



Unterstützen, nicht überprüfen

Aufgabenbeispiele zur Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht

Im vorliegenden Beitrag versuchen wir, Grundzüge einer *unterstützenden* Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht zu entwickeln und diese durch Beispielaufgaben zu illustrieren. Zuvor stellen wir dar, warum der Stellenwert der noch weitgehend vorherrschenden *überprüfenden* Leistungsmessung mit Blick auf die Mathematik, die Kinder und die Lehrerin zu relativieren ist.

Der Blick auf das Fach

Mathematik gilt – wie sonst vielleicht nur das Rechtschreiben – als Selektionsfach par excellence. Hier wie dort ist die Auffassung weit verbreitet, dass sich Lernerfolge objektiv messen und beurteilen lassen, denn es gibt ja offensichtlich nur 'richtige' und 'falsche' Lösungen bzw. Lösungswege.

Viele Leistungsüberprüfungen, bei denen an festgelegten Terminen unter Zeitdruck eine Vielzahl von Rechenetüden gemäß genauer Vorgaben bearbeitet werden muss, konzentrieren sich daher auf den Wissens- oder den Fertigkeitsbereich (vgl. Kasten). Schließlich bieten Literatur oder Lehrerbildung ja auch so gut wie keine alternativen Entwürfe bzw. Hilfestellungen.

Die Ergebnisse entscheiden dann nicht nur über die Lebensentwürfe von Kindern entscheidend mit, sondern prägen auch deren Bild von Mathematik nachhaltig. In der englischsprachigen Literatur heißt es: 'You get what you test' – die Art der Leistungsüberprüfung bestimmt ganz erheblich, was und wie gelernt wird.

So wichtig die Beherrschung mathematischer Grundlagen auch ist: Mathematik auf das Benennen von abgespeicherten Wissensselementen und auf das Ausführen von intensiv eingeübten Handlungsanweisungen zu reduzieren, wird dem Reichtum und der Prozesshaftigkeit des Faches nicht gerecht. Und es schult auch nicht die Denkfriede.

In der Mathematik gibt es eben nicht generell nur die 'richtige' oder die 'falsche' Lösung. Hier existiert häufig mehr als lediglich der einzige korrekte Lösungsweg, ist nicht immer alles schon fertig vorgeordnet: 'Mathematik ist etwas, das man tut', so hat es der Mathematiker Moise einmal formuliert.

Soll demgemäß im Unterricht die Tätigkeit des Mathematiktreibens vermehrt in den Vordergrund gerückt werden, so hat das natürlich entscheidende Konsequenzen für die Leistungsmessung. 'You get, what you test!' *Entdeckendes Lernen* und *aufdeckendes Abtesten* passen nur schwerlich zueinander.

Der Blick auf das Kind

Darüber hinaus ist eine punktuelle, überwiegend produkt-, konkurrenz- und defizitorientierte Art der Leistungsmessung, wie sie im abgedruckten Beispiel repräsentiert ist, auch mit Blick auf das Kind sehr kritisch zu sehen.

Dadurch dass fremdbestimmte Anforderungen von allen Schülern gleichzeitig auf vorgeschriebene Weise und innerhalb einer definierten, in der Regel recht knapp bemessenen Zeiteinheit zu erfüllen sind, wird man weder den Zielen des Mathematikunterrichts noch den Besonderheiten menschlichen Lernens gerecht. Ganz abgesehen davon, dass Objektivität in der Leistungsmessung

Name: Gruppe B

① Kopfrechnen

② Dividiere schriftlich! Bedenke auch den Überschlag und die Probe!

a) $62145 : 9 =$
 $93367 : 9 =$
 $14202 : 9 =$
 $21123 : 9 =$
 $84519 : 9 =$

b) $3685 : 4 =$
 $49259 : 7 =$
 $8547 : 6 =$
 $9637 : 3 =$
 $58145 : 8 =$

③ Schriftliches Dividieren mit Kommazahlen!

$648,20 € : 4 =$
 $252 € : 5 =$
 $432,18 € : 3 =$
 $1177,00 € : 5 =$
 $3939,60 € : 7 =$

④ Auch hier gibt es Lückenaufgaben!

a) $456 \div 7 = 35 \text{ R } 9$

$$\begin{array}{r} 456 \\ - 21 \\ \hline 35 \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

b) $34 \div 8 = 4 \text{ R } 2$

$$\begin{array}{r} 34 \\ - 32 \\ \hline 2 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

⑤ Herr Meier, Frau Meier, Inga und Lars haben jeder eine Pizza gegessen. Sie bezahlen zusammen 19,20 €.

Frage: Rechnung: Antwort:

Viel Erfolg! ☺

und erst recht bei der Leistungsbeurteilung ein Mythos ist, der nicht weitergetragen werden sollte. Messen ist häufig vermessen – im doppelten Wortsinn: nicht genau, aber anmaßend.

Der pädagogische Leistungsbegriff geht hingegen davon aus, dass Leistungsfeststellung nicht primär zum Zwecke der Selektion erfolgt, sondern um die Lernenden zu stärken, zu fördern, zu ermutigen.

Allerdings ist es wohl um einiges einfacher, solche Forderungen aufzustellen, als sie für das Fach Mathematik so zu konkretisieren, dass Lehrerinnen ausgehend von vorgegebenen Beispielen eine Übertragung auf ihre eigenen Klassen und auf bestimmte Themen leisten können.

Der Blick auf die Lehrerin

Dass Leistungsfeststellung nicht primär zur *Überprüfung*, sondern vorrangig zur *Unterstützung* durchgeführt werden sollte, trifft nicht nur für Kinder, sondern auch für ihre Lehrerinnen zu: Die Analyse der Schüleräußerungen sollte *vorrangig* zu einer Verbesserung des Unterrichts führen, nicht primär zu einer Klassifizierung der Schüler. Leistungen sollten daher nicht nur erhoben werden, um zurückzublicken, sondern auch, um nach vorn zu schauen.

Hierzu reicht es selbstverständlich nicht aus, nur Ergebnisse von Aufgaben zu vermeintlich leicht abprüfbareren Inhalten zur Kenntnis zu nehmen und sie mit richtig oder falsch zu bewerten. Im Sinne professioneller, dem Kinde gerechter Unterrichtsreflexion und -vorbereitung erscheint es hingegen notwendig, dass die Lehrerin viel von den authentischen Denkweisen ihrer Schüler erfährt. Daher sollten die Schülerinnen und Schüler durch die Aufgabenstellungen die Gelegenheit bekommen, zu zeigen, was sie können und wissen. In den Niederlanden heißt das 'positives Testen'.

Es geht also für die Lehrerin nicht nur mit Blick auf die Kinder, sondern auch im eigenen Interesse darum, deren Mathematikleistungen sowohl zu *beachten* (im Sinne von wahrnehmen) als auch zu *achten* (i. S. v. ernst nehmen). Nicht nur, *dass* etwas falsch oder richtig ist, ist in diesem Zusammenhang von Bedeutung, sondern auch, *was* falsch bzw. richtig ist und *warum*!

Informative Aufgaben

Wie könnte nun eine stärker kontinuierliche, prozessorientierte, individuumsbezogene, kompetenzorientierte Art der Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht aussehen? Zu einer halbwegs zufriedenstellenden Beantwortung dieser Frage müsste eigentlich ein dickes Buch geschrieben werden.

Im vorliegenden Beitrag können wir nicht mehr leisten, als einen kleinen Diskussionsbeitrag für eines der damit zusammenhängenden Teilprobleme zu liefern. Wir möchten auf der Grundlage der Arbeit von Marja van den Heuvel-Panhuizen (1996) acht wesentliche Prinzipien solcher Aufgaben beschreiben. Natürlich können im Regelfall nicht alle dieser Punkte erfüllt sein.

1. Auf dem Aufgabenblatt oder im Heft sollte immer Platz für *Nebenrechnungen* oder sonstige Notizen zur Verfügung stehen, den die Kinder nutzen können (oder sollen, je nach Intention). Das dort ggf. Stehende kann zur Klärung der Denkweisen herangezogen werden.
2. Bei geeigneten Aufgaben sollten die Kinder gebeten werden, ihre Vorgehensweise schriftlich oder mündlich zu erläutern. Selbst wenn *Erklärung* und tatsächliches Vorgehen nicht übereinstimmen, so eröffnen sich häufig interessante Einblicke in die Denkwege der einzelnen Kinder.

1 DREIERGRUPPEN BILDEN
a) Rechne alle Aufgaben aus. Unten auf der Seite ist Platz für deine Rechnungen.

$28+19=$ ____	$57+30=$ ____	$30+41=$ ____
$30+40=$ ____	$27+19=$ ____	$56+30=$ ____
$56+31=$ ____	$31+40=$ ____	$27+20=$ ____

b) Immer drei Aufgaben aus a) gehören zusammen. Sie bilden eine Dreiergruppe. Schreibe jede Dreiergruppe in einen Kasten! Gib auch an, warum die drei Aufgaben jeweils zusammengehören.

c) Erfinde selbst Dreiergruppen mit anderen Aufgaben. Rechne die Aufgaben aus. Unten ist Platz für deine Rechnungen. Du kannst auch eine Gruppe mit mehr als drei Aufgaben erfinden.

Platz für deine Rechnungen

3. Einzelne oder auch sämtliche Aufgaben sollten *Wahlaufgaben* sein, bei denen die Kinder zwischen zwei ähnlichen, aber unterschiedlich angelegten und durchaus auch unterschiedlich schwierigen Anforderungen wählen können. Oder sie bearbeiten – genügend Zeit vorausgesetzt – beide Aufgaben, und entscheiden dann, falls erforderlich, welche ‚bewertet‘ werden soll, oder lassen die Lehrerin jeweils die günstigere Entscheidung treffen.

2 PLUSAUFGABEN ERFINDEN							
59	35	10	39	23	31	40	8
Wähle zwei Zahlen aus und rechne sie zusammen. Erfinde insgesamt acht Plusaufgaben. Entscheide dich nun noch für die Regel A oder die Regel B.							
Regel A Das Ergebnis soll größer sein als 20.				Regel B Das Ergebnis soll größer sein als 50.			

4. Es sollten auch *offenere Aufgaben* ausgewählt werden, bei denen es mehr als eine Lösung gibt, und solche, bei denen es mehrere sinnvollerweise einzuschlagende Vorgehensweisen existieren.
5. Die Schüler sollten auch die Gelegenheit haben, innerhalb eines durch die Aufgabenstellung präzisierten Rahmens selbst Aufgaben zu produzieren. Natürlich erlauben solche *Eigenproduktionen* keine hundertprozentig sicheren Rückschlüsse auf die wahren Fähigkeiten. Wenn ein Kind beispielsweise aus Bequemlichkeit einfache Aufgaben notiert, so heißt das nicht notwendigerweise, dass es nur solche rechnen kann. Gleichwohl sind in der Zusammenschau mit allen anderen Informationen, über die man als Lehrerin verfügt, gewisse Tendenzen erkennbar. Außerdem könnte die Lehrerin den ‘Produktionsauftrag’ entsprechend fokussieren (z. B.: Erfinde drei schwere Aufgaben!).
6. Eine Aufgabe sollte durchaus auch einmal in verschiedenen Zusammenhängen auftauchen, z. B. als Textaufgabe und als Zahlenaufgabe oder als Textaufgabe mit zwei unterschiedlichen Kontexten. Durch solche *Variationen* kann die Lehrerin bisweilen erfahren, dass ein Kind eine Aufgabe lediglich in bestimmten Zusammenhängen beherrscht – oder anders formuliert: zwar in manchen Kontexten das nicht leisten kann, was es in anderen sehr wohl vermag.
7. Wenn möglich, sollten auch *zusammenhängende Rechenaufgaben* auftreten, um feststellen zu können, ob die Kinder sich diese Beziehungen zunutze machen und fehlerhafte Lösungen vielleicht sogar darauf zurückzuführen sind (z. B. $6+9=13$, weil $5+9=12$).
8. In einigen Fällen ist es durchaus hilfreich, eine der Aufgaben nebst Lösung vorzugeben. An solchen *Hilfsaufgaben* können die Schüler sich (z. B. größenordnungsmäßig) im Weiteren orientieren; zum anderen können diese dazu beitragen, dass die Schüler die Aufgabenanforderungen verstehen (Was genau soll ich tun? Was schreibe ich wie wohin?).

3 RECHENWEGE AUFSCHREIBEN	
• Rechne die Aufgabe a) aus. Schreibe auf, wie du auf das Ergebnis gekommen bist. Weißt du noch einen anderen Rechenweg? Schreibe ihn bei b) auf!	
Platz für deine Rechnungen	
a) So rechne ich:	b) So kann ich es anders rechnen:
$25+17=$ ____	$25+17=$ ____
$25+26=$ ____	$25+26=$ ____
$25+49=$ ____	$25+49=$ ____
$25+62=$ ____	$25+62=$ ____
$25+ 24=$ ____	$25+ 24=$ ____

Die Beispielaufgaben 1 bis 4 sollen diese Punkte anhand des Themas ‘Addition im Zahlenraum bis 100’ illustrieren. Die Aufgabenstellungen wurden unter dem Schwerpunkt ausgewählt, erfahren zu

wollen, welche Zusammenhänge zwischen einzelnen Aufgaben die Kinder sehen und ob sie diese nutzen (Beispiele 1 und 4), welche Art von Aufgaben sie erfinden (Beispiel 2) und welche Rechenstrategien sie verwenden (Beispiel 3), wenn ihnen die Freiheit hierzu gegeben wird.

Beim Beispiel 3 etwa kann man nicht nur feststellen, ob die Aufgaben richtig gerechnet wurden, sondern auch, ob alle nach derselben Strategie bearbeitet wurden oder die Schüler aufgabenbezogen variierten, ob diese jeweils einen zweiten Rechenweg angeben konnten, ob sich dieser fundamental vom ersten unterscheidet und welche Fehler auftauchen. Natürlich erhält man auch durch solche umfangreicheren Informationen nicht sicher ein authentisches Abbild des Denkens der Schüler, aber man erfährt natürlich ungleich mehr, als wenn man lediglich die Resultate der Aufgaben zur Kenntnis nimmt.

Dass solche Aufgaben auch im Rahmen von Klassenarbeiten dazu herangezogen werden können, bedeutet nicht, dass wir damit den Klassenarbeiten das Wort reden möchte. Doch wir denken, dass hier der Veränderungsbedarf wohl besonders groß und dringlich ist.

Es versteht sich von selbst, dass man die durch die Beispiele verkörperten informativen Aufgaben den Schülern nicht unvorbereitet vorlegen sollte. Aufgabenanforderungen, die zum Zwecke der Leistungsfeststellung eingesetzt werden, sollten den Schülern bekannt sein. Auch sollte stets ausreichend viel Zeit zur Verfügung stehen. Je mehr Kinder unter Druck stehen, desto unwahrscheinlicher scheint es, dass sie mehr äußern als das, was sie als das Nötigste erachten.

Beurteilen müsste man die Schülerleistungen bei solchen Aufgaben dann weniger wie traditionelle Diktate, als vielmehr wie die selbst verfassten Texte der Kinder: sich der Subjektivität und der eventuellen Vagheit der eigenen Wahrnehmungen durchaus bewusst, aber mit kompetenzorientiertem Blick um individuelle Gerechtigkeit bemüht. Aber das bietet genug Stoff für einen weiteren Aufsatz.

Literatur

van den Heuvel-Panhuizen, Marja (1996): Assessment in Realistic Mathematics Education. Utrecht. Freudenthal instituut. ISBN: 90-393-1333-4

4 AUFGABENPAARE

Hier gehören immer zwei Aufgaben zusammen, eine leichtere und eine schwierigere. Wenn man die leichtere Aufgabe zuerst ausrechnet, kann man sie benutzen, um die schwierigere auszurechnen. Zusammen bilden beide Aufgaben ein Aufgabenpaar.

1. Rechne die Aufgabe, die du leichter findest. Die andere brauchst du nicht zu berechnen. Du kannst sie aber ausrechnen, wenn du gerne möchtest.

a) $27+30=$	b) $26+69=$	c) $32+20=$
$27+33=$	$26+70=$	$32+18=$
d) $25+50=$	e) $17+35=$	f) $25+26=$
$25+49=$	$17+5=$	$25+25=$

2. Eine Aufgabe ist schon ausgerechnet. Rechne die andere Aufgabe aus.

a) $68+20=88$	b) $44+28=$	c) $49+49=$
$68+22=$	$44+30=74$	$49+50=99$
d) $35+35=70$	e) $15+45=60$	f) $18+57=$
$35+33=$	$15+48=$	$18+7=25$

3. Rechne zunächst die leichtere Aufgabe aus und mache ein Kreuz hinter das Ergebnis. Rechne dann die schwierigere Aufgabe aus.

a) $44+40=$	b) $52+9=$	c) $55+27=$
$44+39=$	$52+29=$	$55+25=$
d) $38+43=$	e) $77+18=$	f) $35+25=$
$38+40=$	$77+20=$	$35+23=$

4. Erfinde selbst 6 Aufgabenpaare. Rechne nur die leichtere Aufgabe aus.

a) $=$	b) $=$	c) $=$
$=$	$=$	$=$
d) $=$	e) $=$	f) $=$
$=$	$=$	$=$

Platz für deine Rechnungen