



Haus 8: Guter Unterricht:  
**Mathematische Brieffreundschaften –  
Ein „echter“ Anlass zur Kommunikation und Kooperation im Mathematikunterricht**

**Kooperatives Lernen – mehr als nur Inhalte**

Im Lehrplan Mathematik wird das ‚Kooperieren‘ explizit als Teilaspekt der prozessbezogenen Kompetenz ‚Kommunizieren/Darstellen‘ genannt (vgl. MSW 2008, S. 60). Nicht zuletzt deshalb sind kooperative Arbeitsphasen im Unterricht unverzichtbar. Sie ermöglichen es, neben den inhaltsbezogenen auch die prozessbezogenen sowie soziale Kompetenzen zu fördern. Dabei arbeiten Schülerinnen und Schüler in kleinen Gruppen zusammen an einer Aufgabe und tauschen sich bspw. über ihr Vorgehen oder ihre Lösungen aus. Dadurch, dass jedes Kind dabei nicht nur die Sache, sondern gleichermaßen auch die anderen Kinder im Blick haben muss (vgl. Leuders 2006, S. 1), regen kooperative Arbeitsphasen dazu an, Gedanken „sprachlich verständlich zu fassen, zu argumentieren, andere Perspektiven einzunehmen und mit diskrepanten Ansichten und Urteilen umzugehen“ (BLK 1997, S. 34). So können bestehende Wissenslücken aufgefüllt und ein Lernzuwachs erreicht werden (vgl. Götze 2007, S. 31f.). Hierbei sollte sich die Notwendigkeit der Kooperation möglichst aus der Sache heraus ergeben und nicht von außen künstlich aufgezwungen werden (vgl. Röhr 1995, S. 75 zitiert nach: Götze 2007, S. 56). Eine Möglichkeit solche „echten“ Anlässe zu schaffen, sich sachbezogen auszutauschen und gleichzeitig alle Kinder mit einzubeziehen, bilden mathematische Brieffreundschaften.

**Was sind mathematische Brieffreundschaften?**

Bei mathematischen Brieffreundschaften handelt es sich um eine Kooperation zwischen den Schülerinnen und Schülern zweier Klassen, die sich per Briefverkehr gegenseitig Mathematikaufgaben stellen. Dabei erhält jedes Kind ein persönliches Partnerkind aus der jeweils anderen Klasse, an den es seinen Brief adressieren kann. Die versendeten Aufgaben sind für alle Kinder einer Klasse gleich, sodass ein Austausch über verschiedene Rechenwege und Strategien auch innerhalb jeder Klasse stattfinden kann. Bearbeitet werden die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit, um jedem Kind einen individuellen Zugang zu gewähren und verschiedene Herangehensweisen zu ermöglichen. Anschließend werden die Kinder dazu aufgefordert, sich innerhalb ihrer Klasse mit anderen Kindern, z.B. in Mathekonferenzen (siehe H8, UM, Mathekonferenzen <http://pikas.dzlm.de/node/787>), auszutauschen und so von- und miteinander zu lernen. Nach einer Präsentation der Ergebnisse innerhalb der Klasse sollen die Kinder schließlich einen Antwortbrief an ihre persönliche Brieffreundin oder ihren Brieffreund schreiben. Dabei werden sie aufgefordert, Erklärungen für ihre Rechenwege zu geben, ihre Entdeckungen zu begründen und mögliche Fragen zu formulieren. Außerdem wird mit dem Antwortbrief eine neue Aufgabe für die Partnerklasse versandt.

**Wozu eignen sich mathematische Brieffreundschaften?**

Mathematische Brieffreundschaften ermöglichen authentische Anlässe, sich über mathematische Inhalte bzw. Aufgaben auszutauschen. Während Erklärungen im Unterricht häufig entweder direkt mündlich erfolgen oder nur verschriftlicht werden, weil es die Aufgabe verlangt, wird dem Aufschreiben von Erklärungen und Lösungswegen durch mathematische Brieffreundschaften Sinnhaftigkeit verliehen. Die Kinder müssen sich klar ausdrücken und ihre Entdeckungen verständlich beschreiben, damit ihre Brieffreundin oder ihr Brieffreund sie versteht. So übernehmen sie Verantwortung für sich und ihr Partnerkind. Gleichzeitig bekommen ihre Erläuterungen durch den persönlichen Adressaten einen höheren Stellenwert. Folglich wird die Motivation gefördert und das Selbstvertrauen sowie die Freude am Mathematiklernen gestärkt (vgl. Fabricius 2009, S. 21).



Außerdem werden durch mathematische Brieffreundschaften alle Kinder aktiv am Unterrichtsgeschehen beteiligt. Dadurch, dass die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit lösen, können sie ihren individuellen Lösungswegen und Vorgehensweisen nachgehen und dabei die jeweilige Aufgabenstruktur durchdringen. Zudem regt das Verschriftlichen die Reflexion des individuellen Vorgehens an, denn „weil das Schreiben den Gedankenfluss stark verlangsamt, erhält der Schüler Gelegenheit, seine eigenen Aktivitäten der Reflexion zugänglich zu machen. Seine singuläre Art, Probleme anzupacken und zu lösen, wird dadurch nicht nur aufgewertet, sondern auch fassbar und diskutierbar“ (Gallin/Ruf 1998, S. 91f.). Solch eine Diskussion kann dann bspw. in Mathekonferenzen innerhalb der Klasse oder auch während des Briefwechsels erfolgen. Dabei können gemeinsam Ursachen von Fehlern gesucht und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gesammelt werden. Dies fördert einerseits „die Reflexionsfähigkeit gegenüber den eigenen und fremden Produkten, zum anderen formt der kooperative Umgang die Sozialkompetenzen der Schüler“ (Fabricius 2009, S. 113).

Außerdem findet der eigentliche Austausch durch den Briefverkehr in einer vertraulichen Gruppe statt. Dies ermöglicht eine angstfreie Lernatmosphäre, in der sich auch die ‚stilleren‘ Schülerinnen und Schüler, die sich nicht trauen vor der gesamten Klasse zu reden, beteiligen können. Zudem bietet der schriftliche Austausch die Möglichkeit, die prozessbezogenen Kompetenzen zu schulen. Schwerpunktmäßig wird dabei die Kompetenz ‚Kommunizieren/Darstellen‘ angesprochen. So stehen den Schülerinnen und Schülern verschiedene Darstellungsformen und -mittel wie „das Zeichnen, das Schreiben [und] das Anfertigen von Tabellen“ (Fabricius 2009, S. 127) offen, um ihre Ergebnisse verständlich zu dokumentieren und zu präsentieren (siehe H8, UM, Schülerdokumente - Mathematische Brieffreundschaften). Dabei beschränkt sich die Förderung nicht nur auf die prozessbezogenen Kompetenzen. Vielmehr ermöglichen mathematische Brieffreundschaften fächerübergreifendes Lernen. So können gleichzeitig bspw. auch der Aufbau sowie Merkmale zum Verfassen eines Briefes thematisiert werden.

### **Voraussetzungen mathematischer Brieffreundschaften**

Grundsätzlich sind mathematische Brieffreundschaften nicht an eine bestimmte Klassenstufe gebunden. Jedoch sollten grundlegende Schreibfertigkeiten vorausgesetzt werden können. Die Basis mathematischer Brieffreundschaften bilden dann offene, hinreichend komplexe Aufgaben, die unterschiedliche Lösungswege und Bearbeitungsniveaus zulassen und somit einen Austausch erfordern (siehe H7, Gute Aufgaben). Zudem sollten die Kinder genügend Zeit bekommen, ihre Briefe zu lesen und sich einzeln mit der jeweiligen Aufgabe auseinanderzusetzen. Außerdem sollten im Vorfeld des Briefverkehrs Regeln bzw. Tipps für das Verfassen von Mathebriefen erarbeitet werden. So können z.B. Kriterien für gute Formulierungen und sachliche Tipps gesammelt werden (siehe H8, UM, Tippkarten zum Schreiben von Mathebriefen).

Dabei ist die Kooperationsbereitschaft unter den Lehrpersonen der teilnehmenden Klassen unverzichtbar. Neben der Zuteilung der Partner, tauschen sie sich kontinuierlich über den Verlauf des Projektes, mögliche Themen sowie passende Aufgaben aus und organisieren den Briefverkehr.



## Mögliche Aufgaben

Beispielaufgaben sind:

- Der Mathematiker Fibonacci hat folgende Reihe aufgestellt:  
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...  
Findet heraus, wie diese Reihe funktioniert und erweitert sie.
- Ein Indianerjunge soll eine Ziege, einen Wolf und einen Kohlkopf über einen Fluss transportieren. Dazu steht ihm ein Boot zur Verfügung. Weil sein Boot sehr klein ist, kann er pro Fahrt nur ein Teil mitnehmen. Wenn Ziege und Kohl an einem Ufer sind, der Indianerjunge aber am anderen, dann frisst die Ziege den Kohlkopf und die Aufgabe ist nicht gelöst. Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn beide am selben Ufer stehen. Wie kann der Indianerjunge es schaffen, die Ziege, den Wolf und den Kohl ans andere Ufer zu bringen?
- Ein Akrobat kann jeden Tag zwischen vier verschiedenen T-Shirts und drei unterschiedlichen Hosen wählen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?

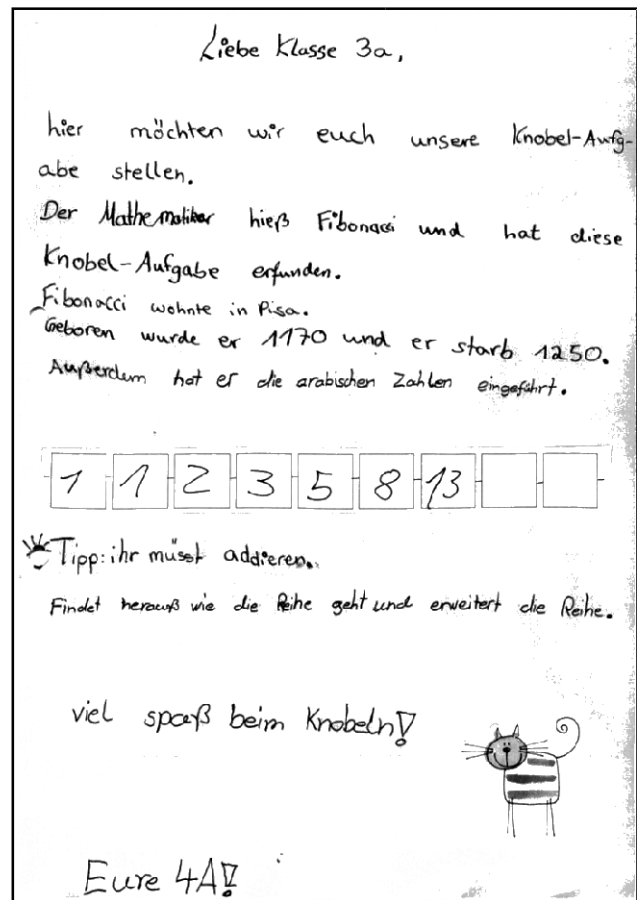
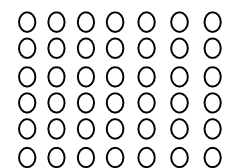


Abb. 1: Brief mit Knobelaufgabe der Viertklässler an Drittklässler

- Zurzeit spielen Lisa und Fabian oft das Spiel „Vier gewinnt“. Bei diesem Partnerspiel legt jeder Spieler abwechselnd einen Stein seiner Farbe auf ein 7x6 Rechtecksfeld, das so aussieht wie in der Abbildung rechts.  
Wem es zuerst gelingt, 4 Steine seiner Farbe in einer Reihe zu platzieren, hat gewonnen. Dabei können die Steine nebeneinander, übereinander oder diagonal in einer schrägen Linie angeordnet sein.



7x6 Rechtecksfeld

Nachdem Lisa und Fabian mal wieder einige Runden gespielt haben, fragt Lisa: „Wie viele Möglichkeiten gibt es überhaupt, vier Steine in eine Reihe zu setzen, um das Spiel zu gewinnen?“ – „Keine Ahnung“, antwortet Fabian verduzt. Gemeinsam versuchen Lisa und Fabian das Problem zu lösen. Schaffst du es auch?  
(vgl. Fuchs, Käpnick 2006)

Es bietet sich an, die Aufgabe in einem separaten Brief an die Partnerklasse zu schicken. Diese können die Kinder ggf. durch Tipps oder weitere Informationen ergänzen (vgl. Abb. 1).



## Möglicher Einsatz im Unterricht

### Organisatorische Grundlagen

Im folgenden Beispiel fand der Briefverkehr jahrgangsübergreifend zwischen Kindern einer vierten und Kindern einer dritten Klasse einer anderen Schule statt. Um den Kindern ausreichend Zeit für das Lesen der empfangenen Briefe mit den Lösungswegen der Partnerkinder, die intensive Auseinandersetzung mit der neu gestellten Aufgabe und das Formulieren der eigenen Briefe zu geben, legten die Lehrerinnen vorab fest, dass monatlich immer nur ein Briefwechsel stattfinden sollte.

So nahmen die mathematischen Brieffreundschaften pro Monat ca. 2-4 Unterrichtsstunden ein. Zusätzlich wurde zu Beginn des Projekts Zeit für dessen Einführung sowie die Erarbeitung wichtiger Kriterien benötigt.

### Beginn des Projekts

Zunächst wurden die Kinder des vierten Schuljahres informiert, um den Eröffnungsbrief zu schreiben. In ihrer Klasse überlegten sie gemeinsam, was dieser beinhalten sollte. Anschließend teilten sich die Kinder eigenständig in drei Gruppen ein: Eine Gruppe erstellte einen Brief zum Kennenlernen, eine andere suchte in den Portfolios der Mathecke nach einer geeigneten Aufgabe, während die dritte Gruppe das Briefpapier entwarf.

Hier wäre zu überlegen, die Klasse zunächst nur in zwei Gruppen zu teilen, damit sich alle Kinder mit mathematischen Inhalten befassen. Bei abgeschlossener Arbeit einer Gruppe kann dann gegebenenfalls noch Briefpapier gestaltet werden.

So entstand ein Brief, in dem sich die Klasse vorstellte, ihre Sicht von Mathematik erläuterte und zu einer Antwort aufforderte. Die Gruppe, die sich um die Aufgabe kümmerte, entschied, den Drittklässlern zwei Aufgaben zu schicken, da sie nicht wusste, welche die Drittklässler bereits lösen konnten.

Nachdem der erste Brief der Viertklässler abgeschickt war, tauschten sich die betreuenden Lehrerinnen über den künftigen Ablauf aus und teilten den Kindern ihre Partner zu. Da die Anzahl der Drittklässler größer als die der Viertklässler war, bekamen einige Viertklässler zwei Brieffreunde, die ihren Brief je nach Vorliebe in Team- oder Einzelarbeit schreiben durften. Zudem sprachen sich die Lehrerinnen über mögliche Hilfestellungen zum Verfassen von Mathebriefen ab, die in einem Tipp-Plakat berücksichtigt werden könnten.

### Briefverkehr

Als Antwort auf den Eröffnungsbrief bekam die vierte Klasse eine neue eigene Aufgabe von den Drittklässlern sowie jeder Viertklässler einen Brief von seinem persönlichen Brieffreund (siehe H8, UM, Schülerdokumente – Mathematische Brieffreundschaften, Brief 6). Um das Schreiben der Antwortbriefe zu erleichtern, wurde ein Übersichtsplakat zum Aufbau von Mathebriefen erarbeitet (siehe Abb. 2, s. auch H8, UM, Übersichtsplakate – So schreiben wir Mathebriefe). Die Kinder sollten nun stets die ihnen gestellte Aufgabe lösen sowie ihre Überlegungen, ihren Rechenweg und mögliche Fragen in ihrem Brief formulieren. Außerdem legten sie fest, sich gegenseitig Rückmeldungen über das Geschriebene sowie sachliche Tipps zu geben. Sowohl für die Beschreibung der eigenen Rechenwege und Lösungsansätze, als auch für die Rückmeldungen der erhaltenen Lösungen, bekamen die Kinder Hilfestellungen an die Hand gegeben (siehe H8, UM, Material, Tippkarten).



## So schreiben wir Mathe-Briefe



1. **Anrede**  
Begrüße deinen Brieffreund mit seinem Vornamen. Liebe(r) ...
2. **Bedanken**  
Bedanke dich für den Brief und stelle dich beim ersten Mal vor.
3. **Rückmeldung geben**  
Gib deinem Brieffreund eine Rückmeldung über die Beschreibung seines Rechenweges. Das war gut ...  
Meine Tipps für dich ...  
 Die Tippkarte kann dir hier helfen!
4. **Rechenweg beschreiben**  
Beschreibe deinen eigenen Rechenweg.  
Achte auf: - Fachbegriffe  
- Richtige Reihenfolge  
- Genaue Beschreibungen  
- Ganze Sätze  
- Rechtschreibung  
Nutze dazu die Tippkarte und den Satzteilenspeicher! 
5. **Freundliche Verabschiedung**  
Am Ende darfst du noch etwas Netties schreiben und dich freundlich verabschieden.

Abb. 2: Übersichts-Plakat „So schreiben wir Mathebriefe“

## Tipps für die Beschreibung deines Rechenweges

- Mache eine **Skizze, Zeichnung**... um zu erklären, was du meinst.
- Nutze **Farben, Zeichen**... um deine Entdeckungen deutlich zu machen.
- **Erkläre** deinen Rechenweg **möglichst genau**.
- Schreibe in **ganzen Sätzen**.
- **Erkläre alle Rechenschritte** ausführlich und achte dabei auf die **richtige Reihenfolge**.
- **Lies** dir deinen Brief **nochmal durch** und überprüfe, ob du verständlich geschrieben und nichts vergessen hast.
- **Überprüfe** ganz am Ende deine **Rechtschreibung** und **Satzzeichen**.

Diese Satzteile können dir helfen:

|  |   |
|--|---|
| Zuerst habe ich ... überlegt.          | Begonnen habe ich mit ...                     |
| Danach habe ich weiter gemacht mit ... | Dabei habe ich entdeckt, dass ...             |
| Mir ist aufgefallen, dass ...          | Zum Schluss habe ich herausgefunden, dass ... |

---

## Tipps für deine Rückmeldung über den Rechenweg

| Darauf kannst du achten:  | So gut hat es geklappt: |   |   |
|---|-------------------------|---|---|
|   | ++                      | + | ○ |
| Gibt es eine Skizze, Zeichnung, ... zum Rechenweg?  |                         |   |   |
| Hat dein Brieffreund mit Farben, Zeichen, ... gearbeitet?                                 |                         |   |   |
| Ist der Rechenweg mit Worten genau und ausführlich erklärt?                               |                         |   |   |
| Hat dein Brieffreund alle Rechenschritte erklärt?   |                         |   |   |
| Hat dein Brieffreund in der richtigen Reihenfolge erklärt?                                |                         |   |   |
| Sind die Sätze verständlich, so dass du die Aufgabe verstehen kannst, ohne sie zu kennen? |                         |   |   |
| Wurden Fachbegriffe verwendet? Wenn ja stimmen sie?                                       |                         |   |   |

Abb. 3: Tipps zur Beschreibung des Rechenweges und zur Rückmeldung

Die Aufgaben für die weiteren Mathebriefe suchten die Lehrerinnen in gegenseitiger Absprache aus. Dabei versuchten sie, analoge Themen für die unterschiedlichen Klassen auszuwählen, sich über Anforderungsniveaus auszutauschen und alle benötigten Materialien (Aufgabenstellungen, Tippkarten, weiterführende Arbeitsaufträge) weiterzugeben.

Die aktuelle Aufgabe wurde jeweils am Mathebrett ausgehängt. Die Kinder setzten sich dann zunächst in Einzelarbeit mit der Aufgabe auseinander, bevor sie sich in Mathe-Konferenzen über ihre Ergebnisse austauschten und diese in ihrer Klasse präsentierten. In den Antwortbriefen wurde dieser Prozess dann häufig reflektiert und erläutert (siehe H8, UM, Schülerdokumente – Mathematische Brieffreundschaften). Dabei wurden ein Satzteilenspeicher sowie Tipp-Plakate erstellt, die die Kinder bei der Verbalisierung ihrer Rechenwege sowie beim Verfassen von sachlichen Rückmeldungen an den Brieffreund unterstützen sollten. Diese wurden jedem der Kinder zudem in Form von Tippkarten auf einer Din A4-Seite bereitgestellt (siehe Abb. 3, s. auch H8, UM, Tippkarten).

Vorherige Aufgaben sowie die entsprechenden Mathebriefe der Kinder wurden in einem Ordner im Klassenraum gesammelt, sodass die Kinder jederzeit vergleichen konnten, wie sich die Kompetenzen ihrer Brieffreunde weiterentwickelten. Zusätzlich kopierten die Lehrerinnen die Briefe ihrer Schüler, um Lerneffekte zu dokumentieren und ggf. Veränderungen am Konzept der Mathebriefe vornehmen zu können.

## Literatur

- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) (1997): Gutachten zur Vorbereitung des Programms ‚Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts‘. Verfügbar unter: <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienBT/heft60.pdf>. Abrufdatum: 2.08.2011.
- Fabricius, Sandra (2009): Lerntagebücher im Mathematikunterricht. München: Oldenbourg Verlag.
- Fuchs, Mandy; Käpnick, Friedhelm (2006): Mathe für kleine Asse - Schuljahr 3/4. Berlin: Volk und Wissen Verlag.
- Gallin, Peter & Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Illustriert in sechzehn Szenen aus der Biographie von Lernenden. Seelze: Kallmeyer.
- Götze, Daniela (2007): Mathematische Gespräche unter Kindern- Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben. Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Leuders, Timo (2006): Mit Aufgaben Kommunikation und Kooperation im Mathematikunterricht fördern – fachliches und soziales Lernen miteinander verbinden. Erläuterungen zu Modul 8: Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern. Verfügbar unter: [http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/425/Leuders\\_Kooperatives\\_Lernen.pdf](http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/425/Leuders_Kooperatives_Lernen.pdf). Abrufdatum: 02.08.2011.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (MSW) (Hrsg.) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes NRW. Verfügbar unter: [http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplae\\_e\\_download/grundschule/grs\\_faecher.pdf](http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplae_e_download/grundschule/grs_faecher.pdf). Abrufdatum: 2.08.2011.
- Röhr, Martina (1995): Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe. Entwicklung und Evaluation eines fachdidaktischen Konzepts zur Förderung der Kooperationsfähigkeit von Schülern. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Selter, Christoph (2004): Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten. Basispapier zum Modul 2: Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Verfügbar unter: <http://www.sinus-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul2.pdf>. Abrufdatum: 2.08.2011.

