafel und an den Mehr-System-Blöcken. Die Handlungen sind nicht übertragbar, sie sind grundverschieden.“

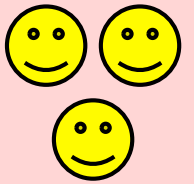
(Lorenz 2003, S. 35f)

Aktivität

Ziel 2:

Material überprüfen und darüber diskutieren

Im Folgenden werden nun einige didaktische Materialien zum Darstellen von Rechenwegen vorgestellt und schlagwortartig einige PRO und CONTRA Aspekte aufgezeigt.

Überlegen Sie für sich und dann gemeinsam: 

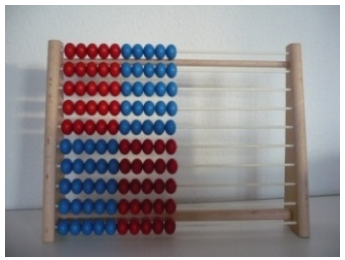
Können Sie die Argumente nachvollziehen?

Welche Materialien setzen Sie zum Aufbau von Zahlvorstellung ein. Und warum?

Worauf würden Sie in Zukunft besonders achten?

!!Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

Rechenrahmen



Zehnerübergang im Sinne des schrittweisen Rechnens (ZE±E; bis zum vollen Zehner) lässt sich gut handelnd darstellen

Besonders hilfreich für Kinder mit Lernschwierigkeiten

Addition und Subtraktion voller Zehner (ZE±Z) ist dagegen nicht gut darstellbar

!!Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

100er Tafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Zahlbeziehungen werden deutlich

Addition und Subtraktion voller Zehner (ZE±Z) gut darstellbar (Schritte nach unten/oben)

Vorstellung des Hunderterraums muss entwickelt sein, bevor sie eingesetzt wird!

Beziehung zwischen den Zahlen oft schwierig zu verstehen
Bsp.: 11 weiter entfernt von 10 als 20.
Vgl. Lorenz (2003), 32

Eignet sie sich *weniger* zum Rechnen, da sie auch zum zählenden Rechnen verleitet

!!Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

10er System Material (Dienes)

Material eignet sich gut zum Rechnen

Aber:
Einheiten müssen klar sein!

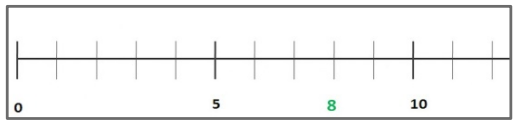
7 + 5: 1 Zehnerstange und 2 Einer-Würfel
→ Kann bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten dazu führen, dass sie das Ergebnis 3 deuten

Bündelung und Entbündelung muss ausreichend eingeübt werden, um auch hier keine „Materialfehler“aufkommen zu lassen (vgl. Lorenz 2003, S. 29)

486 + 274 kann zu dem Ergebnis **61312** führen, da Kinder **6 H, 13 Z, 12 E** vor sich liegen sehen

!!Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

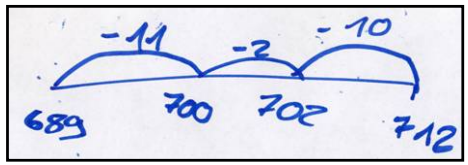
Zahlenstrahl



Grundidee der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen ist hieran gut vermittelbar

Legt zählendes Rechnen nah und ist daher nicht für jedes Kind geeignet, um an ihm erste Rechenstrategien zu entwickeln

Rechenstrich



Bietet Kontext für Gespräche über verschiedene Rechenwege

Umkehroperationen und Rechenstrategien lassen sich veranschaulichen

Ermöglicht keine Entwicklung von Rechenstrategien, sondern setzt das Vorhandensein einer mental zur Verfügung stehenden Rechenstrategie voraus

Aktivität

Nutzen Sie unseren Stiftung Warentest – TEIL 2,

um selbst PRO und CONTRA Erfahrungen

mit unterschiedlichen Materialien zu dokumentieren.

Arbeiten Sie zunächst allein (ICH)

Tauschen Sie Ihre Erkenntnisse mit den anderen aus (DU)

Entscheiden Sie am Ende gemeinsam, wann welches Material in Ihrem Unterricht eingesetzt werden soll (WIR)

Halten Sie alles schriftlich fest.

Aktivität

„Stiftung Warentest“ zur Beurteilung von didaktischen Materialien für den Einsatz im Mathematikunterricht

Im vorliegenden „Warentest“ sollen didaktische Materialien daraufhin überprüft werden, ob sie sich

a) zur **Zahldarstellung**, aber auch
b) zur **Darstellung von Operationen** eignen!

Denn: ***Nicht jedes Material kann alles!***

Für den Unterricht bedeutet das am Ende, Materialien auszuwählen und einzuführen, die für alle Schuljahre und Zahlräume zielführend eingesetzt werden können.

Aufgabe:

- Nehmen Sie die didaktischen Materialien zur Hand, die Sie im Unterricht einsetzen möchten.
- Füllen Sie für jedes einzelne Material beide Teile des „Stiftung Warentest“ aus.

Diskutieren Sie anschließend mit einem Kollegen oder dem ganzen Stufenteam Ihre Ergebnisse. Finden Sie gemeinsam eine Entscheidung für Material, das den „Warentest“ gut bestanden hat, das aber auch zu ihrem Buch und ihrem Unterricht passt.

Überlegen Sie, ob nicht auch ihre Schüler den „Warentest“ zur Darstellung von Operationen (Teil 2) im Unterricht durchführen können, um selbst über die Vor- und Nachteile ins Gespräch zu kommen.

Literatur

Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover 1996.

Didaktische Kriterien Teil 2

	Können mithilfe des Materials folgende Aufgaben dargestellt werden?	voll zu-treffend	weit-gehend	teil-weise	nicht zu-treffend	Notizen
1	15 - 8 =					
2	39 + 50 =					
3	83 – 29 =					
4	47 + ___ = 63					
5	465 – 227 =					

Gesamturteil

(Zählen Sie in jedem Teil des Stiftung Warentest aus, welche Einschätzung am häufigsten vorkommt. Notieren sie diese hier. Dabei können Sie nicht Zutreffendes streichen.):

1. Das didaktische Material erfüllt die **praktischen Kriterien**
   voll / weitestgehend / teilweise / nicht.
2. Das didaktische Material erfüllt die **didaktischen Kriterien** in **Teil 1**
   voll / weitestgehend / teilweise / nicht.
3. Das didaktische Material erfüllt die **didaktischen Kriterien** in **Teil 2**
   voll / weitestgehend / teilweise / nicht.

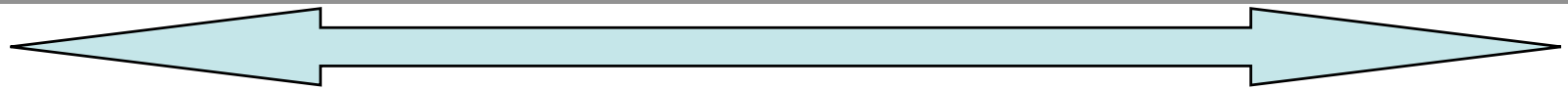
Begründung/ Bemerkung:

INFO

Es folgen Beispiele
zum Aufbau „mentaler Vorstellungen“
im Unterricht!

„*Rechenaufgaben*“ in den Kopf?!

Von der Handlung
zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)



„Konkrete Phase“

„Auf dem Weg in den Kopf“

„Im Kopf (richtig) **rechnen“**

Was genau im Kopf eines Kindes passiert, können wir nur erahnen.

Im Austausch mit ihm, kann es uns Einblicke in seinen „Kopf“ gewähren.

„*Rechenaufgaben*“ in den Kopf?! **Vgl. Modul 3.2**

Von der Handlung zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)

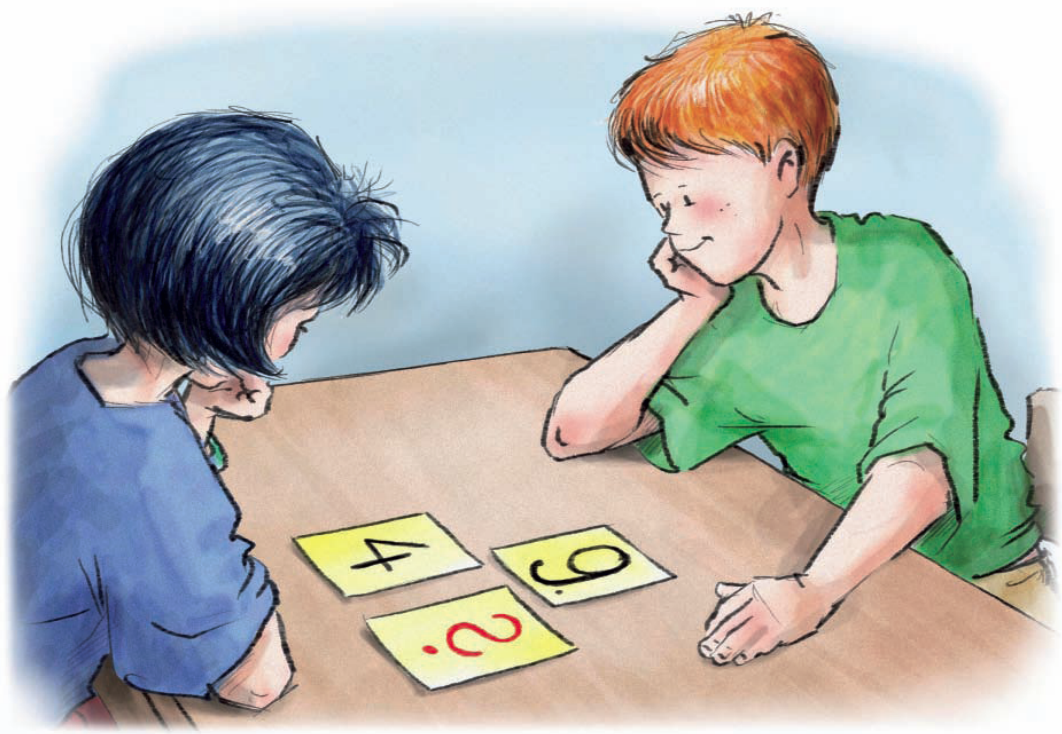
„Konkrete Phase“	„Auf dem Weg in den Kopf“	„Im Kopf (richtig) rechnen“
Mit Material handeln und Handlungen beobachten (von sich selbst und anderen).	Rechenwege im Kopf vorstellen und beschreiben.	Mit dem „Bild im Kopf“ (mentale Vorstellung) ohne Material rechnen.

Modell in Anlehnung an Wartha IN Schipper/ Wartha/ Schroeders 2011, S.113f.

„ *Rechenaufgaben*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Rechenweg **im Kopf** **vorstellen** und beschreiben



„Verdecktes Zählen in der Vorstellung

fördert die Ablösung

vom

zählenden Rechnen“

(Schipper)

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

„ *Rechenaufgaben*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Rechenweg **im Kopf vorstellen** und beschreiben

„Von der Zahlzerlegung zum Rechnen. Auch hier wird die Ablösung vom zählenden Rechnen weiter gefördert.“

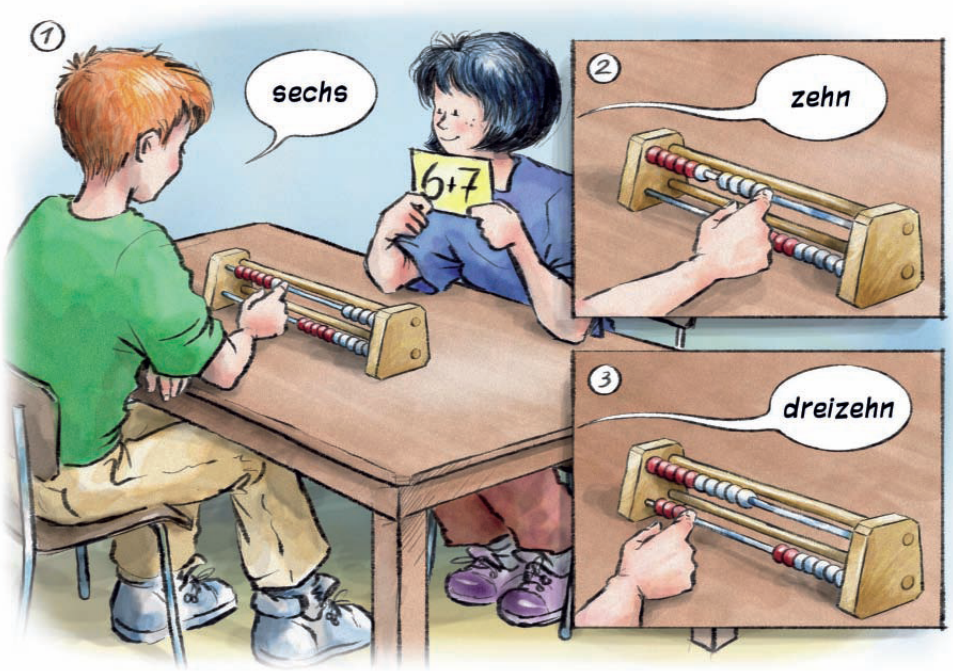
(Schipper)

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

„ *Rechenaufgaben*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Mit Material handeln und Handlung beobachten/ beschreiben	Rechenweg **im Kopf vorstellen** und beschreiben

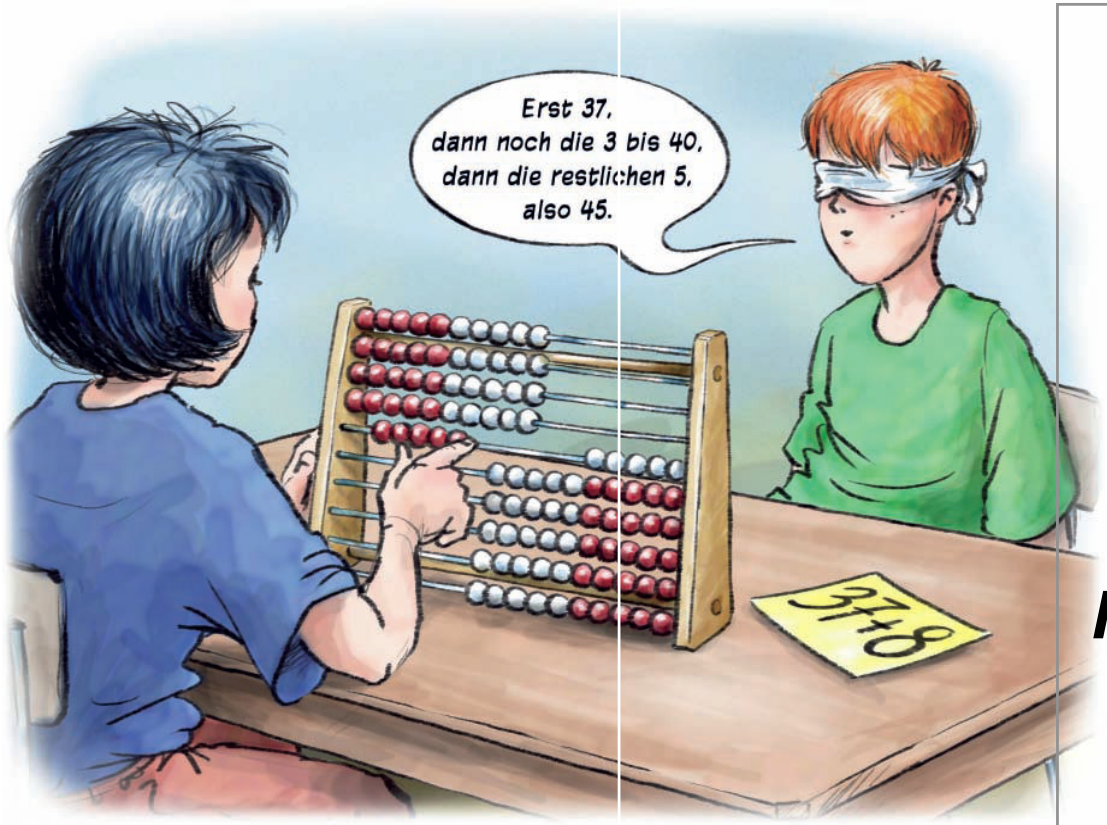


Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

„ *Rechenaufgaben*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Mit Material handeln und Handlung beobachten/ beschreiben



Rechenweg **im Kopf vorstellen** und beschreiben

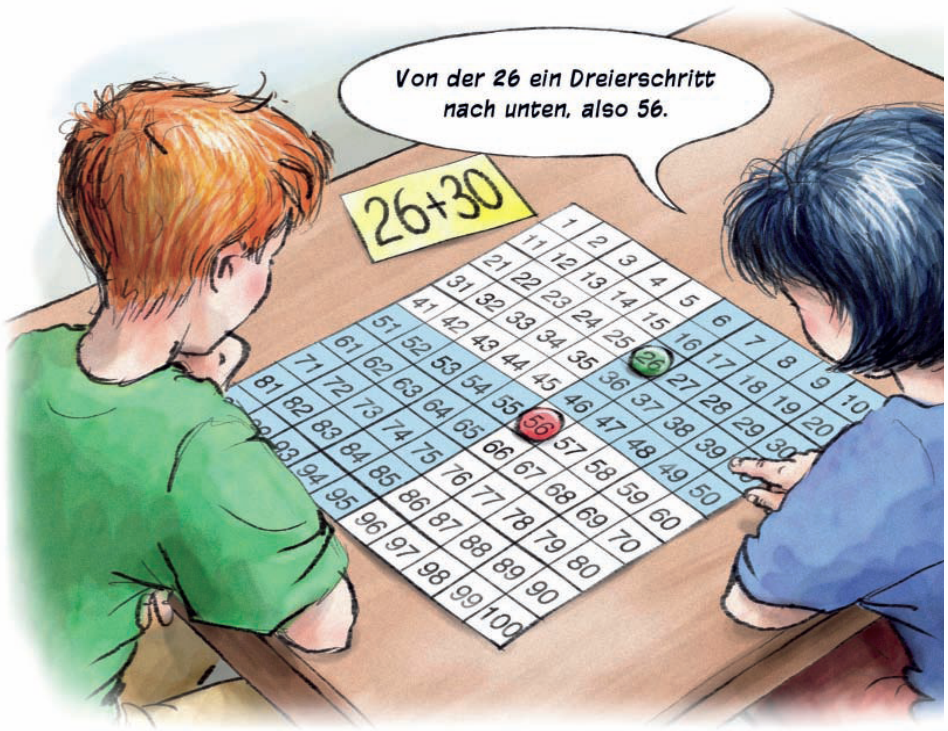
„Aus den Handlungen am Rechenrahmen sollen ***mentale Vorstellungen*** *entstehen, die es den Kinder letztlich ermöglichen,* ***Rechenaufgaben nur noch im Kopf*** *zu lösen.“ (Schipper)*

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

„ *Rechenaufgaben*“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Mit Material handeln und Handlung beobachten/ beschreiben	Rechenweg **im Kopf vorstellen** und beschreiben



Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

Aktivität

Ziel 3:

Material (neu) auswählen und sortieren ! *(„ICH-DU-WIR“)*

Sie haben in der Auseinandersetzung mit dieser Thematik sicher verschiedene Eindrücke und Anregungen erhalten.

Notieren Sie zunächst für sich selbst, welche Materialien Sie in Zukunft in Ihrer Klasse nutzen möchten. Versuchen Sie Ihre Auswahl zu begründen.

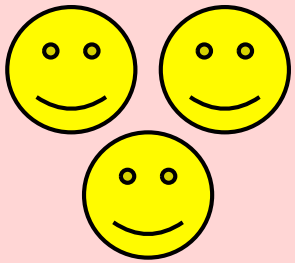
Welche Materialien haben sich auch unter neuen Gesichtspunkten bewährt, welche würden Sie gerne hinzu nehmen?

Stellen Sie sich anschließend gegenseitig Ihre Notizen vor.

Überlegen Sie gemeinsam nach praktikablen Lösungen zur Umsetzung Ihrer Ideen.

Aktivität

Zum Abschluss



<u>Entwickeln Sie einen „Fahrplan“</u>

<u>für die Weiterarbeit!</u>

Halten Sie alles schriftlich fest!

Vielen Dank für Ihr Interesse. Wir wünschen Ihnen eine gute Weiterarbeit!

Zum Nachdenken

„Das Rechnenlernen stützt sich auf konkrete Handlungen zunächst mit realen Alltagsgegenständen und deren zeichnerischer Darstellung, die dann durch Veranschaulichungsmittel ergänzt bzw. abgelöst werden.“

(Kaufmann/ Wesslowski 2006, S. 39)

„Auch das beste Material sorgt nicht von selbst dafür, dass das Kind die richtige mathematische Einsicht entwickelt.“

(Gaidoschik IN Österreichisches Rechneschwäche Magazin – 1/2000)

„Das Wesentliche ist also gar nicht das Erarbeitungs-Material selbst. Sondern wesentlich ist, in welcher Weise dieses Material vom Kind unter Anleitung eines Betreuers verwendet wird.“ (Gaidoschik IN Österreichisches Rechneschwäche Magazin – 1/2000)

„Nicht das Material selbst ist entscheidend für den Erfolg, sondern seine richtige Verwendung. Richtige Verwendung heißt aber auch, im entscheidenden Augenblick auf das Material wieder zu verzichten.“ (ebd.)

Zum Nachdenken

„Vieles hätte ich verstanden, wenn man es mir nicht erklärt hätte.“

Stanislaw Jercy Lec

Die Annahme, dass eine in seinen Augen sinnlose Aussage oder Rechoperation einen Sinn bekommt, wenn das Kind sie nur oft genug wiederholt, ist ebenso absurd wie die Vorstellung, ein Papagei wisse, worüber er redet, wenn er es nur lange genug tut.

(Holt IN Gaidoschik 2010, S. 93)

Mathematiklernen ist ein Prozess, „bei dem sich zunächst das Kind der Lehrerin verständlich macht - nicht umgekehrt."

(Hans Wielpütz: Erst verstehen, dann verstanden werden. In: Grundschule H. 3/1998, S. 9 – 11.)

Literaturverzeichnis

Gaidoschik, Michael: Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Buxtehude 2010.

Hoenisch/Niggemeyer: Mathekings. Junge Kinder fassen Mathematik an. Weinheim, Basel, Berlin 2007.

Kaufmann/ Wessolowski: Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine. Seelze 2006.

Lorenz, J. H.: „Die Macht der Materialien (?) - Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentation“ IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.

Müller/ Wittmann: Handbuch produktiver Rechenübungen. 1. Schuljahr. Leipzig 2. Auflg. 2007.

Peter-Koop/ Grüßing: Mit Kindern Mathematik erleben. Seelze 2007.

Radatz/Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover 1996.

Rödler, K.: Erbsen, Bohnen, Rechenbrett: Rechnen durch Handeln. Seelze 2006.
Scherer, P.: Prduktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum. Leipzig, 1. Auflg. 2003.

Schipper, W.: SINUS-Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G4: Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. Kiel 2005.

Schipper, Wilhelm/ Wartha, Sebastian/ von Schroeders, Nicolai: Bielefelder Rechentest für das 2. Schuljahr. Handbuch zur Diagnostik und Förderung. Braunschweig 2011.

Schipper, Wilhelm: Vom Calculieren zum Kalkulieren – Materialien als Lösungs- und als Lernhilfe. IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.

Spiegel/ Selter (2003): Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollen. Seelze, 4. Auflg. 2007.

Wittmann, Erich Ch.: 'Weniger ist mehr': Anschauungsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule. In: K.P. Müller (Hrsg.) Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker: 394-397, 1993.

Internetverzeichnis

KIRA: www.kira.uni-dortmund.de und: PIK AS: www.pikas.uni-dortmund.de

„Didaktische Materialien einführen – aber WIE?“

„Mein Notizzettel“ zur Präsentation für Selbstlerner / Datum:_____

Inhalt	**Ihre Notizen**

„Didaktische Materialien einführen – aber WIE?“

Verabredungen im Team: _____ (Namen)

Was? **Bis wann? Wer ist verantwortlich?**	**Ihre Notizen**

Sachinfo Modul 3.2:

„Mathe in den Kopf?!“ – Wie geht das eigentlich?

Ziel des heutigen Mathematikunterrichts in der Grundschule ist, dass jedes Kind sicher Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren lernt. Dabei muss jeder Schüler die Zeit und die Möglichkeit erhalten, eine tragfähige Zahl- und Operationsvorstellung aufzubauen. Beide bilden die Grundlage, um später flexibel rechnen zu können.

Zahlvorstellung entwickeln heißt:
- **Beziehungen** zwischen Zahlen kennen: Positionen von Zahlen richtig bestimmen können, Vorgänger, Nachfolger, Nachbarzehner kennen.
- **Bedeutung** von Zahlen kennen: Zahlen richtig lesen können, wissen, dass sich z.B. die Zahl 12 aus einem Zehner und zwei Einern zusammensetzt.

Operationsvorstellung z.B. für die Addition entwickeln heißt:
- Wissen, was das „Plus“ in unterschiedlichen Kontexten bedeuten kann: *dazutun, dazukommen, auftauchen, hinzukaufen, einfüllen, anzünden, aufkleben, herzaubern, dazulegen, geschenkt bekommen,…*
- Sowohl eine Vorstellung des **Hinzufügens** als auch eine Vorstellung des **Zusammenfügens** entwickeln.

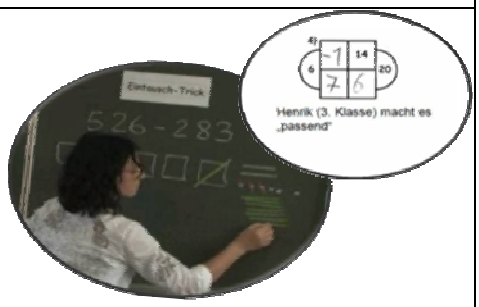
Bei der Frage wie die Mathematik eigentlich in die Köpfe der Kinder kommt, geht es im Wesentlichen um die Überlegung, wie sich Vorstellungsbilder von mathematischen Mustern und Strukturen in den Köpfen aufbauen können, damit jedes Kind am Ende flexibel im Kopf rechnen kann.

Lernen durch Handeln

„Seit Jahrhunderten ist man sich in der Mathematikdidaktik einig, dass Kinder günstigerweise durch Handlungen lernen“ (Lorenz 2011, S. 39).
Wie sehen aber solche Handlungen genau aus? Worauf sollte im Mathematikunterricht geachtet werden, damit jedes Kind die Chance hat, am Ende flexibel Rechnen zu können? Diese Fragen sollen im Folgenden genauer betrachtet werden.
Im Laufe der vergangenen Jahrhunderte wurden verschiedene **Darstellungsmittel** erfunden, mit deren Hilfe mathematische Strukturen veranschaulicht werden sollten. Die Bilder, die mit einem Darstellungsmittel (didaktischem Material) erzeugt werden, sollte ein Kind verinnerlichen, damit sie später zum Rechnen im Kopf abrufbar sind. Von „flexiblem Rechnen“ spricht man dann, wenn ein Kind im Kopf, ohne Hilfsmittel, sondern lediglich durch die in der Vorstellung entstandenen Bilder, rechnen kann.

Darstellungsformen und Darstellungsmittel

Mathematik kann also mithilfe von verschiedenen **Darstellungsmitteln** (didaktische Materialien, Alltagsmaterialien, Zeichnungen, Erklärungen und Begründungen) im Unterricht „begreifbar“ werden. Kinder sollen Darstellungsmittel so lange benutzen, bis sie in der Lage sind, geschickt im Kopf zu rechnen.
So genannte **Darstellungsformen** (Handlungen, Bilder, Symbole und Sprache) beschreiben unterschiedliche Möglichkeiten, in die Mathematik sozusagen „übersetzt“ werden kann. Einige Beispiele:

Darstellungs-Formen	Darstellungsmittel	Beispiele aus dem Unterricht
Handlung (Handeln in Situationen und mit Material)	**Handlungen** werden z.B. ausgeführt zu Termen oder Gleichungen und zu Rechengeschichten. Hierzu werden unterschiedliche didaktische Materialien benutzt (z.B. 20er Feld und Plättchen, Rechenrahmen, ...). Handlungen können aber auch spielerisch dargestellt werden (Rollenspiel). Hier geht es nicht nur darum, selbst aktiv zu sein und das eigene Handeln zu beobachten und zu reflektieren. Es geht auch darum, passiv zu handeln. D.h., die Handlung anderer zu beobachten und nachzuvollziehen.	
Bild (Bilder malen und deuten)	Bilder werden selbst gemalt oder skizziert um - einen den Sachverhalt einer Rechengeschichte darzustellen (z.B. in einer Kinderzeichnung), - Mengen, Terme und Gleichungen zu verdeutlichen (z.B. in Strichliste, Oehl'sche Darstellung, ...). Umgekehrt werden Bilder auch gedeutet und Terme daraus abgelesen.	
Symbole („Mathesprache" benutzen)	Mathematische Symbole (also Zahlen, Terme, Gleichungen, ...) werden genutzt, um Rechengeschichten, Bilder und Handlungen auszudrücken. Und umgekehrt werden Symbole entwickelt durch Handlungen, und Bilder.	

Sprache (Sprechen, Zuhören, Nachfragen, Erklären, Begründen)	Mithilfe von Sprache können z.B. - Rechengeschichten erzählt/ aufgeschrieben werden, - Sachverhalte und Rechenwege mündlich und/oder schriftlich erklärt werden - Begründungen und Beweise mündlich und/oder schriftlich beschrieben werden Sprache bezieht sich für uns auf die Kommunikation miteinander sowie auf Erklärungen oder Rückfragen, die ich innerhalb meines individuellen Lernprozess entwickele. Mit der richtigen Sprache kann auf verschiedenen Ebenen die „Sache geklärt“ und der „Mensch gestärkt“ werden (vgl. von Hentig 1985).	

Werden Kinder zu früh aufgefordert, sich beim Rechnen von Darstellungsmitteln zu lösen und im Kopf zu rechnen, wird ihnen die Chance genommen, mathematische „wenn-dann-Beziehungen“ und Operationen zu erforschen. Sie rechnen dann weiterhin oft „zählend“ und haben keine Vorstellung davon, was sie beim Rechnen eigentlich tun.
Kinder greifen dann gezwungenermaßen auf Darstellungsmittel zurück, die ihnen natürlich gegeben sind. Zum Beispiel auf ihre Finger oder andere Objekte, die sie bei sich haben wie z.B. Stifte in ihrem Mäppchen. Dabei spricht erst einmal nichts gegen das Fingerrechnen, denn ein geschickter Einsatz von Fingern kann Kindern helfen, sicher und schlau zu rechnen. Unreflektiert verführen die Finger oft zum zählenden Rechnen, was häufig auch sehr fehleranfällig ist.
„Langfristig nämlich werden sich Erfolge nur einstellen, wenn Arbeitsmittel und Veranschaulichungen bewusst ausgewählt und eingesetzt werden und sie den Kindern so lange wie nötig zur Verfügung stehen“ (Scherer 1999, 23).

Mathematik erleben und Darstellungswechsel forcieren

In dem Prozess der Aneignung mathematischer Bilder ist es von zentraler Bedeutung, **Darstellungs*wechsel*** zu forcieren. Erst dadurch wird Mathematik erlebbar. D.h. die Schülerinnen und Schüler sollen immer wieder aufgefordert werden, zwischen verschiedenen Darstellungsformen und –mitteln hin und her zu „übersetzen“, damit ein mathematisches Muster z. B. einen lebensweltlichen Bezug und somit einen „Sinn“ für die Kinder bekommt.
Anhand der Fotos oben sieht man, dass solche „Übersetzungen“ beim gemeinsamen Lernen oft ganz automatisch passieren. In einer Partnerarbeit z.B. vermischen sich fast alle Darstellungsformen miteinander, da Kinder sich austauschen (Sprache), ihre Lösungen notieren (Symbol und Bild) und evt. didaktisches Material zur Vorstellung oder zum Überprüfen der Lösung benutzen (Handlung am Material). Umso wichtiger ist es, über diese Handlungsabläufe und individuellen Denkprozesse zu kommunizieren. „Gerade das bildliche und sprachliche Darstellen von mathematischen Beziehungen hilft dahinter liegende Vorstellungen bewusst(er), sichtbar und kommunizierbar zu machen, mögliche

Fehlvorstellungen aufzudecken und neue Vorstellungen in das eigene Wissensnetz einzubauen“ (Kuhnke 2012, S. 7).
Darstellungswechsel werden im Unterricht häufiger auf der Ebene der Zahlvorstellung – vornehmlich in der Schuleingangsphase - vorgenommen. Weniger jedoch um Operationen zu verdeutlichen. Auch in Schulbüchern wird der Bereich Darstellungswechsel bei Operationen eher implizit thematisiert (vgl. Kuhnke, ebd.). Hier liegt ein großer Handlungsbedarf vor!

„Mathe in den Kopf?!“ – Ein Merkplakat

Das zum Thema „Mathe in den Kopf?!“ entwickelte Plakat versucht die recht abstrakten Begriffe und komplexen Zusammenhänge zu vereinfachen und mithilfe von Fotos aus dem Unterrichtsalltag zu konkretisieren.
Dabei stellen wir die Sprache („Sprechen“) in den Mittelpunkt des Lernprozesses. Die Sprache nimmt nicht nur im Hinblick auf die Vermittlung von fachlichen Inhalten eine wesentliche Rolle im Unterricht ein. Sie kann darüber hinaus ein Instrument sein, mit dem wir näher an die Köpfe der Kinder kommen.
„Das Kind entwickelt Strukturen im Kopf durch Nachdenken über Zahlbeziehungen, durch Reflexion. Aus diesem Grund wird im Unterricht und in der Förderung sinnvoller Weise die jeweilige Handlung unterbrochen, und das Kind ist aufgefordert, den Fortgang der Handlung und das Handlungsergebnis zu beschreiben und aufzumalen. Die Handlung wird von der Tischplatte in den Kopf verlegt, dort muss sie stattfinden. Dies mag ein schwieriges Unterfangen sein, aber die Erfahrung zeigt, dass Manipulation des Materials nur der Ausgangspunkt, nicht aber der Weg zum Zahlverständnis ist“ (Lorenz 2011, S. 42).

„Mathe in den Kopf?!“ - bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten

Der beschriebene Lernprozess vom Beobachten, zum Handeln und Übersetzen mathematischer Sachverhalte in Bilder, Sprache und Symbole bis hin zum Verinnerlichen mathematischer Zusammenhänge, ist sehr individuell.
Warum einige Kinder diesen Prozess schneller durchlaufen und schon in sehr jungem Alter mathematische Vorstellungsbilder entwickelt haben, während andere Kinder große Schwierigkeiten haben, sich die Mathematik vorzustellen, kann nicht ganz beantwortet werden.
Das, was im Kopf des Kindes tatsächlich passiert, kann ein Außenstehender besser einschätzen, wenn er das Kind danach fragt, was es „im Kopf“ hat. Doch nicht selten ist das Beschreiben dessen, was da im Kopf ist schwierig genug in Worte zu fassen. Selbst wenn ein Kind genau beschreibt was es meint, umfasst diese Beschreibung unter Umständen nicht das, was es tatsächlich an Wissen in seinem Kopf abgespeichert, verinnerlicht hat.
Auch wenn eine Lehrperson ein didaktisches Material (z.B. das 20er Feld) sehr intensiv eingeführt hat, heißt es nicht, dass alle Schülerinnen und Schüler gleichermaßen geschickt damit umgehen können, bzw. es als hilfreich für den eigenen Erkenntnisprozess empfinden.
Für viele Lehrer scheint es ein Dilemma zu sein, nicht wirklich in den Kopf eines Kindes hineinschauen zu können, um genaue Information darüber zu erhalten, „wo das Kind gerade steht“ und „was“ es genau braucht.
An dieser Stelle wird deutlich, dass Lernen offensichtlich nicht nur sehr individuelle Wege nimmt, sondern aufmerksam und sensibel zu begleiten ist. Versucht eine Lehrperson mithilfe von Darstellungsmitteln stark an dem Aufbau von inneren Bildern zur Zahl- und Operationsvorstellung zu arbeiten, kann Rechenschwierigkeiten zumindest positiv entgegen gewirkt werden.

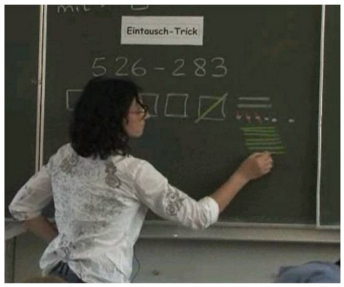
(Mathematik-) Lernen und Emotionen

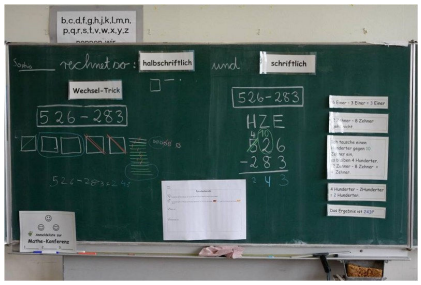
Erinnert man sich an die Grundidee von Pestalozzi und seiner Forderung nach einem Lernprozess, in dem der Kopf, das Herz und die Hand gleichermaßen beteiligt sind, so scheint es neben der Hand und dem Kopf eine weitere ‚Ebene’ zu geben, die vielleicht deshalb weniger Beachtung findet, weil sie so schwer greifbar ist.
Das Herz ist an dieser Stelle sicher eher bildlich zu betrachten und könnte umschrieben werden mit Begriffen wie „Emotion“, „Motivation“, „Lernfreude“ o. ä.
Die Hirnforschung zeigt in neueren Untersuchungen, wie maßgeblich die Emotionen zum Erfolg oder Misserfolg beim Lernen beitragen. Wer z. B. unter von Angst erzeugtem Stress lernt, hat langfristig Probleme damit, neu Gelerntes zu behalten und zu verinnerlichen (Spitzer: „Lernen“, S. 171f).
Kurzzeitiger Stress kann zwar punktuell zu verbessertem Lernen führen, langfristiger Stress verursacht jedoch aus neuropsychologischer Sicht, dass die Energiezufuhr von Neuronen im Hippokampus (aktivste Struktur im Zentralen Nervensystem) abnimmt. Das hat eine Leistungsminderung zu Folge, woraus sich zahlreiche Stresskrankheiten entwickeln können.
Auf den Mathematikunterricht bezogen kann sich daraus folgende Situation entwickeln:

„Wer sich wenig zutraut, vertraut eher auf Mechanismen als auf eigenes Denken, und wird so immer abhängiger vom Denken anderer. Die mathematische Hilflosigkeit wächst und wächst. Das Zutrauen in die eigenen Lernmöglichkeiten wird dadurch immer geringer. Ein *Teufelskreis Versagen in Mathematik - Angst vor Mathematik* kann so entstehen“
(Spiegel/ Selter 2007, S. 64).

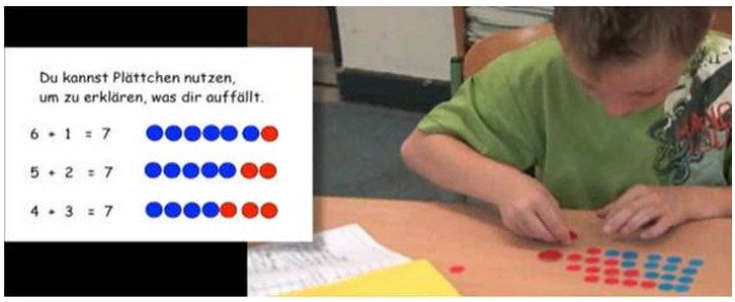
Darstellungsmittel - *nicht nur im Förderunterricht einsetzen!!!*

Mathematik ist darüber hinaus viel mehr als nur Rechnen. Mathematik ist genauso Entdecken, Begründen und Beschreiben. Das Kind soll z.B. Aufgaben des kleinen 1+1 nicht bloß auswendig lernen, sondern auch verstehen und begründen können, warum es so rechnet.
Wir plädieren daher deutlich für den Einsatz von Darstellungsmitteln für ALLE Kinder. Denn Darstellungsmittel sind mehr als nur Hilfsmittel zum Rechnen! Ihr Einsatz im Unterricht wird leider oft als **Zeichen von Lernschwäche** interpretiert („*Die Plättchen können dir helfen!*“). Und sie führt zuweilen zur **Abwertung** von erbrachten Leistungen („*Du hast den Zahlenstrahl als Hilfe verwendet!*“).
Mithilfe von Darstellungsmitteln können die Kinder aber eigene Rechenwege entwickeln und andere Rechenwege nachvollziehen. Mit Darstellungsmitteln lassen sich z.B. die schriftlichen Verfahren (s. Abb. zur Einführung der schriftl. Subtraktion) so einführen, dass sie für alle Kinder auf unterschiedlichen Ebenen erfahrbar werden und die einzelnen Schritte nicht nur auswendig gelernt werden.





Darüber hinaus dienen Darstellungsmittel zur Veranschaulichung mathematischer Strukturen. Sie können somit ein „**Instrument des Erkennens**“ sein.
Im heutigen Mathematikunterricht geht es nicht nur darum richtig zu rechnen, sondern darüber hinaus, mathematische Zusammenhänge zu entdecken, zu beschreiben und zu begründen. Auch hier kommen Darstellungsmittel zum Einsatz. Ein Beispiel:



Mithilfe von Plättchen können Muster sichtbar gemacht werden. Die Plättchen helfen dem Kind zu erkennen, was in der Aufgabe genau passiert. Seine Beobachtung kann es dann auch vielleicht mit eigenen Worten beschreiben.

Darstellungsmittel können auch als „**Instrument des Kommunizierens**“ fungieren.
Überall da wo Worte fehlen, wo Kinder Schwierigkeiten haben, sich anderen mitzuteilen, können sie die Gedanken der Kinder, die entdeckten Strukturen und Muster sichtbar machen und die Kinder dabei unterstützen, anderen ihre Entdeckungen und Erkenntnisse nachvollziehbar zu beschreiben.

Aber: Der Umgang mit ihnen muss gelernt werden!

Literatur

Kuhnke, Katharina: Unterrichtsanregungen zur Förderung des Darstellungswechsels. Am Beispiel der Multiplikation. Dortmund 2012 in H3-IM.

Lorenz, Jens Holger: Die Macht der Materialien (?). Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentation. IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011, S. 39 – 53). Hrsg. Von Anna Susanne Steinweg.

Scherer, Petra: Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen. Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum. Leipzig 1999.

Schipper, Wilhelm: Vom Calculieren zum Kalkulieren – Materialien als Lösungs- und als Lernhilfe. IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011, S. 71 – 85). Hrsg. Von Anna Susanne Steinweg.

Spiegel, H. / Selter, Ch.: Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten. Seelze 2007.

Info-Papier für Eltern

„Mathe in den Kopf ?!“ – Wie geht das eigentlich?

Ziel des heutigen Mathematikunterrichts der Grundschule ist es, dass jedes Kind sicher **Rechnen** (Plus, Minus, Mal und Geteilt) lernt. Darüber hinaus ist Mathematik aber viel mehr als Rechnen. Mathematik ist genauso **Entdecken, Begründen und Beschreiben**. Heute soll ein Kind Aufgaben nicht nur auswendig lernen, sondern auch verstehen und begründen können, warum es so rechnet. Aber was passiert eigentlich im Kopf Ihres Kindes, bis es „richtig“ im Kopf rechnen kann? Und wie können Sie Ihr Kind dabei unterstützen, dass es sicher und schnell zum richtigen Ergebnis kommt?

So hat Ihr Kind vor Schuleintritt gelernt

Wenn Sie daran denken, wie Ihr Kind gelernt hat als es noch sehr klein war, so erinnern Sie sich sicher daran, dass es ganz viel mit den Händen angefasst hat, um die Dinge zu „begreifen“. Im Kindergarten hat es viele Dinge im Spiel und durch Ausprobieren mit konkreten Gegenständen erfahren. Angefangen zu zählen hat es vielleicht beim Treppensteigen, als es bei jedem Schritt mitgezählt hat (eins, zwei, drei, vier....). Auch in der Schule gilt dieses Prinzip „von der Hand in den Kopf“ zu lernen weiterhin. Und es ist sehr wichtig, dass Ihr Kind so lange mit konkretem Material, also im weitesten Sinne mit den Händen lernen darf, bis es sich Zahlen und Rechnungen im Kopf vorstellen kann.

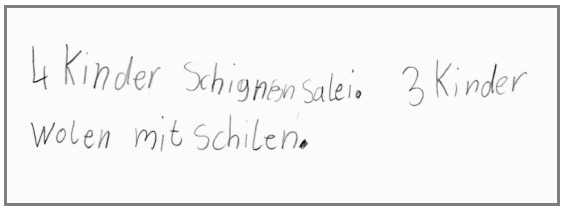
Rechnen mit Darstellungsmitteln

Für den Mathematikunterricht wurden in den vergangenen Jahrhunderten so genannte **Darstellungsmittel** erfunden, um Zahlen und Rechnungen als eine Art Bild darstellen zu können. Sie kennen z.B. einen Rechenrahmen, auf dem man Kugeln hin und her schieben kann oder Punktefelder, in die man Plättchen hinein legt. Man kann aber auch Zeichnungen erstellen, um sich etwas besser vorstellen zu können. Solche Darstellungsmittel sind wichtig, damit sich Ihr Kind die Welt der Mathematik überhaupt vorstellen kann.

Versuchen Sie selbst die Aufgabe 7 + 8 im Kopf zu rechnen. Das geht sicher sehr schnell, da Sie schon viele Erfahrungen sammeln konnten und bereits seit Jahren rechnen können! Versuchen Sie sich aber mal genau vorzustellen, WIE sie im Kopf gerechnet haben. Einige von Ihnen sagen vielleicht: „Das war eine leichte Aufgabe, da ist das Ergebnis vor meinen Augen direkt ‚aufgeblitzt‘“. Andere würden vielleicht beschreiben, dass sie einen Zahlenstrahl sehen, an dem sich das Ergebnis abbildet oder sie machen zunächst die „10 voll“, rechnen also 7+3+5. Vielleicht haben Sie aber auch etwas ganz anderes vor Ihrem „inneren Auge“ gesehen. So wie Sie viele unterschiedliche Wege finden, so tun das auch Ihre Kinder.

Die Lehrerin Ihres Kindes versucht mit ihm zu erarbeiten, auf welchem Weg es am besten eine Aufgabe berechnen kann. Nicht für jeden ist der gleiche Weg der Richtige! Dabei stellen sich einige Kinder Zahlen sehr schnell im Kopf vor, während andere länger daran arbeiten, eine Vorstellung von Zahlen in ihrem Kopf zu entwickeln. Wenn Ihr Kind z.B. noch nicht weiß, was Plusrechnen eigentlich bedeutet, so kann es die Aufgabe ***4 + 3*** auch nicht lösen. Es kann sich die Zahlen einfach noch nicht im Kopf vorstellen und braucht Hilfe, um sich Bilder von Zahlen in seinen Kopf zu holen.

So lässt sich die Aufgabe **4 + 3** beispielsweise besser vorstellen, wenn sie diese...

… als **Zeichnung** aufmalen 	Ihr Kind versteht besser, was „Plusrechnen“ ist, wenn Sie eine Situation aus seinem Lebensalltag beschreiben, die es kennt. Diese Situation kann es aufmalen oder kurz skizzieren! *Etwas zusammen fügen, dazutun, auftauchen, hinzukaufen, einfüllen, aufkleben, herzaubern, dazulegen, geschenkt bekommen...*
… **beschreiben (schriftlich oder mündlich)** 	Ihr Kind kann eine solche Situation auch erzählen oder aufschreiben.
… mit **Plättchen** legen 	Es kann Material (*wir sagen Darstellungsmittel*) benutzen, das die Lehrerin auch im Unterricht benutzt, um Mathematik zu erklären. Solche Darstellungsmittel werden auch im Mathebuch Ihres Kindes verwendet.

Mithilfe solcher Darstellungsmittel lässt sich zeigen, was beim Plusrechnen (oder Minus-, Mal-, Geteiltrechnen) eigentlich passiert. Im heutigen Unterricht spielt es eine große Rolle, alle diese Möglichkeiten einzuüben. Also Mathematik aufzumalen, mit Material zu legen und über Mathematik zu sprechen. Erst dann wird die Mathematik richtig verstanden und bekommt einen Sinn für die Kinder. Und das sollte die ganze Schulzeit über passieren!

Vorsicht mit Ratschlägen

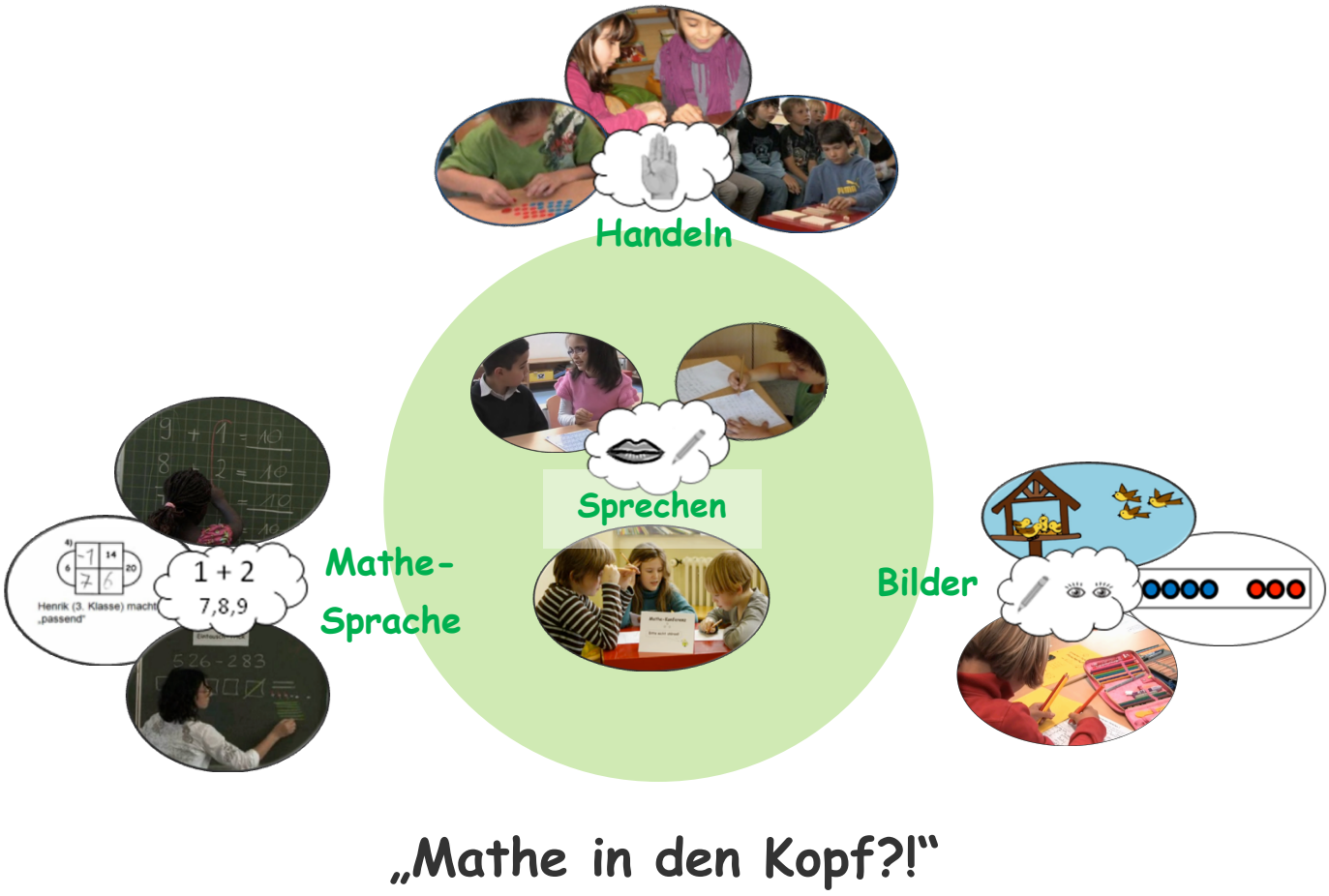
Wenn Kinder Materialien benutzen, um sich die Mathematik besser vorstellen zu können, dann sagen Erwachsene oft: „Mensch, kannst du das nicht im Kopf rechnen? Ist doch einfach! Ist doch viel schneller!“

Wenn sich Ihr Kind die Zahlen aber einfach noch nicht im Kopf vorstellen kann, dann kann es sehr verunsichert sein durch das was Sie sagen. Sie sollten hier sehr vorsichtig sein und mit der Lehrerin ihre Beobachtungen und Sorgen besprechen. Nehmen Sie Ihrem Kind zu früh das Material weg, dann greift es vielleicht gezwungenermaßen auf Dinge zurück, die es sonst dabei hat. Beispielsweise seine Finger oder Stifte in seinem Mäppchen. Es spricht nichts gegen das

Rechnen mit den Fingern, wenn es „schlau“ gemacht wird. Wird aber nicht darüber gesprochen, dann zählen viele Kinder immer wieder die einzelnen Finger von vorne ab. Das ist auch später beim Rechnen mit großen Zahlen sehr mühselig und fehleranfällig. Und es wird immer schwieriger schnell im Kopf rechnen zu lernen.

„Mathe in den Kopf?!“ – Ein Merk- und Lernplakat

Sie sehen in unserem Merkplakat Fotos aus dem Mathematikunterricht, in dem Kinder ganz verschiedene Dinge tun, um Mathematik zu begreifen. Meistens rechnen sie dabei nicht einfach nur Aufgaben im Heft aus. Sie handeln (Tun etwas Konkretes und meistens mit Ihren Händen!), sie malen Bilder (Kinderzeichnungen, Strichlisten, ...), sie schreiben in der Mathesprache (das sind Zahlen, Rechnungen, mathematische Zeichen wie =, +, -, ...) und sie sprechen (mündlich oder schriftlich, z.B. wenn sie eine Erklärung aufschreiben) über das was sie tun. Solche Übungen, vor allem das Gespräch über das, was ihr Kind denkt, sind auch für zu Hause sehr wichtig!



Zu Hause üben

Viele Eltern sagen, dass Mathematik üben zu Hause sehr schwierig ist, da es häufig Streit beim Rechnen gibt. Manchmal ist es dann besser, erstmal gar nicht mehr zu üben oder ein Geschwisterkind, die Nachbarin oder eine Freundin zum Üben zu bestellen. Üben bringt gar nichts, wenn sich Ihr Kind beim Üben unwohl und unter Druck gesetzt fühlt. Und für Sie als Eltern ist das auch keine angenehme Zeit. Beraten Sie sich hier mit der Lehrerin Ihres Kindes und suchen Sie gemeinsam nach Lösungen.

„Goldene Regeln“, damit das Üben zu Hause gelingt!

1. Üben in Absprache mit der Lehrerin!

Üben hat nur dann Erfolg, wenn alle Personen, die mit einem Kind üben, voneinander wissen, was sie tun! Wird im Unterricht etwas anderes geübt, oder Rechenwege ganz anders erklärt als Sie das zu Hause tun, dann kann das zu großen Verwirrungen bei Ihrem Kind führen! Außerdem sollten Sie dieselben Darstellungsmittel benutzen, die auch im Unterricht und im Mathematikbuch verwendet werden!

2. Fragen Sie nach, was Ihr Kind „im Kopf“ hat!

Sprechen Sie über das, was Ihr Kind rechnet und dabei denkt. Geben Sie nicht gleich Hilfestellungen oder verraten sie nicht, wie es „leichter“ gehen könnte. Bleiben Sie bei dem Rechenweg Ihres Kindes und fragen Sie nach, was es sich dabei gedacht hat!

3. Üben soll Freude machen!

Emotionen und Gefühle nehmen einen wesentlichen Einfluss auf unsere Lernprozesse. Dabei wirken sich Motivation und Spaß am Lernen positiv auf den Lernerfolg aus und können Lernblockaden vorbeugen. Machen Sie Ihrem Kind Mut und fördern Sie seine Freude am Lernen! Dabei ist es wichtig, dass Sie es immer wieder ermuntern und auch für kleine Lernerfolge loben!

4. Geben Sie Ihrem Kind Zeit!

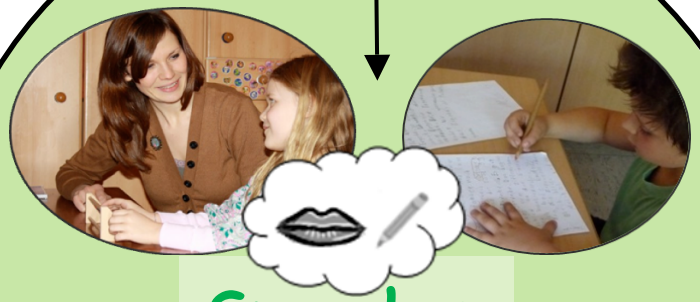
Denken Sie daran, dass es auch eine längere Zeit dauern kann, bis sich Ihr Kind die Mathematik im Kopf richtig vorstellen kann! Lassen Sie ihm die Zeit die es braucht, um mit Darstellungsmitteln Rechnungen zu lösen (Materialien wie Rechenrahmen, Zeichnungen, Skizzen, ...). Lernen ist ein Prozess, in dem jedes Kind Schritte „vor“ und auch „zurück“ macht und ein unterschiedliches Lerntempo an den Tag legt. Das ist völlig normal! Setzen Sie Ihr Kind nicht unter Druck, wenn es mehr Zeit braucht!

5. Üben Sie nicht zu lange!

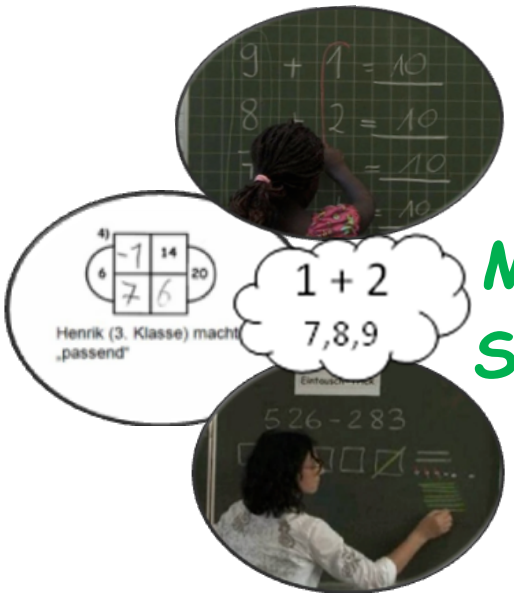
Am besten sind kurze Übungseinheiten, die fest in den Tagesablauf eingeplant sind (z.B. immer vor oder nach dem Abendessen). Hier kann „weniger“ manchmal „mehr“ helfen!

„Mathe in den Kopf?!"

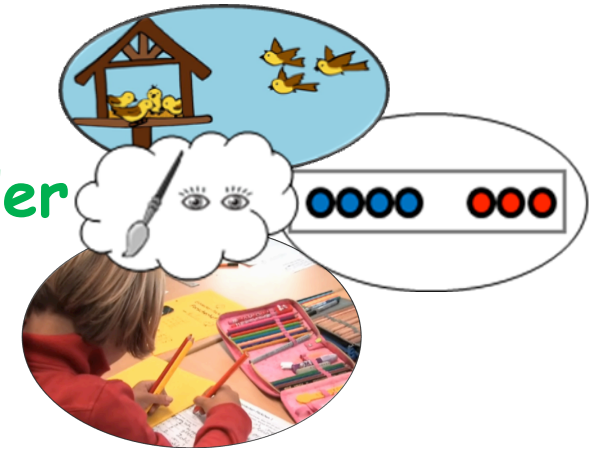
Handeln



Sprechen



Mathe-Sprache



Bilder

Juni 2012 © PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de)

In Anlehnung an das Schaubild "Übersetzungen" aus Kaufmann/ Wessolowski 2006, S. 25

„Mathe in den Kopf?!“

Sprechen

Was? Über die Sache kommunizieren (mündlich und schriftlich): sprechen, aufschreiben, zuhören, nachfragen, erklären, begründen.
Wozu? Mathematische Sachverhalte ausdrücken (durch Terme/Gleichungen, Handlungen, Bilder, Rechenwege).
Wer? Kommunikation miteinander (Schüler-Schüler, Schüler-Lehrer, Schüler-Lehrer-Eltern) und Selbstreflexion innerhalb des eigenen Lernprozesses.
Wie? Im Einzel-, Partner-, Gruppengespräch, im Plenum, in der Mathekonferenz, am Sprechtag und in Selbsteinschätzungsbögen, Rechengeschichten, Beschreibungen, Erklärungen, Beweise.

Handeln

Was? Mit didaktischem Material oder mit Alltags- und Naturmaterial handeln, spielerische Darstellung (z. B. Rollenspiel), aktives und passives Handeln.
Wozu? Handeln zu Rechengeschichten, Bildergeschichten, Termen/Gleichungen.

Mathe-Sprache

Was? Mathematische Symbole benutzen (Zahlen, Terme, Gleichungen etc.).
Wozu? Rechengeschichten, Bilder oder Handlungen in mathematische Symbole übersetzen.

Bilder

Was? Bilder (Zeichnungen, Skizzen, Mengenbilder etc.) malen und deuten.
Wozu? Handlungen oder Rechengeschichten darstellen, Gleichungen/Terme oder Mengen verdeutlichen (z. B. durch Strichlisten, Punktebilder). Und aus Bildern zu lebensweltlichen Situationen oder aus didaktischem Material Terme ablesen.

Juni 2012 © PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de)

Sachinfo Modul 3.2 - „Darstellungsmittel! *Welche* sollen auswählt werden?“

Bevor sich die Frage stellt, WIE Darstellungsmittel eingeführt werden sollen, damit alle Kinder die Struktur des Materials durchdringen und zielführend einsetzen können, muss die Lehrerin zuvor überlegen, WELCHE Darstellungsmittel überhaupt zum Gebrauch in der Klasse bereit stehen sollen.
Betrachtet man die Einrichtung und Gestaltung heutiger Klassenräume, so stellt man fest, dass sie häufig mit einer Vielzahl von *didaktischen Materialien* ausgestattet sind.
Didaktisches Material und Veranschaulichungen als bildliche Darstellungen mathematischer Sachverhalte sind aber immer auch zusätzlicher Lernstoff. Sie „wirken“ zudem nicht für alle Schüler in gleicher Weise. Daraus ergeben sich für den Unterricht Konsequenzen, insbesondere zur Unterstützung für Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen lernen (vgl. Scherer 1999, S. 18).

Wir schlagen **4 Kriterien zur Auswahl didaktischer Materialien** vor:

1. **„*Weniger* ist *mehr*!“ (Wittmann 1993)**
2. **Didaktische Materialien, deren *Vor- und Nachteile* überdacht wurden und die zum jeweiligen Lerninhalt passen. (Vgl. „Stiftung Warentest“).**
3. **Didaktische Materialien, die *fortsetzbar* für alle Schuljahre sind.**
4. **Didaktische Materialien, die dem *Lehrwerk* entsprechen.**

Zu 1. „Weniger ist mehr!“ (Wittmann 1993)

Auf dem Weg zum flexiblen Rechnen sollen Kinder Vorstellungsbilder aufbauen, damit sie am Ende ohne Material im Kopf rechnen können. Damit sich solche Vorstellungsbilder aufbauen, ist es wichtig, die Repräsentanten, an denen mathematischen Strukturen aufgezeigt werden, bewusst auszuwählen.
Da Darstellungsmittel nicht „einfach so“ und ebenso wenig „unmissverständlich“ Wirkungen erzielen, ist es wichtig, dass jedes einzelne Kind die Möglichkeit erhält, durch eigenes Tun das einzelne Darstellungsmittel in seiner Handhabung kennen zu lernen, um sich entscheiden zu können, a) welches ihm liegt und b) welches sich vor allem für eine bestimmte Handlung eignet.
„Außerdem ist zu beachten, dass der Lernerfolg nicht mit der Masse der Materialien, sondern mit der Reichhaltigkeit und Intensität der Schüleraktivitäten steigt.“ (Müller/ Wittmann 1993, S. 8.)

Zu 2. Darstellungsmittel, deren Vor- und Nachteile ich kenne und die zu meinem Lerninhalt passen.

Zur intensiveren Auseinandersetzung mit den einzelnen didaktischen Materialien haben wir einen **„*Stiftung Warentest* zur Beurteilung von didaktischen Materialien für den Mathematikunterricht“** (siehe Modul 3.2., FM) entwickelt.

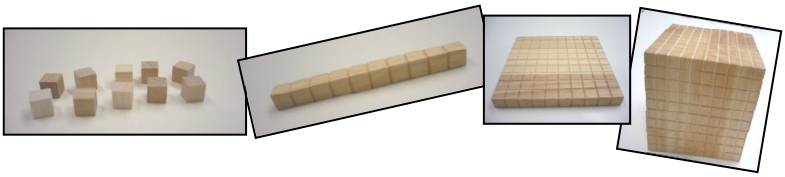
Diesen finden wir deshalb besonders sinnvoll, da er nicht nur praktische und didaktische Kriterien in Bezug auf ein bestimmtes Material in den Blick nimmt, sondern darüber hinaus in einem 2. Teil die Möglichkeit bietet zu analysieren, ob sich das Material nicht nur zur Darstellung von Zahlen, sondern darüberhinaus genauso gut zur Darstellung von Operationen eignet. Denn: Nicht jedes Material kann alles!

Am Beispiel des Rechenrahmens lässt sich gut aufzeigen, dass er sich für Rechnungen mit ZE±E gut eignet. Das Kind kann z.B. bei der Aufgabe 43+5 den ersten Summanden einstellen und mit

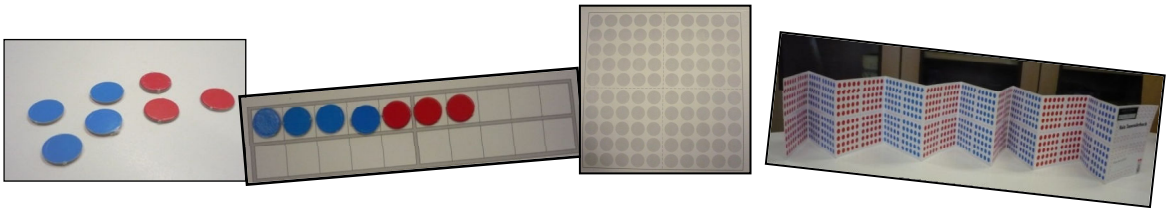
einem „Fingerstreich“ 5 Perlen hinzuschieben, um dann das Ergebnis abzulesen. Auch bei Aufgaben mit Zehnerübergang, bspw. 43-5 oder 43+8, kann der Rechenweg durch Weg- oder Hinzuschieben des Subtrahenden oder des 2. Summanden gut dargestellt werden. Schwierig werden allerdings die Darstellungen bei der Addition und Subtraktion voller oder gemischter Zehner (ZE±Z, ZE±ZE).
Für den Unterricht lohnt es sich, die Kinder selbst solche Erfahrungen machen zu lassen und darüber zu diskutieren. „Erst wenn das Kind viele Materialien in ihrer Handhabung kennen würde, wäre eine Entscheidung für oder gegen eines möglich“ (Lorenz 2011, S. 40).

Zu 4. Darstellungsmittel, die *fortsetzbar* für alle Schuljahre sind.

Kinder sollen kontinuierlich lernen ohne immer wieder *umlernen* zu müssen. Deshalb ist es sinnvoll Material für die Klasse 1 auszuwählen und einzuführen, das erweiterbar ist. Positives Beispiel für die Ausbaufähigkeit ist zum Beispiel das 10er Systemmaterial. In der Eingangsphase arbeiten die Kinder mit Einer-Würfeln, 10er Stangen und 100er Platten, im dritten Schuljahr nehmen sie dann den 1000er Würfel hinzu (vgl. Radatz/ Schipper 1996, S.42).

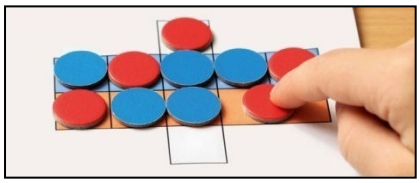


Auch das „mathe 2000“ Material vom 20er Feld bis zum 1000er Buch bietet den Aspekt der Erweiterbarkeit!

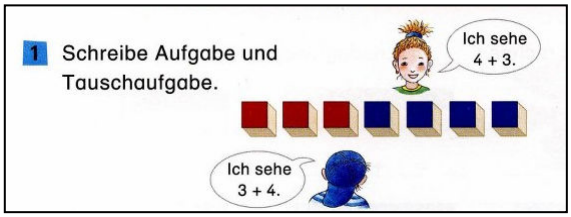


In diesem Zusammenhang stellt sich auch die Frage, ob zu den ausgewählten Materialien passendes Demonstrationsmaterial (große Version der Schülermaterialien) vorhanden ist! Nicht nur für Einführungsphasen ist es unerlässlich, sondern vor allem auch zur Reflektion und im Gespräch über die Sache. Es sollte genauso aussehen wie das Schülermaterial.

Zu 5. Darstellungsmittel, die dem *Lehrwerk* entsprechen.



Zahlenbuch 1, S. 7



Fredo & Co 1, S. 48

Unterschiedliche Lehrwerke benutzen unterschiedliche Darstellungsmittel. Im Lehrwerk Fredo 1 werden z.B. im Unterschied zum Zahlenbuch 1 farbige Holzwürfel und keine farbigen Wendeplättchen zur Darstellung benutzt. Wird in der „Fredo-Klasse“ parallel mit dem 20er Feld und den Wendeplättchen gearbeitet, weil diese etwa noch aus früheren Zeiten vorhanden sind, so muss dieser Darstellungswechsel erklärt und begründet werden, damit keine Missverständnisse entstehen.

Literatur

Lorenz, Jens Holger: Die Macht der Materialien (?) – Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentanten. IN: Mathematik Grundschule. Medien + Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.

Müller/ Wittmann: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Leipzig 1993.

Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover 1996.

Scherer, Petra: Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum. Leipzig 1999.

„Stiftung Warentest“ zur Beurteilung von didaktischen Materialien für den Einsatz im Mathematikunterricht

Im vorliegenden „Warentest“ sollen didaktische Materialien daraufhin überprüft werden, ob sie sich

a) zur **Zahldarstellung**, aber auch
b) zur **Darstellung von Operationen** eignen!

Denn: ***Nicht jedes Material kann alles!***

Für den Unterricht bedeutet das am Ende, Materialien auszuwählen und einzuführen, die für alle Schuljahre und Zahlräume zielführend eingesetzt werden können.

Aufgabe:

- Nehmen Sie die didaktischen Materialien zur Hand, die Sie im Unterricht einsetzen möchten.
- Füllen Sie für jedes einzelne Material beide Teile des „Stiftung Warentest“ aus.

Diskutieren Sie anschließend mit einem Kollegen oder dem ganzen Stufenteam Ihre Ergebnisse. Finden Sie gemeinsam eine Entscheidung für Material, das den „Warentest“ gut bestanden hat, das aber auch zu ihrem Buch und ihrem Unterricht passt.

Überlegen Sie, ob nicht auch ihre Schüler den „Warentest“ zur Darstellung von Operationen (Teil 2) im Unterricht durchführen können, um selbst über die Vor- und Nachteile ins Gespräch zu kommen.

Literatur

Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover 1996.

„Stiftung Warentest zur Beurteilung von didaktischen Materialien“

(In Anlehnung an Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schulj.)

Name des didaktischen Materials: _____

Praktische Kriterien

	Ist das Material...	**voll zu-treffend**	**weit-gehend**	**teil-weise**	**nicht zu-treffend**
1	... für Kinder leicht handhabbar?				
2	... haltbar?				
3	... seinen Preis wert?				

Didaktische Kriterien Teil 1

	Können mithilfe des Materials...	**voll zu-treffend**	**weit-gehend**	**teil-weise**	**nicht zu-treffend**
1	... Mengen simultan (bis 4) erfasst werden?				
2	... Mengen quasi-simultan erfasst werden, weil das Material eine klare 5er- und 10er Struktur aufweist?				
3	... vermeidet das Material „zählendes Rechnen“?[1]				
4	... Zusammenhänge zwischen Handlung, Bild, Symbol und Sprache hergestellt werden?[2]				
5	... ordinale (Zahl in der Reihe) UND kardinale (Zahl als Menge) Zahlaspekte dargestellt werden?[3]				
	Ist das Material...				
6	... fortsetzbar in höheren Zahlräumen?[4]				
7	... einsetzbar für andere Unterrichtsinhalte?				

[1] Hinweis: Abgezählt werden kann prinzipiell immer. Jedoch bieten bestimmte Materialien durch farbliche Gestaltung und bestimmte Anordnung schneller die Möglichkeit, Anzahlen mit einem Blick zu erkennen!

[2] Ein Beispiel: *Handlung* am 20er Feld: Summe addieren durch legen des 1. Summanden und Dazulegen des 2. Summanden mit Wendeplättchen/ *Bild*: beide Summanden mit 2 Farben in 20er Feld einzeichnen/ *Symbol*: Mengen beider Summanden ermitteln und als „Plusaufgabe“ notieren/ *Sprache*: Kind erklärt seine Handlung. Vgl. auch Sachinfo „Mathe in den Kopf?!“.

[3] Zum Aufbau der Zahlvorstellung ist es unerlässlich, die kardinale Sicht auf Zahlen im Unterricht zu eröffnen. Dies kann am selben Material gezeigt werden, erfordert nur „anderes Gucken“ (vgl. Sachinfo „Wie führe ich DM ein?“). Am Bsp. der Zahl **8** ist das zum Einen mit dem Blick auf eine bestimmte „Stelle“ in der Zahlenreihe schauen, zum Anderen mit dem Blick auf die gesamte Menge **8** blicken.

[4] Bsp.: 20er-Feld/ 100er-Feld/ 1000er-Buch.

Didaktische Kriterien Teil 2

	Können mithilfe des Materials folgende <u>Aufgaben</u> dargestellt werden?	**voll zu-treffend**	**weit-gehend**	**teil-weise**	**nicht zu-treffend**	Notizen
1	**15 - 8 =**					
2	**39 + 50 =**					
3	**83 – 29 =**					
4	**47 + ___ = 63**					
5	**465 – 227 =**					

Gesamturteil

(Zählen Sie in jedem Teil des Stiftung Warentest aus, welche Einschätzung am häufigsten vorkommt. Notieren sie diese hier. Dabei können Sie nicht Zutreffendes streichen.):

1. Das didaktische Material erfüllt die **praktischen Kriterien**
   voll / weitestgehend / teilweise / nicht.

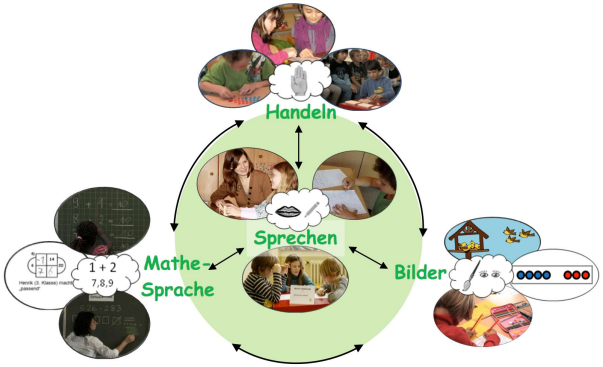
2. Das didaktische Material erfüllt die **didaktischen Kriterien** in **Teil 1**
   voll / weitestgehend / teilweise / nicht.

3. Das didaktische Material erfüllt die **didaktischen Kriterien** in **Teil 2**
   voll / weitestgehend / teilweise / nicht.

Begründung/ Bemerkung:

Anmerkung: Die folgende Planung ist eine Kurzübersicht mit dem Schwerpunkt der **Übung des Darstellungswechsels**.
Sie ist eng angelehnt an die Unterrichtsplanung in Haus 6 „Zahlen unter der Lupe“, die Sie dort als ausführliche Version herunterladen können.

Allgemeines vorab:
Das Format „Zahlen unter der Lupe“ lässt sich vielfältig im Unterricht einsetzten. So kann es nach einer intensiven Einführungsphase ritualisiert im Morgenkreis mit allen Kindern gemeinsam durchgeführt werden. In unseren Erprobungsklassen gab es am Ende einzelne Kinder, die auch alleine das Forschen zu einer Zahl angeleitet und mit den Kindern durchgeführt haben.
Das Aufgabenblatt enthält bestimmte Symbole, die aus unserem Plakat „Mathe in den Kopf?!“ hervorgehen und eine Art Merkhilfe sind, welche Aktivitäten die Kinder zum Erforschen einer bestimmten Zahl ausführen können.



Nach einiger Zeit fallen den Kindern zu jedem Wolkensymbol von alleine Ideen zum Üben und Forschen ein, so dass man sich nicht zwingend an den Ablauf des Arbeitsblattes halten muss (hierzu auch das Dokument „H3_ Z_u_d_L_weiterf_ Forscherauftrag“ im UM).
Das Format bietet sich auch an, um mit einer Kleingruppe oder in der Einzelsituation bestimmte Übungen zu wiederholen. Die Kinder können dann auch mehrere Aufgaben zu einer bestimmten Übung (Beispiel „Rechnen zu den Nachbarzehnern“) im Heft bearbeiten.
Die Seiten sind so angelegt, dass auf Seite 1 stark zur Zahlvorstellung gearbeitet wird. Auf Seite 2 können dann auch Aufgaben gerechnet/erfunden werden. Außerdem können Zahlen- und Rechengeschichten entstehen oder ganz andere Ideen der Kinder. Wie ausführlich und intensiv die Bearbeitung der Schüler ausfällt hängt sicher sehr stark davon ab, wie viel Zeit diesem Format im Unterricht eingeräumt wird.
Lehrerinnen aus unseren Erprobungsklassen berichteten, dass nach wiederkehrender wöchentlicher Übung ein deutlicher Lernzuwachs auch in anderen Bereichen des Unterrichts zu erkennen war. Andere erzählten, dass sie die Symbole in den Wolken auch in ganz anderen Situationen im Mathematikunterricht einsetzten z.B. zum Lösen von Rechengeschichten. So konnten die Kinder zunächst eine Zeichnung anfertigen oder einen Lösungsweg auch schriftlich skizzieren, um dann eventuell in der „Mathesprache“ ihre Lösung zu notieren.

ZIELE

Die Schüler und Schülerinnen

- führen verschiedene vorgegebene und freie Untersuchungen zu einer Zahl durch,
- entwickeln und erweitern ihre Zahlvorstellungen (Darstellen von Zahlen, flexibles Wechseln zwischen unterschiedlichen Zahldarstellungen, Entdecken von Beziehungen zwischen Zahlen etc.), indem sie in Analogie zu unserem Matheplakat: „Mathe in den Kopf?!“

1. eine **gemischte zweistellige Zahl auswählen** und das **Zahlwort** notieren
2. verschiedene **Bilder der Zahl** anfertigen (Mengenbilder, Würfelbilder, Strichlisten, Oehl’sche Darstellung, Eintrag in die Stellenwerttafel, ...)
3. **aktiv handeln** und z.B. in der Matheecke (evtl. an einem Materialtisch) die Möglichkeit haben, Mengen mit Alltagsmaterialien und/oder didaktischen Materialien zu legen, zeigen, schieben, ...
4. die **Nachbarzahlen** der Zahl finden (den Vorgänger links, den Nachfolger rechts eintragen und außen die jeweiligen Nachbahrzehner)
5. die Zahl zunächst am **Rechenstrich** verorten und dann den genauen Ort an der **Hundertertafel** finden
6. die Zahl **verdoppeln** und wenn möglich **halbieren**, außerdem die Teilbarkeit durch 2 (**gerade/ungerade Zahl**) untersuchen
7. **zu den Nachbarzehnern rechnen** und die **Zehnerzerlegung** üben
8. **eigene Rechnungen** passend zu der Zahl aufschreiben
9. **weitere Ideen** erfinden und notieren

Am Ende steht der Auftrag, mit anderen über die Ergebnisse und eigenen Ideen ins Gespräch zu kommen und diese darzustellen und ggf. zu erklären.

ZEIT

1-2 Unterrichtstunden zur Einführung des Formats.
Der weitere Einsatz sollte dann möglichst regelmäßig mit allen Kindern stattfinden.

Schuljahr 1 oder 1/2

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbez. Kompetenzen:
Zahlen und Operationen: Zahlvorstellungen

Prozessbez. Kompetenzen:
kreativ sein, Modellieren, Darstellen/Kommunizieren

Anmerkung:
Ob und wie stark die prozessbezogenen Kompetenzen angesprochen werden, liegt vor allem daran, wie stark das gemeinsame Gespräch zur Vorstellung eigener Ideen, zum Reflektieren, Nachfragen und Erklären genutzt wird. Dies muss anfangs stark durch die Lehrerin angeleitet werden.

Nicht alle Kinder können alle vorgegebenen Untersuchungskriterien (1-10) direkt zu Beginn des 1. Schuljahres ausfüllen.
Es muss deutlich gemacht werden, dass „Forschen“ ein „Herausfinden“ ist. Dies passiert nach und nach.

Material im Klassenraum

Anregungen zu den einzelnen Aufgaben:

Aufgabe	Versprachlichungen	Materialunterstützung
1. Eine **gemischte Zahl** auswählen.	„Wähle eine Zahl aus, die du interessant findest. Sie soll keine Zehnerzahl sein, sondern eine gemischte Zahl. Also mit einer Zehnerzahl und einer Einerzahl.“ *[Beispiel an der Tafel geben, am besten mit Zahlenkarten unterstützt, diese können im UM herunterladen werden.]* 	Es kann eine Dose mit Zahlenkarten vorbereitet werden, aus der die Kinder eine Zahl auswählen. Zum genaueren Verständnis der Stellenwerte bietet es sich an, Zahlenkarten ähnlich dem Montessorimaterial vorzubereiten. Dabei gibt es Karten mit vollen Zehnern (10, ... 90) und Ziffernkarten (1-9). Diese kann man übereinander legen und die gemischte Zahl ermitteln. (In unserem Materialteil in Modul 3.2 sprechen wir hier auch von „Rucksackzahlen“.)
Das **Zahlwort** schreiben.	„Schreibe die Zahl als Wort (in Buchstaben). Schreibe so, wie du sprichst.“	Erst Anlauttabelle, später Wörterbuch o.ä.
2. **Bilder zu einer Zahl** aufmalen.	„Male verschiedene Bilder, die zu deiner Zahl passen.“ *[Zum Eintrag in die Stellenwerttafel sollte ausgehend von Bündel-Aktivitäten mit Wendeplättchen besprochen werden: „Wie viele Zehnerbündel sind es? Wie viele Einer/einzelne Plättchen?“]*	Beispiele von Zahlenbildern an der Tafel wiederholen und die Zeichnungen als Tipps stehen lassen.

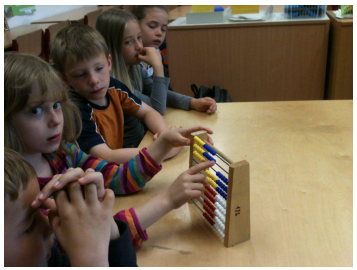
Im Kreis

- Material zur Visualisierung Arbeitsblatt auf A3 kopiert
- Einige mathematische Materialien als Demonstrationsmaterial im Kreis (Zur Einführung und Reflexion)

Mathematische Materialien

- unstrukturiertes Material (Alltagsmaterial) zum Zählen und Bündeln
- 20er/100er Feld und Plättchen
- Rechenrahmen
- 10er System-Material (Dienes)
- Zahlenband
- Rechenstrich (blanko)
- Zahlenstrahl
- Spielgeld
- Spiegel
- verschiedene Mathebücher

Weitere Materialien, die zum Beispiel in der Matheecke auf einem Tisch bereit liegen, um diverse Darstellungswechsel zu vollziehen.

3. **Handlungen praktisch vollziehen.**	„Geh zum Materialtisch. Lege dort deine Zahl als eine Menge von Steinen, als Würfelbild, stelle sie am Rechenrahmen ein, zeige sie am Zahlenstrahl, usw. Die Lehrerin oder ein anderes Kind soll das, was du gemacht hast anschließend ansehen und mit dir besprechen.“ *[Gemeinsam können weitere Ideen gesammelt werden.]* 	Diverse unstrukturierte und strukturierte Materialien	<u>Zum Schreiben</u> • Anlauttabelle • Wörterbuch
4. Die Zahl am **Rechenstrich** (leerer Zahlenstrahl) verorten.	„Überlege einmal, wie du die Zahl finden kannst, obwohl der Zahlenstrich keine Zahlen, noch nicht mal Striche hat, die dir helfen können, den richtigen Ort zu finden!“ *[Im Plenum werden Möglichkeiten diskutiert, wie man sich einem „Zahlort“ annähern kann: Anfang und Endpunkt bestimmen, Mitte finden, ...* *Man kann als Übung auch Zahlenkarten an einer lang ausgebreiteten Zahlenleine verorten lassen. Die passenden Zahlenkarten können auch im UM heruntergeladen werden. Die Übungen lassen sich auch für den ZR 1000 erweitern. Dann ist nur eine ungefähre Zuordnung möglich: die Striche und Zahlen müssen von den Kindern selbst eingetragen werden, ggf. helfen Orientierungszahlen (250, 500, 750). Mögl. Impulse: „Wo ist die 500? Warum?“ „Kommt deine Zahl vor oder nach 500?“)]*	Rechenstrich (zur Visualisierung Leine und Zahlenkarten zum Verorten)	

Die Zahl am **Hunderterfeld** eintragen.	„Finde die Zahl auch im Hunderterfeld. Wie gehst du dabei vor, um die Zahl möglichst zügig zu finden?“ *[Es ist wichtig, die Zahl an einem linearen und einem flächigen Darstellungsmittel zu zeigen. Die Zahlorte können verglichen und beschrieben werden. Nicht für alle Kinder ist dieser Darstellungswechsel einfach!]*	Hunderterfeld/Plättchen oder großes 100er Feld an der Tafel mit Magnetplättchen oder Folienstift zum Verorten	
5. **Nachbarzahlen** finden!	„Welche Zahl kommt (beim Zählen) vor X? Das ist der Vorgänger deiner Zahl. Schreibe diese Zahl in das linke Kästchen. Welche Zahl kommt (beim Zählen) nach X?“ Das ist der Nachfolger. Schreibe diese Zahl in das rechte Kästchen.“ *[Für ZR 100/1000 entsprechend Nachbarzehner, Nachbarhunderter benennen lassen.]*		
6. **Gerade/ Ungerade** (Teilbarkeit durch 2 untersuchen)	„Nimm die Anzahl als Plättchen und verteile gerecht an zwei Kinder, so dass beide gleich viele Plättchen bekommen. Kannst du die Zahl so teilen, dass es gerecht ist?“	Plättchen, Alltagsmaterialien (Muggelsteine, Kastanien, ...)	
Verdoppeln/ Halbieren	*Es sollte hier an die Ideen/Anregungen der Kinder angeknüpft werden. Mehrere Ansätze sind möglich:* *<u>Verdoppeln mit dem Spiegel:</u>* „Lege die Anzahl/Zahl als Plättchen *(ZR 100/1000: mit Mehrsystemblöcken/ Dienes-Material)* und spiegele sie mit dem Spiegel. Jetzt siehst du das Doppelte. Wie viele Plättchen siehst du jetzt insgesamt?“ *(Diese Variante ist gerade für den Schulbeginn sehr zu empfehlen.)*	*Je nach Ansatz:* Spiegel Wendeplättchen [Für ZR 100/1000: 10er System-Material (Dienes)]	

	<u>Additionsaufgabe</u>: „Verdoppeln kannst du mit den Verdopplungsaufgaben, das Doppelte von eins ist 1+1. Was ist das Doppelte von 2?“ *<u>Multiplikation:</u>* „Verdoppeln kannst du mit den Mal-Aufgaben. Das Doppelte von X ist immer 2-mal X.“ *(ggf. Hinweis auf die 2er-Reihe).* *<u>Halbieren:</u>* „Nimm die Anzahl als Plättchen und verteile diese gerecht an zwei Kinder, so dass beide Kinder gleich viele Plättchen bekommen. Das, was jedes Kind bekommt, ist die Hälfte der Plättchen, die wir verteilt haben. Kannst du die Anzahl der Plättchen so verteilen, dass es gerecht ist?“ *(Später kann der Zusammenhang zu der Aufgabe 2 – **gerade/ungerade Zahlen** – besprochen werden.)*		
7. **Zum Nachbarzehner rechnen!**	„Deine Zahl hat zwei Nachbarzehner. Die hast du in Aufgabe 5 schon gefunden. Nun ist die Frage, wie weit deine Zahl vom kleinen und vom großen Nachbarzehner entfernt wohnt. Das kannst du mit einer Plusaufgabe und mit einer Minusaufgabe herausfinden.“ *[Gemeinsam werden Beispiele dazu visualisiert und berechnet. Die Ergänzung bis zur 10 bzw. bis zum nächsten Zehner ist ein wichtiges Übungsformat für alle Kinder und sollte daher von Anfang an mit in „Zahlen unter der Lupe“ aufgenommen und wiederholt thematisiert werden. Evtl. kennen die Kinder für diese Aktivität andere Formulierungen oder Darstellungen aus ihrem Schulbuch oder der Unterrichtspraxis (z.B. Zerlegung an den Händen, verliebte Herzen, Partnerzahlen etc...].*		

8. Mehr **eigene Aufgaben** finden!	„Überlege, was dir für Aufgaben einfallen, die mit deiner Zahl etwas zu tun haben. Denke dabei daran, dass diese Aufgaben auch interessant und kniffelig sein sollen. Vielleicht sind deine Aufgaben schwere Aufgaben oder Knobelaufgaben. Vielleicht erfindest du ein Zahlenrätsel oder eine Denkaufgabe.“ *[An dieser Stelle sollte wiederholt werden, was „leichte“ und was „schwere“ Aufgaben sind. Was macht eine Aufgabe zu einer „schweren“ Aufgabe. Die Kriterien können dabei von Kind zu Kind unterschiedlich sein. Aufgabenformate wie Zahlenmauern, Zahlentreppen, Kettenaufgaben, Zauberdreiecke, usw. können an dieser Stelle auch wiederholt werden. Die Lehrerin kann mit den Kindern parallel ein Tipp-Plakat entwickeln, das an der Tafel hängen bleiben kann].*	Das, was die Kinder benötigen, finden sie in der Regel im Matheregal oder sie bitten die Lehrerin um Hilfe. Es könnten unterschiedliche Mathematikbücher unterschiedlicher Schuljahre zur Ansicht ausgestellt werden, in denen Kinder nach Ideen für unterschiedliche Aufgaben suchen können.	
9. **Eigene Ideen**!	*[Piko gibt Tipps, die die Lehrperson mit den Kindern besprechen kann. Es bietet sich hier insbesondere an, die Kinder in gemeinsamen Gesprächen ihre Ideen vorstellen und austauschen zu lassen].*	Das, was die Kinder benötigen, finden sie in der Regel im Matheregal oder sie bitten die Lehrerin um Hilfe.	
10. **Ergebnisse und Ideen austauschen**, erklären und diskutieren!	*[Erst wenn ich über die Dinge spreche und das Gedachte verbalisieren und erklären kann, scheinen Dinge verstanden worden zu sein. Der Austausch über das Handeln und das Denken der Kinder muss in einem guten Mathematikunterricht immer wieder im Zentrum des Alltags stehen.]*		

Demopapier „Zahlen unter der Lupe“

„Zahlen unter der Lupe“ bis 100

Name: Hanne Datum: 31.5.2012

1. Meine Zahl:

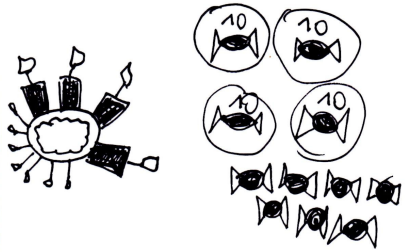
47

Schreibe das Zahlwort:

siebenundvierzig

2. Male Zahlenbilder!

IIII ∴



3. Anzahl zählen, legen, schieben, zeigen, ... !

Geh in die Matheecke!
Arbeite mit Material!

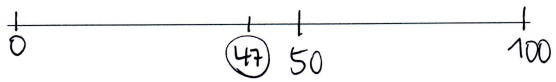
Zeige einem Kind oder deiner Lehrerin was du gemacht hast!

√ J. Emily

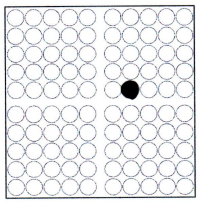
Zehner	Einer
••••	∴

4. Zeichne ein!

Am Rechenstrich:



Am 100er Feld:



1 + 2 7.8.9

5. Nachbarzahlen finden!

Nachbarzehner	Vorgänger	Zahl	Nachfolger	Nachbarzehner
40	46	47	48	50

1 + 2 7.8.9

6. Überlege!

○ gerade ⊗ ungerade

verdoppelt ~~92~~ 94

halbiert /

1 + 2 7.8.9

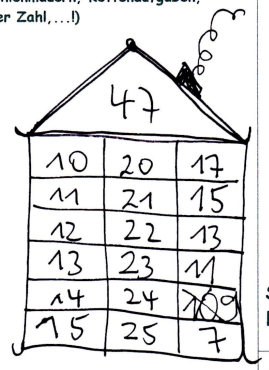
7. Zum Nachbarzehner rechnen!

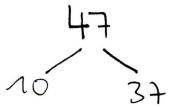
Zahl			Nachbarzehner
47	+ 3	=	50
47	- 7	=	40

8. Mehr eigene Aufgaben finden!

(Z.B. auch Zerlegungshäuser, Zahlenmauern, Kettenaufgaben, Aufgaben mit dem Ergebnis deiner Zahl,...!)

30 + 17 = 47
40 + 7 = 47
50 − 3 = 47
60 − 13 = 47
100 − 53 = 47
0 + 47 = 47





Rechne mehr Aufgaben in deinem Heft!

9. Eigene Ideen!!

Geldbetrag
Was kannst du kaufen, wenn du so viele Euro hast?

Findest du diese Zahl im Kalender?

Findest du die Zahl auf der Uhr? Zeichne auf!

Warum magst du diese Zahl?

Schreibe eine Zahlen- oder Rechengeschichte die zu der Zahl passt!

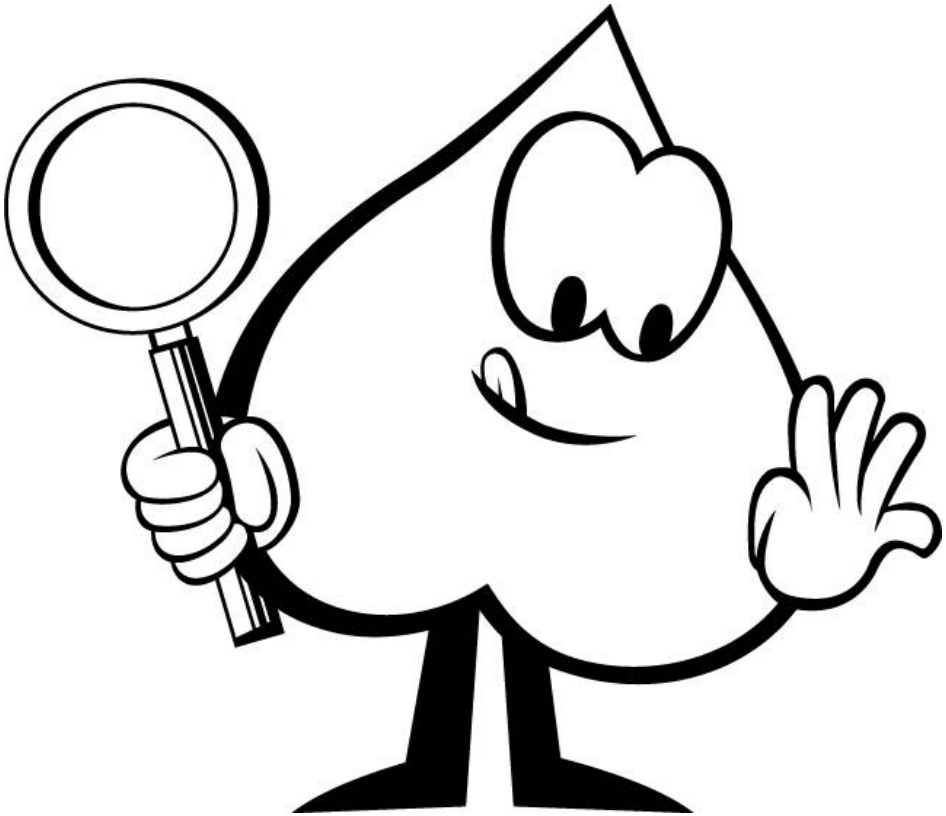
Überlege weiter!!!

Schreibe die Ideen in dein Heft!

10. Sprich mit anderen Kindern über deine Ideen!

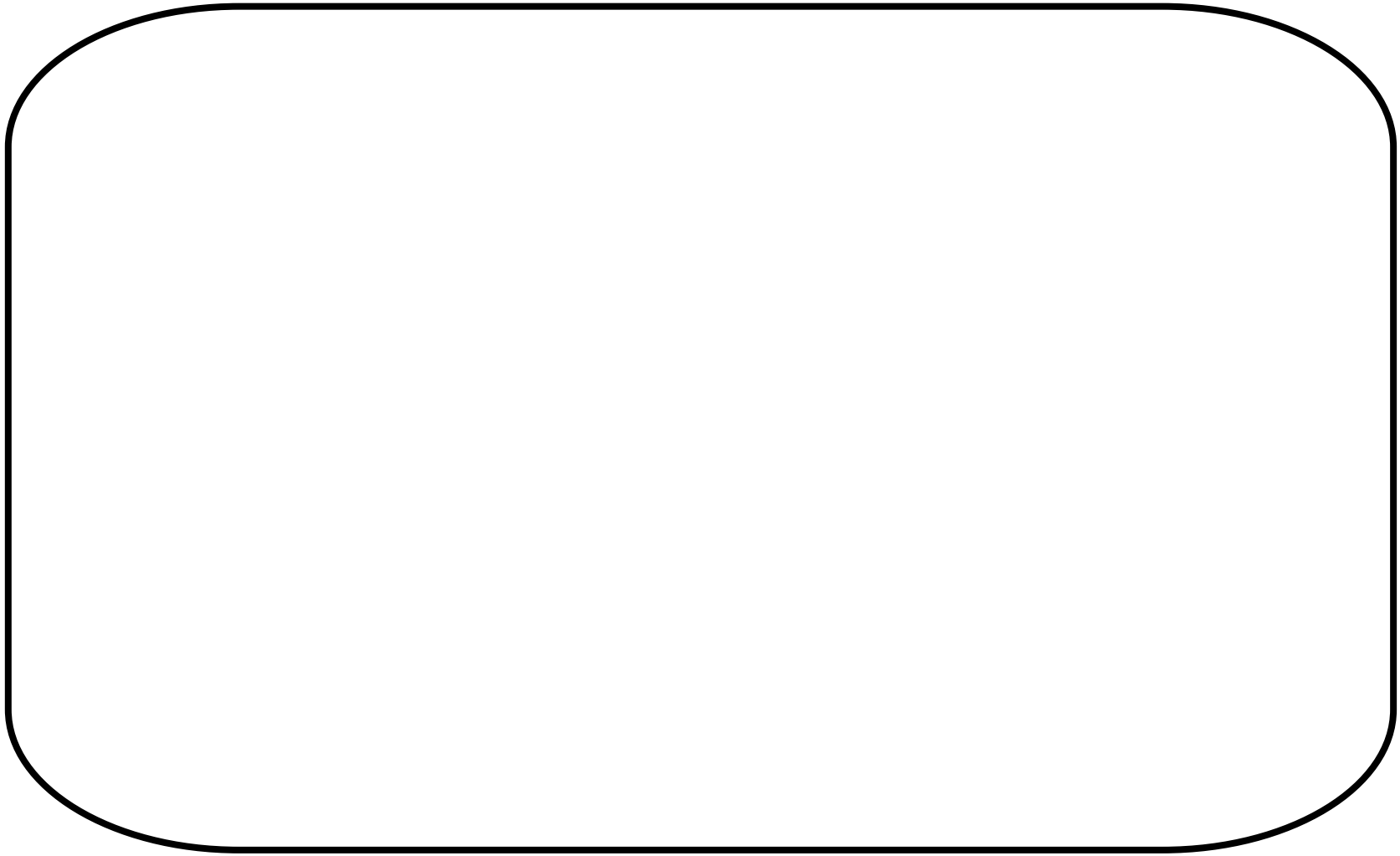
Name: Jana und Alia

Erkläre,
was du dir dabei gedacht hast! 1 / 7



„ZAHLEN unter der Lupe“

Die ZAHL des TAGES:



---------- bitte hier nach hinten falten ----------

Mathe-Konferenz

☺

☺ ☺

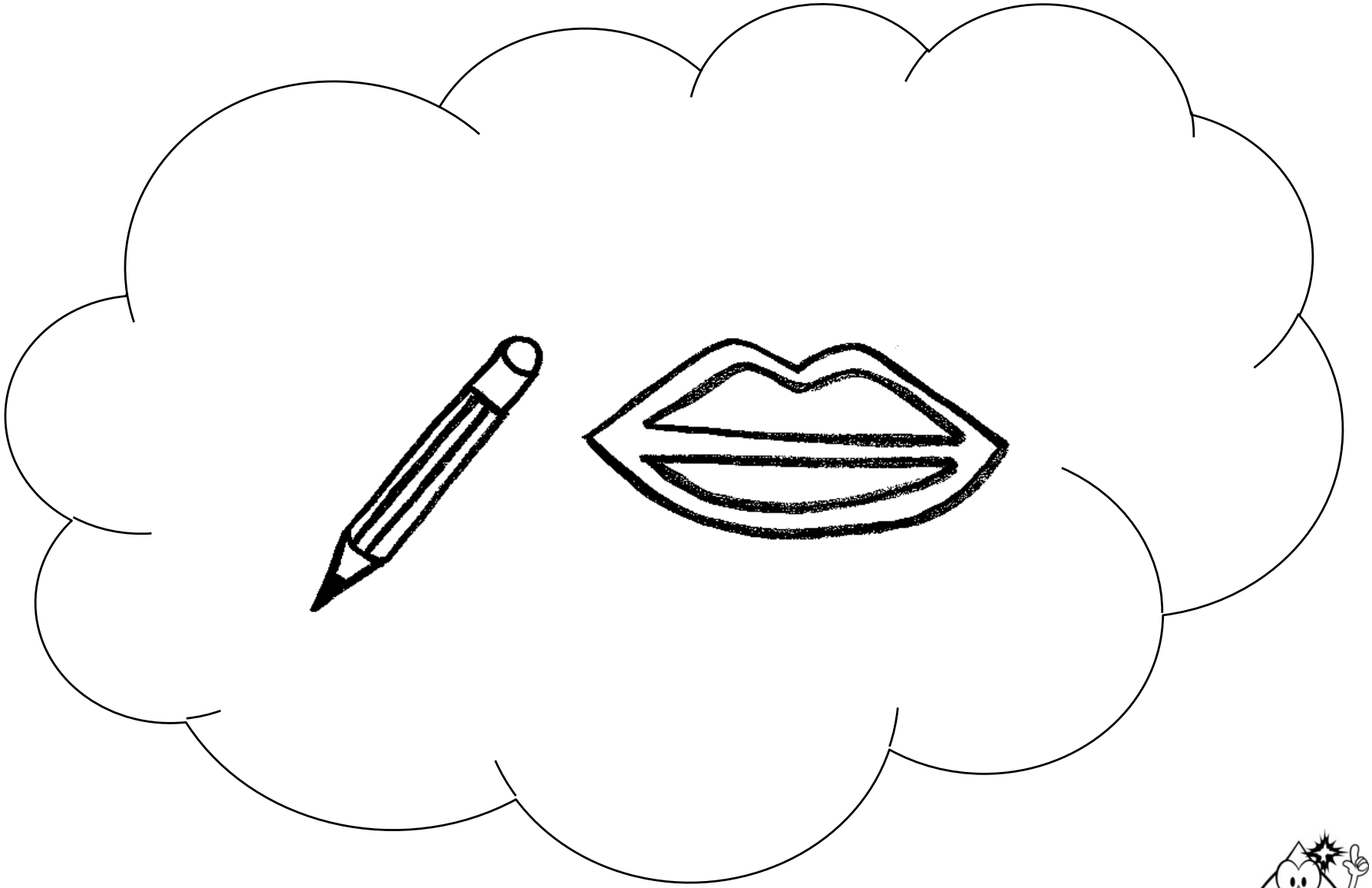
Bitte nicht stören!!

---------- bitte hier nach hinten falten ----------

Besprechungs-Zeit

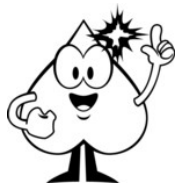
☺
☺ ☺

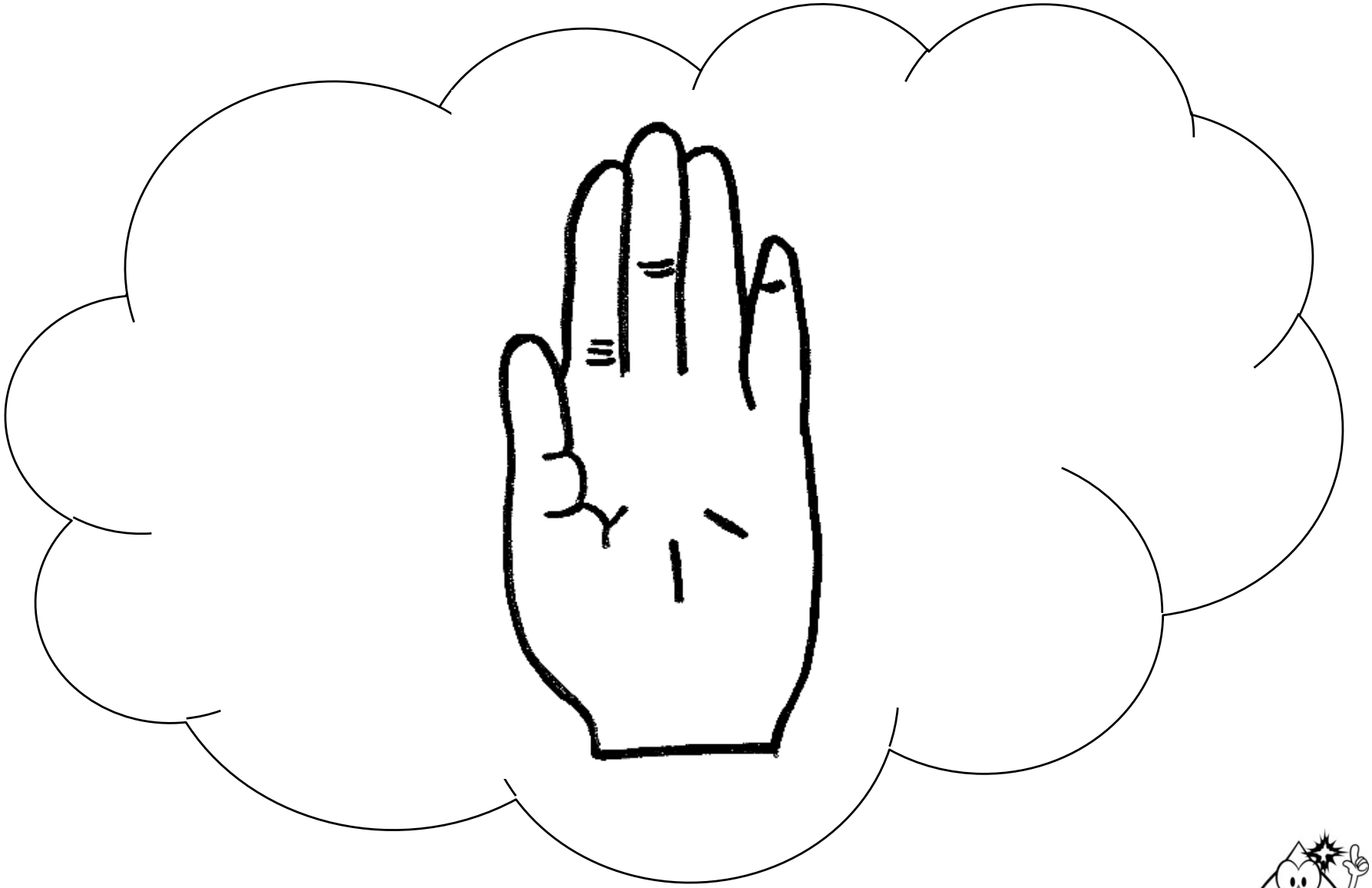
Bitte nicht stören!!

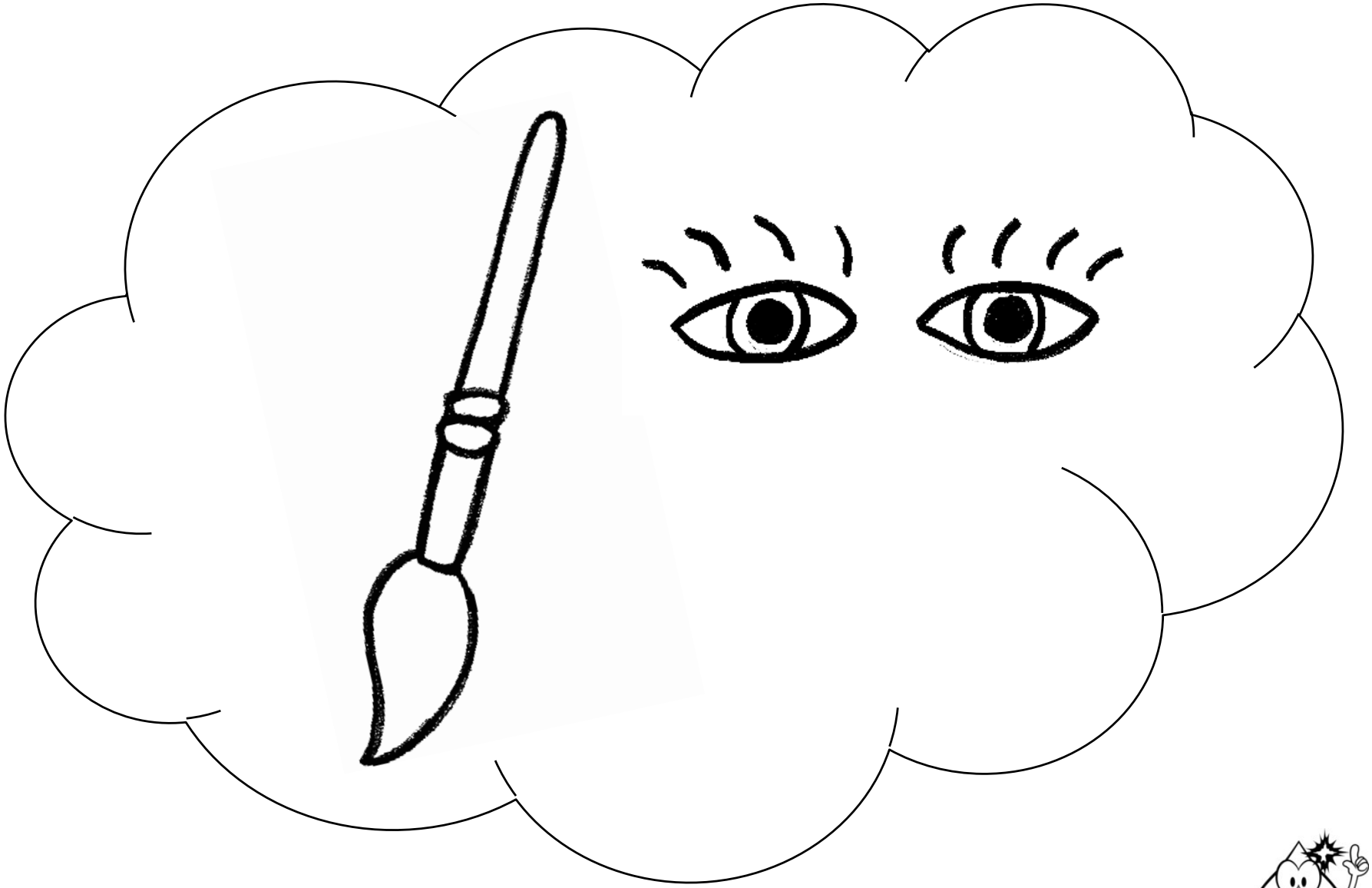


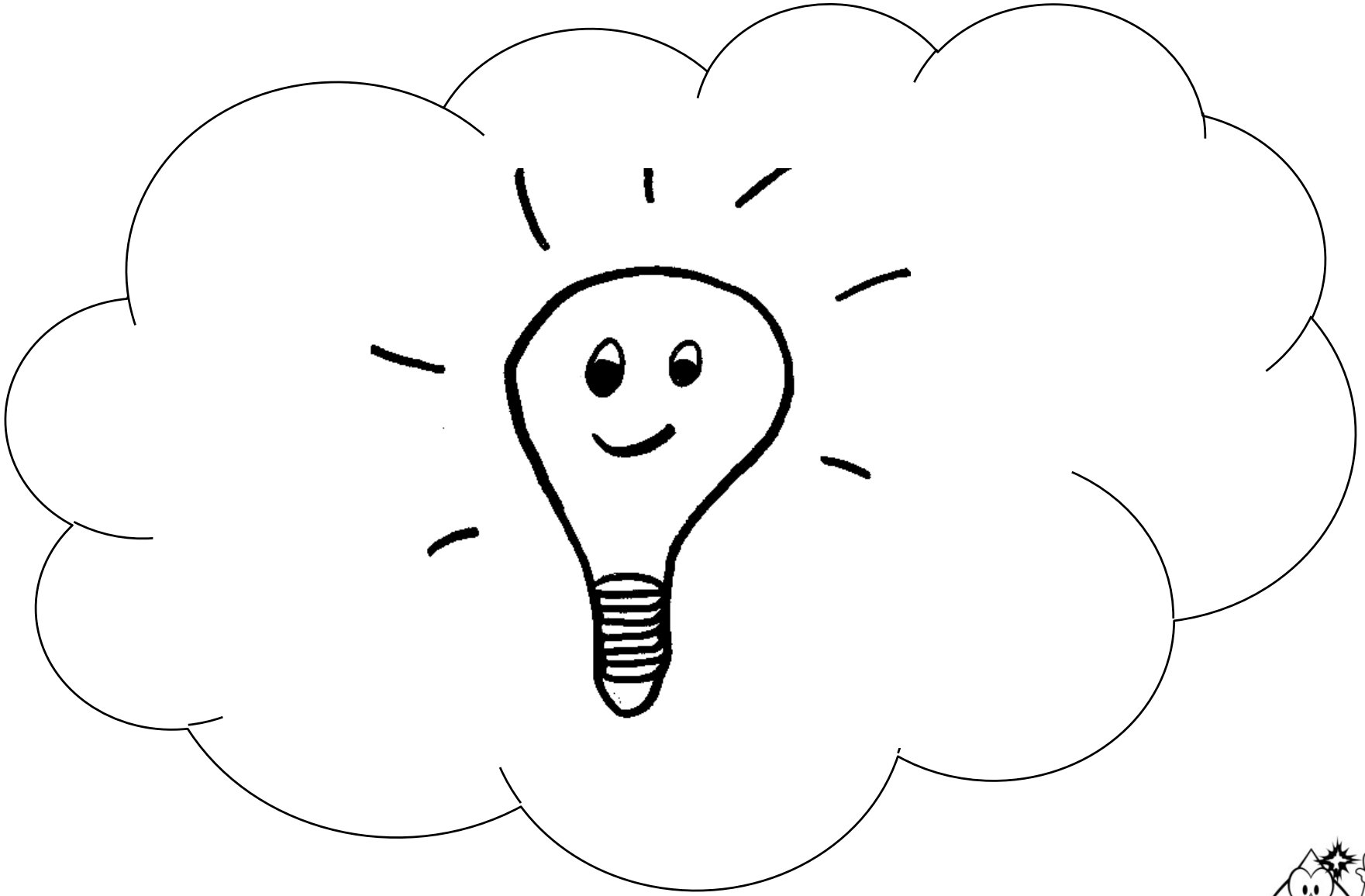
1 + 2

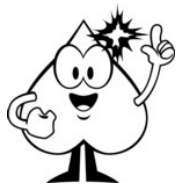
7,8,9











Zahlenkarten 0-100

1

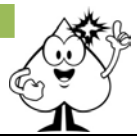
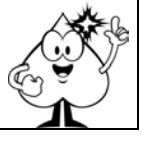
2

3

4

5

6

7	8
9	11
12 	13
14	15 

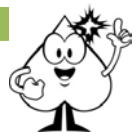
16

17

18

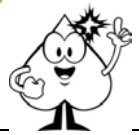
19

21

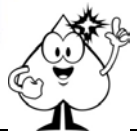


22

23



24



25

26

27

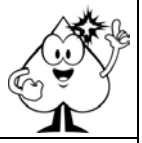
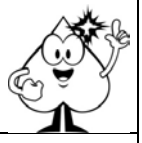
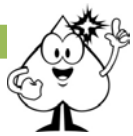
28

29

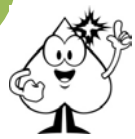
31

32

33

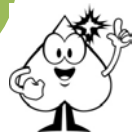
34	35
36	37 
38	39 
41 	42

43



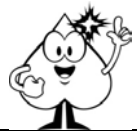
44

45

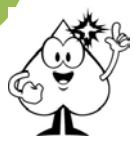


46

47



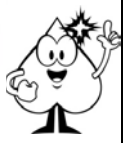
48



49

51

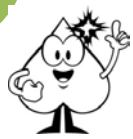
52



53

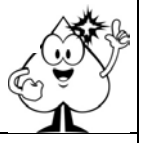
54

55

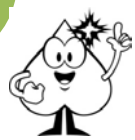


56

57



58



59

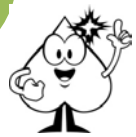
61

62

63

64

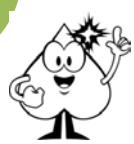
65

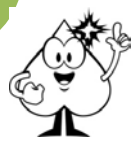
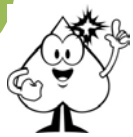
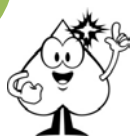


66

67

68

69	71
72	73
74	75
76 	77

78 	79
81	82
83 	84
85 	86

87

88

89

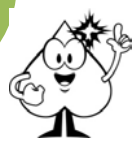
91

92

93

94

95

96 	97
98	99

10

20

30

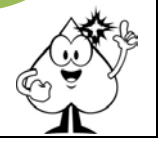
40

50

60

70

80

90	100 

„Zahlen unter der Lupe“ bis 100

Name: **Datum:**

1. Meine Zahl: ☐

Schreibe das Zahlwort:

_____

2. Male Zahlenbilder!

Zehner	Einer

3. Anzahl zählen, legen, schieben, zeigen!

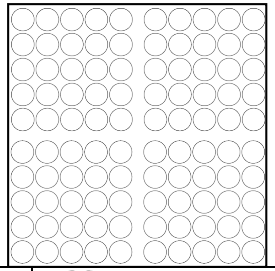
Geh in die Matheecke!
Arbeite mit Material!

Zeige einem Kind oder deiner Lehrerin was du gemacht hast!

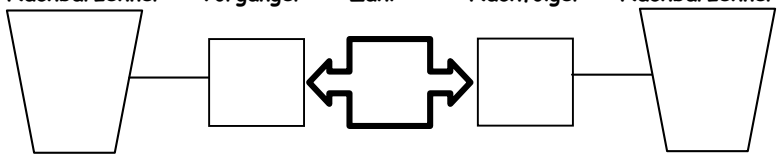
4. Zeichne ein!
Am Rechenstrich:

_____

Am 100er Feld:



5. Nachbarzahlen finden!

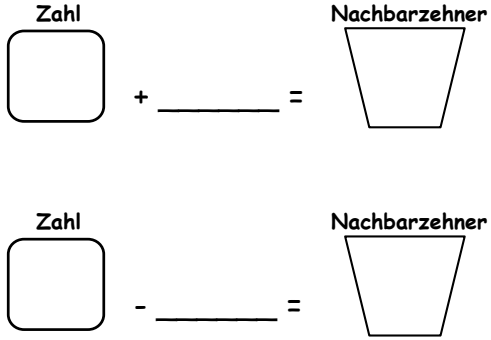


6. Überlege!

○ gerade
○ ungerade

verdoppelt ____
halbiert ____

7. Zum Nachbarzehner rechnen!



8. Mehr eigene Aufgaben finden!

(Z.B. auch Zerlegungshäuser, Zahlenmauern, Kettenaufgaben, Aufgaben mit dem Ergebnis deiner Zahl,...!)

Rechne mehr Aufgaben in deinem Heft!

9. Eigene Ideen!!

Geldbetrag
Was kannst du kaufen, wenn du so viele Euro hast?

Findest du diese Zahl im Kalender?

Findest du die Zahl auf der Uhr? Zeichne auf!

Warum magst du diese Zahl?

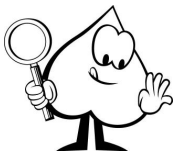
Schreibe eine Zahlen- oder Rechengeschichte die zu der Zahl passt!

Überlege weiter!!!

Schreibe die Ideen in dein Heft!

10. Sprich mit anderen Kindern über deine Ideen!

Erkläre, was du dir dabei gedacht hast!



„Zahlen unter der Lupe“ bis 100

Name: **Datum:**

1. Meine Zahl:

Schreibe das Zahlwort:

2. Male Zahlenbilder!

Zehner	Einer

3. Anzahl zählen, legen, schieben, zeigen, ... !

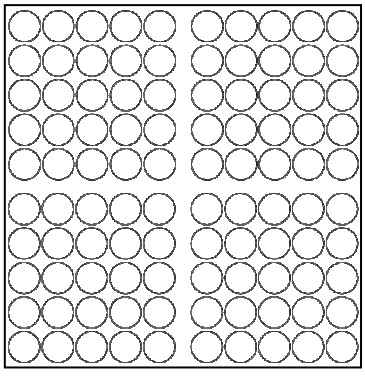
Geh in die Matheecke!
Arbeite mit Material!

Zeige einem Kind oder deiner Lehrerin was du gemacht hast!

4. Zeichne ein!

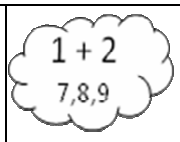
Am Rechenstrich:

Am 100er Feld:



5. Nachbarzahlen finden!

Nachbarzehner	Vorgänger	Zahl	Nachfolger	Nachbarzehner

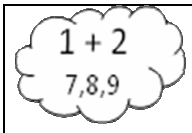


6. Überlege!

○ gerade ○ ungerade

verdoppelt _____

halbiert _____



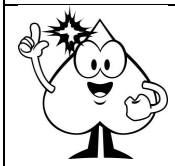
7. Zum Nachbarzehner rechnen!

Zahl **Nachbarzehner**

□ + _____ = ⏢

Zahl **Nachbarzehner**

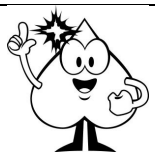
□ - _____ = ⏢



8. Mehr eigene Aufgaben finden!

(Z.B. auch Zerlegungshäuser, Zahlenmauern, Kettenaufgaben, Aufgaben mit dem Ergebnis deiner Zahl,...!)

Rechne mehr Aufgaben in deinem Heft!



9. Eigene Ideen!!

Geldbetrag
Was kannst du kaufen, wenn du so viele Euro hast?

Findest du diese Zahl im Kalender?

Findest du die Zahl auf der Uhr? Zeichne auf!

Warum magst du diese Zahl?

Schreibe eine Zahlen- oder Rechengeschichte die zu der Zahl passt!

Überlege weiter!!!

Schreibe die Ideen in dein Heft!

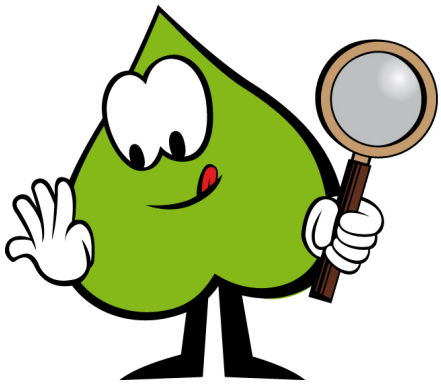
10. Sprich mit <u>anderen</u> Kindern über deine Ideen!

☺
☺ ☺

Name:

Erkläre,
was du dir dabei gedacht hast!

Forscherauftrag:



Suche dir eine vorgegebene Zahl aus!
Klebe sie in dein Heft!

Nimm die Zahl genau „unter die Lupe"!

Was fällt dir zu dieser Zahl ein?
Schreibe alles genau auf.

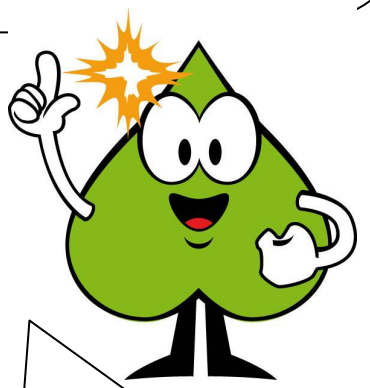
☺

☺ ☺

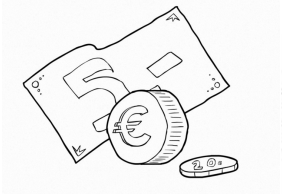
Triff dich danach mit 1 oder 2 anderen Kindern, die zu derselben Zahl geforscht haben.
Erklärt euch gegenseitig eure Ideen.

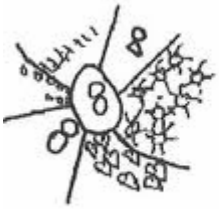
PIKO' s Tipps

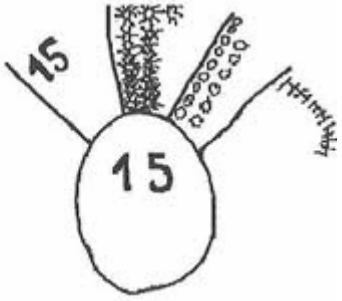
Erst schauen.
Dann überlegen
und Ideen finden!

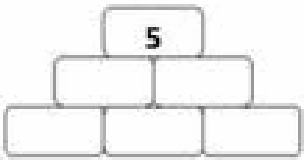


Solche Ideen hattest du auch:







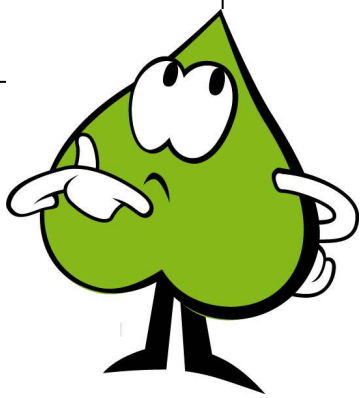


...?!?....

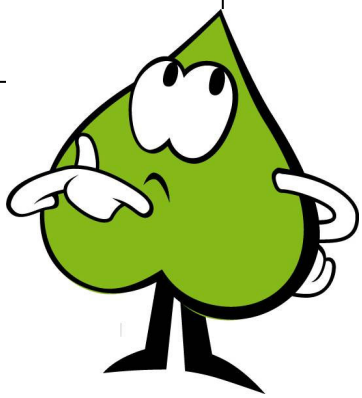
Zahlen- oder Rechengeschichte aufschreiben!

Denke daran, was du bei den „Zahlen unter der Lupe" schon erforscht hast!

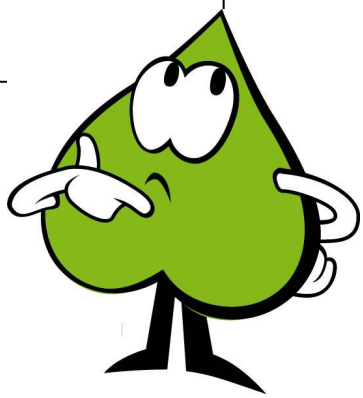
9



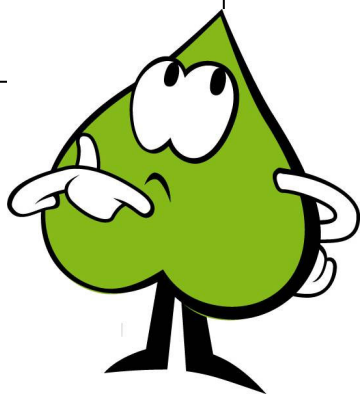
9



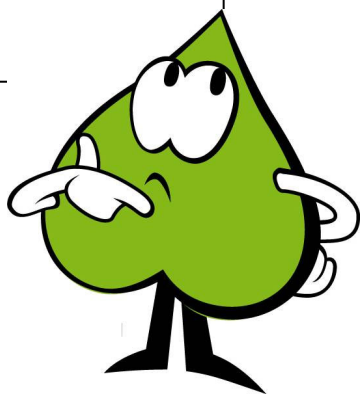
9



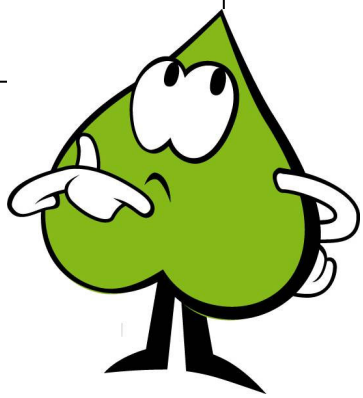
9



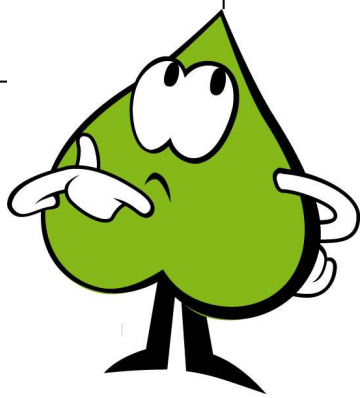
15



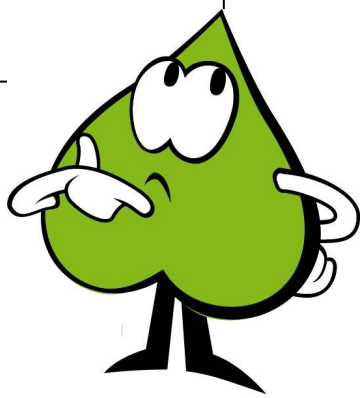
15



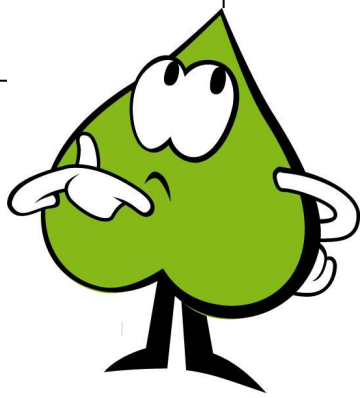
15



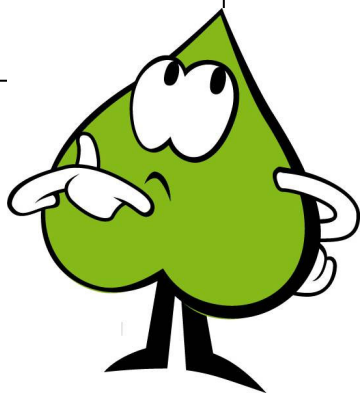
15



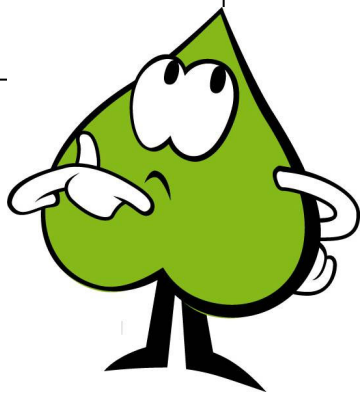
27



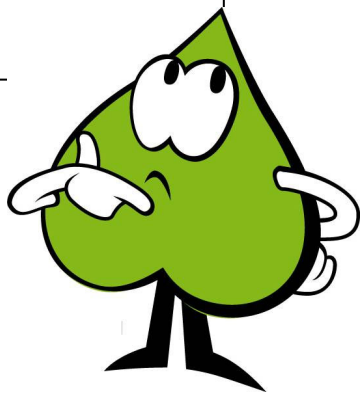
27



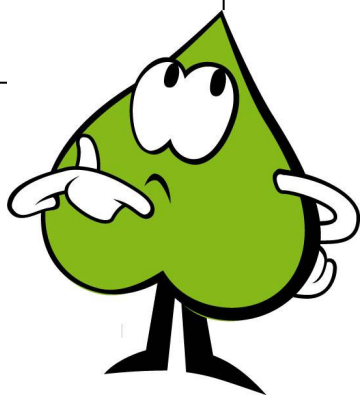
27



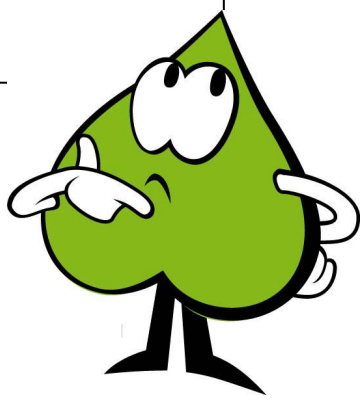
27



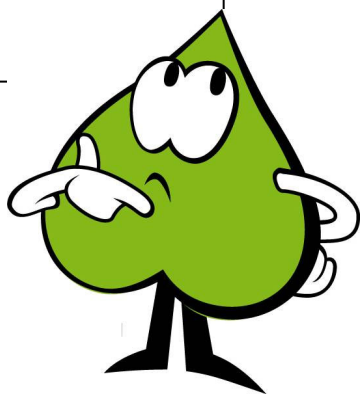
54



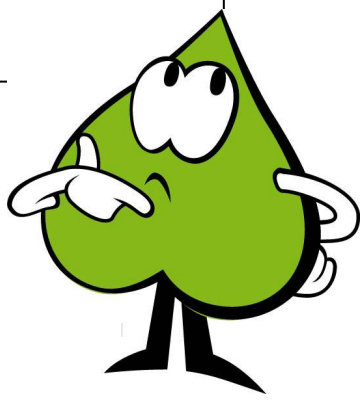
54



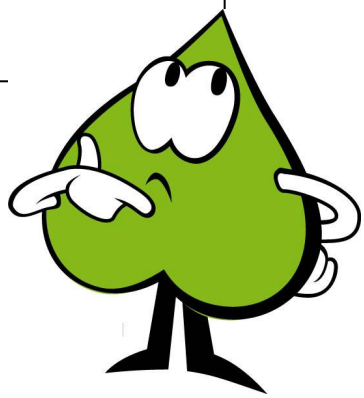
54



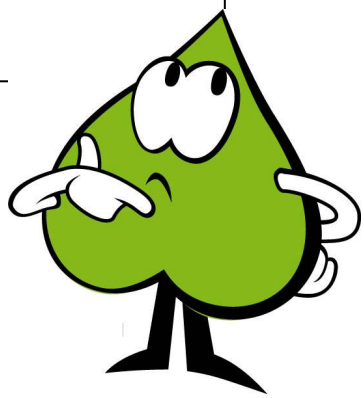
54



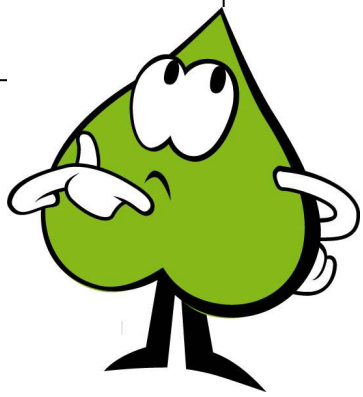
86



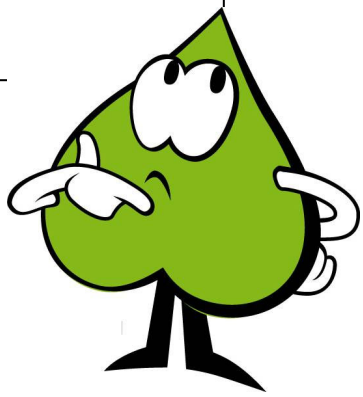
86

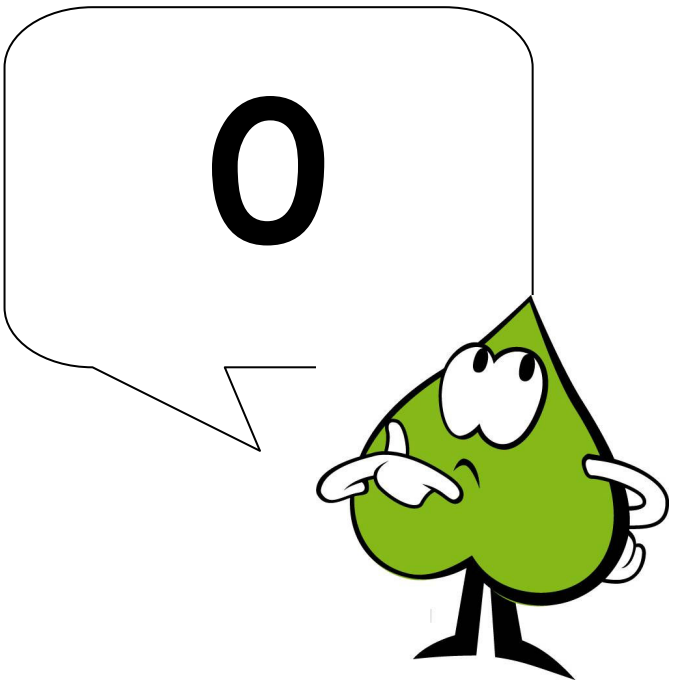


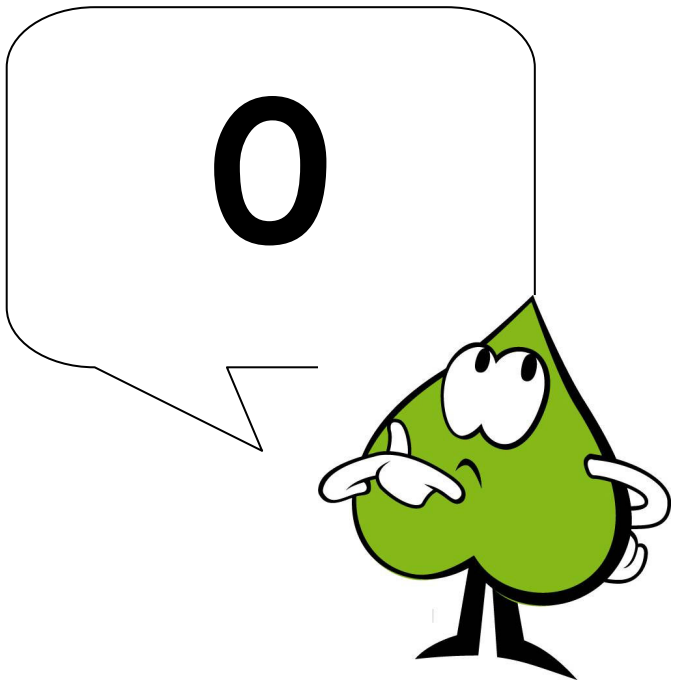
86

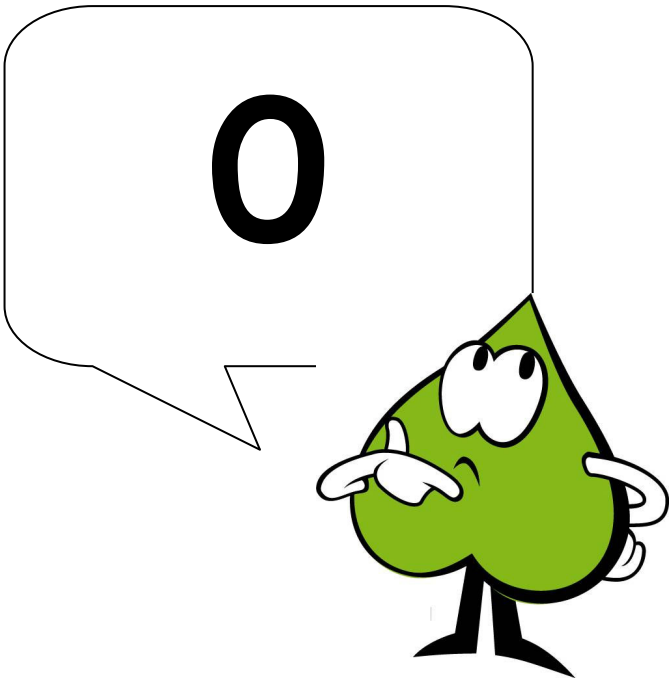


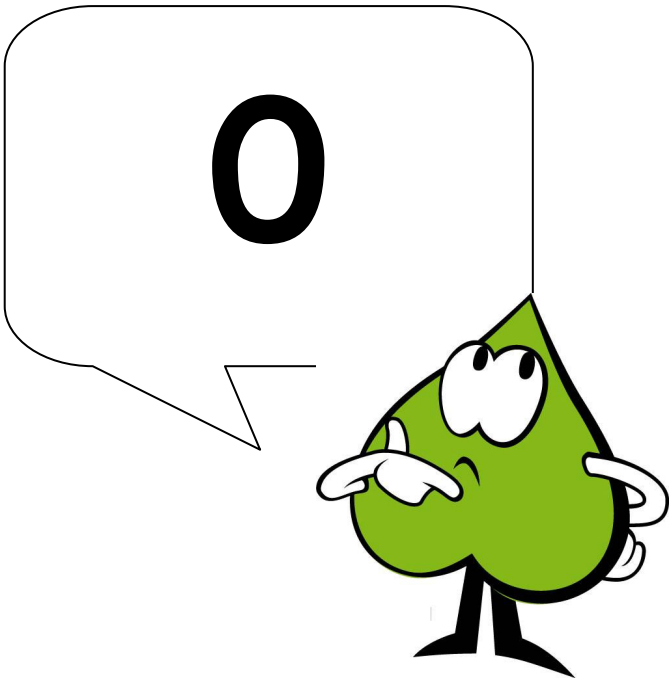
86



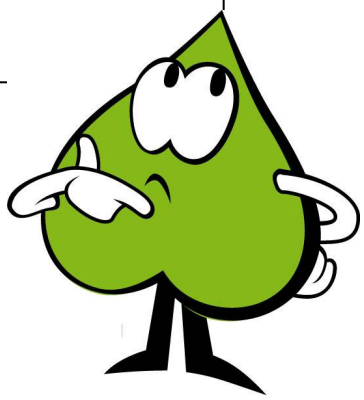

0


0

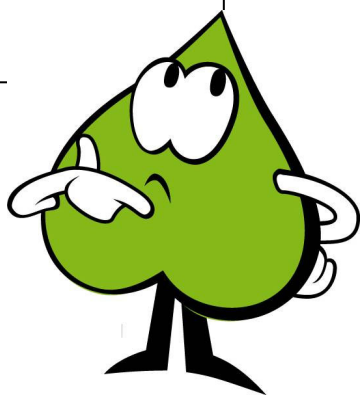

0


0

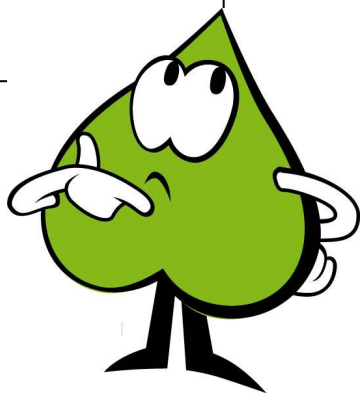
174



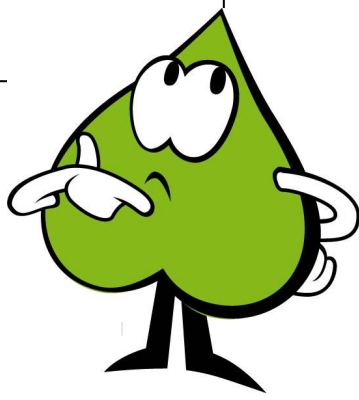
174

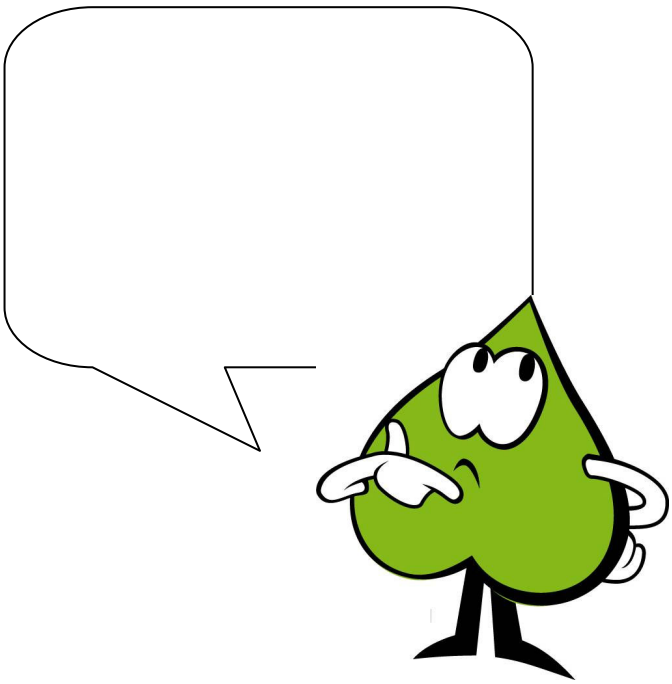


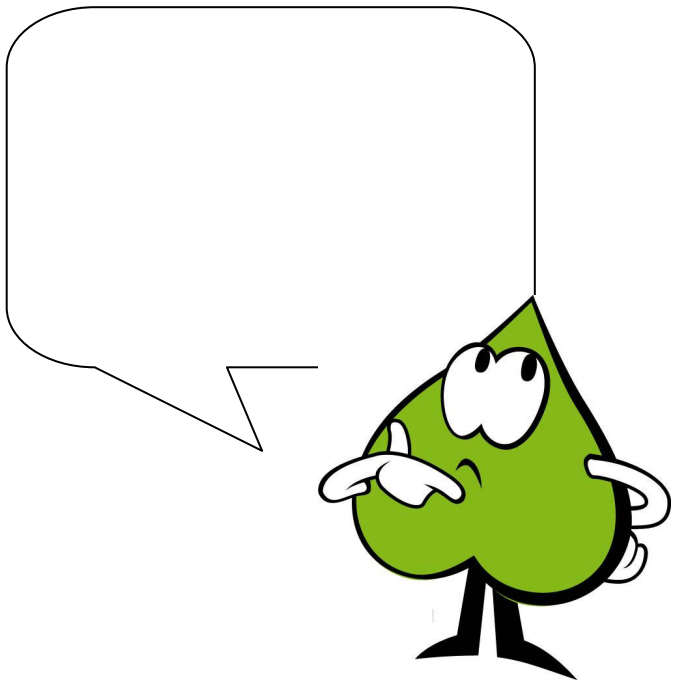
174

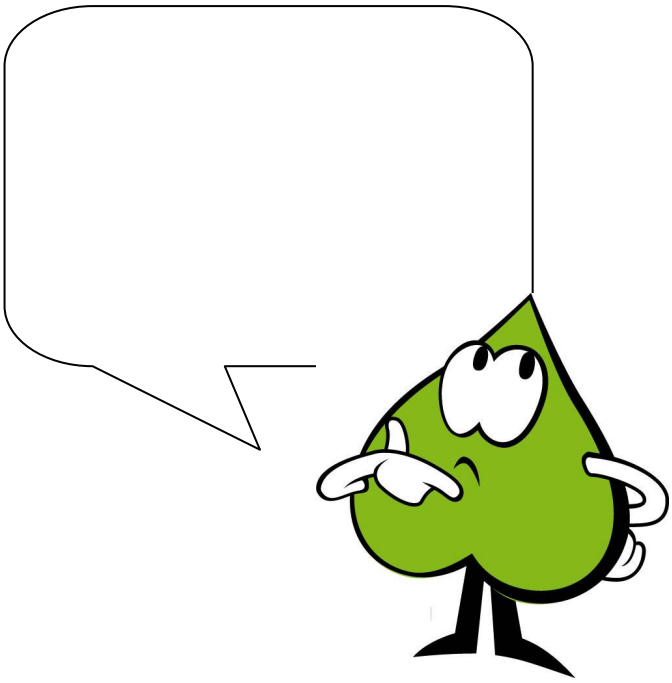


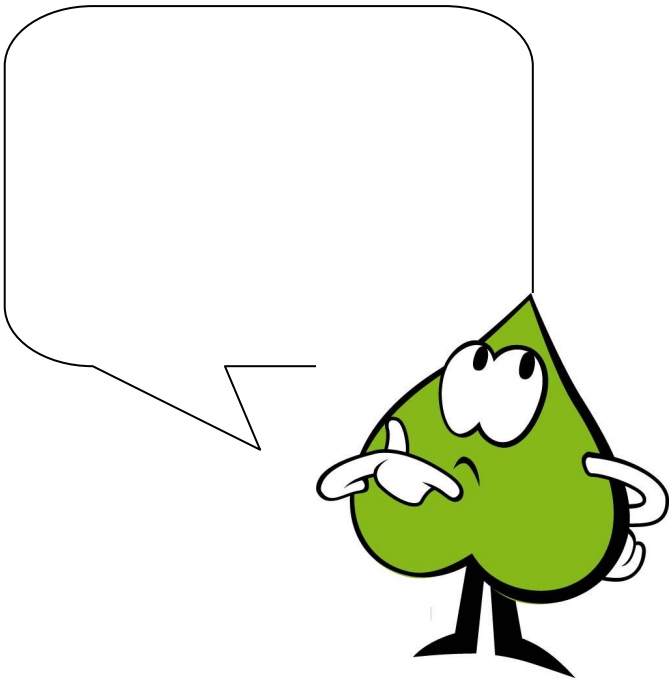
174









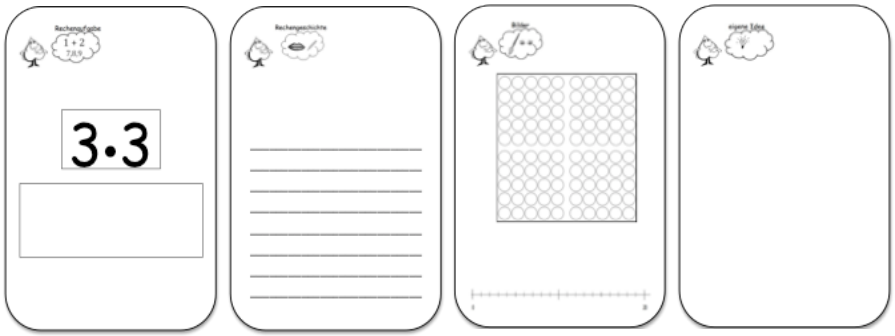


Informationspapier „Malquartett“

Ziele
Die Schülerinnen und Schüler können
- verschiedene Darstellungen von Multiplikationsaufgaben erkennen und zuordnen und üben sich auf diese Weise im Darstellungswechsel bei der multiplikativen Operation
- eigene Darstellungen anfertigen, indem sie eine vorgegebene Multiplikationsaufgabe in andere Darstellungen übertragen
- fachgerechte Begriffe für die Benennung der verschiedenen Darstellungen verwenden

Material
Das Malquartett besteht aus insgesamt 120 Karten – also 30 mal 4 Karten mit unterschiedlichen Darstellungen für 30 verschiedene Multiplikationsaufgaben des kleinen Einmaleins.
Die Karten sind in drei Differenzierungsstufen bezogen auf den Zahlenraum der Multiplikationsaufgabe unterteilt:
- Karten mit Multiplikationsaufgaben, deren Ergebnisse ≤ 20 sind
- Karten mit Multiplikationsaufgaben, deren Ergebnisse > 20 und ≤ 50 sind
- Karten mit Multiplikationsaufgaben, deren Ergebnisse > 50 und ≤ 100 sind

Ein Quartett setzt sich aus folgenden vier Darstellungen zusammen:



Rechen-aufgabe | **Rechen-geschichte** | **Bilder** | **eigene Idee**

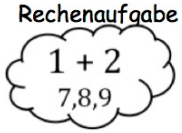
Schuljahr
2,3

Lehrplanbezug
Inhaltsbezogene Kompetenzen
Zahlen und Operationen
Schwerpunkte
- Zahlvorstellungen
- Operationsvorstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen
Modellieren
Darstellen und Kommunizieren

Material
Malquartett demo
Wortspeicher (*evtl. größer kopieren*)
Malquartett
Pappe oder Laminierfolien
Wolken in groß

Es folgen einige Erklärungen zu den vier Darstellungen:

- **Rechenaufgabe:** 

  Die Multiplikationsaufgaben sind bereits vorgegeben. In das leere Feld sollen die Kinder die passende Additionsaufgabe schreiben. Kinder haben oft Schwierigkeiten, die Herleitung der Multiplikation aus der Addition vorzunehmen und zu begründen. Dies soll hier insbesondere angesprochen und vertieft werden. Die Lehrperson sollte darüber hinaus im Unterricht weitere Handlungsanlässe anbieten, um die Zusammenhänge zu verdeutlichen.

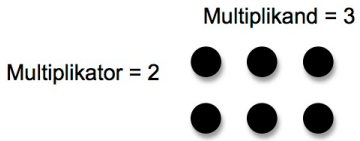
- **Rechengeschichte:**

  Hier sollen die Kinder eine passende Rechengeschichte zu der Multiplikationsaufgabe entwickeln und aufschreiben. Mit den Kindern sollte thematisiert werden, dass es für das spätere Spielen mit dem Quartett notwendig ist, dass die Rechengeschichte verständlich ist, eindeutig zu der Rechenaufgabe passt und ordentlich aufgeschrieben wird. Für die Kinder ist es eventuell leichter, zunächst eine kleine Skizze zu malen, zu der sie anschließend eine Rechengeschichte schreiben (siehe Malquartett demo). Für die Skizze ist oberhalb von den Zeilen noch Platz. Damit die Kinder die Rechengeschichte ordentlich auf das Quartett schreiben können, hat es sich als sinnvoll herausgestellt, dass die Kinder die Rechengeschichte zunächst auf einem separaten Papier vorschreiben und kontrollieren lassen, bevor sie diese übertragen.
  Das Entwickeln von passenden Rechengeschichten ist anspruchsvoll und erfordert von der Lehrperson weitere Unterrichtszeit zur Thematisierung. Hier können die Kinder allerdings Mathematik in den Alltag übersetzen und umgekehrt. Es können Rollenspiele zu bestimmten Handlungen im Plenum gespielt werden oder Rechengeschichten können als Bildergeschichten aufgezeichnet werden.

- **Bilder:**

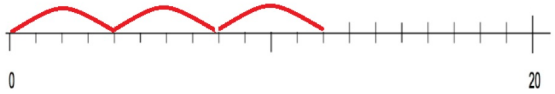
Die Kinder sollen im ersten Schritt die Multiplikationsaufgabe im Hunderterfeld einzeichnen, indem sie das zugehörige Punktefeld markieren – z. B. durch Umkreisen oder Einfärben des Punktefeldes. Es ist wichtig, dass der Unterschied zwischen Multiplikator und Multiplikand sichtbar wird.

zum Beispiel: die Aufgabe 2•3 als Punktefeld



Wenn die Punktefelder noch nicht als Darstellungsmittel einer Multiplikationsaufgabe eingeführt wurden, sollte dies vor der Herstellung des Quartetts geschehen.
Im zweiten Schritt sollen die Kinder die Multiplikationsaufgabe als Sprünge am Zahlenstrahl eintragen. Hier gilt, dass der Zahlenstrahl gut eingeführt sein muss, damit alle Kinder ihre Darstellungen an ihm vollziehen können.

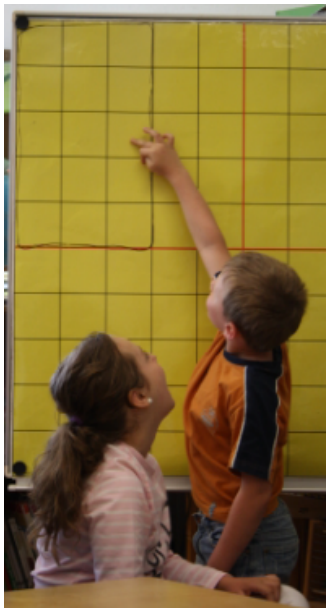
zum Beispiel: die Aufgabe 3•4 am Zahlenstrahl



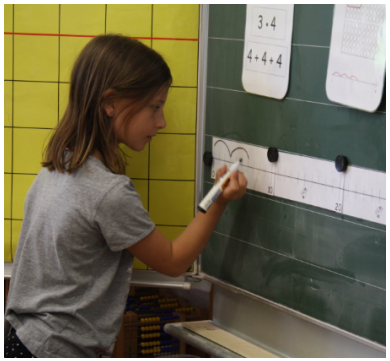
Die Übertragung der Aufgabe in ein Punktefeld und auf den Zahlenstrahl unterstützt den Aufbau der Operationsvorstellung in zweierlei Hinsicht: Der kardinale Blick auf eine Menge wird geschult (Punktebild) und ebenso der linear ausgerichtete Blick am Zahlenstrahl. Gleichzeitig wird deutlich, mit welcher Darstellungsweise das einzelne Kind besser zurechtkommt.

- **eigene Idee:**

Hier können die Kinder eigene Ideen passend zu der vorgegebenen Multiplikationsaufgabe entwickeln. Die Lehrperson kann die Kinder ggf. dazu anregen, hier ein Bild aus dem Alltag zu der



Kind zeichnet die Aufgabe 5•3 am großen Hunderterfeld an der Tafel ein



Kind zeichnet die Aufgabe 3•4 am großen Zahlenstrahl an der Tafel ein

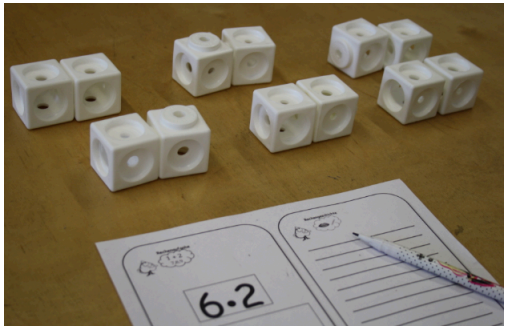
Rechenaufgabe zu malen**.** Mögliche weitere Impulse:

- Zeitungsausschnitte von Verpackungen o.ä. ausschneiden und aufkleben
- Zeichnungen von konkretem Material (Bonbons, Tische und Stühle in der Klasse etc.)
- Zeichnungen von abstraktem Material (Punktebilder, Strichlisten etc.)

Dabei muss das Bild nicht zu der Rechengeschichte passen. Die Kinder sollten an dieser Stelle mindestens zwei eigene Ideen entwickeln, die sie aufmalen bzw. aufkleben (siehe Malquartett demo).

Zusätzlich gibt es eine Wolke, auf der eine Hand abgebildet ist.

Diese steht für Handlungen, die das Kind mit didaktischem Material oder Alltagsmaterial ausführen kann. Die Handlungen am Material sind wichtig und können die Kinder überdies bei dem Finden von eigenen Ideen unterstützen. Dazu sollte man den Kinder genügend Materialien zur Verfügung stellen wie z. B. Wäscheklammern, Steckwürfel, Spielgeld, Spielwürfeln etc.



Kind legt die Aufgabe 6•2 mit Steckwürfeln

Kind legt die Aufgabe 5•3 mit Spielwürfeln

Vorbereitung und Herstellung

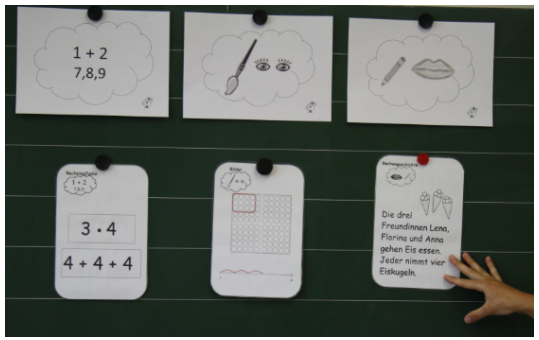
Die beschriebenen Darstellungen müssen vor der Herstellung des Quartetts mit den Kindern besprochen werden. Anhand der Demoversion des Malquartetts und den großen Wolken

kann dies gut im Tafelkreis geschehen. Auf diese Weise erfahren die Kinder, was passende Darstellungen für eine Multiplikationsaufgabe sind und können dieses Wissen später auf andere Multiplikationsaufgaben übertragen. Ein Wortspeicher kann die Einführung der fachgerechten Begriffe erleichtern. Außerdem ist
dieser sinnvoll, damit die im Folgenden vorgeschlagenen Spiele sprachbegleitend gespielt werden können. Der Wortspeicher ist so angelegt, dass dieser noch durch eigene Anmerkungen erweitert werden kann.

Das Malquartett wird ausgedruckt, die Karten werden ausgeschnitten und auf Blanko-Karten (aus Pappe) geklebt oder später laminiert. (Das Quartett kann auch direkt auf stärkeres Papier ausgedruckt und dann ausgeschnitten werden.)
Die Kinder erhalten jeweils vier Karten, wobei die Multiplikationsaufgabe bereits vorgegeben ist. Die Lehrperson kann die unterschiedlichen Zahlenräume der Rechenaufgaben zur Differenzierung nutzen. Nun sollen die Kinder die eigenen Karten zunächst selbst gestalten. Anschließend treffen die Kinder sich in Kleingruppen und stellen sich gegenseitig ihre Arbeitsergebnisse vor und geben sich ggf. Tipps zur Verbesserung. Abschließend sollte die Lehrperson die Karten kontrollieren und die Kinder ggf. auf Verbesserungen hinweisen.

So kann es gehen – mögliche Spielanleitungen
Alle Spiele können mit beliebig vielen Quartetten gespielt werden, wobei darauf geachtet werden sollte, dass die Kinder ihre Karten so in der Hand halten bzw. so auf dem Tisch verteilen können, dass sie nicht den Überblick verlieren. Die Anzahl der Quartette ist natürlich auch immer abhängig von der Spieleranzahl.

Quartett ☺☺-☺☺☺☺
Die Karten werden zunächst gemischt und verdeckt an die Kinder verteilt. Dabei erhalten einige Kinder unter Umständen eine Karte mehr als andere. Wer ein passendes Quartett bei sich entdeckt, kann dieses direkt vor sich auf einem Stapel ablegen. Der Spieler links vom Kartengeber beginnt das Spiel und fragt einen beliebigen Mitspieler nach einer eindeutig bezeichneten Karte, die ihm zur Bildung eines Quartetts fehlt – z. B. „Lisa, hast du die Rechengeschichte, die zu der Aufgabe 3•4 passt?“. Wenn das angesprochene Kind die genannte Karte hat, muss es sie abgeben. Das angesprochene Kind ist



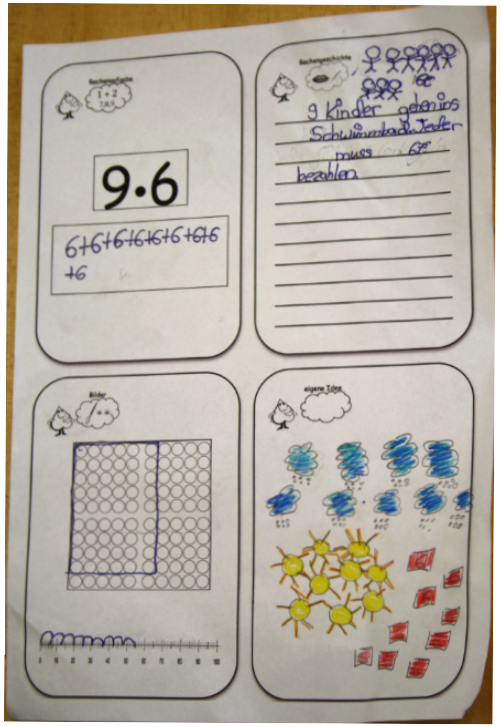
Einführung im Kreis anhand der großen Wolken und dem Demo Malquartett

als nächstes an der Reihe. Es wird so lange weiter gefragt, bis alle Quartette komplett sind. Wer die meisten Quartette vor sich liegen hat, hat gewonnen.

Karten zuordnen ☺/☺☺
Alle Karten werden gemischt und mit der Bildseite nach oben ausgelegt. Die Kinder suchen alleine oder zusammen bzw. abwechselnd mit einem Partner die passenden Quartette zusammen.

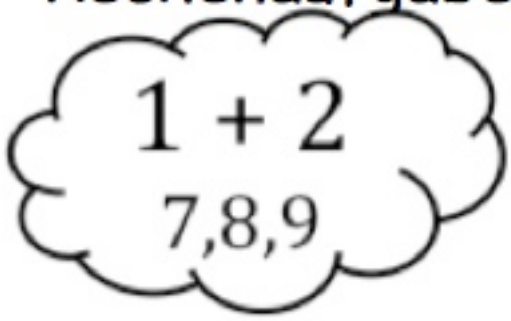
Wer hat die passende Karte ☺☺-☺☺☺☺☺ und ein Spielleiter
Ein Spielleiter behält alle Karten einer Darstellung (z. B. alle Karten mit der Rechengeschichte) und verteilt die übrigen Karten gleichmäßig an die Kinder. Jedes Kind legt seine Karten offen vor sich auf den Tisch. Nacheinander wird allen Kindern eine Karte gezeigt und z. B. gefragt „Wer hat eine Karte mit der passenden Malaufgabe?“. Da es nun sein kann, dass mehrere Kinder eine passende Karte haben, darf das Kind, das am schnellsten seine Karte zeigt, diese vor sich auf einen Stapel legen. Wenn der Spielleiter alle Karten einmal gezeigt hat, werden die Karten gemischt und erneut gezeigt. Das Spiel endet, sobald ein Kind alle Karten ablegen konnte.
Spielvariante: Der Spielleiter behält Karten mit unterschiedlichen Darstellungen, die übrigen Karten werden gleichmäßig verteilt. Es wird wie oben beschrieben gespielt.
Anmerkung: Um die Multiplikationsaufgaben möglichst schnell erkennen bzw. zuordnen zu können, bieten sich mehrere Möglichkeiten der Anordnung auf dem Tisch an. Die Kinder sollten dazu angeregt werden, zu überlegen und zu begründen, wie sie möglichst schnell eine Multiplikationsaufgabe erkennen können.

Weiterarbeit
Das Malquartett wird in das Matheregal eingestellt und die Kinder können es in freien Arbeitsphasen spielen. Neben den vorgeschlagenen Spielvarianten können die Kinder eigene Spielideen entwickeln, ausprobieren, aufschreiben, diskutieren und überarbeiten.
Wie oben angedeutet wurde, sind bei der Thematisierung der Multiplikation das Üben des Darstellungswechsels und die Diskussion über die Zusammenhänge zur Addition besonders wichtig. Nimmt man sich die Zeit, die Multiplikation im Lebensalltag der Kinder zu suchen, so bringt das besonders viele Einsichten. Vor allem auch, um die unterschiedlichen Grundvorstellungen der Multiplikation herauszustellen (zeitlich-suksezziver Aspekt, räulich-simultaner Aspekt, Vergleichsaspekt, kombinatorischer Aspekt) (vgl. auch Radatz/Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Schuljahr, S. 81ff).



Beispiel für ein fertiges Malquartett zu der Aufgabe 9•6

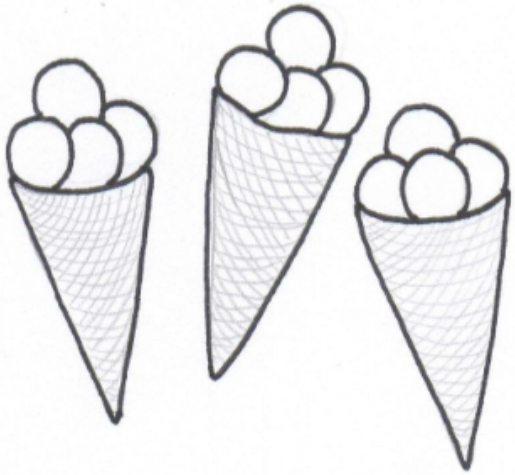
Rechenaufgabe



$3 \cdot 4$

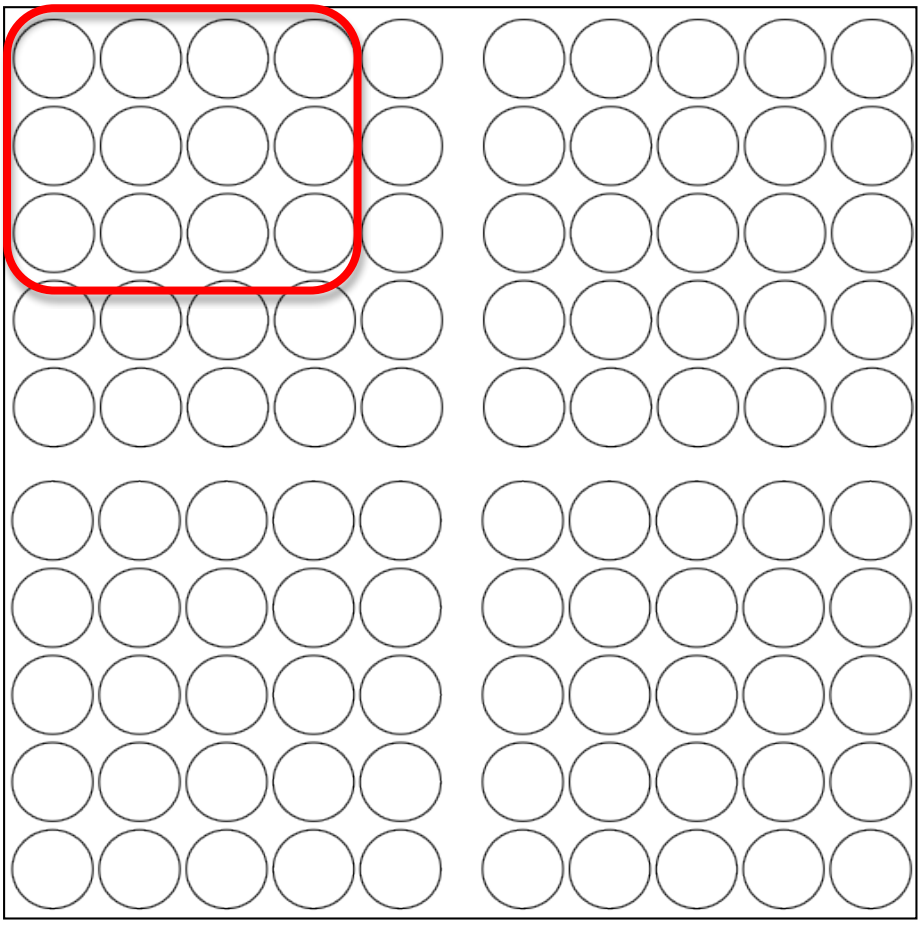
$4 + 4 + 4$

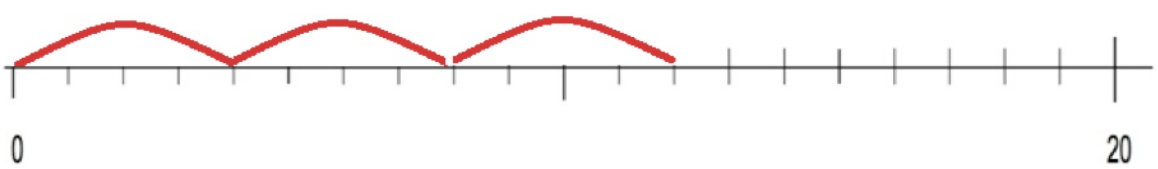
Rechengeschichte



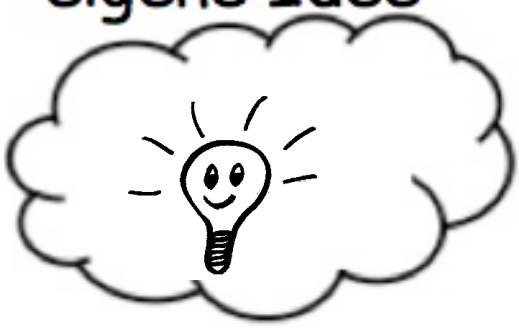
Die drei Freundinnen Lena, Florina und Anna gehen Eis essen. Jeder nimmt vier Eiskugeln.

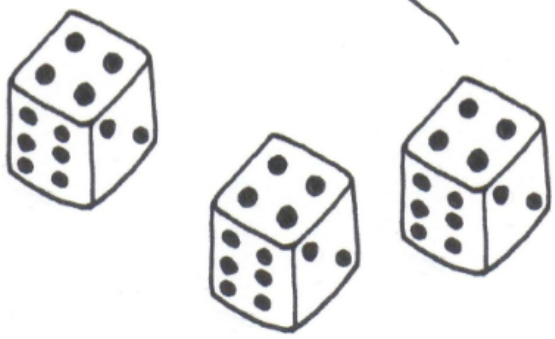
Bilder

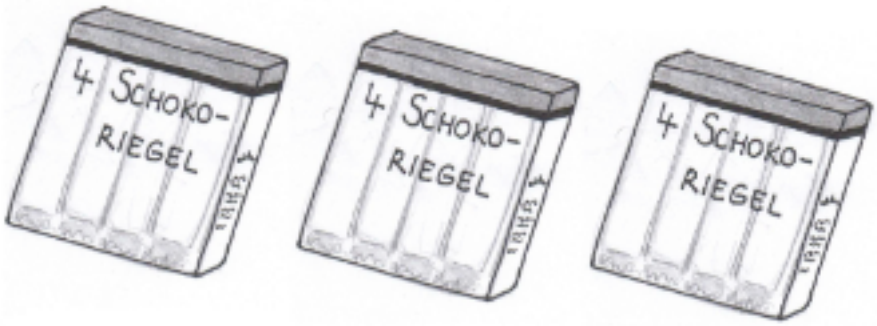


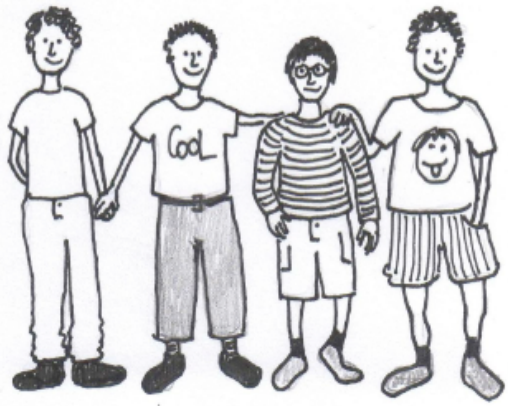


eigene Idee

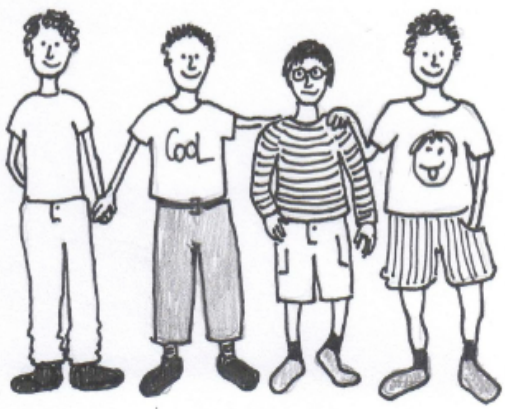





4 SCHOKO-RIEGEL
4 SCHOKO-RIEGEL
4 SCHOKO-RIEGEL

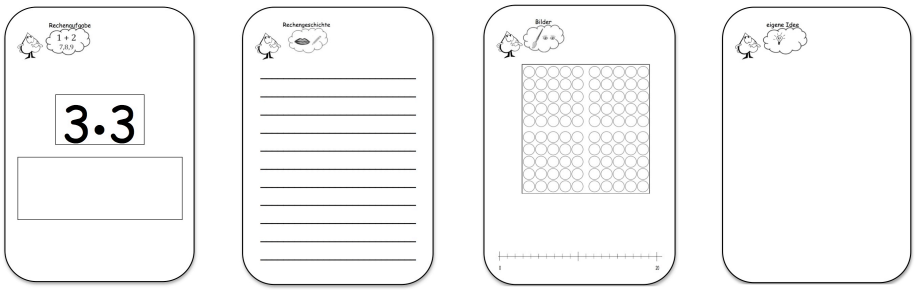

COOL

COOL


COOL

Unser Wortspeicher
„Das Malquartett“

das Malquartett



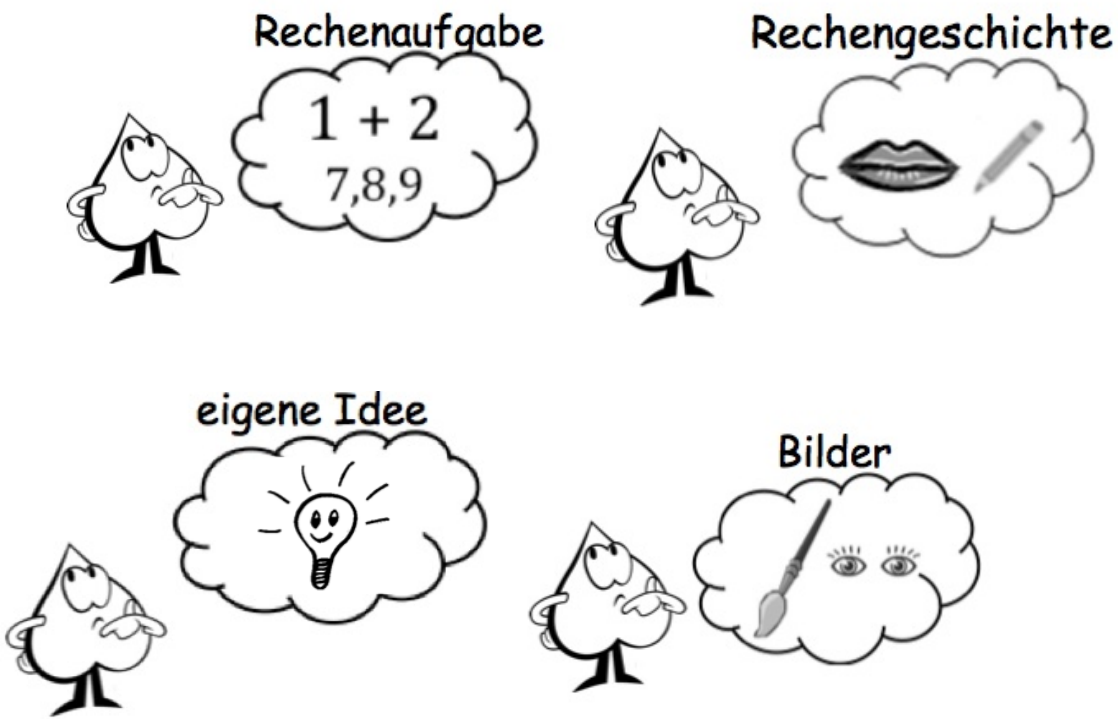
Malaufgabe

3 • 4

Plusaufgabe

4 + 4 + 4

die Darstellungen

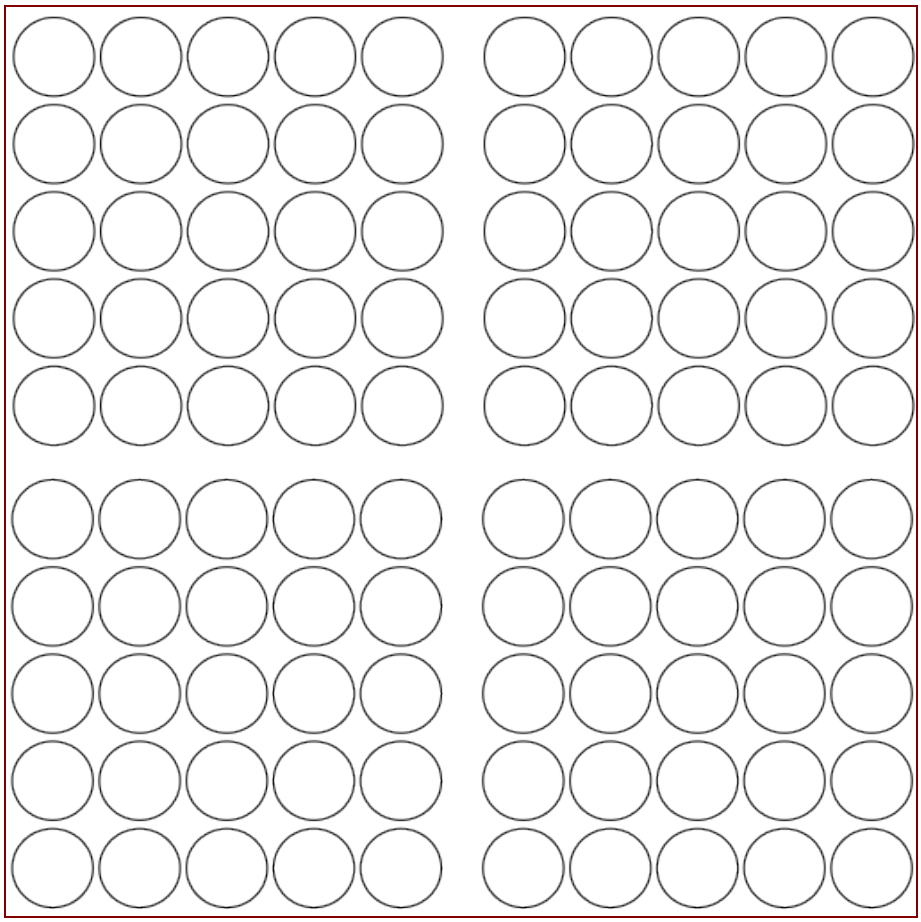


Hast du die

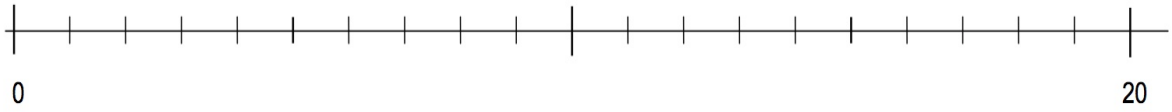
- Rechenaufgabe
- Rechengeschichte
- Bilder
- eigene Idee

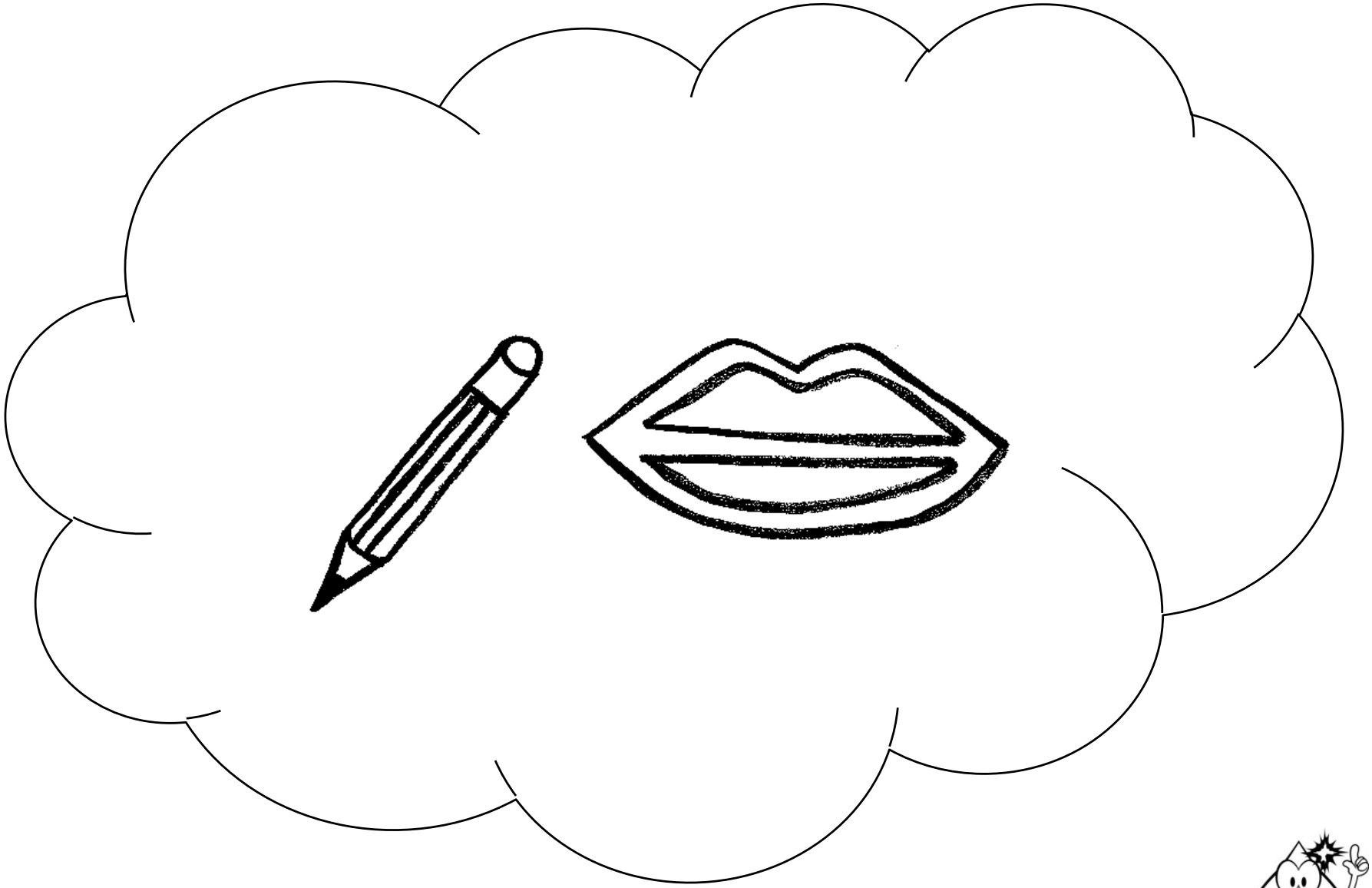
die zu der Malaufgabe _____ passt/passen?

das Punktefeld



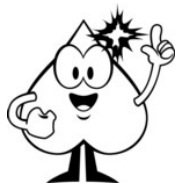
der Zahlenstrahl

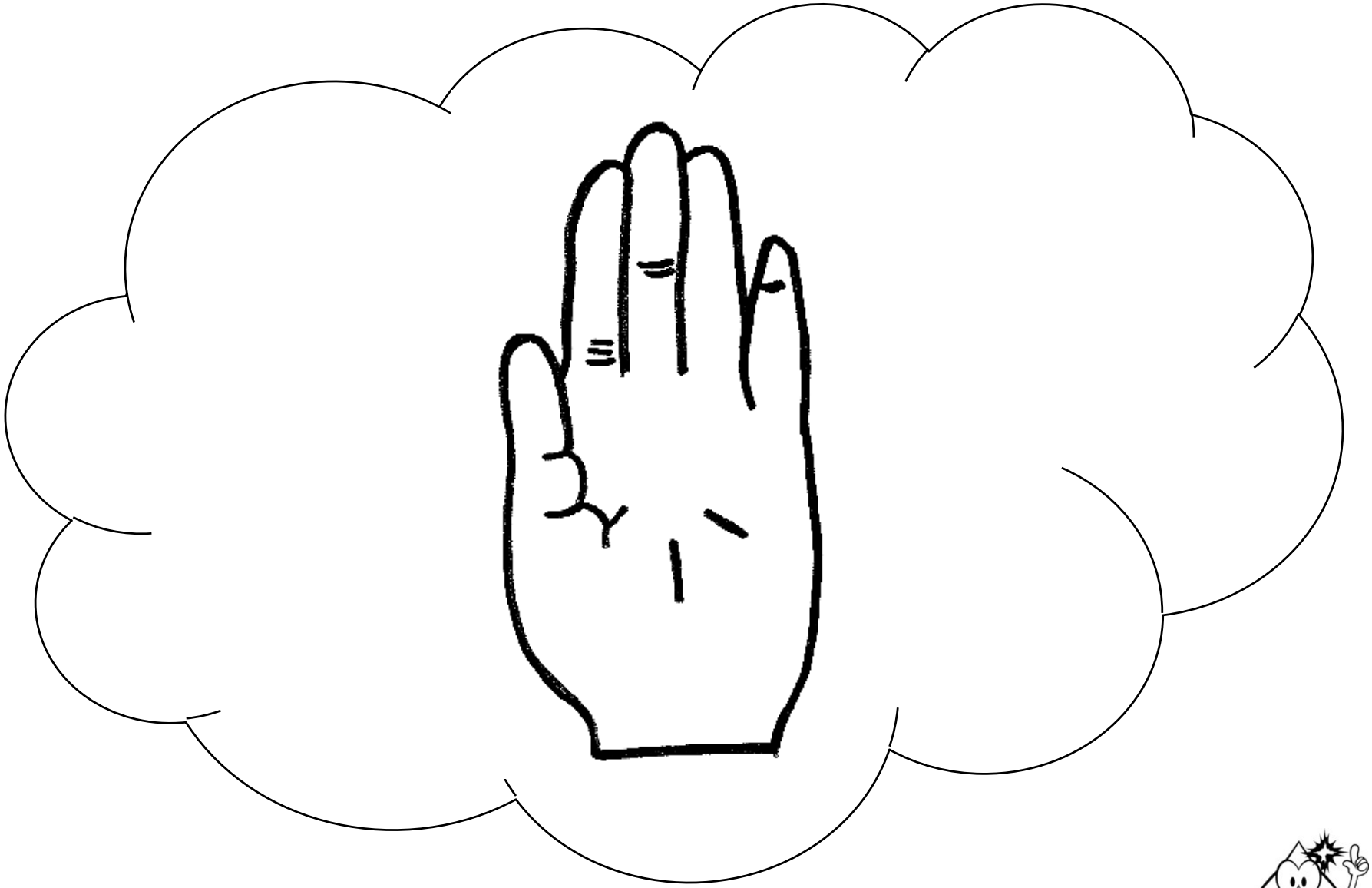


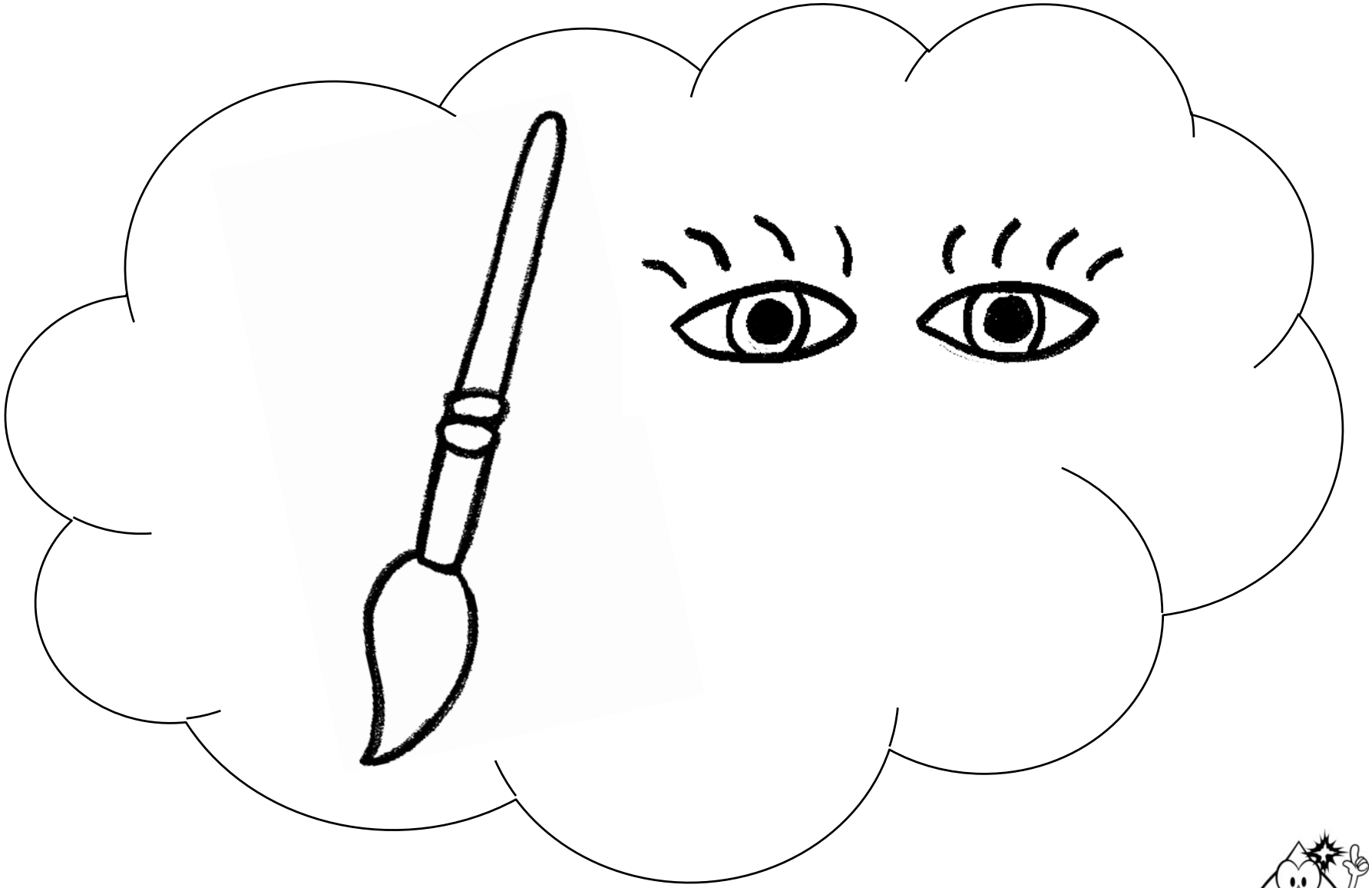


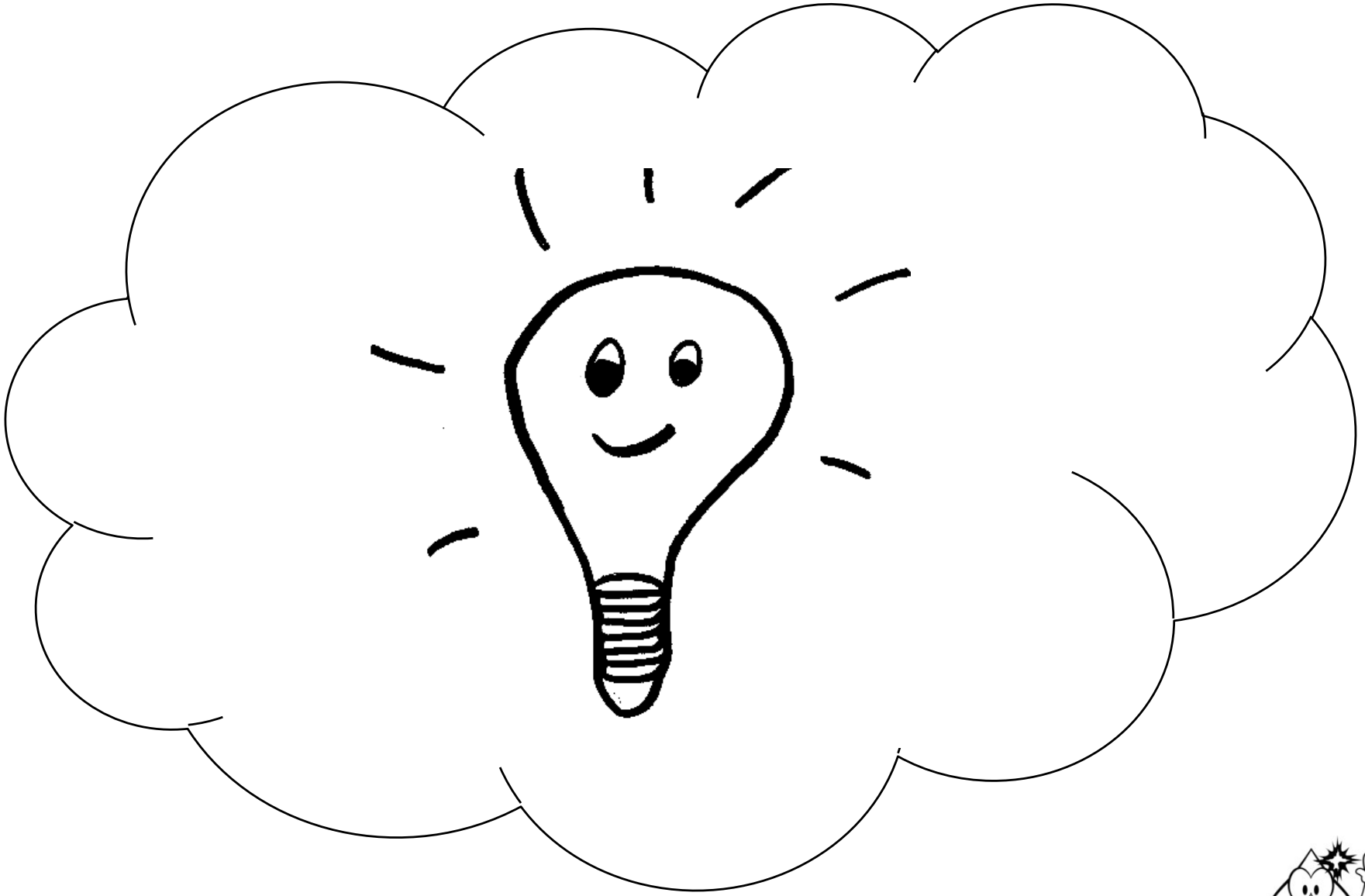
1 + 2

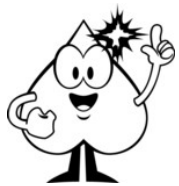
7,8,9











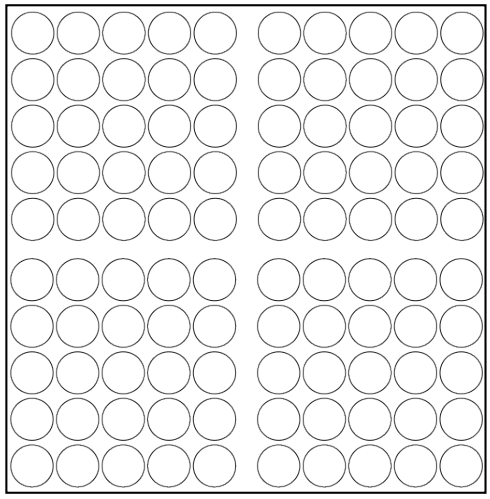
Rechenaufgabe

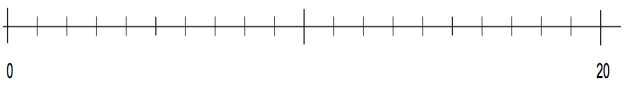
1 + 2
7,8,9

3·3

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

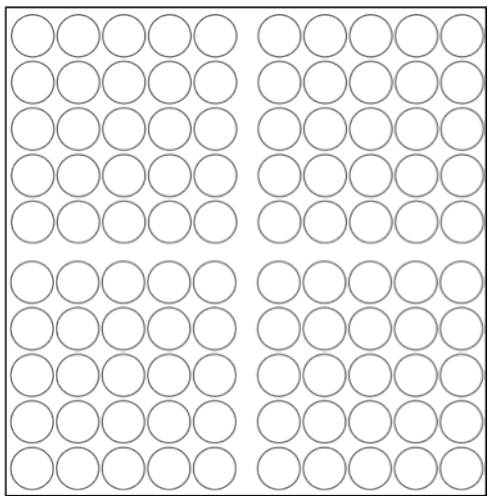
Rechenaufgabe

1 + 2
7,8,9

4.4

Rechengeschichte

Bilder



eigene Idee

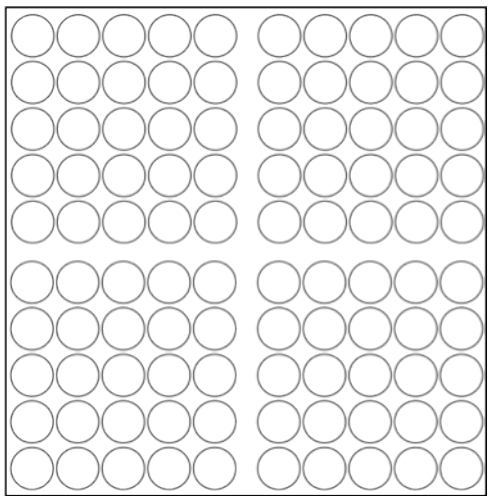
Rechenaufgabe

1 + 2
7,8,9

3·6

Rechengeschichte

Bilder



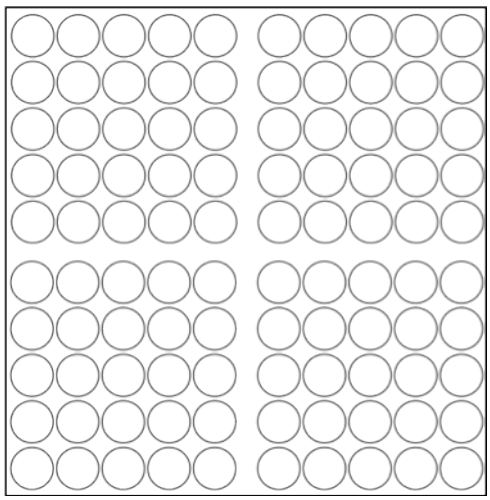
eigene Idee

Rechenaufgabe

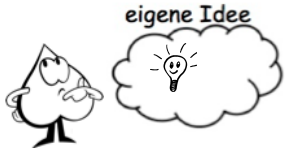
7·2

Rechengeschichte

Bilder



eigene Idee

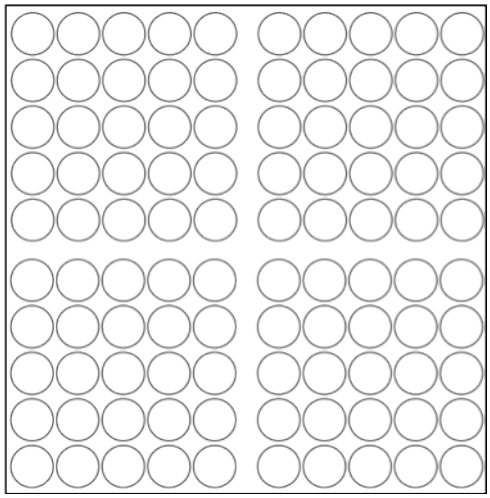


Rechenaufgabe

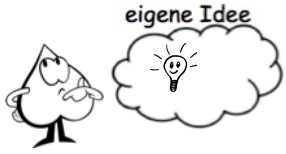
2·8

Rechengeschichte

Bilder



eigene Idee

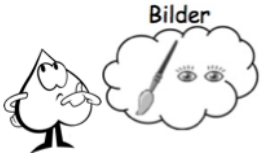


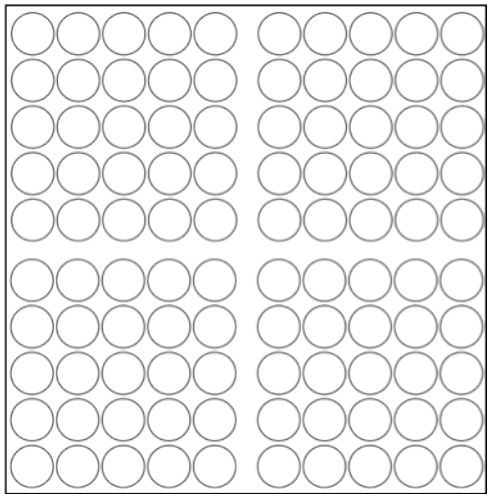
Rechenaufgabe

6·2

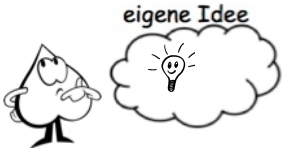
Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee



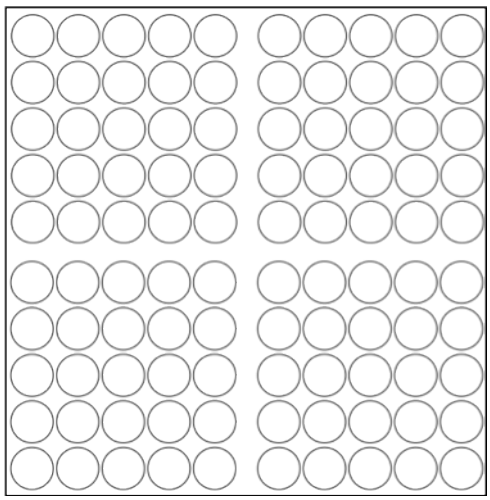
Rechenaufgabe

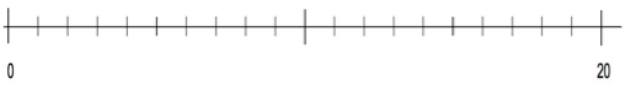
1 + 2
7,8,9

4•5

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

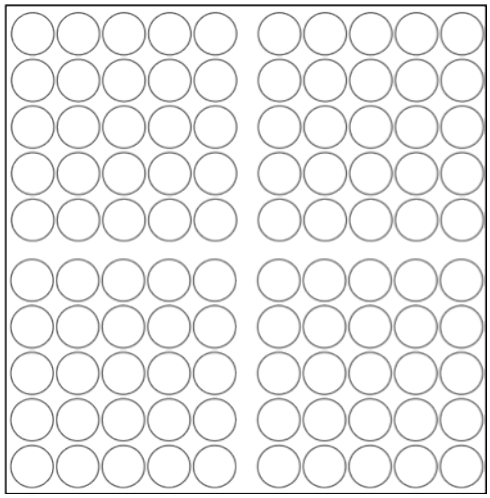
Rechenaufgabe

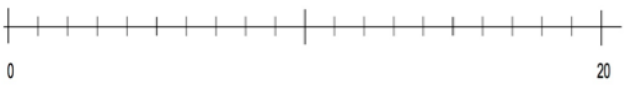
1 + 2
7,8,9

5•3

Rechengeschichte

Bilder





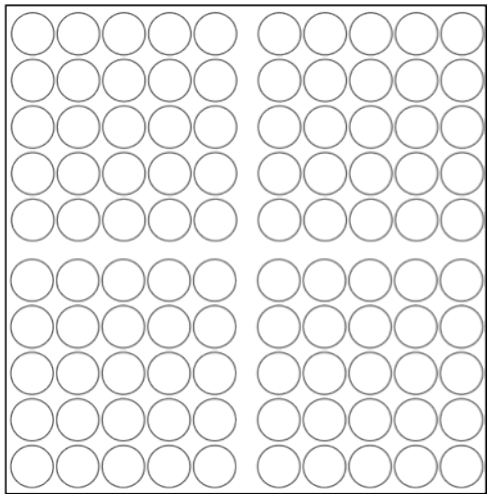
eigene Idee

Rechenaufgabe

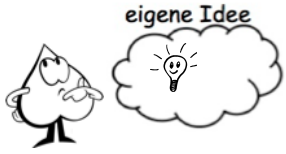
4•3

Rechengeschichte

Bilder



eigene Idee

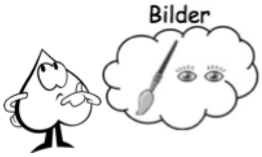


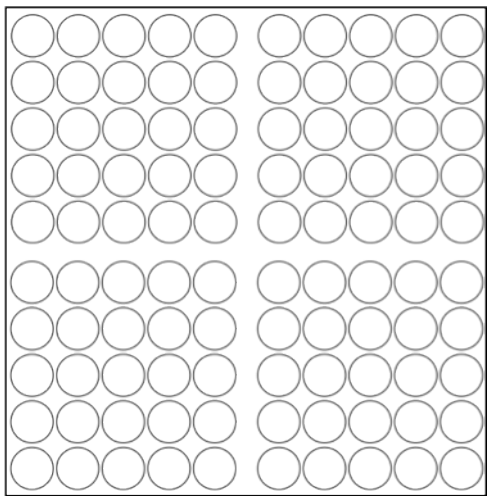
Rechenaufgabe

2·5

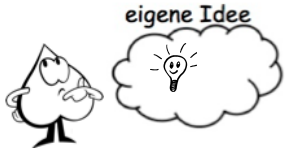
Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee



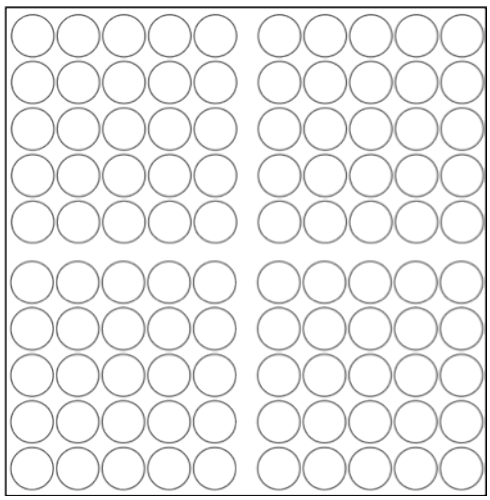
Rechenaufgabe

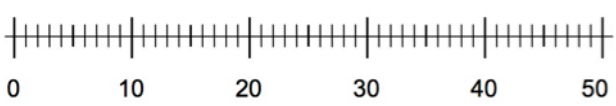
1 + 2
7,8,9

4·8

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

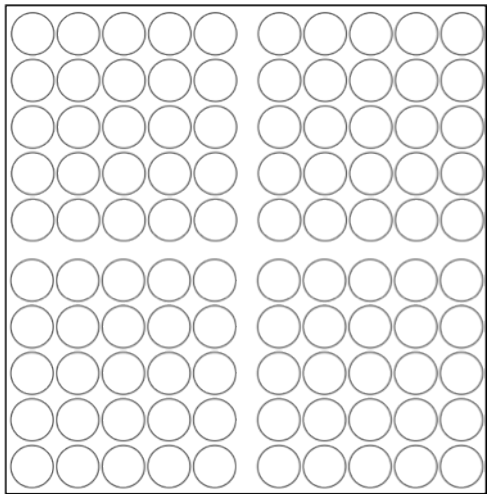
Rechenaufgabe

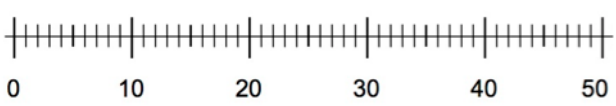
1 + 2
7,8,9

5·6

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

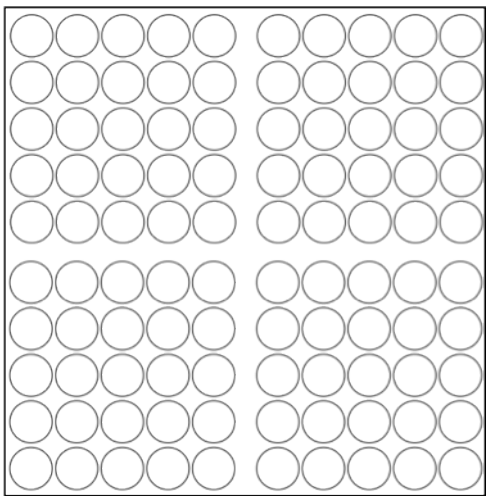
Rechenaufgabe

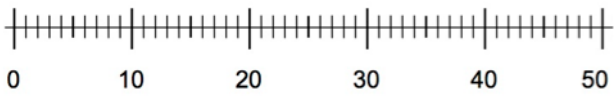
1 + 2
7,8,9

6·4

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

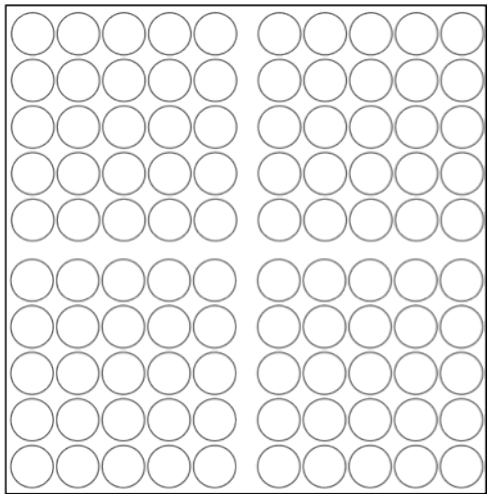
Rechenaufgabe

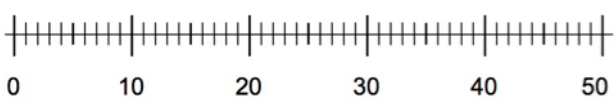
1 + 2
7,8,9

7·5

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

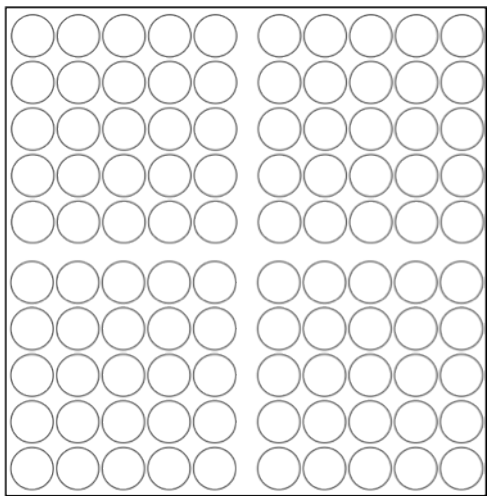
Rechenaufgabe

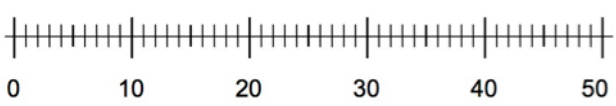
1 + 2
7,8,9

8·5

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

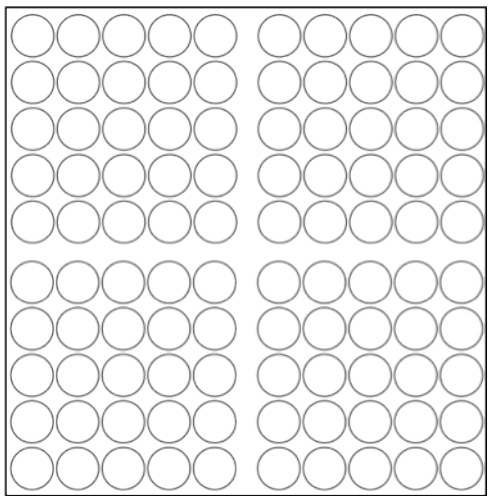
Rechenaufgabe

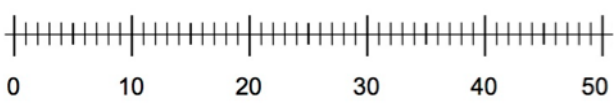
1 + 2
7,8,9

5•5

Rechengeschichte

Bilder





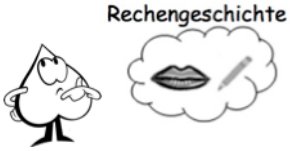
eigene Idee

Rechenaufgabe

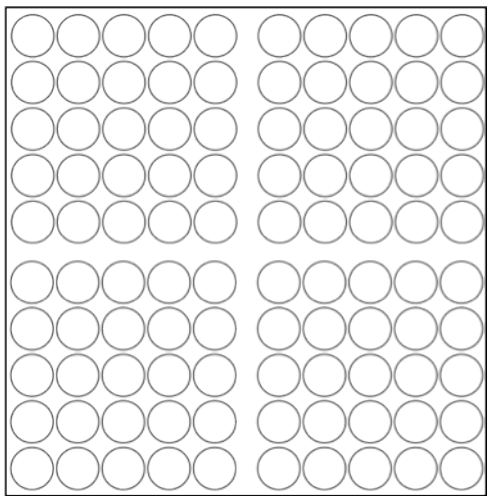
1 + 2
7,8,9

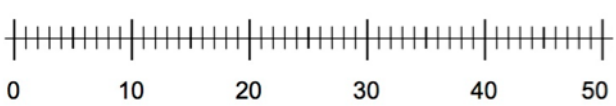
6·6

Rechengeschichte



Bilder





eigene Idee

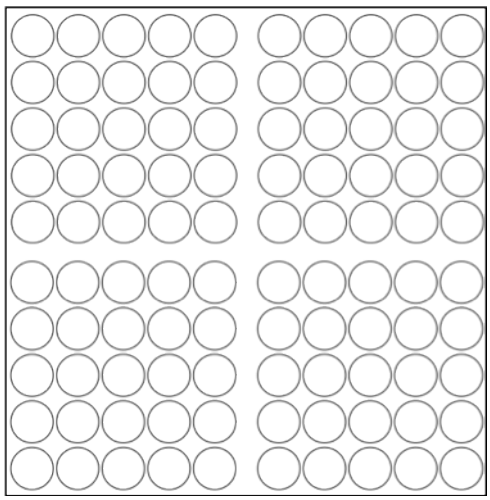
Rechenaufgabe

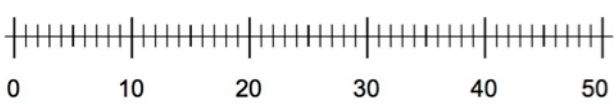
1 + 2
7,8,9

4.7

Rechengeschichte

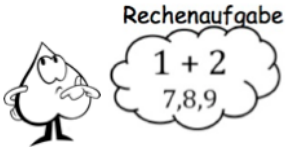
Bilder





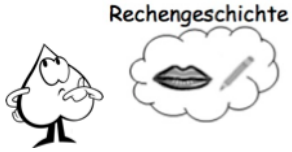
eigene Idee

Rechenaufgabe

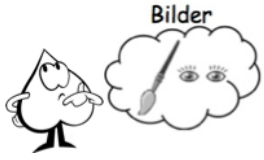


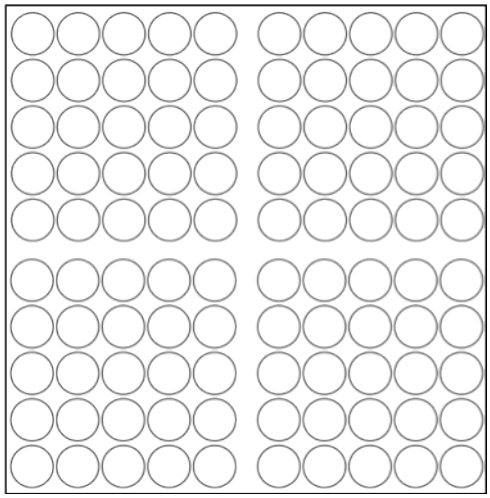
3·7

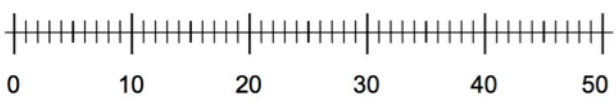
Rechengeschichte



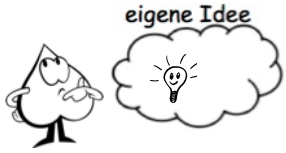
Bilder







eigene Idee



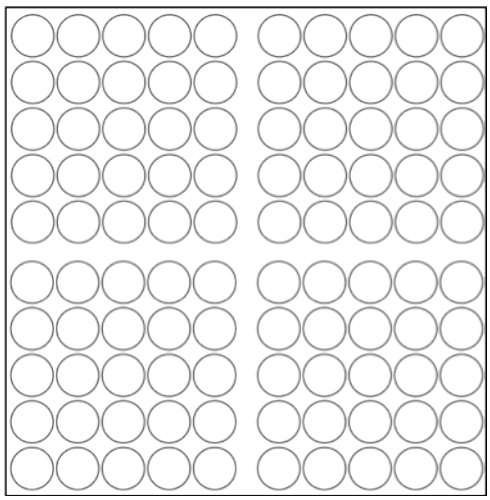
Rechenaufgabe

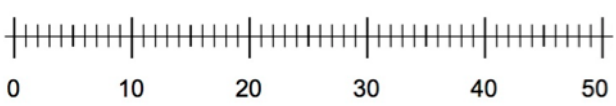
1 + 2
7,8,9

7·6

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

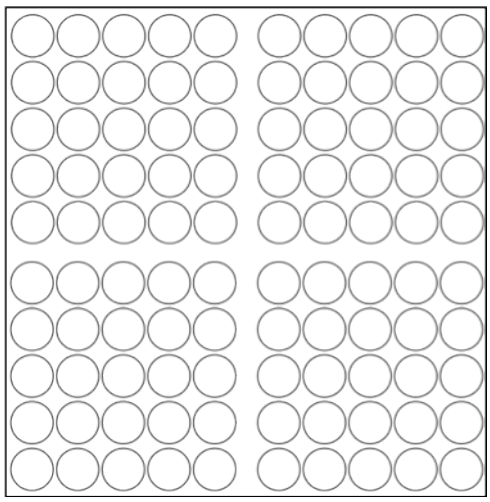
Rechenaufgabe

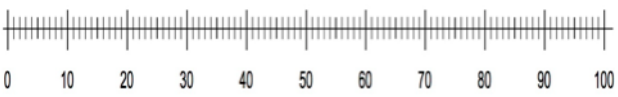
1 + 2
7,8,9

9·6

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

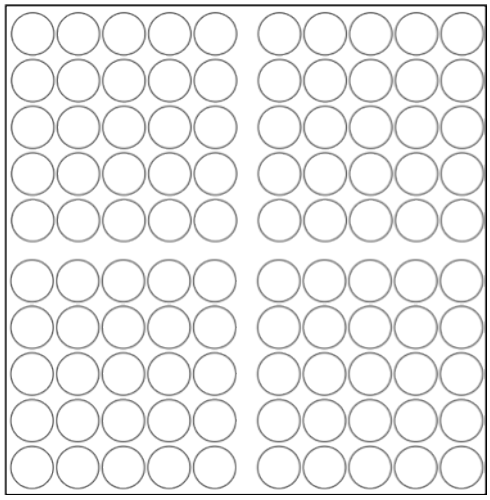
Rechenaufgabe

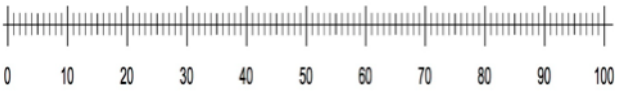
1 + 2
7,8,9

7·9

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

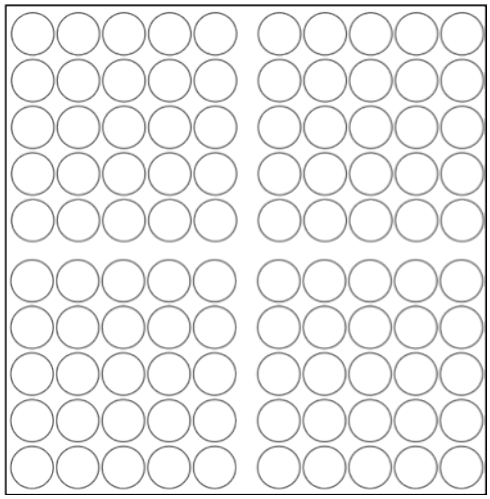
Rechenaufgabe

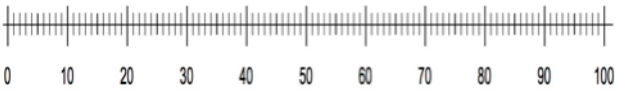
1 + 2
7,8,9

$8 \cdot 8$

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

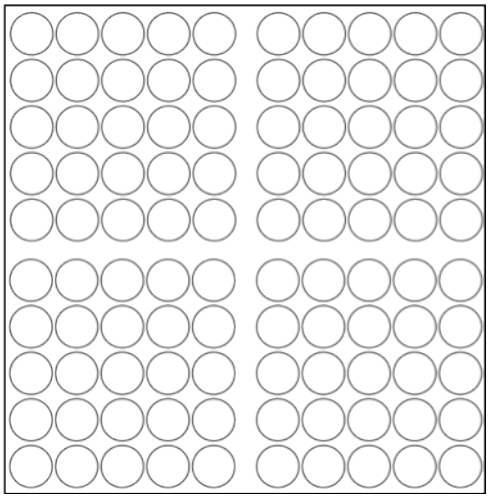
Rechenaufgabe

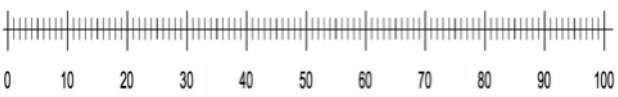
1 + 2
7,8,9

8·7

Rechengeschichte

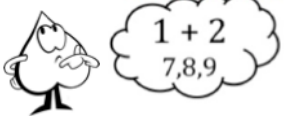
Bilder





eigene Idee

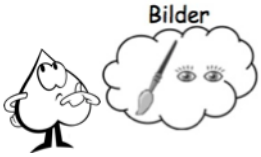
Rechenaufgabe

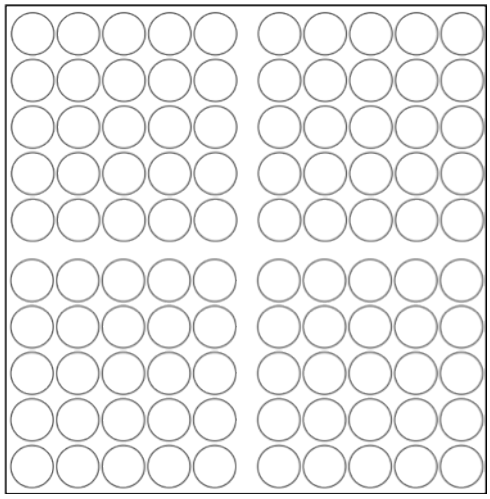


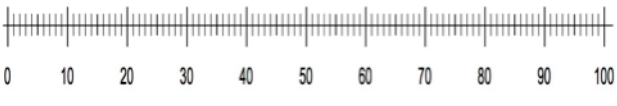
10•7

Rechengeschichte

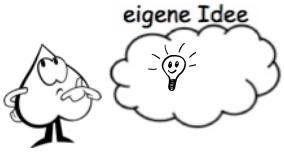
Bilder







eigene Idee



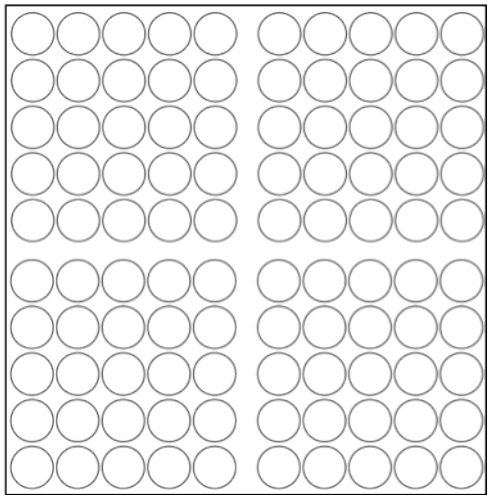
Rechenaufgabe

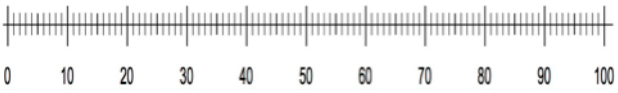
1 + 2
7,8,9

8·9

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

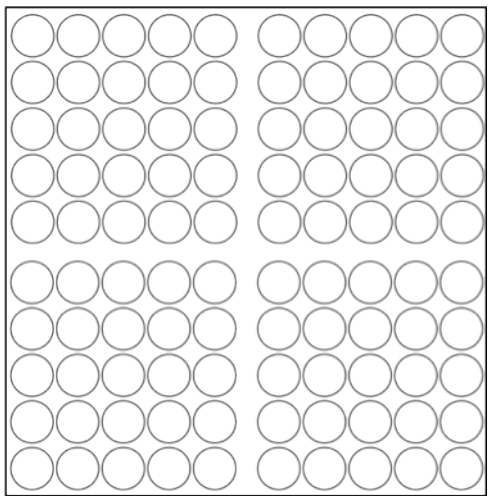
Rechenaufgabe

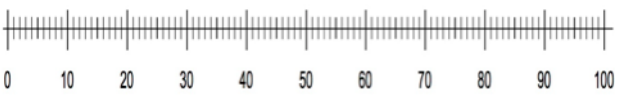
1 + 2
7,8,9

10·8

Rechengeschichte

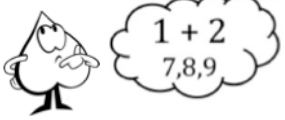
Bilder





eigene Idee

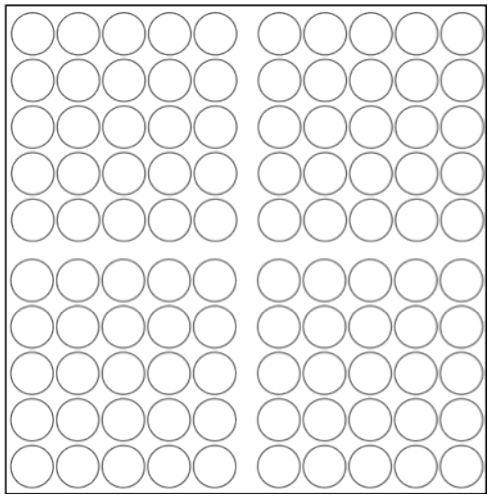
Rechenaufgabe

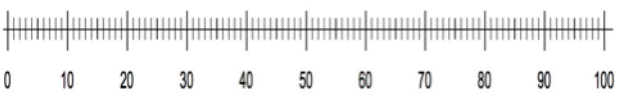


10-9

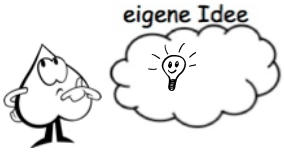
Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee



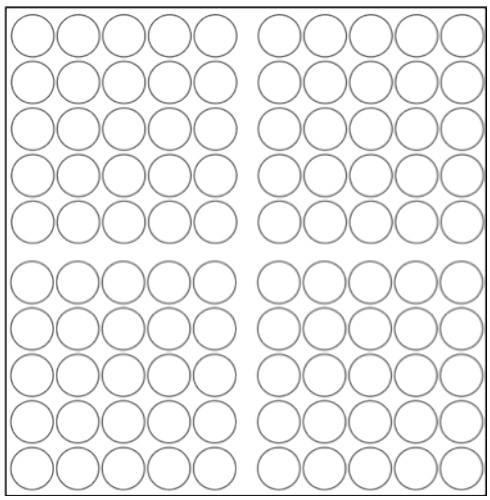
Rechenaufgabe

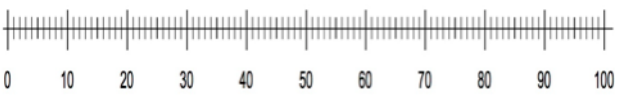
1 + 2
7,8,9

10·6

Rechengeschichte

Bilder





eigene Idee

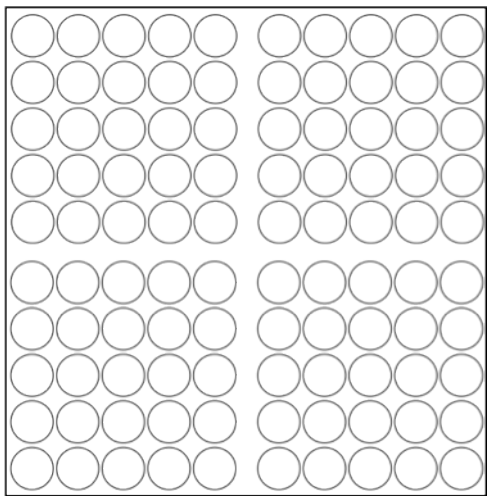
Rechenaufgabe

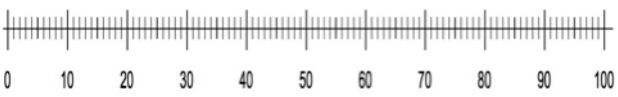
1 + 2
7,8,9

10·10

Rechengeschichte

Bilder

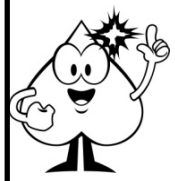




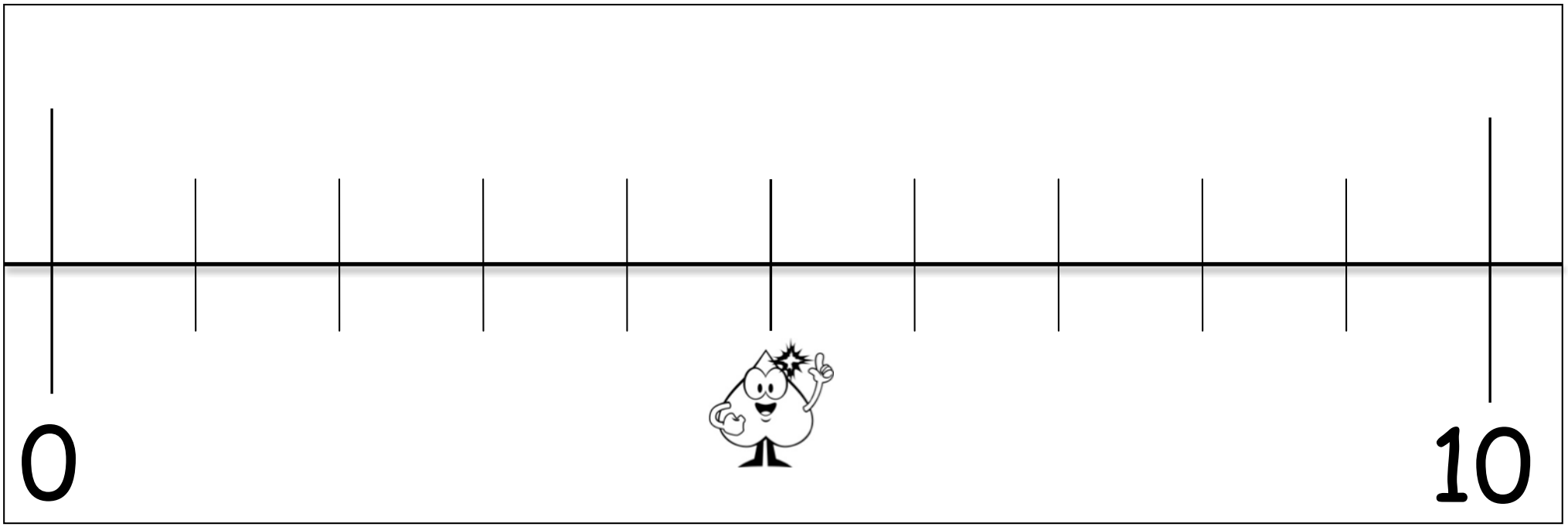
eigene Idee

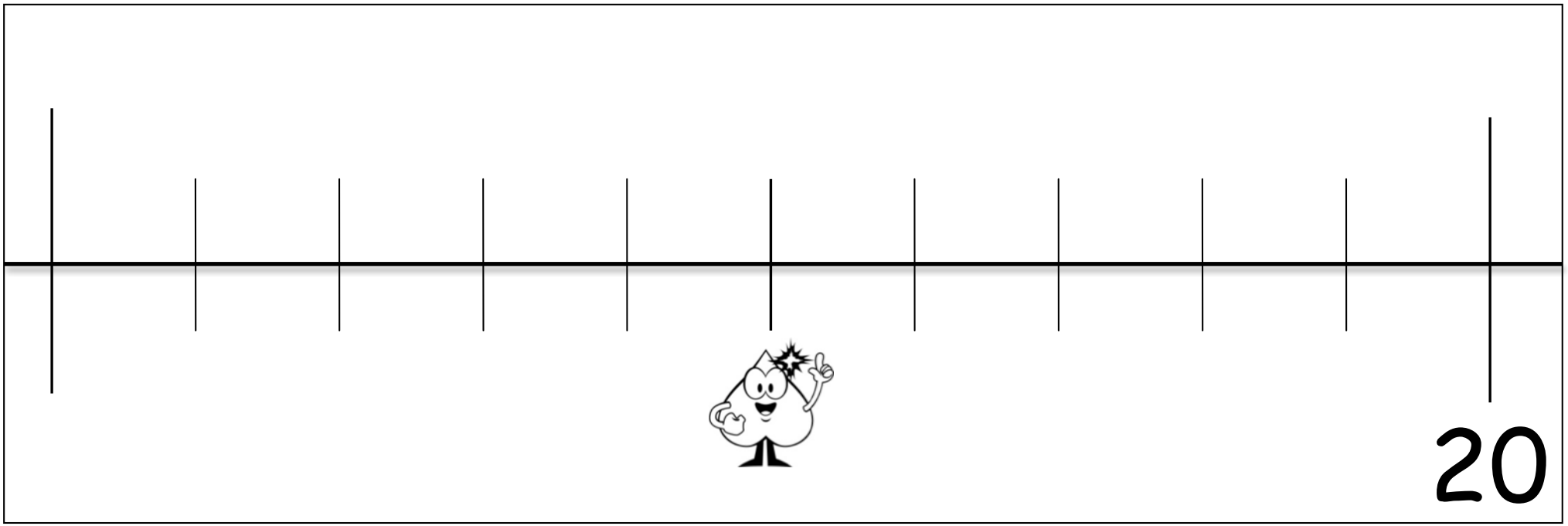
Hunderterfeld

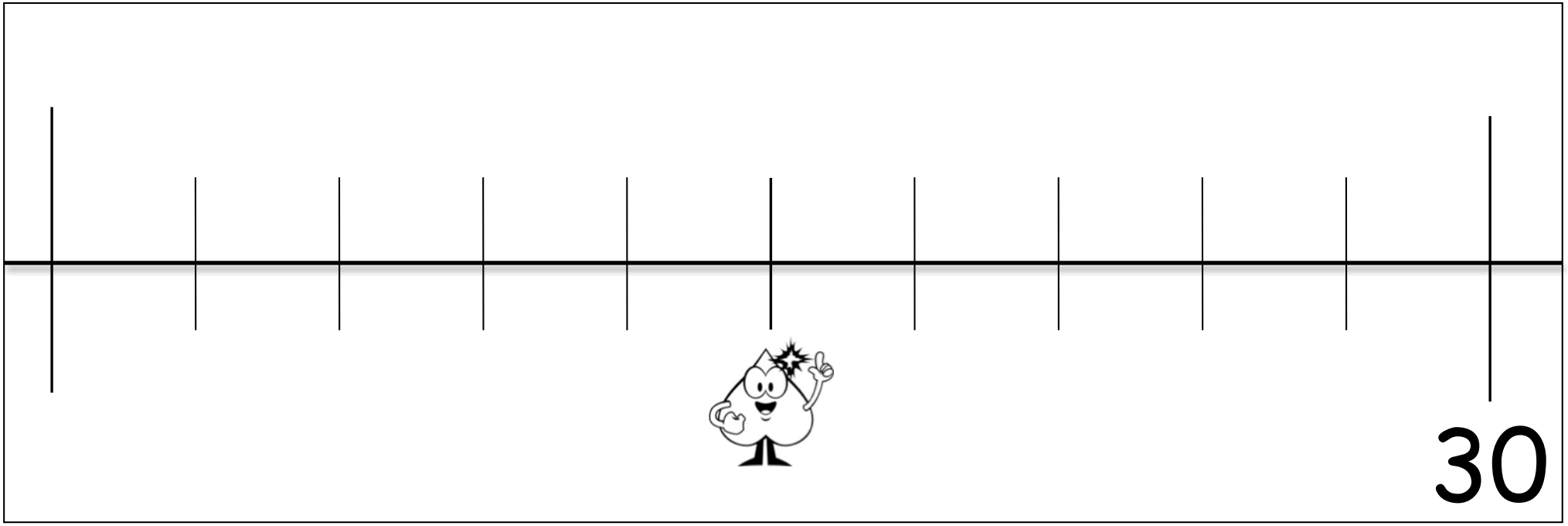
Zwanzigerfelder

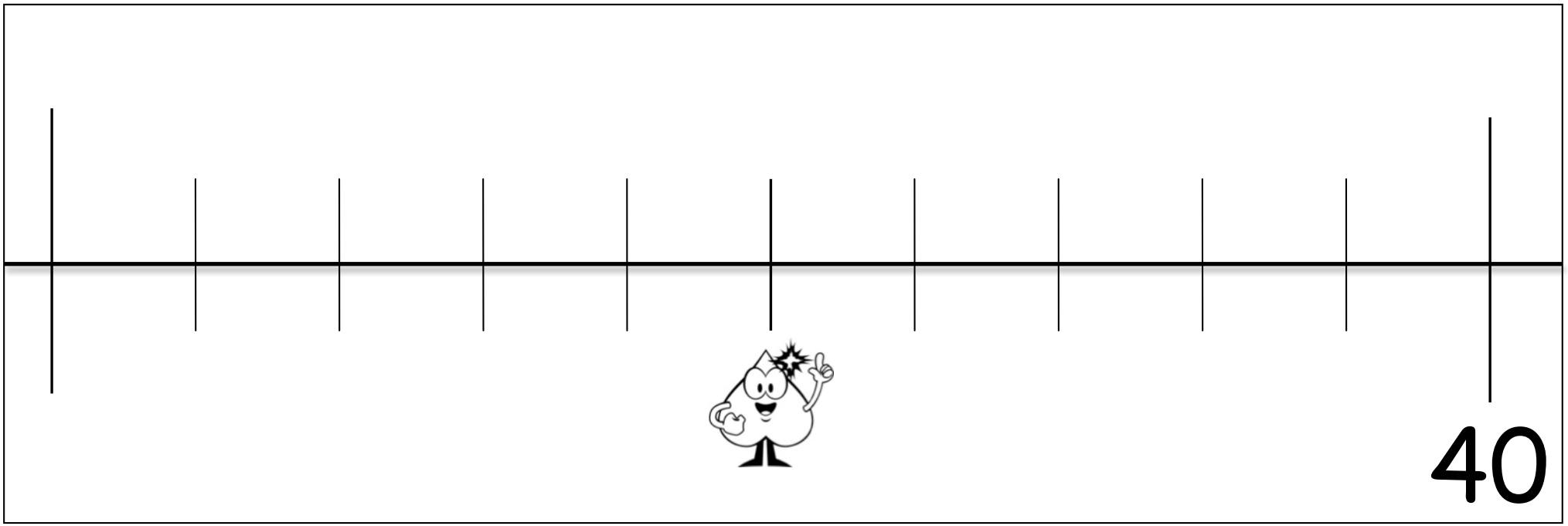


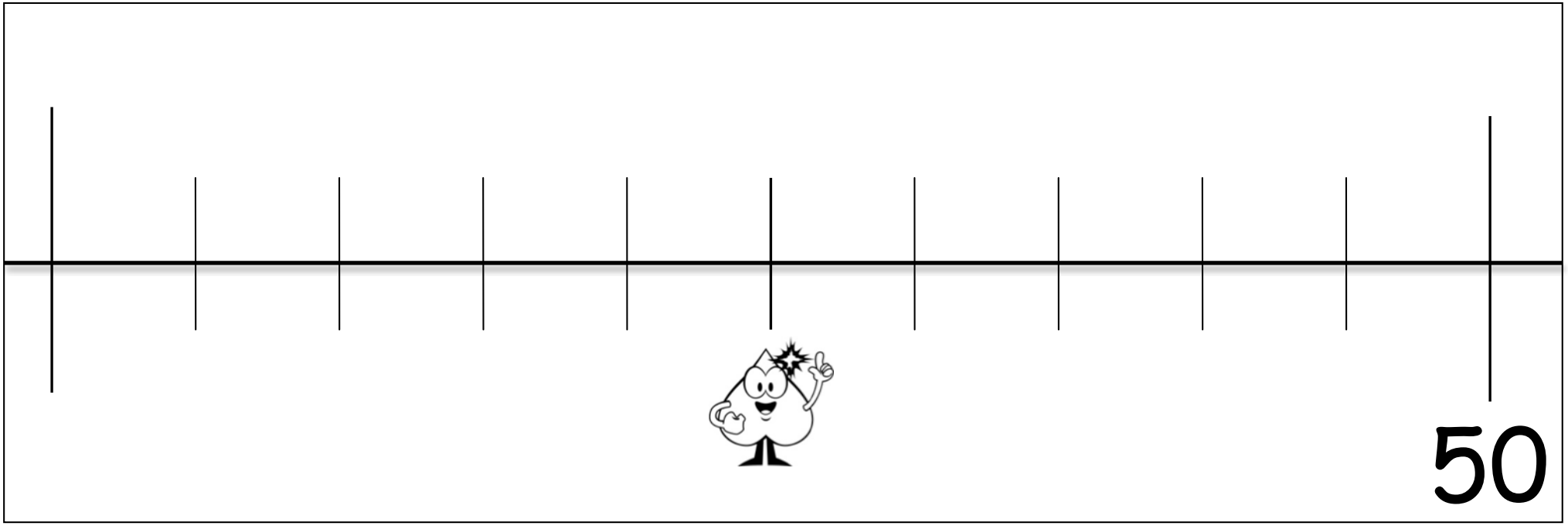
Zahlenstrahl 0-100

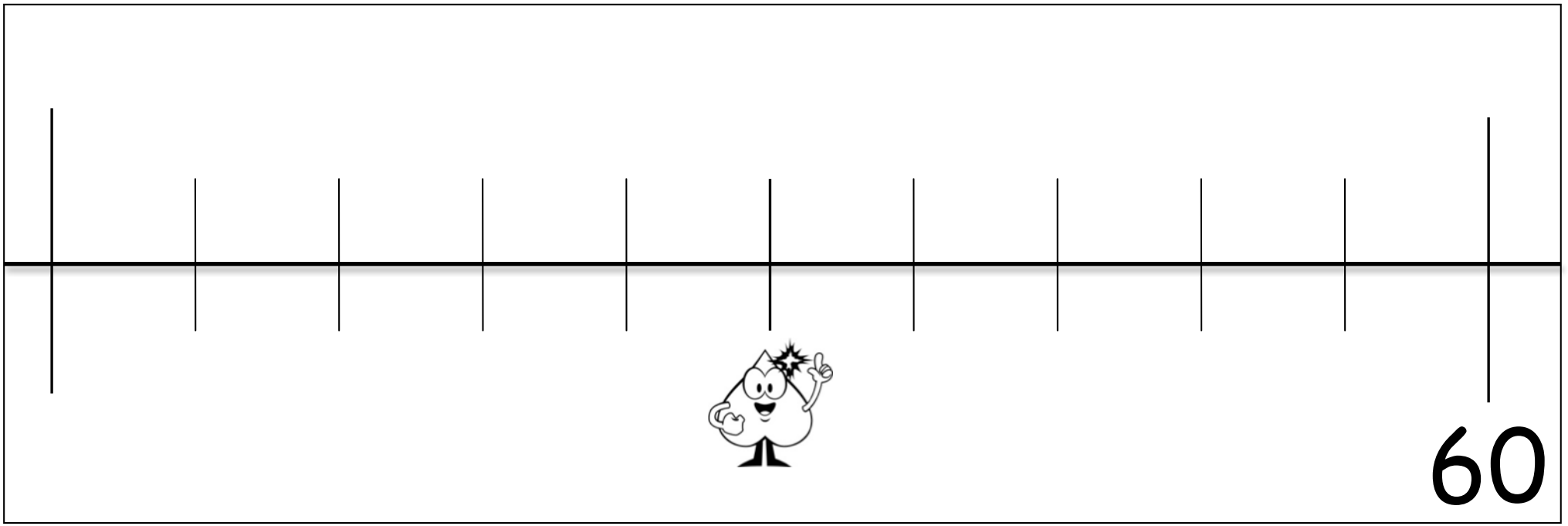


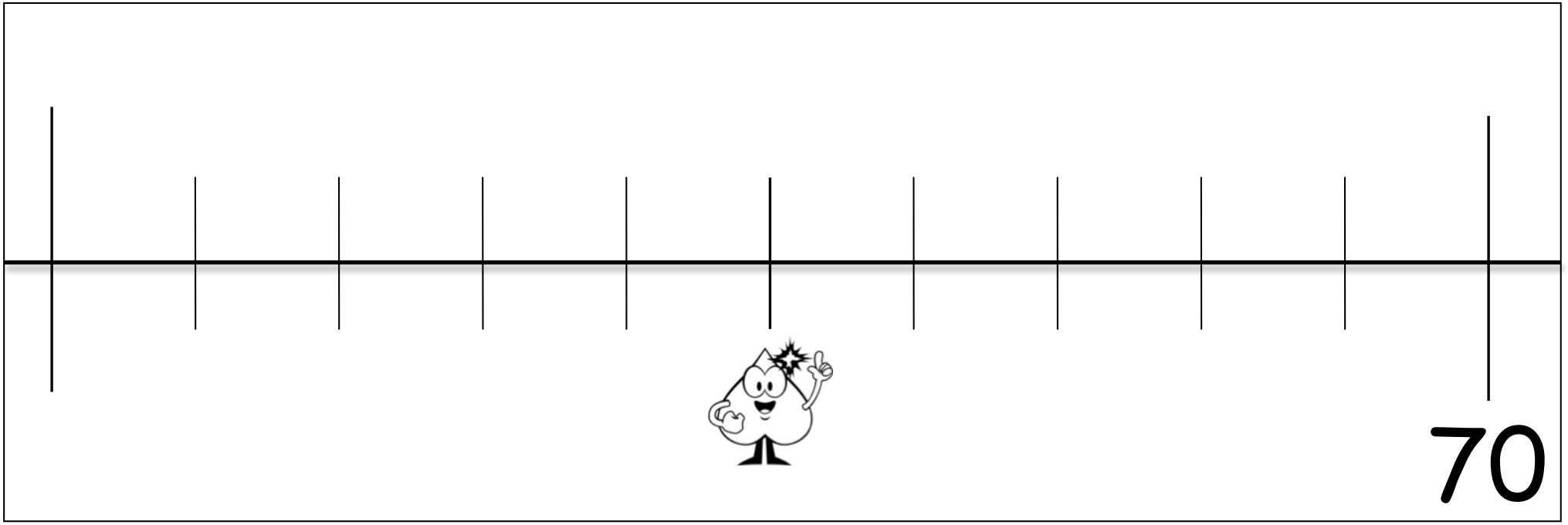

20

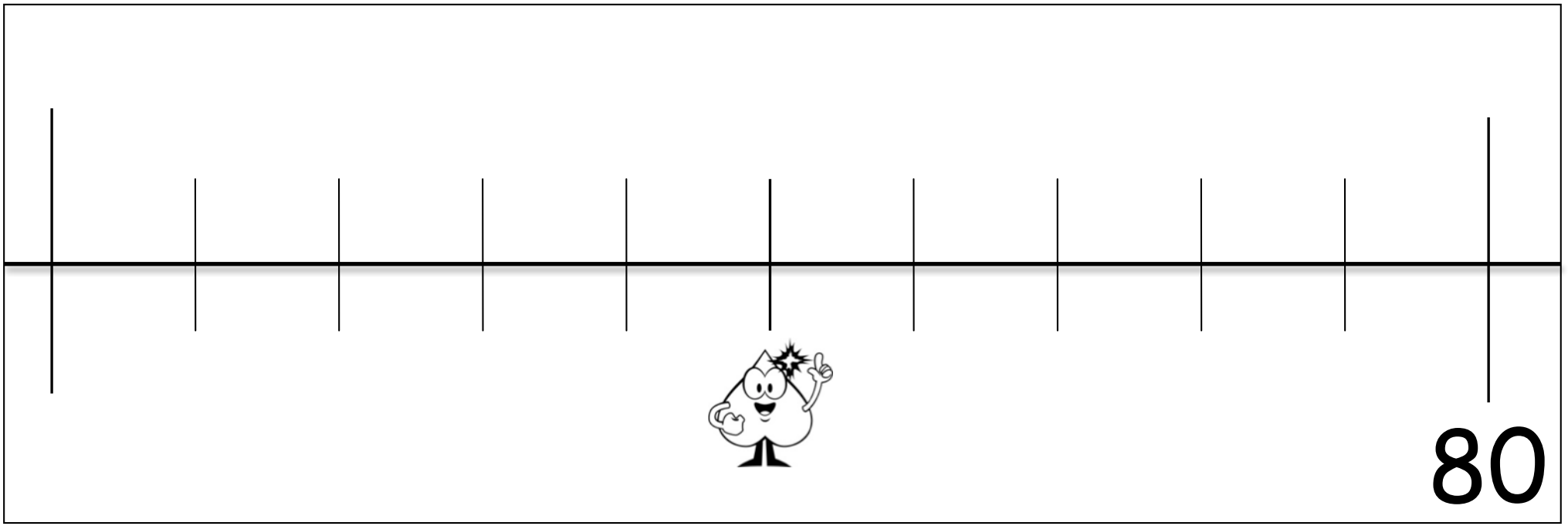

30

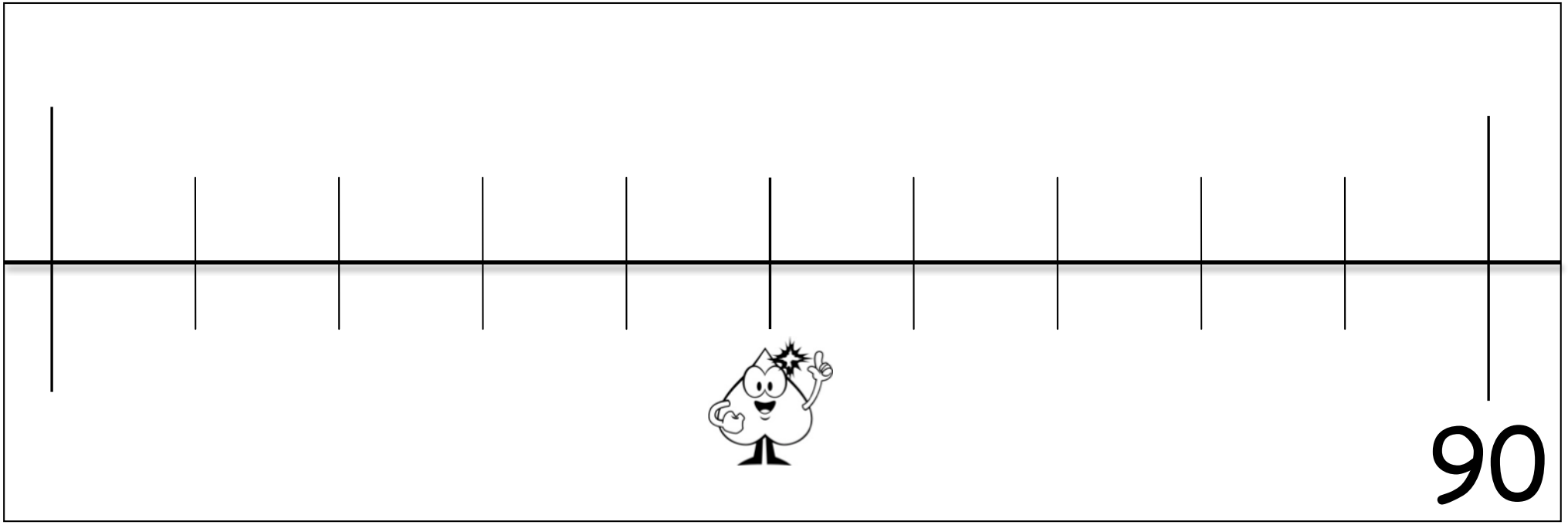

40

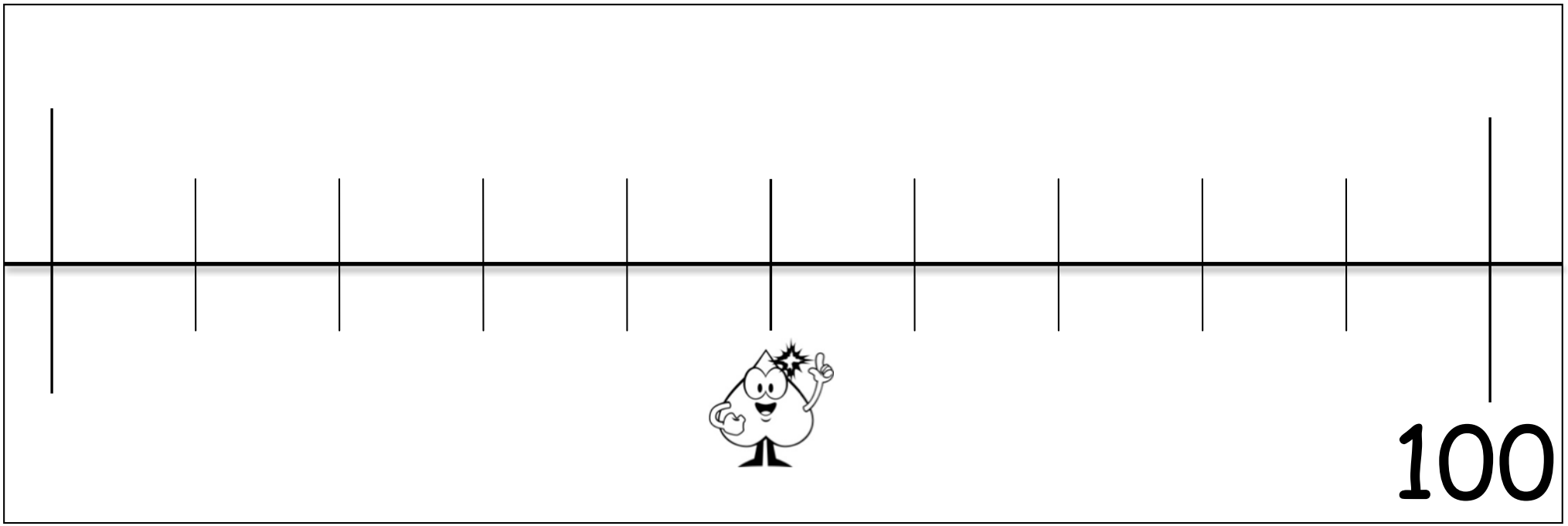

50


60


70


80


90


100

Zahlenkarten 0-100

1

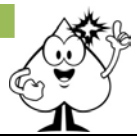
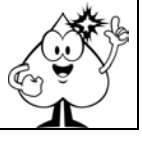
2

3

4

5

6

7	8
9	11
12 	13
14	15 

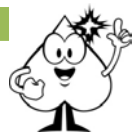
16

17

18

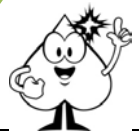
19

21

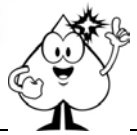


22

23



24



25

26

27

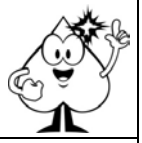
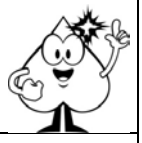
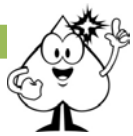
28

29

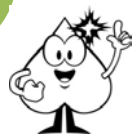
31

32

33

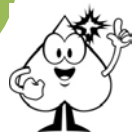
34	35
36	37 
38	39 
41 	42

43



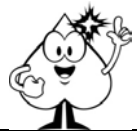
44

45

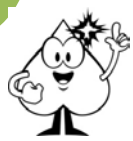


46

47



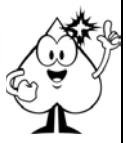
48



49

51

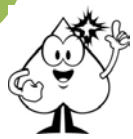
52



53

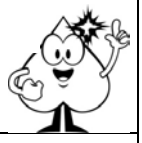
54

55

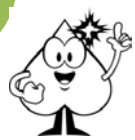


56

57



58



59

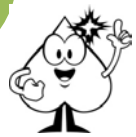
61

62

63

64

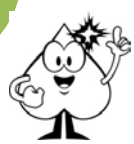
65

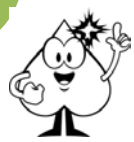
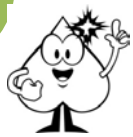
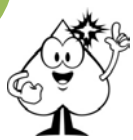


66

67

68

69	71
72	73
74	75
76 	77

78 	79
81	82
83 	84
85 	86

87

88

89

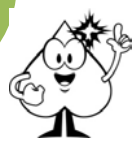
91

92

93

94

95

96 	97
98	99

10

20

30

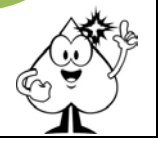
40

50

60

70

80

90	100 

Einerkarten mit Zehnerergänzung		1 0	
1	2	3	4
5	6	7	8
9	1 0	0	0

6	7	8	9
2	3	4	5
			1

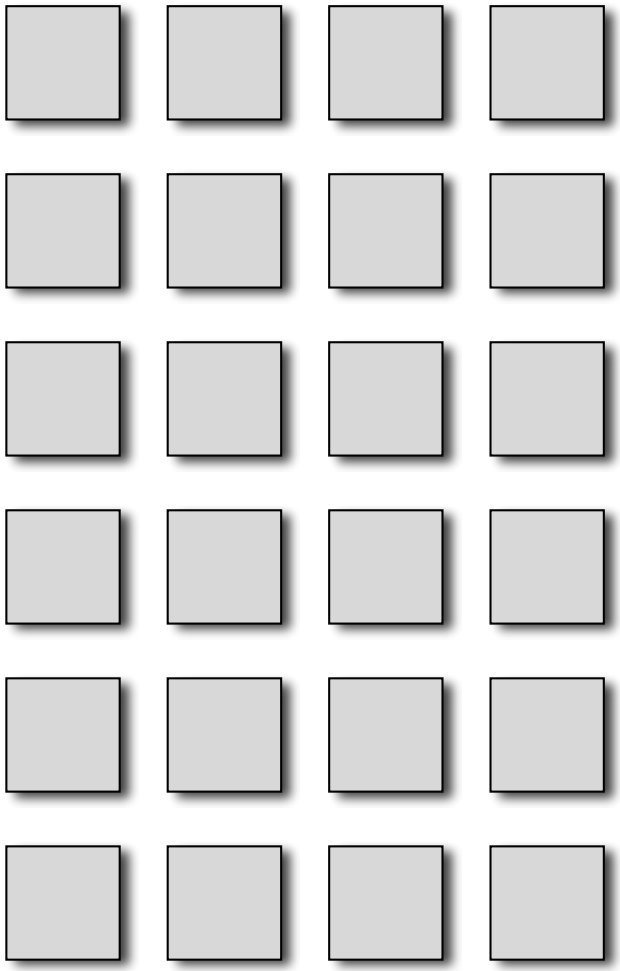
Zehnerkarten mit Hunderterergänzung	1 0
2 0	3 0
4 0	5 0
6 0	7 0

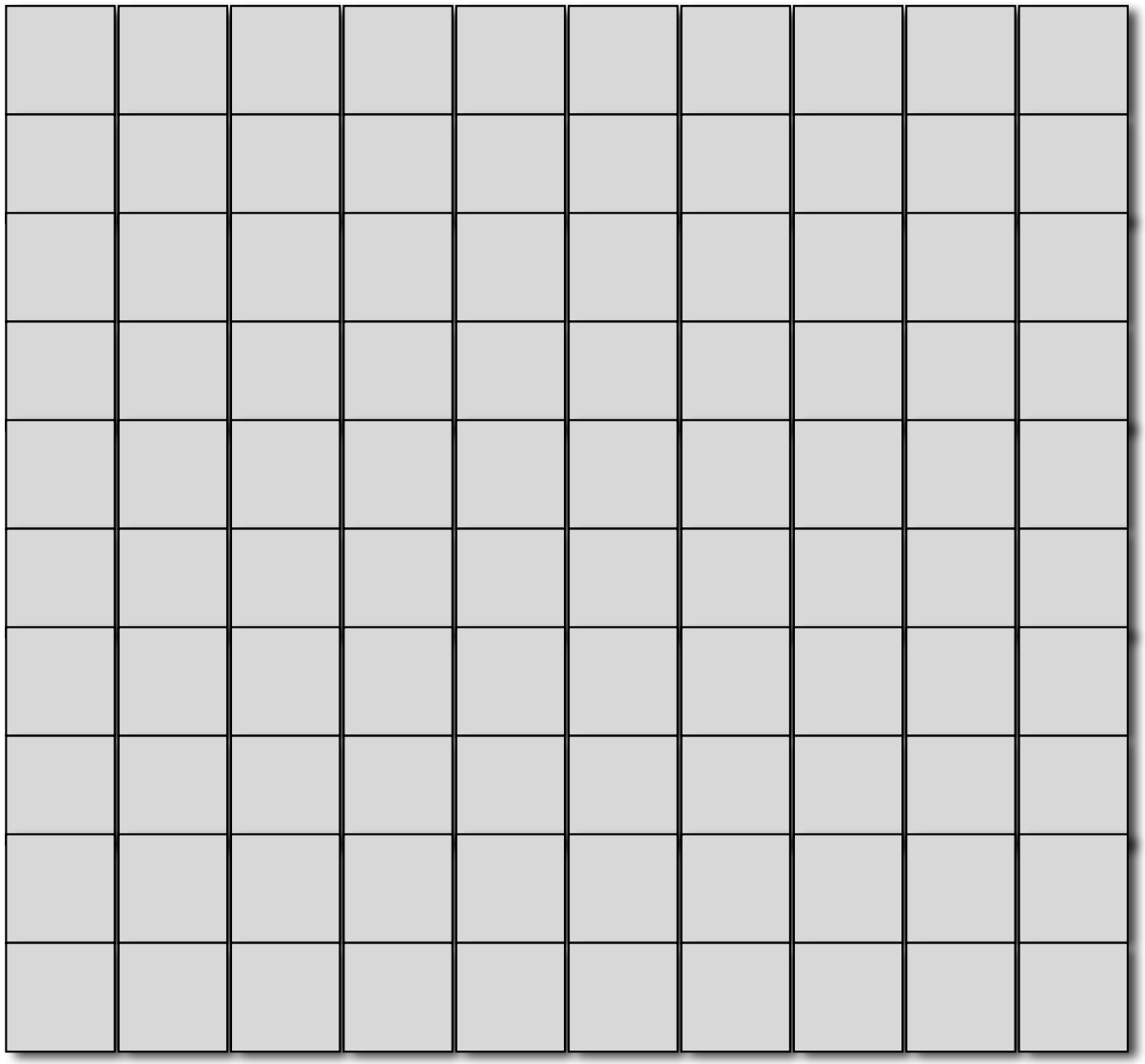
90	
70	80
50	60
30	40

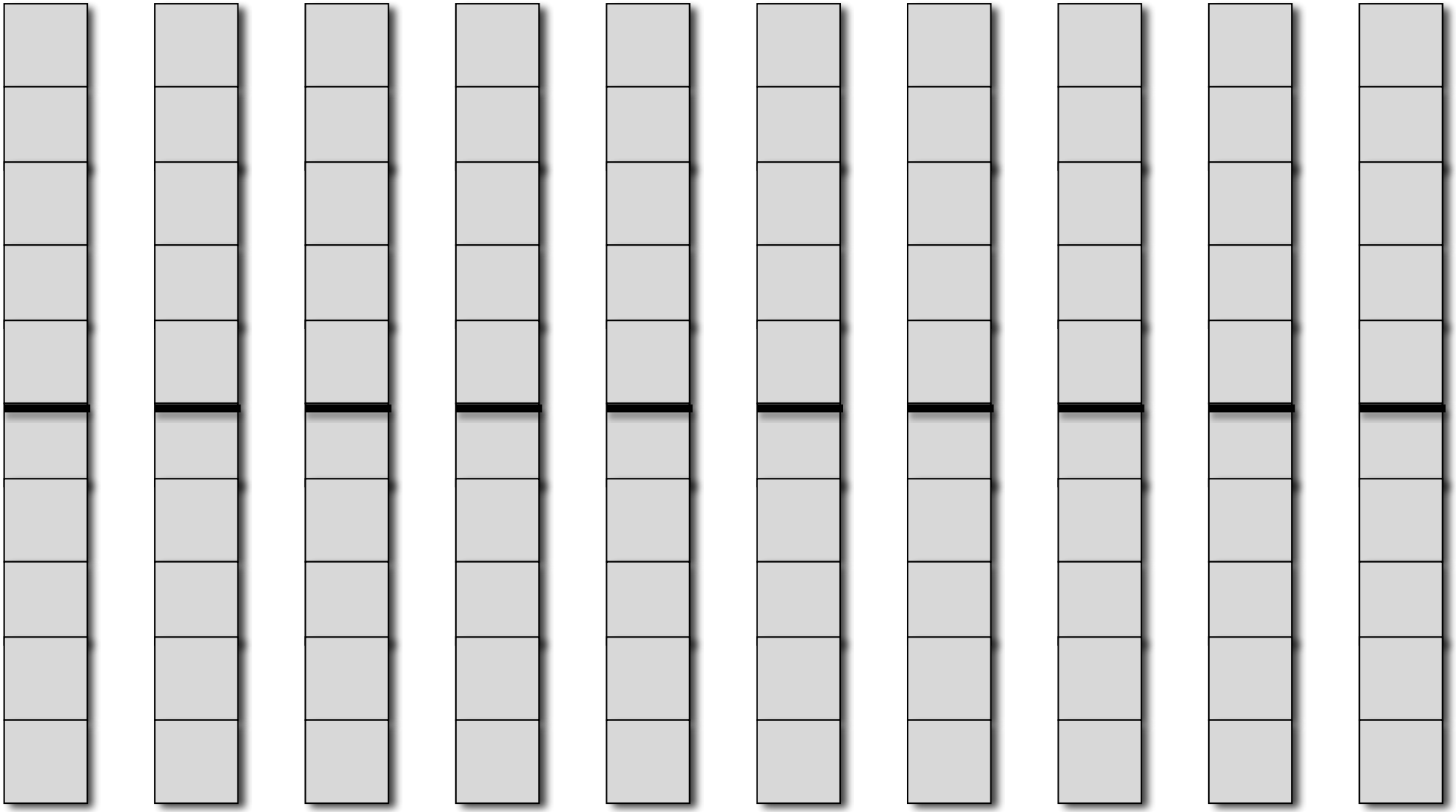
8 0	9 0

10	20

Hunderterplatte, Zehnerstangen und Einerwürfel







Zwanzigerreihen

5 10

15 20

5 10

15 20

Unterrichtsanregungen zur Förderung des Darstellungswechsels

Am Beispiel der Multiplikation

Inhalt

1. Sachanalyse 3
1.1 Lehrplanbezug 3
1.2 Darstellungswechsel 3
1.3 Multiplikation 5
2. Warum den Darstellungswechsel thematisieren und explizit fördern? 7
2.1 Darstellungswechsel als Voraussetzung für ein umfassendes Operationsverständnis 7
2.2 An die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Darstellungswechsel anknüpfen 9
3. Wie kann man den expliziten Darstellungswechsel fördern – mögliche Umsetzung 9
3.1 Inhaltliche Aspekte 10
3.2 Methodische Aspekte 11
3.3 Mögliche Beispiele 11
Arbeitsblätter 11
Quartett 13
Literatur 15

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

1. Sachanalyse

Im Folgenden geht es um die sachliche Beschäftigung der Unterrichtsgegenstände Darstellungswechsel (im Lehrplan und den Bildungsstandards eine der prozessbezogenen bzw. allgemeinen Kompetenzen) und Multiplikation (inhaltsbezogene Kompetenz).

1.1 Lehrplanbezug

Der Lehrplan NRW beschreibt unter den **inhaltsbezogenen** Kompetenzen zum Schwerpunkt Multiplikation:

„Die Schülerinnen und Schüler

- ordnen Grundsituationen (z.B. dem wiederholten Hinzufügen oder wiederholten Wegnehmen gleicher Anzahlen) Malaufgaben oder Ver- bzw. Aufteilaufgaben zu
- wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen von Operationen (mit Material, bildlich, symbolisch und sprachlich) hin und her“ (S. 61)

Bei den **prozessbezogenen** oder allgemeinen Kompetenzen werden insbesondere Darstellen/Kommunizieren und Modellieren angesprochen. Als Kompetenzerwartung am Ende der Klasse 4 wird von den Schülerinnen und Schüler erwartet, dass sie „eine Darstellung in eine andere übertragen (zwischen Darstellungen wechseln) können“ (S.60). Das Vernetzen verschiedener Darstellungen zählt laut Lehrplan zu den zentralen Leitideen des Mathematikunterrichts (S.55).

Der Lehrplan muss an diesen Stellen allerdings konkretisiert werden. Dazu wird zunächst der Darstellungswechsel genauer betrachtet.

1.2 Darstellungswechsel

Unter den Begriff Darstellungen im Mathematikunterricht fallen Handlungen, Bilder, mathematische Symbole und sprachliche Symbole. Der Schwerpunkt liegt bei diesem Unterrichtsmaterial auf dem Einsatz von und Umgang mit bildlichen Darstellungen.

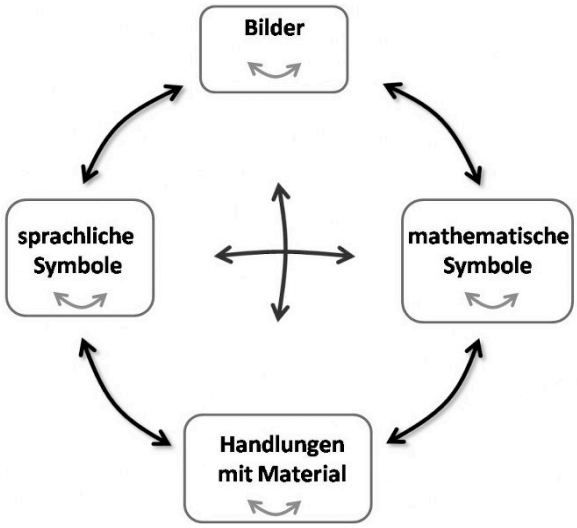


Abbildung 1 Darstellungen (oder Darstellungsformen) im Mathematikunterricht

Darstellungen sind im Mathematikunterricht elementar, da mathematische Begriffe und Strukturen nicht physisch fassbar sind und immer Darstellungen brauchen - 3·4 ist ebenfalls nur eine mathema-

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

tisch-symbolische Darstellung. Es geht somit immer um den Umgang mit Darstellungen eines mathematischen Objektes und nicht mit dem Objekt selbst. Das mathematische Objekt darf nicht mit der Darstellung verwechselt werden. Dafür müssen Kinder zunächst erkennen, dass es für ein mathematisches Objekt mehrere verschiedenartige Darstellungen gibt. Je nach Darstellungsebene, also ob Sprache oder Bilder oder mathematische Symbole, haben diese Darstellungen die ein und dasselbe Objekt darstellen, unterschiedliche Eigenschaften. Daher müssen die strukturelle und mathematische Gleichheit und das ineinander Überführen, die Austauschbarkeit und Zusammenhänge zwischen den unterschiedlichen Darstellungen verdeutlicht und erkannt werden.

In den ersten Schulwochen wird dies beispielsweise angeregt, indem verschiedenste Zahldarstellungen gezeigt und zugeordnet werden. Die mathematisch-symbolische Darstellung wird mit bildlichen Darstellungen unterschiedlicher Abstraktionsgrade verbunden: die Zahl „2“ oder „zwei“ ist als mathematisches Objekt nicht fassbar, sondern nur über konkrete Darstellungen, wie „zwei Punkte“, oder „zwei Bücher“ begreifbar. (Die gefundenen Darstellungen können dann unter der Vorstellung, dass diese alle zwei Elemente haben, einander zugeordnet werden.) Der Wechsel der Darstellungen wird also explizit thematisiert (siehe auch Abb.2 als typische Darstellung in Schulbüchern des ersten Schuljahrs).

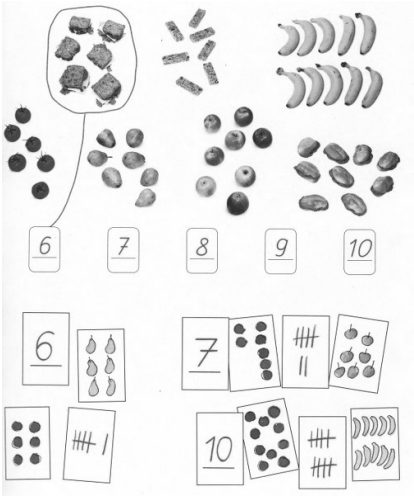


Abbildung 2 Ausschnitt aus dem Zahlenbuch 1 (MÜLLER&WITTMANN 2008, 12)

Die beschriebene prozessbezogene Kompetenz des Darstellens (oder des Darstellungswechsels) ist natürlich an einen Inhalt (bei diesen Unterrichtsanregungen die Multiplikation) gebunden.
Versteht man Mathematiklernen als (Weiter-) Entwicklung von Vorstellungen, so gilt es im Mathematikunterricht Lernmöglichkeiten bereit zu stellen, die anknüpfend an das Vorwissen der Kinder tragfähige Vorstellungen aufbauen. Wie können aber diese Vorstellungen aufgebaut werden? Eben nur durch unterschiedliche Darstellungen. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass Darstellungen immer auch mehrdeutig sind. Diese Mehrdeutigkeit ist einerseits bedingt durch die Beschaffenheit von Darstellungen, andererseits aber auch abhängig vom individuellen Vorwissen: Dies erklärt auch, warum Erwachsene und Lehrer „mehr“ sehen oder besser gesagt „anders“ sehen als Kinder. Erwachsene und Lehrer wissen sozusagen schon, worauf es ihnen bei den Darstellungen und ihrem Wechsel ankommt, welche Kriterien wichtig sind, die in den verschiedenen Darstellungsebenen vorkommen müssen, damit diese äquivalent (gleichwertig) sind, bzw. dasselbe Objekt darstellen (siehe Kap. 2.2)

Welche Vorstellungen oder Darstellungen sollten bei der Multiplikation entwickelt werden?

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

1.3 Multiplikation

Die Multiplikation (lat. Vervielfachen) als eine der vier Grundrechenarten der Arithmetik beschreibt das Vervielfachen von (natürlichen) Zahlen.
Nimmt man dabei den Kardinalzahlaspekt als Grundlage, so kann man a·b beschreiben als a Mengen, die jeweils b Elemente enthalten.

$$a \cdot b = \underbrace{b+b+..+b}_{a \text{ (mal)}}$$

Anders als bei der Addition sind die Faktoren a und b **nicht gleichwertig**. In diesem Fall fungiert a als Multiplikator und b als Multiplikand.[1] Dies bedeutet, dass nur der Multiplikand als Zahl konkret wiedergegeben werden kann, da er eine Eigenschaft einer Menge darstellt: „Wie groß ist die Menge?“. Der Multiplikator zählt die (Anzahl der) Mengen: „Wie viele solcher Mengen gibt es?“. Bei der rein mathematisch-symbolischen Darstellung von 3·4 sind demzufolge beide Formen möglich:

3 • 4 = 4+4+4	(Multiplikator • Multiplikand)	„dreimal die Vier“
3 • 4 = 3+3+3+3	(Multiplikand • Multiplikator)	„drei viermal“

Grundvorstellungen

Mögliche Grundvorstellungen der Multiplikation (auf Basis des Kardinalzahlaspektes):

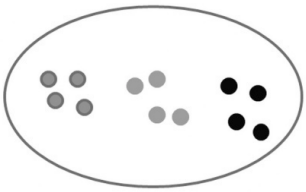
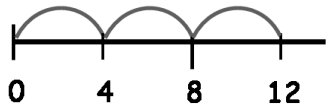
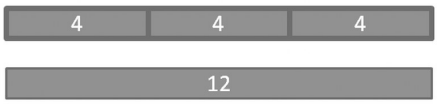
- **zeitlich-sukzessiv**: Wiederholungsstruktur (Wiederholung gleicher Vorgänge, Aufmerksamkeit auf beschriebene Handlung)
- **räumlich-simultan**: Teil-Ganzes-Struktur (regelmäßige Anordnung gleicher Mengen, Aufmerksamkeit auf Endergebnis der Handlung)
- kombinatorisch[2]

[1] In anderen Ländern (z.B. England) ist der erste Faktor der Multiplikand und der zweite Faktor der Multiplikator.
[2] Diese Grundvorstellung wird bei der Einführung in der Grundschule zunächst nicht beachtet.

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

Bildliche Darstellungen haben den Nachteil nur das Endprodukt darstellen zu können. Natürlich ist hier die Multiplikation räumlich-simultan dargestellt. Die zeitlich-sukzessive Handlung aus denen diese entstanden sind, kann man im Nachhinein ableiten (oder diese werden durch eine Bildergeschichte in mehreren aufeinanderfolgenden Bildern deutlich).

Durch Hinzunehmen der anderen (hier wichtigen) Zahlaspekte, ergeben sich folgende Darstellungen für das Beispiel **3** (Multiplikator)**·4** (Multiplikand), welche bildlich aber auch gegenständlich vorliegen können:

Darstellung	Zahlaspekt
	**Kardinal:** Vereinigung von gleichmächtigen Mengen. Gleichmächtige, paarweise disjunkte Mengen werden vereinigt. Dieses Verständnis erlaubt den Gebrauch der wiederholten Addition.
	**Ordinal/Maß:** Von 0 aus drei Vierersprünge weiterzählen (dreimal vier Schritte weiterzählen).
	**Maß**: Einen Repräsentanten mit der Maßzahl 4 verdreifachen (z. B. drei Stäbe der Länge vier hintereinanderlegen).
	Operator: Einen Vorgang, der aus vier Teilhandlungen besteht, verdreifachen. Operatorschreibweise: $4 \xrightarrow{\cdot 3}$

Die Operatordarstellung stellt das Vervielfachen nicht in mehreren Schritten als Hintereinanderlegen oder wiederholtes Hinzutun, sondern in einem Schritt dar. Diese (abstraktere) Darstellung findet man heute seltener in Schulbüchern, die Operatorschreibweise dagegen häufiger.

Die bildlichen Darstellungen machen deutlich, dass es einen Unterschied macht, welche Zahl der Multiplikator und welche der Multiplikand ist. Auch bei multiplikativen Sachsituationen bzw. dem Ausführen einer Handlung fällt die Nichtgleichwertigkeit der Faktoren auf. Es ist nicht gleichbedeutend dreimal in den Keller zu gehen und 4 Flaschen zu holen oder viermal in den Keller zu gehen und jeweils 3 Flaschen zu holen.

Bei strukturierten bildlichen Mengendarstellungen wie dem Punktefeld kann allerdings ein Wechsel der Perspektive vorgenommen und das oben beschriebene Kommutativgesetz anschaulich gemacht werden.

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

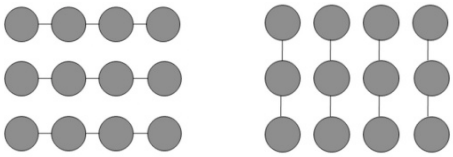


Abbildung 3 Perspektivwechsel beim Punktefeld

Der Einsatz von strukturierten Punktefeldern ist neben der Anknüpfung an die Erfahrungswelt der Kinder (auf Mengen basierende Darstellungen, bereits gemachte Erfahrungen im ersten Schuljahr) auch wichtig für weitere Veranschaulichungen von Rechengesetzen, wie beispielsweise das Distributivgesetz, welches sich über das Punktefeld mit zwei verschiedenen Farben entdecken und begründen lässt: $3\cdot(1+3) = 3\cdot1+3\cdot3$

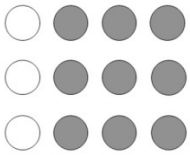


Abbildung 4 mögliche Veranschaulichung des Distributivgesetzes

Trotzdem sind auch Darstellungen, die auf den ordinalen Zahlaspekt zurückgehen, wie der Zahlenstrahl, bedeutsam. Dieser ist insbesondere aufgrund seiner mathematischen Tragfähigkeit in anderen Zahlbereichen hinzuzuziehen.
Deshalb sollten die kardinale und die ordinale Darstellungen im Unterricht thematisiert werden.

2. Warum den Darstellungswechsel thematisieren und explizit fördern?

Mathematik treiben ist ohne das Wechseln von Darstellungen eigentlich gar nicht möglich. Das Versprachlichen von mathematischen Zusammenhängen aber auch das Darstellen über Bilder und mathematische Symbole geschieht meist unbewusst und im Unterricht sehr selbstverständlich. Umso wichtiger ist es, dieses implizite Wissen explizit zu machen.

Gerade das bildliche oder sprachliche Darstellen von mathematischen Beziehungen hilft dahinterliegende Vorstellungen bewusst(er), sichtbar und kommunizierbar zu machen, mögliche Fehlvorstellungen aufzudecken und neue Vorstellungen in das eigene Wissensnetz einzubauen.

2.1 Darstellungswechsel als Voraussetzung für ein umfassendes Operationsverständnis

Das Entwickeln von Vorstellungen und der Wechsel der verschiedenen Darstellungen, das Erkennen der Zusammenhänge und Unterschiede machen ein umfassendes Operationsverständnis aus.

In der fachdidaktischen Diskussion gilt es als unbestritten, dass der Wechsel von Darstellungsebenen mit einem (umfassenden) Operationsverständnis zusammenhängt, bzw. dieses bedingt. Mathematisches Denken und Handeln benötigt stets das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungsebenen. Die Fähigkeit zwischen verschiedenen Darstellungen flüssig und adäquat übersetzen zu können bzw. auch innerhalb einer Darstellungsebene mathematische Objekte in unterschiedlichen Strukturen erkennen zu können, ist für mathematisches Denken und Handeln demnach unerlässlich. Die den verschiedenen Darstellungen zugrunde liegenden (z.T. unterschiedlichen) Vorstellungen sind wichtig, wenn neue Zahlbereiche oder Möglichkeiten der Argumentation hinzugezogen werden. Ein flexibles Anwenden von verschiedenen Darstellungen gilt als wichtige Fähigkeit gerade auch bei Problemlöse-

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

prozessen, bei welchen oft verschiedene Darstellungen (seien es verschiedene bildliche Darstellungen, die sprachliche oder mit Material handelnde Begleitung oder mathematisch-symbolische Darstellungen eines Problems) eingesetzt werden, um zu einer Lösung zu gelangen.

Ein Darstellungswechsel bei Operationen wird allerdings selten explizit in Schulbüchern thematisiert. Analog zum Darstellungswechsel bei Zahldarstellungen (siehe Abb. 2), könnte dieser auch bei Operationsdarstellungen thematisiert werden (vgl. die Unterrichtsanregung „Zahlen unter der Lupe“ Haus 3 Unterrichtsmaterial, die z.B. analog auf eine „Malaufgabe unter der Lupe“ angewendet werden kann)

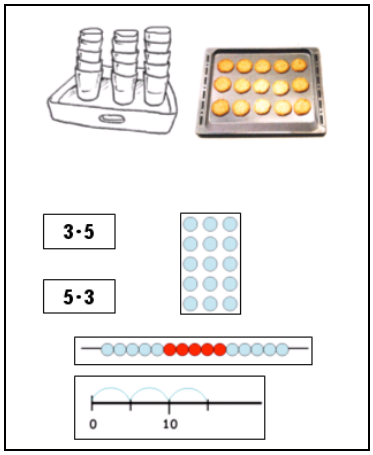


Abbildung 5 Darstellungswechsel bei der Multiplikation

Wechsel von Darstellungen werden im Unterricht oft nur in eine bestimmte Richtung geführt – meist wird die „Einbahnstraße“ von enaktiven (handelnden) über ikonische (bildliche) hin zu symbolischen Darstellungen genutzt. Der Darstellungswechsel sollte aber von Beginn an und bis zum Ende der Behandlung einer Operation alle Darstellungsebenen miteinbeziehen.

Es ist keinesfalls selbstverständlich, dass der Darstellungswechsel von allen Beteiligten in ähnlicher Weise bzw. mit denselben Kriterien vollzogen wird. In vielen Unterrichtsvorschlägen finden sich Aufgaben wie beispielsweise einen passenden Term zu einem vorgegebenen Bild zu notieren (siehe Abb. 3). Dabei darf im Unterricht aber nicht davon ausgegangen werden, dass den Kindern die gleiche mathematische Struktur innerhalb der verschiedenen Darstellungen bewusst ist.

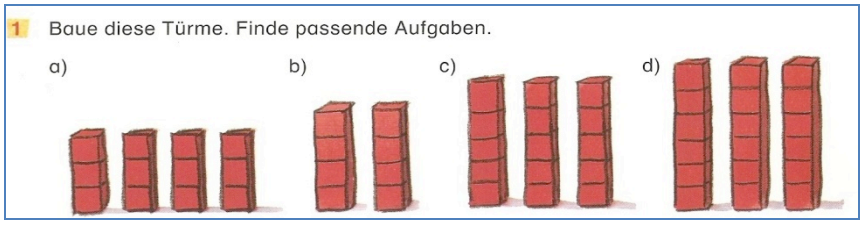


Abbildung 6 Schulbuch Bausteine Mathematik 2 (S.45)

Daher ergeben sich folgende Fragen: Was bedeutet „passend“ für die Lehrerin, was für das Kind? Wie muss ein Bild oder eine Rechengeschichte, das oder die zu der Rechenaufgabe passen soll, eigentlich aussehen?

2.2 An die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Darstellungswechsel anknüpfen

Die Erwartung (z.B. des Lehrplans) „Darstellungen zu wechseln“ und ineinander zu überführen, muss im Unterricht präzisiert werden. Aber: Wie sollen Darstellungen gewechselt werden? Welches sind wichtige, welches eher unwichtige Elemente, die es dabei zu beachten gilt?

Es hat sich gezeigt, dass Kinder beim Darstellungswechsel auf unterschiedliche Kriterien achten. Im Folgenden wird dies, anhand der Beispielaufgabe passende bildliche Darstellungen zu der vorgegebenen Aufgabe 3·4 auszuwählen, verdeutlicht.

Erstaunlich und nicht zu vernachlässigen ist die Tatsache, dass viele Kinder bereits einzelne Malaufgaben kennen, bevor die Multiplikation im Unterricht eingeführt wurde. Daher ist es nicht verwunderlich, dass einige Kinder beim Darstellungswechsel von mathematisch-symbolischen und bildlichen Darstellungen auf das **Gesamtergebnis** achten. Dementsprechend „passen“ Darstellungen für sie zusammen, wenn beide dasselbe Ergebnis haben (z. B. werden alle Darstellungen mit 12 Elementen – unabhängig von deren Anordnung – der Aufgabe 3·4 zugeordnet).

Kinder fokussieren besonders auch **einzelne Elemente**, die in beiden Darstellungen vorkommen müssen. Sie nehmen zum Beispiel die vier in den Blick und wählen weitere Darstellungen aus, bei welchen mehrmals „Vier“ zu sehen sind.

Kinder fokussieren auf die **Relation der Elemente**: Darstellungen „passen“ immer dann zusammen, wenn in beiden dieselbe Relation zu finden ist. Für das Beispiel 3·4 heißt das: Alle Darstellungen in welchen genau „drei Vierer“ zu finden sind, auch unabhängig von der Anordnung innerhalb der Darstellung, werden als passend klassifiziert.

Die eben genannten Kriterien treten nicht immer isoliert, sondern oft zusammen in Mischformen auf. Das heißt, dass die Vorgehensweisen der Kinder beim Darstellungswechsel sehr unterschiedlich sind und ihnen nicht (unbedingt) bewusst ist, dass es diese gibt. Daher sollte das Begriffsverständnis zum Darstellungswechsel im Unterricht mit den Kindern erarbeitet und die verschiedenen Kriterien bzw. Vorgehensweisen thematisiert werden: Was heißt „passend“ bzw. adäquater Darstellungswechsel? Je nach Unterrichtsschwerpunkt ist nicht nur ein flexibles Wechseln zwischen den Darstellungen, sondern auch zwischen den genannten Fokussierungen notwendig.

3. Wie kann man den expliziten Darstellungswechsel fördern – mögliche Umsetzung

Wie können diese Ziele im Unterricht umgesetzt werden?

Zusammenfassend kann folgendes zum Darstellungswechsel bei der Multiplikation festgehalten werden:

- inhaltliches Ziel:
    - Kennen von verschiedenen Grundvorstellungen der Multiplikation (zeitlich-sukzessiv, räumlich-simultan),
    - Wechseln und Interagieren mit diesen Vorstellungen
- prozessbezogenes Ziel: Anregen von Darstellungswechseln bei multiplikativen Aufgaben
    - Eigene Darstellungen anfertigen
    - Darstellungen mit anderen vergleichen
        - Gemeinsamkeiten und Unterschiede (was ist gleich, was ist verschieden?)
        - Kognitive Konfliktsituationen

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

- Unterschiede und Gemeinsamkeiten der verschiedenen möglichen Darstellungen herausarbeiten und aushandeln was unter „passend“ bei der Multiplikation zu verstehen ist

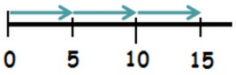
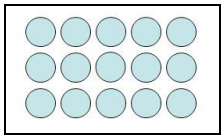
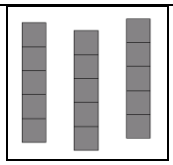
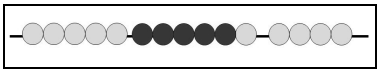
3.1 Inhaltliche Aspekte

Bei der Präsentation von (und der Diskussion über die) unterschiedlichen bildlichen Darstellungen zur Multiplikation, können die folgende Elemente helfen, geeignete Darstellungen auszuwählen, die…

- verschiedene Grundvorstellungen und verschiedene Zahlaspekte abdecken
- verschiedene Anordnungen zeigen
- verschiedene Möglichkeiten der Fokussierung zulassen.

Verschiedene Anordnungen innerhalb bildlicher Darstellungen sind in der folgenden Tabelle aufgeführt, in der nach lebenswirklichen und didaktischen bildlichen Darstellungen unterschieden wird (siehe Tab. unten).

Tabelle 1

Anordnung	Bildliche Darstellungen	
	lebenswirklich (Term: 3·4)	**didaktisch (Term: 3·5)**
linear		
flächig		
gruppiert		
andere		

Die Kinder sollen dann erklären, ob sie eine Malrechnung erkennen und wenn ja, welche. Dabei können insbesondere andere Darstellungen (wie die Schokolade oder die Rechenkette) interessante Diskussionen anregen: Unter welcher Fokussierung passen diese Darstellungen? Passende Darstellungen zu einer Aufgabe können insbesondere über das Sortieren und Unterscheiden erkennbar gemacht werden.

Umgekehrt ist es aber ebenso wichtig zu einer vorgegebenen Aufgabe ein passendes Bild zu malen. Auch dafür sollte im Unterricht zuvor geklärt werden, was „passend“ eigentlich meint. In Reflexionsphasen, kann mit Kindern über die verschiedenen Darstellungen gesprochen werden. Dazu zählt evtl. auch, das Diskutieren über folgende mögliche Fragen: Muss eine Handlung im Bild erkennbar sein? Müssen Personen mit auf das Bild? Muss es bunt sein? Muss es besonders schön gezeichnet sein? Wie wichtig sind Details/Einzelheiten im Bild?

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

Bei dem Darstellungswechsel von Term und Bild, passt ein Bild, welches dieselbe Anzahl an Elementen aufweist, wie der Term (Gesamtergebnis), welches beide Faktoren im Bild erkennen lässt (einzelne Elemente) und welches die Relation sichtbar macht. Dafür müssen die Kinder die bildlichen Darstellungen deuten und unterschiedliche Strukturierungen erklären (und bestenfalls auch schriftlich festhalten).

3.2 Methodische Aspekte

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, kann das dialogische Lernen eine hilfreiche Methode bieten: Nach dem ICH-DU-WIR Prinzip ist zunächst eine individuelle Auseinandersetzung mit dem Thema wichtig („Welche Aufgabe sehe ich in dem Bild?“), bevor ein divergierender Austausch in Partnerarbeit oder Gruppenarbeit („Welche Aufgaben sehen die anderen?“) vollzogen werden kann. Die beschriebenen Aushandlungsprozesse und unterschiedlichen Sichtweisen auf bildliche Darstellungen müssen immer wieder thematisiert werden, um dieses Bewusstsein bei den Kindern hervorzurufen.

Neben der beschriebenen methodischen Gestaltung über verschiedene Sozialformen und der Notwendigkeit des Austauschs über den Darstellungswechsel bzw. über passende Darstellungen, sind **Variationen** in den Darstellungsebenen ein hilfreiches methodisches Instrument zur Förderung von Darstellungswechsel. Das bedeutet, dass nachdem ein Wechsel von Darstellungen vollführt wurde, eine Veränderung in einer Darstellungsebene getätigt und dann nach den Auswirkungen in der anderen Darstellungsebene gefragt wird. Dieses Vorgehen macht die Spezifität von unterschiedlichen Darstellungen deutlich. Beispielsweise wird in einem 3·4 Punktefeld eine Viererreihe hinzugelegt und nach der Auswirkung im Term gefragt (siehe Abb. 8): „Was muss man in der Aufgabe verändern? Warum muss man so verändern?“ Dabei ist der Zusammenhang und Rückbezug zwischen Ausgangsdarstellung und variierter Darstellung hervorzuheben.

3.3 Mögliche Beispiele

Im Folgenden werden Unterrichtsbeispiele in Form von Arbeitsblättern und einem Spiel vorgestellt.

Arbeitsblätter

Die folgenden Arbeitsblätter dienen als Impulse für die Kinder untereinander ins Gespräch zu kommen. Besonders wichtig ist aber immer auch die Reflexion der gefundenen Lösungen.

Diese dienen gleichzeitig auch der Standortbestimmung (vgl. auch Haus 9 und 10). Der Lehrende kann Kompetenzen sowie Entwicklungsfelder bestimmen und gegebenenfalls im Unterricht (erneut) den Darstellungswechsel aufgreifen.

Ziel des folgenden Arbeitsblattes (Abb. 8) ist das Bewerten eines durchgeführten Darstellungswechsels durch ein anderes Kind.

Datum

Name:	Prüfer:	
Bild:	Passen Bild und Rechenaufgabe zusammen? ☐ passen ☐ passen nicht Begründung:	**Meine Lösung:** *Rechengeschichte:*
Rechenaufgabe: 4 · 5		*Rechenaufgabe:*

Abbildung 7: AB zum Bewerten von Darstellungswechsel (angelehnt an Bühling 2006)

Ziel des folgenden Arbeitsblattes (Abb. 9) ist die zu vollführende Variation (das operative Verändern) einer Darstellung.

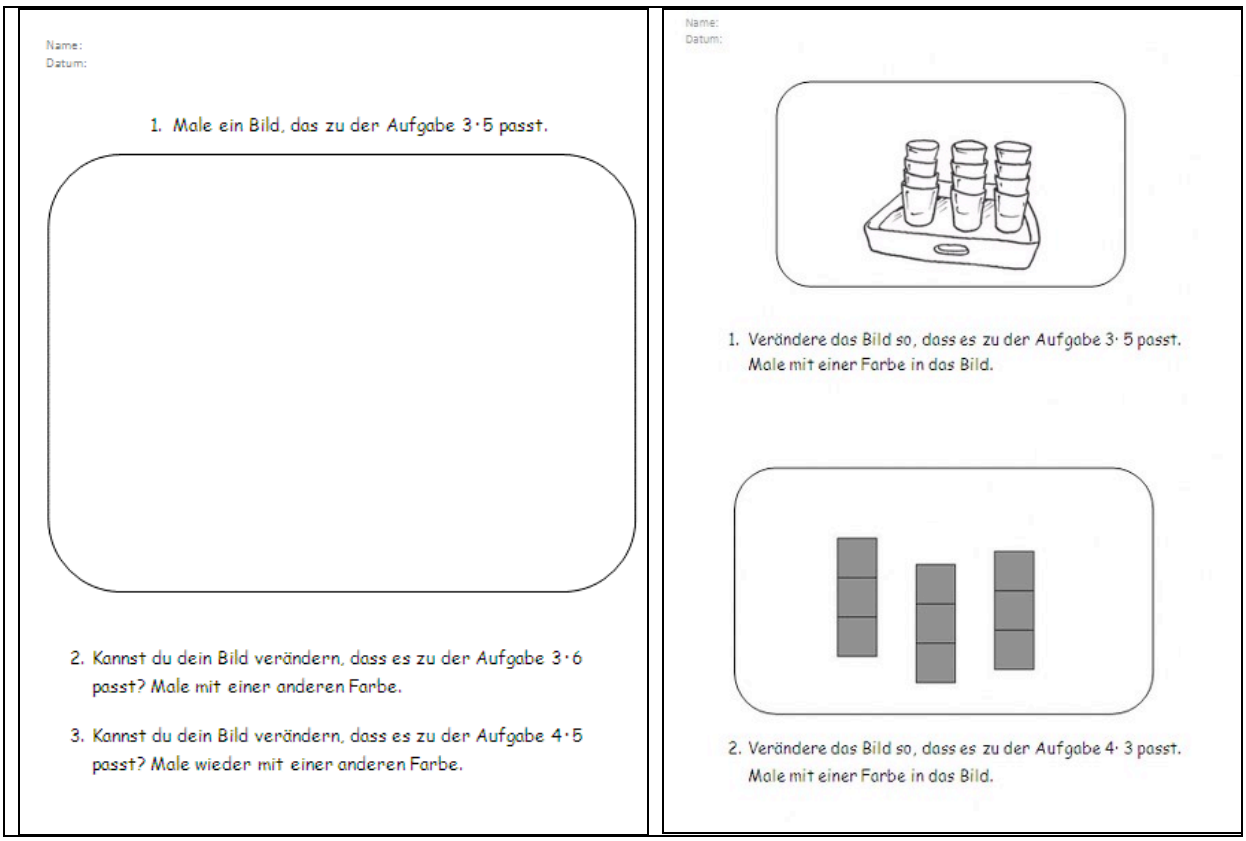


Abbildung 8: AB zur Variation

Ziel dieses Arbeitsblattes (Abb. 9) ist die Variation einer gegebenen didaktischen Darstellung (Rechenstrich)

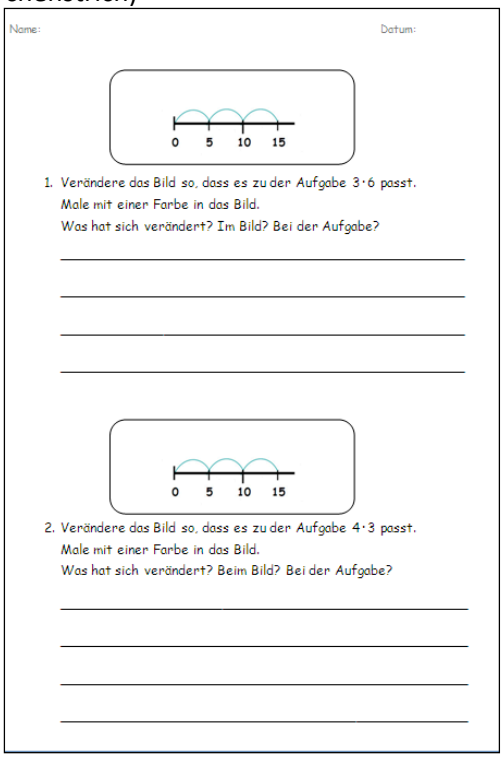


Abbildung 9: AB zur Variation am Rechenstrich

Das folgende Arbeitsblatt (Abb. 10) greift den Vergleich einer Veränderung in den verschiedenen didaktischen Darstellungen Zahlenstrahl bzw. Rechenstrich und Punktefeld auf.

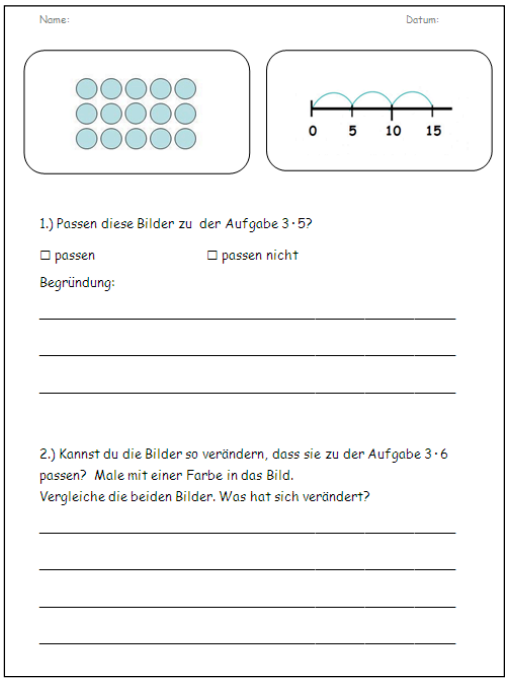


Abbildung 10: AB zur Variation und Vergleich zwischen zwei didaktischen Darstellungen

Quartett

Ziel des Spiels soll es sein, eigene, „passende“ Darstellungen anzufertigen, verschiedene Darstellungen desselben mathematischen Objekts kennen und unterscheiden zu lernen. Vor dem Einsatz des

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

Spiels sollte bereits mit den Kindern über „passende“ Darstellungen gesprochen worden sein (z.B. über AB).

Selbstgestaltetes **Quartett** (oder Quintett, oder Sextett…):

Die Kinder können verschiedene passende Darstellungen zu einem selbstgewählten/vorgegebenen Term aufschreiben bzw. malen. Es ist sinnvoll sich von vornherein auf die Darstellungen zu einigen, z.B., dass zu jedem Quartett die Darstellungen „Bild“, „Rechenaufgabe“, „Rechengeschichte“, „Ergebnis“ gehören. Es ist aber durchaus auch denkbar wie bei Abb. 6 auch mehrere bildliche oder mathematisch-symbolische Darstellungen zuzulassen. Die zu einem Quartett gehörenden Karten werden nicht, wie üblich, jeweils gleich eingefärbt, so sind weitere Spielvarianten möglich (vgl. auch das Malquartett in Haus 3 UM. (Blanco Quartettvorlagen im Anhang)

Spielregel: Zunächst werden die Karten gemischt und einzeln an die Spieler verteilt – dabei erhalten unter Umständen einige Spieler eine Karte mehr als andere. Der Spieler links vom Kartengeber beginnt das Spiel und fragt einen beliebigen Mitspieler nach einer eindeutig bezeichneten Karte, die ihm zur Bildung eines Quartetts fehlt; z.B. „Mehmet, hast du die Rechengeschichte, die zu 3·3 passt?“ Die Kinder müssen also zunächst in ihren Karten, die sie auf der Hand haben zueinander passende finden, um dann nach weiteren zu fragen. Interessant sind dabei Karten, die zu mehreren Quartetten passen.

Abbildung 11 Quartette

Literatur

BÜHLING, M (2006): Entwicklung und Erprobung eines praktikablen Konzepts zur Förderung einer leistungsheterogenen Lerngruppe unter besonderer Berücksichtigung von Standortbestimmungen am Beispiel der Einführung des Kleinen Einmaleins in einem 2. Schuljahr. Unveröffentlichte schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Zweiten Staatsprüfung im Studienseminar Bochum.

KMK (2005): *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004*. München: Wolters-Kluwer & Luchterhand.

KUHNKE; K. (2011) Vorgehensweisen von Zweitklässlern beim Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen von Zahlen und Operationen - Eine Untersuchung am Beispiel des multiplikativen Rechnens. In: Haug, R. & Holzäpfel, L. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Münster: WTM Verlag.

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG DES LANDES NORDRHEIN-WESTFALEN (2008): *Lehrplan Mathematik an Grundschulen* (1 Auflage). Frechen: Ritterbach Verlag.

SELTER, C. (1996): Grundschülervorstellungen zum multiplikativen Rechnen. In: *mathematik lehren* (78), 10-14.

SÖBBEKE, E. (2005): *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern.* Hildesheim: Franzbecker.

VOM HOFE, R. & JORDAN, A. (2009): Wissen vernetzen. In: *mathematik lehren* (159), 4-9.

WALTHER, G. u.a. (Hrsg): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret: Aufgabenbeispiele - Unterrichtsanregungen - Fortbildungsideen

© August 2012 by K. Kuhnke für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

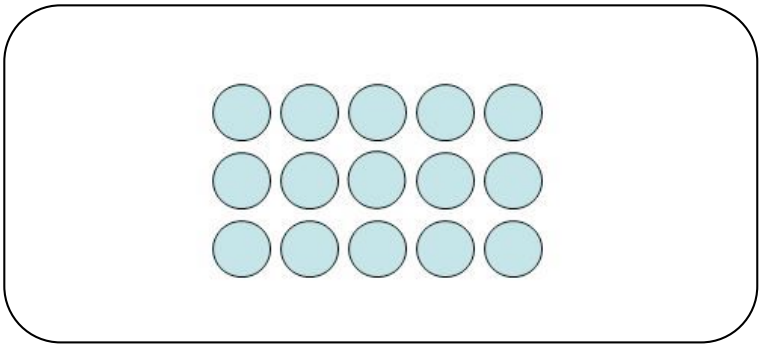
Datum

Name:	Prüfer:	
Bild:	Passen Bild und Rechenaufgabe zusammen? ☐ passen ☐ passen nicht Begründung:	**Meine Lösung:** *Rechengeschichte:*
Rechenaufgabe: 4 · 5		*Rechenaufgabe:*

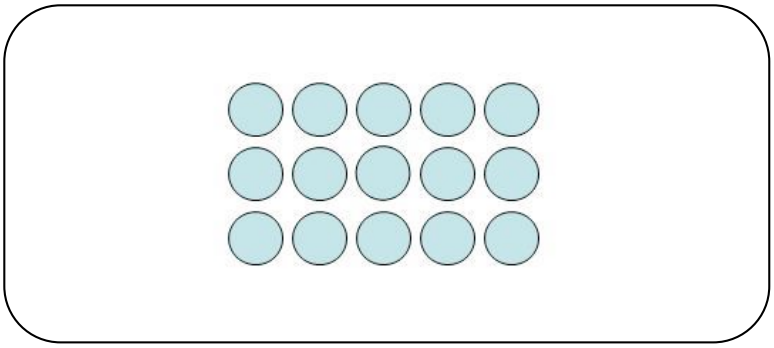
Datum

Name:	Prüfer:	
Rechengeschichte:	Passen Rechengeschichte und Rechenaufgabe zusammen? ☐ passen ☐ passen nicht Begründung:	**Meine Lösung:** *Rechengeschichte:*
Rechenaufgabe: 4 · 5		*Rechenaufgabe:*

Name: Datum:

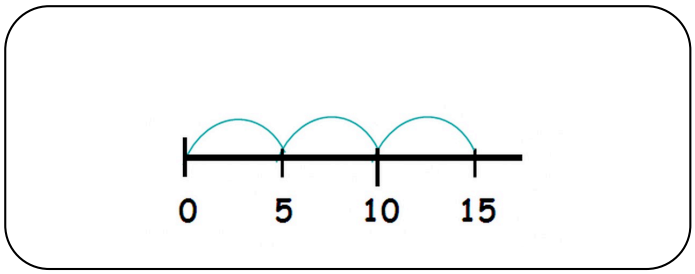


1. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe 3 · 6 passt.
   Male mit einer Farbe in das Bild.
   Was hat sich verändert? Im Bild? Bei der Aufgabe?

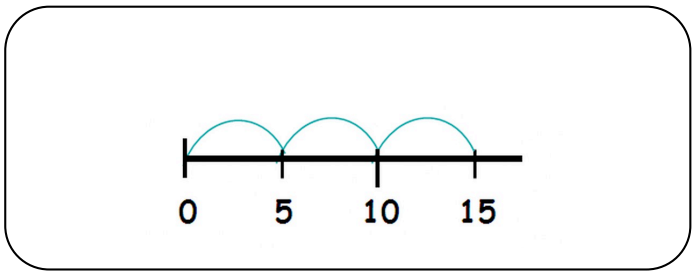


2. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe 4 · 3 passt.
   Male mit einer Farbe in das Bild.
   Was hat sich verändert? Beim Bild? Bei der Aufgabe?

Name: Datum:

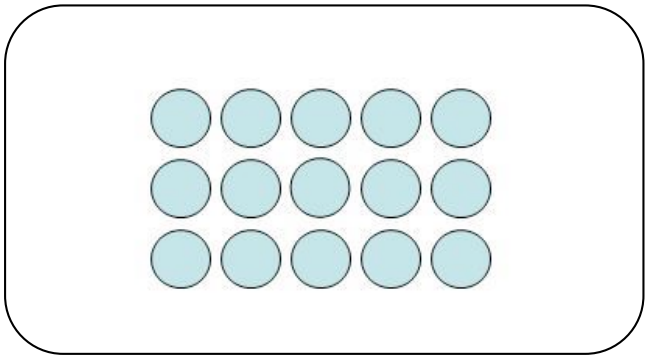


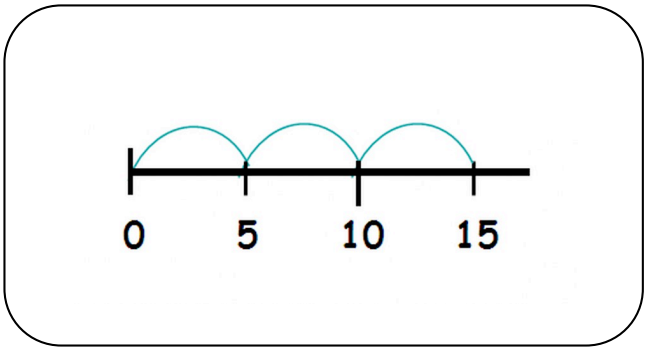
1. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe $3 \cdot 6$ passt.
   Male mit einer Farbe in das Bild.
   Was hat sich verändert? Im Bild? Bei der Aufgabe?



2. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe $4 \cdot 3$ passt.
   Male mit einer Farbe in das Bild.
   Was hat sich verändert? Beim Bild? Bei der Aufgabe?

Name: Datum:





1.) Passen diese Bilder zu der Aufgabe $3 \cdot 5$?

☐ passen ☐ passen nicht

Begründung:

2.) Kannst du die Bilder so verändern, dass sie zu der Aufgabe $3 \cdot 6$ passen? Male mit einer Farbe in das Bild.
Vergleiche die beiden Bilder. Was hat sich verändert?