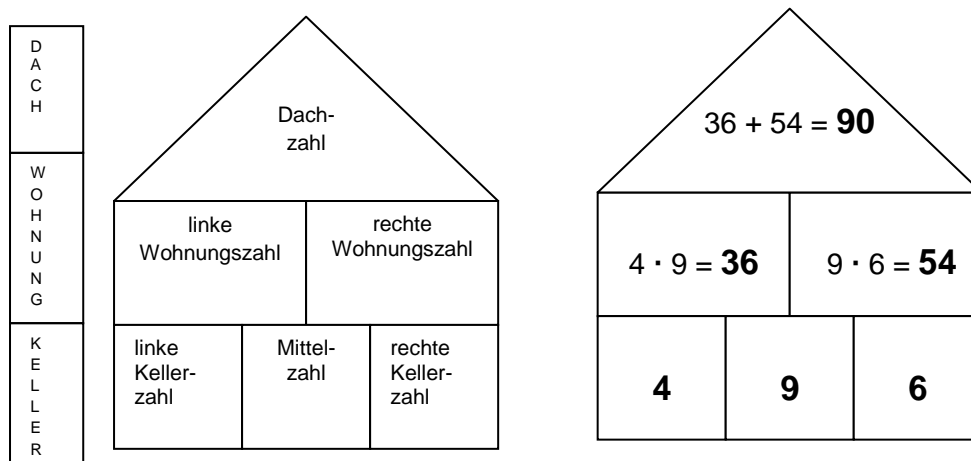




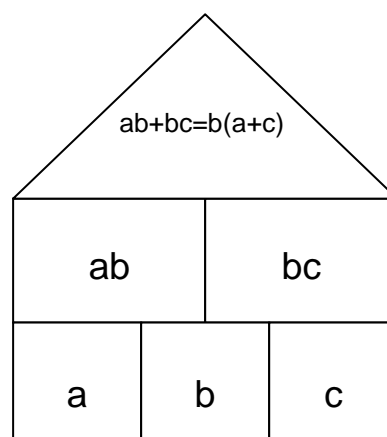
Das Mal-Plus-Haus: ein Übungsformat zum multiplikativen Rechnen

Beim Mal-Plus-Haus handelt es sich um ein Aufgabenformat, das ähnlich wie die dreistöckigen Zahlenmauern aufgebaut ist. Es werden jedoch neben den additiven vor allem auch multiplikative Operationen durchgeführt. Je nachdem, welche Zahlen vorgegeben sind, werden für die Ermittlung der fehlenden Werte neben der Multiplikation und der Addition auch die beiden Umkehroperationen Subtraktion (Abziehen bzw. Ergänzen) und Division verlangt. Das Mal-Plus-Haus ist eines der wenigen Übungsformate, mit denen das Einmaleins flexibel und beziehungshaltig geübt und durchgearbeitet werden kann.

Das Mal-Plus-Haus besteht aus drei Etagen. Die 3 Zahlen im „Keller“ werden multiplikativ verknüpft. Die beiden Produkte werden in die beiden Felder in der „Wohnung“ eingetragen. Die Addition der beiden „Wohnungszahlen“ liefert die Dachzahl.

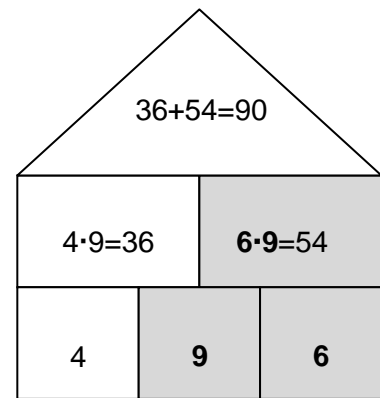


Dem Aufbau des Hauses liegt das Distributivgesetz zugrunde: $ab + bc = b \cdot (a + c)$



Daraus folgt, dass die Dachzahl immer ein Vielfaches der Mittelzahl ist (hier: $90 = \underline{\quad} \cdot 9$). Der erste Faktor dieses Produkts ergibt sich aus der Summe der beiden äußeren Kellerzahlen (hier: $4+6=10$; $10 \cdot 9 = 90$).

Dieser Zusammenhang wird deutlicher, wenn die beiden Faktoren bei der Berechnung der rechten Wohnungszahl getauscht werden (6·9 statt 9·6). Diese Möglichkeit kann von vielen Kindern selbstständig entdeckt werden.



Zum Mal-Plus-Haus gibt es verschiedenste Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Zielvorstellungen und Anforderungen (siehe auch Basisinfo „Forscherheft“):

1) Berechnen fehlender Zahlen (Förderung des flexiblen Rechnens)

- Gegeben sind die drei Kellerzahlen
- Gegeben sind die linke Kellerzahl, die Mittelzahl und die rechte Wohnungszahl
- Gegeben sind die rechte Kellerzahl, die Mittelzahl und die linke Wohnungszahl
- Gegeben sind die linke und rechte Kellerzahl und eine der beiden Wohnungszahlen
- Gegeben sind die linke Kellerzahl und beide Wohnungszahlen
- Gegeben sind die rechte Kellerzahl und beide Wohnungszahlen
- Gegeben sind die Mittelzahl und beide Wohnungszahlen
- Gegeben sind die linke Kellerzahl, die linke Mittelzahl und die Dachzahl
- Gegeben sind die rechte Kellerzahl, die rechte Mittelzahl und die Dachzahl
- Gegeben sind die Mittelzahl, die linke Wohnungszahl und die Dachzahl
- Gegeben sind die Mittelzahl, die linke Wohnungszahl und die Dachzahl

2) Forscheraufgaben: Operative Aufgabenvariationen (Förderung des beziehungshaltigen Rechnens; Erkennen des Distributivgesetzes)

Was passiert mit der Dachzahl, wenn...

... die linke und die rechte Kellerzahl vertauscht werden?

→ Die Dachzahl bleibt gleich:

Die beiden Produkte in der Wohnung sind lediglich vertauscht. (Kommutativgesetz).

... die linke oder die rechte Kellerzahl um 1 größer wird?

→ *Die Dachzahl wird um die Mittelzahl größer:*

Wenn in einer multiplikativen Verknüpfung ein Faktor um 1 erhöht wird und der zweite Faktor konstant bleibt, wird das Produkt um den konstanten Faktor größer (linke oder rechte Wohnungsanzahl). Die Summe aus den beiden Wohnungsanzahlen wird entsprechend um den konstanten Faktor größer (Distributivgesetz).

... beide Außenanzahlen im Keller jeweils um 1 größer werden?

→ *Die Dachzahl wird um das Doppelte der Mittelzahl größer:*

Wenn beide äußeren Faktoren jeweils um 1 erhöht werden, werden beide Produkte (linke und rechte Wohnungsanzahl) um den konstanten Faktor (Mittelzahl) größer. Dementsprechend wird die Summe der beiden Produkte um das Doppelte des konstanten Faktors größer. (Distributivgesetz)

... die linke Kellerzahl um 1 größer und die rechte Kellerzahl um 1 kleiner wird?

→ *Die Dachzahl bleibt gleich:*

Das linke Produkt erhöht sich um die Mittelzahl. Das rechte Produkt verringert sich um die Mittelzahl. Bei der Addition dieser beiden Produkte heben sich diese gegensinnigen Veränderungen auf (Distributivgesetz; Konstanz der Summe).

... die Mittelzahl um 1 größer wird?

→ *Die Dachzahl wird um die Summe der linken und rechten Kellerzahl größer:*

Beide äußeren konstanten Faktoren werden mit der um 1 erhöhten Mittelzahl multipliziert. Die Produkte (linke und rechte Wohnungsanzahl) vergrößern sich jeweils um einmal die Kellerzahl. Dementsprechend wird die Summe der beiden Produkte um die Summe der beiden Kellerzahlen größer (Distributivgesetz).

3) Problemstellungen: Ermittlung fehlender Zahlen in den Mal-Plus-Häusern, die nicht durch direktes Ausrechnen zu finden sind (Förderung des systematischen Probierens; Nutzen des Distributivgesetzes)

Die folgenden Erläuterungen basieren darauf, dass das Distributivgesetz und insbesondere der Zusammenhang zwischen Dachzahl und Mittelzahl genutzt werden. Andere probierende Vorgehensweisen (z.B. Zerlegung der Dachzahl in zwei Summanden als Ausgangspunkt) werden nicht berücksichtigt.

- Ermittlung der fehlenden Kellerzahlen bei Vorgabe der Dachzahl und beider Wohnungsanzahlen

→ *Zunächst werden zu einer der Wohnungsanzahlen zwei passende Zahlen (Faktoren) für den Keller gesucht. Sodann wird überprüft, ob die eingesetzte Mittelzahl auch Teiler der anderen*

*Wohnungszahl ist. Ist dies nicht der Fall, müssen ggf. die beiden Faktoren getauscht oder zwei andere passende Faktoren gesucht werden.
Ggf. wird von Anfang an gezielt nach einem gemeinsamen Teiler für die Mittelzahl gesucht.*

- Ermittlung der fehlenden Wohnungszahlen und der Mittelzahl bei vorgegebener Dachzahl und linker und rechter Kellerzahl

→ Unterschiedliche Teiler der Dachzahl werden als Mittelzahl gewählt. Die beiden Wohnungszahlen werden berechnet; es wird überprüft, ob deren Summe der Dachzahl entspricht.

Ggf. werden direkt beide Kellerzahlen addiert. Die Dachzahl wird durch die Summe der beiden Kellerzahlen dividiert. So ergibt sich die Mittelzahl.

- Ermittlung der fehlenden Wohnungs- und Kellerzahlen bei vorgegebener Dach- und Mittelzahl (alle Möglichkeiten)

→ Die Dachzahl wird durch die Mittelzahl dividiert. Das Ergebnis liefert die Summe n der beiden äußeren Kellerzahlen. Sie wird (systematisch) in zwei Summanden zerlegt. Es gibt genau $n+1$ Zerlegungen. Daraus folgt, dass es $n+1$ verschiedene Malplushäuser gibt.

- Ermittlung aller fehlenden Zahlen bei vorgegebener Dachzahl (mehrere Möglichkeiten)

→ Es wird jeweils ein Teiler der Dachzahl als Mittelzahl gewählt. Weiteres Vorgehen s.o.

Literatur:

Valls-Busch, B: Rechnen und Entdecken am Mal-Plus-Haus. In: Die Grundschulzeitschrift 177/2004
Verboom, L: Aufgaben zum multiplikativen Rechnen. In: Praxis Grundschule, Heft 2/März 2002