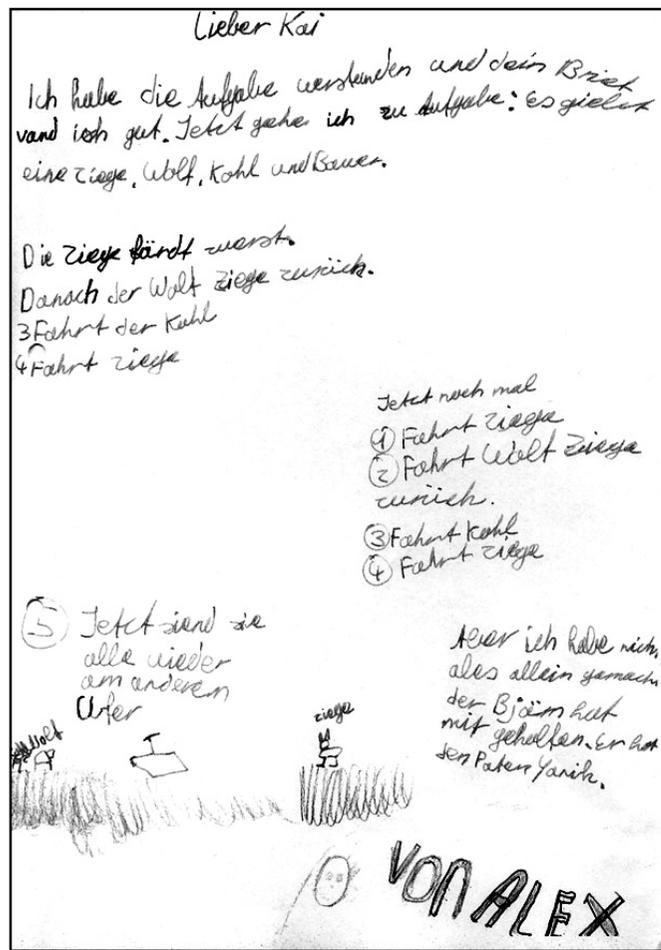




Ausgewählte Schülerdokumente aus der Erprobung

Folgende Aufgaben (vgl. Fuchs, Käpnick 2006, s. auch H8 – UM - Basisinfos) lagen den Schülern jeweils zugrunde und können als Basis für die Beschreibungen in den entsprechenden Mathe-Briefen verstanden werden:

Aufgabe	Grundlage für ...
<i>Ein Indianerjunge soll eine Ziege, einen Wolf und einen Kohlkopf über einen Fluss transportieren. Dazu steht ihm ein Boot zur Verfügung. Weil sein Boot sehr klein ist, kann er pro Fahrt nur ein Teil mitnehmen. Wenn Ziege und Kohl an einem Ufer sind, der Indianerjunge aber am anderen, dann frisst die Ziege den Kohlkopf und die Aufgabe ist nicht gelöst. Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn beide am selben Ufer stehen. Wie kann der Indianerjunge es schaffen, die Ziege, den Wolf und den Kohl ans andere Ufer zu bringen?</i>	Mathe-Brief 1; Mathe-Brief 4
<i>Ein Akrobat kann jeden Tag zwischen vier verschiedenen T-Shirts und drei unterschiedlichen Hosen wählen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?</i>	Mathe-Brief 2; Mathe-Brief 6
<i>Der Mathematiker Fibonacci hat folgende Reihe aufgestellt: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Findet heraus, wie diese Reihe funktioniert und erweitert sie.</i>	Mathe-Brief 3
<i>Zurzeit spielen Lisa und Fabian oft das Spiel „Vier gewinnt“. Bei diesem Partnerspiel legt jeder Spieler abwechselnd einen Stein seiner Farbe auf ein 7x6 Rechtecksfeld. Wem es zuerst gelingt, 4 Steine seiner Farbe in einer Reihe zu platzieren, hat gewonnen. Dabei können die Steine nebeneinander, übereinander oder diagonal in einer schrägen Linie angeordnet sein. Nachdem Lisa und Fabian mal wieder einige Runden gespielt haben, fragt Lisa: „Wie viele Möglichkeiten gibt es überhaupt, vier Steine in eine Reihe zu setzen, um das Spiel zu gewinnen?“ – „Keine Ahnung“, antwortet Fabian verdutzt. Gemeinsam versuchen Lisa und Fabian das Problem zu lösen. Schaffst du es auch?</i>	Mathe-Brief 5



Mathe-Brief 1

Nach einer kurzen Rückmeldung über den erhaltenen Mathe-Brief geht Alex ausführlich auf die Lösung der bearbeiteten Aufgabe ein (vgl. Mathe-Brief 1). Diese schreibt er in zweifacher Ausführung auf, wobei die Aussage „Jetzt noch mal“ verdeutlicht, dass ihm dies bewusst ist. Vermutlich möchte er dadurch sichergehen, dass sein Brieffreund seine Beschreibung auch versteht. Dabei ist seine zweite Schreibweise durch die Nummerierung strukturierter und übersichtlicher. Sein fünfter Punkt („Jetzt sind sie alle wieder am Ufer“) in Kombination mit dem Bild bestätigt, dass er eine Lösung gefunden und das Ziel, dass alle wieder am Ufer sind, erreicht hat. Zudem verdeutlicht die Aussage, dass er die Aufgabe nicht alleine gelöst hat, dass er den Prozess der Lösungsfindung reflektiert und von der Hilfe seines Klassenkameraden profitiert hat. Die Tatsache, dass Alex ein Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf ist und die Aufgabe verstanden hat, zeigt zudem, dass die Aufgabe eine Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus zulässt.

1 € 1 4 2 3 5 8

Lieber Emil

hallo ich bin Max eigentlich Maximilian aber alle nennen mich Max oder Maxi. Meine Hobbys sind Fußball spielen, mit Freunden spielen, und spiele mit Lego Star Wars. Wir haben eure Aufgabe schnell gelöst gehabt, ich habe sie gelöst indem ich alle Fraktionen aufgemakelt und dadurch die Hosen gemacht habe. Ich bin Experte! Ich habe schon die Fibonacci reihe gelöst wenn 'ja' sag mir Bescheid du hast die Minusnamen schnell gelöst ich habe sie nicht so schnell raus bekommen auch nicht mit Trick. Das das ihr die Staufgabe nicht gelöst habt. Fangt ihr noch mal neu an? Du könntest noch mit mathematischen Begriffen reden. Außerdem du hast gute Tricks aber erkläre sie etwas genauer

Dein Max

Mathe-Brief 2: Viertklässler Max an Emil

Lieber Max,

hallo ich bin Emil wir sind fertig geworden sie sind ganz anders als ich gedacht habe oder nach 2 Minuten gedauert sie gen so wir haben erstmal 1+1 gerechnet das war 2 und dieses er gepries kam als erstes ich zeigere dir das

1 1 2

weil $1 + 1 = 2$ und das stet ja da so gefes immer weiter ausserdem habe noch gar nicht gesagt wie alt ich bin ich bin 8 Jahre old und ausser dem gibt es nichts Mathematisches zu tun es ist heute der uns sangmatisches zugh

Tip mach deine erklärung besser.

Schies dein Emil

Mathe-Brief 3: Antwortbrief des Drittklässlers Emil an Max

Lieber Emil 15.03

wie gehtes dir mir geht es gut.

Du hast sehr gut gemacht ob du die Aufgabe verstanden hast oder nicht das war gut, außerdem hast du mir einen Tip gegeben aber es war ja nicht direkt ein Tip für Max. Dan fand ich gar so Toll das du mir eine Skizze gegeben hast.

Mein Tip ist verwende Fachbegriffe oder Parst du noch keine Fachbegriffe doch bestimmt. Ich danke dir für die schöne Aufgabe. Wir haben einen Teich bekommen wo wir das ausprobieren konnten.

Bei uns war der Idiot ein Bauer. Also bei der

1. Fahrt
2. Fahrt
3. Fahrt
4. Fahrt

Fährt der Bauer die Ziege über
 Jetzt nimmt der Bauer den Wolf mit auf die andere Seite und die Ziege wieder ans andere Ufer mit.
 Jetzt nimmt der Bauer den Kohl mit zum Wolf auf die andere Seite.
 Dann kommt die Ziege über.

Das ist meine Rechnung wie ich sie mit Tom ^{und} Johna gelöst habe. Dies ist unsere Aufgabe sie heißt Pascalsches Dreieck und wie der Name sagt heißt der Erfinder Pascal. Hier ist das Foto von mir schick mir auch ein Foto

Danke!!!

Dein Brieffreund Max

Mathe-Brief 4: Reaktion von Max an Emil

Lieber Max

wie geht es dir? Mir gehtes sehr gut ich habe deine Aufgabe sehr gut verstanden auch wenn ich das Ergebnis nicht wüste habe ich es verstanden ich habe noch kein Foto aber ich schicke dir merks mal eins. Tip  schreibe in bisschen ordentlicher. Schick mir bitte im Falls. Jetzt zu unserer neuen Aufgabe "unsere Aufgabe wir haben herausgefunden das es 63 Möglichkeiten

Rechnung. wir haben uns in 3 Gruppen auf und Seite last einen Reie gemacht es gibt die /

1 - die - 24 Möglichkeiten / 24 Möglichkeiten
 1 21 möglichkeiten

Deinem Emil

Mathe-Brief 5: Antwort von Emil an Max



Der Briefwechsel zwischen dem Viertklässler Max und dem Drittklässler Emil illustriert, dass mathematische Brieffreundschaften authentische und vertrauliche Anlässe schaffen, sich auszutauschen. So beginnt Max seinen ersten Mathe-Brief an Emil (vgl. Mathe-Brief 2) mit persönlichen Informationen über sich und seine Hobbies. Anschließend geht er auf die von Emils Klasse gestellte Aufgabe ein. Dabei wird deutlich, wie er den Vorgang der Lösungsfindung wiedergibt und reflektiert: Er erklärt, dass und wie er die Aufgabe zeichnerisch gelöst hat. Da er die Aussage „Das Ergebnis ist 12“ sehr gequetscht und somit kaum lesbar notiert, ist anzunehmen, dass ihm die Erklärung des Rechenweges wichtiger war als das Ergebnis selbst. Auch zeigt die Tatsache, dass er den Lösungsweg Emils mit seinem eigenen Lösungsweg vergleicht und bewertet, dass der Austausch zur Erweiterung des Wissens beiträgt.

Ähnliches zeigt sich in seinem zweiten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 4). Hier gibt er an, die Lösung durch konkretes Ausprobieren in einer Kleingruppe gefunden zu haben, was eine mögliche Problemlösung ist. Anders als in seinem ersten Mathe-Brief gibt er seine Lösung sehr ausführlich und durch die Nummerierung strukturiert an, was seine Kompetenz, geeignete Darstellungsformen zu verwenden, zeigt.

Da er Emil am Ende seines ersten sowie zu Beginn seines zweiten Mathe-Briefes noch sachliche Tipps zur Verbesserung seiner Erklärungen gibt, lässt sich folgern, dass er sich selbst mit Kriterien für gute Erklärungen auseinandergesetzt hat.

In Emils Antwortbrief (vgl. Mathe-Brief 3) wird deutlich, dass er Max' Tipp, genauer zu erklären, berücksichtigt. So zeichnet er neben seiner schriftlichen Erklärung, seine Entdeckung auf. Den Tipp, Fachbegriffe zu verwenden, realisiert er allerdings nicht. Statt Wörter wie ‚Diagonale‘, ‚Waagrechte‘ oder ‚Senkrechte‘ zu verwenden, greift er in seinem zweiten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 5) auf entsprechende Symbole zurück. Sein eigener Tipp an Max, ordentlicher zu schreiben, bleibt auf allgemeiner, nicht-mathematischer Ebene. Da er in seinem ersten Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 3) zusätzlich schreibt, dass bei ihm ein St. Martins Umzug stattfindet, wird auch hier deutlich, dass der Austausch persönlich motiviert ist und nicht nur auf fachinhaltlicher Ebene stattfindet.

Insgesamt wird in den Mathe-Briefen beider Jungen deutlich, dass fächerübergreifende Fähigkeiten wie der Aufbau eines Briefes oder das Äußern von konstruktiver Kritik durch mathematische Brieffreundschaften thematisiert werden können: So kennen beide Anrede und Schluss eines Briefes und strukturieren ihre Mathe-Briefe inhaltlich nach persönlichen Informationen, Rückmeldungen über Erklärungen des Anderen sowie Informationen zur Lösung der Aufgabe.

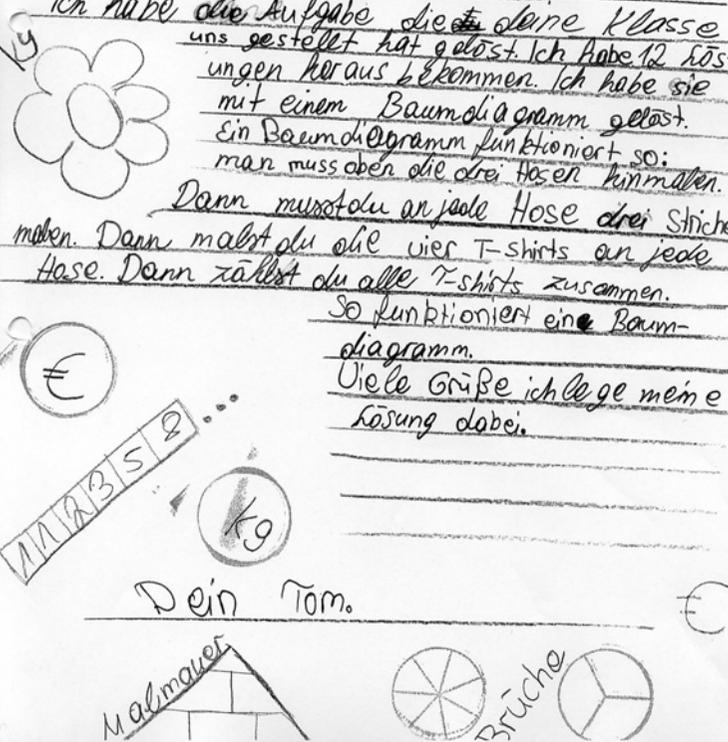
Liebe Anna 

Ich heiße Tom. Ich bin 9 Jahre alt und
 meine Hobbys sind Fußball und malen.

Ich habe mich über deinen Brief sehr gefreut.
 Jetzt kommen wir dazu wie du geschrieben hast.
 Du hast sehr genau geschrieben, aber du
 könntest noch mehr alles nacheinander schreiben.

Ich habe die Aufgabe die ~~deine~~ Klasse
 uns gestellt hat gelöst. Ich habe 12 Lös-
 ungen heraus bekommen. Ich habe sie
 mit einem Baumdiagramm gelöst.
 Ein Baumdiagramm funktioniert so:
 man muss oben die drei Hosen kinnmalen.
 Dann musst du an jede Hose drei Striche
 malen. Dann malst du die vier T-shirts an jede
 Hose. Dann zählst du alle T-shirts zusammen.
 So funktioniert ein Baum-
 diagramm.
 Viele Grüße ich lege meine
 Lösung dabei.

Dein Tom. €



Mathe-Brief 6

Neben der Tatsache, dass Tom seinen Mathe-Brief (vgl. Mathe-Brief 6) gut strukturiert und dies auch auf der Meta-Ebene reflektiert („Jetzt kommen wir dazu wie du geschrieben hast“), gibt er eine sehr genaue Beschreibung seines Lösungsweges an. So schildert er seiner Brieffreundin anhand der bearbeiteten Aufgabe wie ein Baumdiagramm funktioniert. Hieran zeigt sich erneut, dass mathematische Brieffreundschaften authentische Anlässe zum mathematischen Austausch und zu schriftlichen Erklärungen sind. Da Tom nicht voraussetzen kann, dass Anna weiß, was ein Baumdiagramm ist, entsteht der ‚echte‘ Anlass, dieses zu beschreiben.



 Liebe Anna,  

du hast gut beschrieben wie ihr das Ergebnis rausbekommen habt. Dies hat bis jetzt keiner aus deiner Klasse gemacht. Alle meinten du hast gut darauf geachtet das ich Tipps geschrieben habe. Leider kann ich dir keine Tipps geben außer dass du deiner Klasse ja erzählen kannst wie toll du meinen Tipp umgesetzt hast, und dass du so weiter machen sollst. Wir fanden super das du meinen Tipp als erster aus deiner Klasse umgesetzt hast.

Bei eurer Aufgabe die wir in 3-er Gruppen gelöst haben, hatte meine Gruppe das hier raus:
 Der Bauer fährt mit der Ziege auf die andere Seite zurück fährt er ohne sie. Jetzt bringt er den Wolf auf die andere Seite und bringt die Ziege zurück. Jetzt nimmt der Bauer den Kohl und fährt mit ihm zum Wolf. Jetzt fährt der Bauer alleine zurück und bringt die Ziege rüber. Jetzt ist er fertig. Bei unserer nächsten Aufgabe gibt es viel zu entdecken. Wir haben 9 Entdeckungen gemacht. Schick mir doch mal ein Foto von dir.

 Viele Grüsse  

dein Tom 

P.S.
 Wir machen jetzt die Fahrradprüfung.

Mathe-Brief 7: Viertklässler Tom an Anna

 Lieber Tom  

vielen dank für deinen Brief.

Ich habe alles Super verstanden. leider habe ich keine Tipps was du besser machen könntest.

Aber danke für deine Tipps. Ich habe am 22.11. Geburtstag. Aber

Jetzt zur Aufgabe: Also wir haben uns in dreier Gruppen geteilt einer hat diagonal gemacht einer hat senkrecht und ein anderer waagrecht gemacht. Wir haben herausgefunden das es bei diagonal 24 möglichkeiten gibt, bei senkrecht 21 und bei waagrecht wieder 24. Diesmal habe ich dir eine Skizze gemacht. Es gibt 69 möglichkeiten.

Deine Anna

P.S. hinten ist die Skizze.

Mathe-Brief 8: Antwortbrief von Anna



In Toms Mathe-Brief an Anna (vgl. Mathe-Brief 7) wird deutlich, dass die Lösungen der Aufgaben nicht nur unter den jeweiligen Brieffreunden ausgetauscht, sondern auch innerhalb einer Klasse thematisiert und wertgeschätzt werden können. V.a. in der Aussage „Wir fanden super, dass du meinen Tipp als erster aus deiner Klasse umgesetzt hast“ spiegelt sich Toms Begeisterung und Freude über die Anerkennung seines Tipps wider. Auch zeigt sich in der Ankündigung, dass es in der neuen Aufgabe „viel zu entdecken“ gibt, dass die offenen Aufgaben eine Entdeckerhaltung bei den Kindern hervorrufen und sie somit herausfordernd und motivierend sind.

Anna benutzt in ihrem Antwortbrief (vgl. Mathe-Brief 8) zur Beschreibung ihrer Lösung die Fachbegriffe „diagonal“, „senkrecht“ und „waagrecht“. Allerdings entsteht durch die Kombination mit dem Partizip „gemacht“ eine schwer verständliche Beschreibung. Um dies zu vermeiden, bietet es sich an, längere Ausdrücke oder ganze Sätze als Hilfestellung, z.B. in einem Satzspeicher (vgl. Haus 4) bereitzustellen. Dagegen deutet Annas Hinweis auf eine Skizze an, dass sie neben der schriftlichen Beschreibung noch weitere Darstellungsformen kennt, zwischen denen sie wechseln kann.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass mathematische Brieffreundschaften einen authentischen Anlass bieten, um Ideen, Lösungswege und Vorgehensweisen sowie Tipps schriftlich zu äußern. Dabei ist festzustellen, dass zunehmend mathematische Begriffe genutzt und ausgetauscht werden. Allgemein gesehen tragen mathematische Brieffreundschaften also zur Forderung und Förderung der prozessbezogenen Kompetenz „Kommunizieren/ Darstellen“ bei.