Kinder denken anders

Die fünfjährige Sarah (5 Jahre) kann schon recht gut zählen. Stolz sagt sie die Zahlwortreihe von 70 bis 95 auf und fährt fort: „96, 97, 98, 99, hundert, einhundert, zweihundert, dreihundert." "Nein, nein, das stimmt nicht. Soweit kannst du noch nicht zählen. Es heißt hunderteins, hundertzwei, hundertdrei“, unterbricht sie die Mutter daraufhin. Gut gemeint – aber nicht gut.

Denn wie Kinder Mathematik in ihren jungen Jahren erfahren, ist prägend für ihre späteren Kompetenzen und Defizite, für ihre späteren Einstellungen zur und Bilder von Mathematik. Man hilft ihnen am ehesten, indem man sie und ihr mathematisches Denken wirklich ernst nimmt.

Viele Kinder zählen irgendwann einmal so wie Sarah. Dabei gehen die meisten von ihnen nicht – wie man vermuten könnte – in Hunderterschritten vor (100, 200, 300, …), sondern übertragen die Regel für die Zahlwortbildung, die bei den Zahlen von 13 bis 99 zur Anwendung kommt, auf größere Zahlen. Zuerst werden stets die Einer gesprochen: acht-und-neunzig, neun-und-neunzig, hundert, ein-und-hundert, zwei-und-hundert, drei-und-hundert usw. Das ‚und‘ lassen die Kinder vermutlich weg, weil sie Wörter wie einhundert, zweihundert usw. schon gehört haben, ein-und-hundert dagegen nicht. Außerdem gibt es bei drei-zehn, vier-zehn usw. ja auch kein ‚und‘.

Die geschilderte Szene kann also ganz unterschiedlich wahrgenommen, interpretiert und bewertet werden. Dieses hängt wesentlich von der eigenen Grundeinstellung gegenüber Kindern ab:

Vorwiegend *defizitorientiert*: Dabei orientiert man sich – wie Sarahs Mutter – hauptsächlich an dem, was richtig ist, was die Kinder noch erlernen müssen. Abweichungen von der Norm bewertet man dann als Defizite, die es gilt, schnellstmöglich zu korrigieren („Nein, nein, das stimmt nicht. Es heißt hunderteins, hundertzwei, hundertdrei.“) oder besser noch: direkt zu verhindern („Soweit kannst du noch nicht zählen.“).

Primär *kompetenzorientiert*: Hier orientiert man sich schwerpunktmäßig an dem, was die Kinder schon können. Man bemüht sich, deren Denkweisen als prinzipiell sinnvolles Vorgehen zu verstehen und ihnen dieses auch zu signalisieren. Das bedeutet natürlich nicht, dass man den Schülern nicht auch Dinge erklären darf bzw. sollte („‚Einhundert‘ passt eigentlich ganz gut nach hundert, aber man sagt ‚hunderteins‘ dazu!“). Aber das passiert ausgehend von der Einsicht, dass bei dem, was in den Ohren der Erwachsenen falsch klingt, häufig viel richtiges Denken beteiligt ist.

Abseits schulischer Belehrung entwickeln viele Schüler(innen) erstaunliche Fähigkeiten. Erwachsene nehmen diese oft gar nicht wahr, denn erstens erschwert ihnen ihre eigene Sicht der Dinge die Wahrnehmung anderer Standpunkte, und zweitens unterschätzen sie leicht, zu welch erstaunlichen eigenständigen Denkleistungen auch sehr junge Kinder häufig schon in der Lage sind. Gemäß der Forderung ‚erst verstehen, dann verstanden werden‘ (Wielpütz 1998) ist im Gegensatz hierzu die Erkenntnis von Bedeutung, dass Kinder anders denken (Spiegel & Selter 2003) – in verschiedener Hinsicht …

1 Kinder denken anders, als wir Erwachsenen denken!

Die Vorgehensweisen von Kindern können sich z. T. deutlich von denen unterscheiden, die wir als Erwachsene benutzen (vgl. Selter & Spiegel 1997, 11-12). Mehr als das: Sie sind manchmal so intelligent, dass wir Erwachsene große Schwierigkeiten haben, sie in ihrer Originalität und Kreativität zu erkennen, wie das folgende Beispiel zeigt.

> In einem 4. Schuljahr wurde in einer Klassenarbeit die folgende Aufgabe gestellt: Der Apotheker füllt 1,750 kg Salmiakpastillen in Tüten zu je 50 g. Wie viele Tüten erhält er? In Annikas Arbeit war als Lösung zu finden:

$$\begin{array}{lrl} 1{,}750\text{ kg} : 50\text{ g} = & 2 \cdot 7 & = 14 \\ & 1 \cdot 1 & = 1 \\ & 2 \cdot 10 & = \underline{20} \\ & & \;35 \end{array}$$

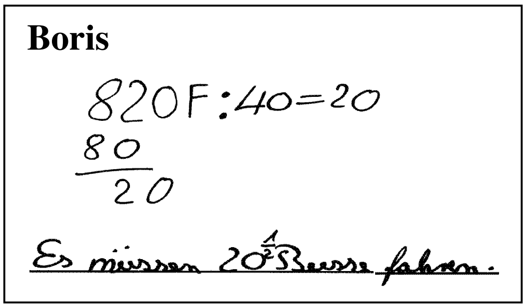
Antwort: Der Apotheker erhält 35 Tüten.

Bei der ersten Durchsicht der Arbeit verstand die Lehrerin den Lösungsweg nicht. Da es ja nicht nur auf richtige Ergebnisse, sondern auch auf richtige Rechenwege ankam, wusste sie nicht, wie sie Annikas Lösung bewerten sollte. Zwei Kollegen, denen sie die Arbeit am Nachmittag zeigte, hatten ebenfalls den Eindruck, dass nichts Richtiges dahinter stecke und das Endresultat irgendwo abgeschrieben worden sei. Abends jedoch hatte die Lehrerin dann eine Vermutung …

Am nächsten Morgen bat sie Annika, die Aufgabe erneut zu lösen. Sie notierte an der Tafel exakt denselben Rechenweg. Dann fragte die Lehrerin die anderen Schüler, was sie wohl gedacht habe. Sebastian erläuterte Annikas Rechenweg wie folgt: Sie hatte sich überlegt, dass 100g zwei 50g-Tüten seien, 700g also insgesamt 2·7=14 Tüten. Die fehlenden 50g der 750g repräsentierte sie durch den Zahlensatz 1·1=1. Die Anzahl der Tüten für die restlichen 1000g berechnete sie entsprechend als 2·10=20, da ein Tausender aus zehn Hundertern besteht. Danach addierte sie die Teilsummanden (14+1+20) und gab die Antwort 35. Die meisten Erwachsenen hätten die Lösung vermutlich auf ganz andere Weise erhalten.

2 Kinder denken anders, als wir es erwarten!

Kinder denken nicht nur anders als wir, sie denken auch anders, als wir es erwarten. Viertklässlern wurde die Aufgabe gestellt: ‚Zu einem Auswärtsspiel wollen 820 Fußballfans mit dem Bus anreisen. In jedem Bus können 40 Fans mitfahren. Wie viele Busse müssen fahren?' Boris rechnete die Geteiltaufgabe zunächst korrekt aus und notierte 20 als Ergebnis. Nach einiger Zeit des Nachdenkens änderte er es in 20 1/2, so dass seine Antwort lautete: „Es müssen 20 1/2 Busse fahren."


Boris

820F:40=20
80
20

Es müssen 20 1/2 Busse fahren.

Zunächst einmal ist man versucht zu denken, dass Boris den Sachverhalt nicht richtig verstanden hat oder dass er nicht weiß, was er bei Geteiltaufgaben mit dem Rest machen soll. Wir bestreiten keineswegs, dass es Kinder gibt, bei denen dieses in vergleichbaren Situationen der Fall ist.

Aber wir sind der Meinung, dass es falsch ist, diesen eher defizitorientierten Standpunkt von vornherein einzunehmen. Zunächst sollte man statt dessen dem Kind unterstellen, dass es sich etwas Vernünftiges bei seiner Antwort gedacht hat. Dass man damit der Wahrheit näher kommen kann, zeigt sich sehr schön an Boris' Erläuterungen.

Denn auf die Frage, was er geschrieben habe, meinte er: „20 Busse, dazu 1/2 … also nicht 1/2, schon ein ganzer, aber dass da die Hälfte der Leute hineingeht. … Also noch ein Bus, also 21." Seine ursprüngliche Antwort 20 1/2 ist ein typisches Beispiel dafür, dass man das Denken von Kindern bisweilen nicht nur falsch einschätzt, sondern häufig auch unterschätzt. Entgegen der ersten Annahme hatte er sich sehr wohl Gedanken über die Berücksichtigung des Restes gemacht. Er meinte jedoch nicht einen halben (in der Mitte durchgeschnittenen) Bus, sondern einen *halbvollen*! So gesehen, ist seine ursprüngliche Art der Interpretation des Restes (1/2 heißt halbvoll) eigentlich viel informativer als die als korrekt angesehene Antwort 21.

3 Kinder denken anders, als wir es möchten!

Kinder denken bisweilen nicht nur anders, als wir es vermuten, sondern sie denken häufig auch anders, als erfahrene Personen – Lehrer(innen), Eltern, Großeltern – es von ihnen erwarten bzw. für sie als richtig empfinden. Hierzu ein Beispiel: In einem 1. Schuljahr sollen die Kinder Plusaufgaben im Zahlenraum bis 20 ausrechnen. Vorher wurde im Unterricht das Teilschrittverfahren behandelt: erst bis zur 10 ergänzen und dann den Rest dazu addieren, bei 8+7 also zunächst 8+2 und dann 10+5 zu rechnen. Der Lehrer möchte diese Strategie anhand von einigen Aufgaben festigen. Dabei ereignet sich folgender Dialog zwischen ihm und Timo:

L: Was ist 9+4?

T: Wenn es 10 wären, wären es 14, weil 5+5 ist ja 10, und 4 dazu ist 14, aber es ist ja 5+4… (wird von L unterbrochen)

Verstehen Sie, wie Timo denkt? Die Lehrperson jedenfalls kann seine Überlegung nicht nachvollziehen und unterbricht ihn.

L: Wer kann es dem Timo noch mal erklären?

S: Du musst rechnen 9+1=10, und dann noch die 3 dazu, macht 13!

L: Hast du es verstanden, Timo?

T: nickt, wirkt wenig überzeugt

Ob Timo diesen Rechenweg wirklich verstanden hat, ist fraglich. Man kann nicht ausschließen, dass er die bejahende Antwort in der Absicht gibt, seine Ruhe haben zu wollen. Die Episode ist deshalb so interessant, weil sie noch eine überraschende Wendung nimmt. Einige Minuten später sagt der Lehrer in einer Nachbesprechung Folgendes …

L: Der Timo hat große Schwierigkeiten in Mathematik. Manchmal glaube ich, er hört mir nicht richtig zu.

Verkehrte Welt? Ist es nicht der Lehrer, der hier nicht richtig zuhört und Timos gute Überlegung (10+4=14, also ist 9+4=13) nicht erfasst? Denn die Aufgabe 9+4 auf diese Weise zu lösen, ist doch eigentlich viel geschickter, als erst bis zur 10 und von dort aus weiter zu rechnen. Warum passiert so etwas? Wir denken, dass es damit zu tun hat, dass der Lehrer bestimmte, sicherlich gut gemeinte Vorstellungen davon hat, wie Aufgaben dieses Typs zu rechnen sind. Er ist so auf dieses Denkschema konzentriert, dass er Schwierigkeiten hat, andere sinnvolle Vorgehensweisen als solche zu erkennen.

Solche Episoden gehören leider zum Schulalltag. Und häufig ist es gerade das Schicksal der sog. schwachen Schüler, dass ihre – aus der Erwachsenensicht – unkonventionell erscheinenden, eigenen Rechenwege nicht in ihrer Originalität erkannt werden. Statt dessen werden sie genötigt, ihre eigenen originellen Denkwege zugunsten der durch die Lehrperson vertretenen, für die Gesamtheit der Kinder als optimal erachteten Methode zu verwerfen.

4 Kinder denken anders als andere Kinder

Dass Kinder unterschiedlich *sind*, ist wohl allgemein akzeptiert. Denn erwiesenermaßen gibt es ruhige und quirlige Kinder, gesellige Kinder und Kinder, die gut mit sich allein zurecht kommen, Kinder, die sich gut konzentrieren können und solche, die nie lange bei einer Tätigkeit verweilen, usw. usf. Dass sie aber im Bereich der Mathematik unterschiedlich *denken*, ist für viele Erwachsene ein ungewohnter Gedanke. Sie können sich meist nur schwer vorstellen, dass es mehr als einen Lösungsweg für ein und dieselbe Aufgabe gibt.

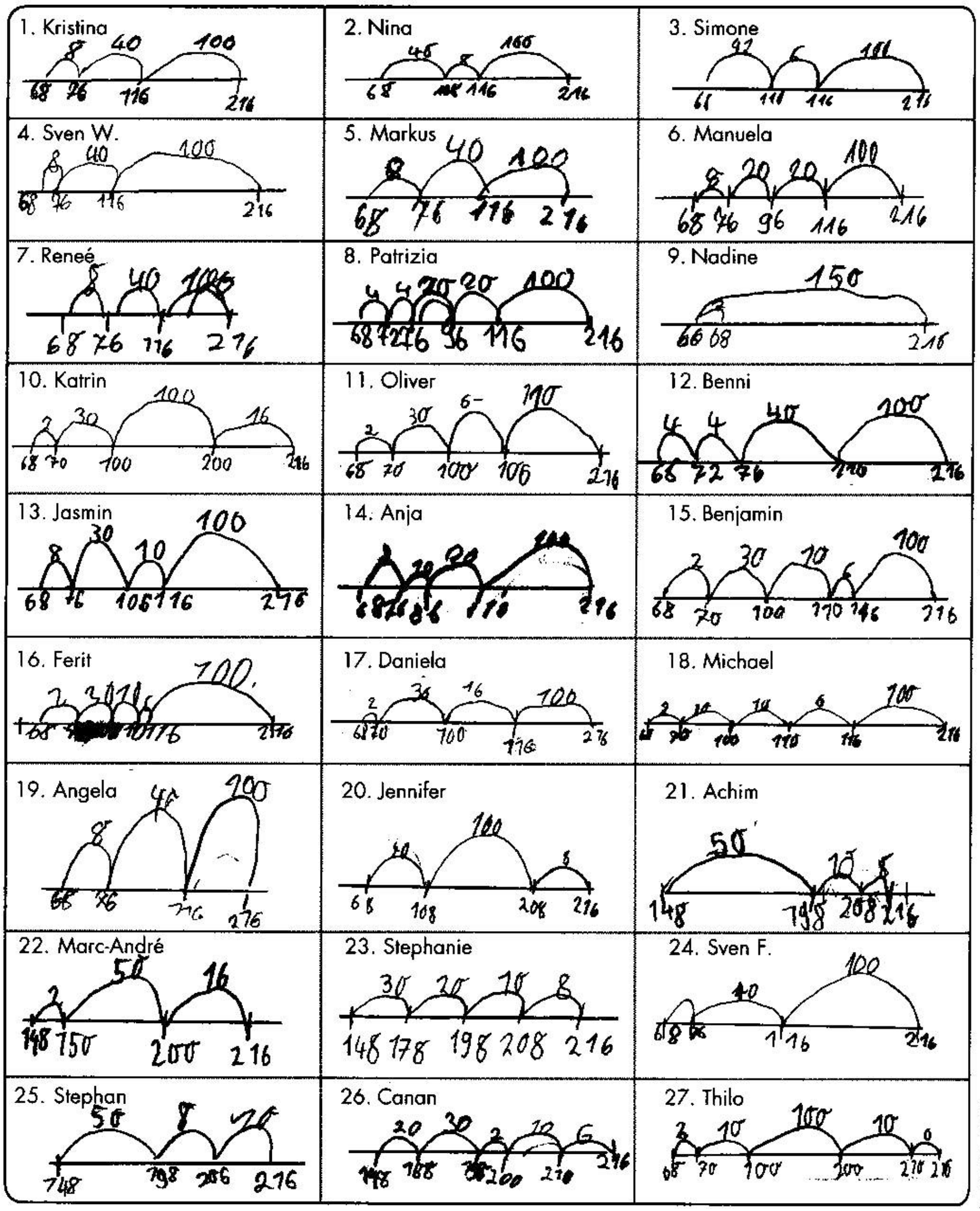
Seitens der Erwachsenen sollte daher nicht nur der Erfindungsreichtum des Denkens von Kindern beachtet werden, sondern auch dessen *Vielfalt*. Diesen Grundgedanken wollen wir nun abschließend anhand von von Beispielen illustrieren.

Vor der Behandlung der Subtraktion im Tausenderraum wurde Schülern eines dritten Schuljahres die folgende Aufgabe gestellt: ‚Im Kino können 216 Personen sitzen. Es sind schon 148 da.' Die Schüler sollten ihre Vorgehensweise mit Hilfe des sog. Rechenstrichs entwickeln bzw. darstellen. Dabei handelt es sich um einen von den Kindern zu zeichnenden Strich, auf dem die Kinder ihre Rechenschritte durch die Angabe der Sprungweite bzw. von (Zwischen-)Ergebnissen festhalten können (vgl. Selter & Spiegel 1997, S. 14-15).

Die Abbildung gibt die Lösungen sämtlicher Schüler(innen) wieder. Wir empfehlen Ihnen, sich etwas Zeit zu nehmen und die Rechenwege der Schüler(innen) zu studieren. Vielleicht macht es Ihnen auch Spaß, verwandte Rechenwege zu Gruppen zusammenzufassen. Hier kann man sehr grob und sehr feine Unterscheidungskriterien vorsehen, die die Vielfalt etwas überschaubarer machen.

So subtrahierte beispielsweise *Kristina* schrittweise zunächst den Hunderter, dann die Zehner und dann die Einer (216–100–40–8), während *Patrizia* (216–100–20–20–4–4) und *Manuela* (216–100–20–20–8) Zehner bzw. Einer weiter aufteilten. Eine andere Strategie bestand darin, die 148 so aufzuspalten, dass ‚glatte' Zahlen als Zwischenergebnisse dienten (*Simone*: 216–100–6–42; *Oliver*: 216–110–6–30–2; *Katrin*: 216–16–100–30–2).

Andere Schüler wurden durch die Aufgabenstellung veranlasst, zu ergänzen, so etwa *Stephanie,* die zuerst die Zehner und dann die Einer auffüllte (148+30+20+10+8), oder auch *Marc-André*, der dabei Schwellenzahlen ausnutzte (148+2+50+16). Schließlich lösten auch einige Schüler – wie etwa *Nadine* – die Problemstellung durch das Heranziehen einer einfacheren Aufgabe (216–150+2).



5 Kinder denken anders als sie selbst

Kinder denken aber nicht nur anders als andere Kinder, sondern sie denken bisweilen in verschiedenen Situationen ganz unterschiedlich. Das Kind beispielsweise, das im Alltag souverän sein Taschengeld verwaltet, während es in der Schule bei der Lösung ‚einfacher' Plusaufgaben Schwierigkeiten hat, ist keine Seltenheit.

So haben Nunes u. a. (1993, 15) brasilianische Straßenkinder untersucht, die seit früher Kindheit auf der Straße Lebensmittel oder Süßigkeiten verkauften, um ihren Lebensunterhalt zu sichern. Diese Kinder wurden zunächst in einer Alltagssituation befragt, indem die Interviewerin als potentielle Käuferin auftrat und mehrere Preisnachfragen stellte. An einem der darauffolgenden Tage nahmen die Kinder an einem Test teil, bei dem sie eine Reihe von Textaufgaben ähnlichen Inhalts bzw. von Rechenaufgaben nur mit Zahlen lösen mußten. Diese waren, was die verwendeten Operation und Zahlengrößen anbelangt, mit den Kaufsituationen vergleichbar. Es zeigte sich, daß 98,2% der Verkaufsaufgaben, 73,7% der Textaufgaben, aber lediglich 36,8% der ‚nackten' Rechenaufgaben, bei denen die Kinder häufig Standardverfahren anwendeten, korrekt gelöst wurden (ebd., 21).

Jedoch nicht nur diese Prozentsätze sind bemerkenswert, sondern auch die zahlreichen Fallbeispiele. Der zwölfjährige M. ist in einer ‚realen' Verkaufssituation in der Lage, den Preis von vier Kokosnüssen, die jeweils 35 Cr$ kosten, zu berechnen (vgl. ebd., 24; Übersetzung der Verf.): „Das kostet einhundertfünf, plus dreißig, macht einhundertfünfunddreißig, … eine Kokosnuß kostet fünfunddreißig … das macht … eins vierzig.“ In einem Rechentest versucht er wenige Tage später, das in der Schule gelernte Verfahren der schriftlichen Multiplikation anzuwenden und scheitert dabei. Seine Lösung 200 erklärt er wie folgt: „Viermal fünf ist zwanzig, zwei im Sinn; zwei plus drei macht fünf, mal vier ist zwanzig.“

Dass unterschiedliche Lösungswege sogar bei ein und derselben Aufgabenbearbeitung beobachtet werden können, zeigt sich im folgenden Beispiel. Im Rahmen eines Interviews wurde Malte die Aufgabe 701–698 gestellt.

I Wie viel ist 701–698?

M (*rechnet gemäß des schriftlichen Algorithmus untereinander*) 8 minus 1 gleich 7, 9 minus 0 gleich 9, 7 minus 6 gleich 1. 197!

I Kannst du es auch anders rechnen?

M Ja.

I Wie denn?

M Von 698 bis 700 sind es 2 und von 701 bis 700 ist es 1, also sind´s 3.

I Mhm. Die selbe Aufgabe, aber zwei verschiedene Ergebnisse?

M Mhm, weiß auch nicht.

I Kann denn Beides richtig sein?

Einige Kinder – insbesondere weniger schulerfahrene – sehen darin keinen Widerspruch. Einmal haben sie es halt so gerechnet und einmal anders. Dass es zwei Ergebnisse geben kann, ist für sie genauso offensichtlich, wie die Tatsache, dass mehrere mögliche Lösungswege existieren.

Malte ist jedoch als Drittklässler mit den in der Schule allgemein üblichen Regeln vertraut und weiß, dass im Mathematikunterricht eigentlich immer jede Aufgabe genau eine Lösung hat – nicht mehr und nicht weniger. Konsequenterweise artikuliert er, beide Antworten könnten nicht richtig sein.

M Ne.

I Was denkst du denn, was stimmt?

M (*überlegt einige Sekunden*) Das da! (*zeigt auf das schriftlich Gerechnete*)

I Warum glaubst du, dass das stimmt und das andere nicht?

M Ja, weil das hier (*zeigt auf das schriftlich Gerechnete*) habe ich richtig ausgerechnet und das andere habe ich nur so hopp-di-hopp im Kopf überlegt.

Die beiden Rechenwege mit den unterschiedlichen Ergebnissen werden von Malte also sehr wohl als verschieden angesehen. Ihm ist klar, dass er sich irgendwie verrechnet haben muss. Da er sich jedoch für eine der beiden Lösungen entscheiden muss, wählt er schließlich das Ergebnis der Rechenmethode, bei der er sich sicherer fühlt.

6 Unterschied, nicht Defizit

Kinder denken also anders, als wir (es) denken. Dieser Satz mutet zunächst an wie eine Trivialität, die wohl allseits akzeptiert wird. Bei genauerem Hinsehen fällt jedoch auf, dass Andersartigkeit zu oft als *Defizit* verstanden wird: Die Kinder seien noch nicht so weit, man müsse ihnen erst noch sagen, wie es richtig gehe.

Wir verstehen Andersartigkeit aus der kompetenzorientierten Perspektive nicht als *Defizit*, sondern als *Differenz*. Das heißt, dass wir die Sichtweise des Kindes als eine erfindungsreiche und aus seiner Sicht sinnvolle Deutung der Dinge verstehen, die häufig eine andere ist, als die unsrige, die aber prinzipiell zunächst einmal die vernünftigen 'Versuche' des Kindes widerspiegelt, Anforderungen zu bewältigen. Für weitere Beispiele und Ausführungen sei auf Spiegel & Selter (2003) verwiesen.

Literatur

Nunes, Terezinha, Analucia Dias Schliemann & David William Carraher (1993): Street Mathematics and School Mathematics. Cambridge-New York-Oakleigh: Cambridge University Press.

Selter, Christoph & Hartmut Spiegel (1997): Wie Kinder rechnen. Leipzig: Klett.

Spiegel, Hartmut & Christoph Selter (2003): Kinder und Mathematik – Was Eltern wissen sollten. Seelze: Kallmeyer.

Wielpütz, Hans (1998): Erst verstehen, dann verstanden werden. In: Grundschule. H. 3, S. 9-11.