



Ziele

- Möglichst alle Ergebniszahlen und die dazugehörigen Aufgaben finden (z. B. durch system. Probieren oder Anwenden einer Strategie)
- Entdeckungen schriftlich beschreiben (begründen)
- Rückschlüsse ziehen und sich folgenden Fragen nähern:
 1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
 2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
 3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
 4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?
 5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.
- Im Austausch mit anderen Kindern Lösungen vergleichen
- Lösungswege anderer nachvollziehen lernen

Zeit

1-3 Einheiten

So kann es gehen

Start

Der methodisch-didaktische Ablauf der Folgestunden läuft im Wesentlichen so ab, wie es in der Unterrichtsplanung zur Startaufgabe beschrieben ist. Im Folgenden gibt es zusätzliche Hinweise zu den einzelnen Forscheraufträgen.

Arbeitsphase/ Differenzierung

Die Schüler arbeiten entweder an der Startaufgabe oder an einem der Folgeaufträge weiter. Diese müssen nicht chronologisch aufeinander folgen, sondern können je nach Interesse ausgewählt werden.

Während der Arbeitsphase kann die Lehrerin individuell unterstützen und einige Kinder zu einer Zwischenreflexion treffen (Ideen siehe Reflexion).

Schuljahr

2, 3

Lehrplanbezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen
Zahlen und Operationen

Prozessbezogene Kompetenzen
kreativ sein, argumentieren,

Material

Schüler
Matheheft
Klebestift
Material zur Visualisierung

Lehrer

Aufgabe als „Schnipsel“ zum Einkleben vorbereiten (siehe Kopiervorlage)

Papierstreifen (z.B. A4 Längsformat), ggf. Packpapierrolle oder Tapetenrolle, um sortierte Aufgaben aufzukleben.



Die einzelnen Aufträge sind durch die Forscherpunkte sichtbar differenziert. Zur Verschriftlichung von Entdeckungen kann es für einige Kinder hilfreich sein, die so genannten Wortplakate (vgl. Schüler_Folgeaufgaben) einzuführen und auszuhängen (vgl. Basisinfo).

Hinweise zu den Folgeaufträgen

Zu Forscherauftrag 1

Es geht darum festzustellen, dass es bestimmte Ergebnisse (9er Reihe) gibt, die eine bestimmte Anzahl von Aufgaben enthalten.

In Teilaufgabe 3 können sich die Schüler mit einem Partner oder in einer kleinen Gruppe zusammenfinden, um ihre Entdeckungen zu vergleichen. Sind die Schüler nicht geübt darin, in Partner- oder Gruppenarbeit im Sinne einer „Mathekonzferenz“ zusammen zu arbeiten, wäre es sinnvoll, ein mögliches Vorgehen zuvor mit der Kleingruppe oder im Plenum zu erörtern (Vorschlag dazu siehe Schülermaterial Folgeaufträge).

Die Kinder können PIKO's Tipp nutzen. Dazu kann die Lehrerin (bunte) Karten zur Visualisierung der Ergebnisse (z.B. grüne Karten) und der dazu gehörigen Aufgaben (z.B. gelbe Karten) zur Verfügung stellen. Die Kinder können aber auch eine eigene Möglichkeit der Visualisierung wählen (z. B. Ergebnisse sortiert auf ein Plakat schreiben, Darstellung in einer selbst entworfenen Tabelle).

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

- „Hast du alle möglichen Ergebniszahlen gefunden? Beschreibe, warum du sicher bist, das es alle sind.“
- „Was fällt dir genau bei den Ergebnissen auf? Kommen dir die Zahlen irgendwie bekannt vor? Vielleicht kannst du sie der Größe nach ordnen?“

Zu Forscheraufgabe 2

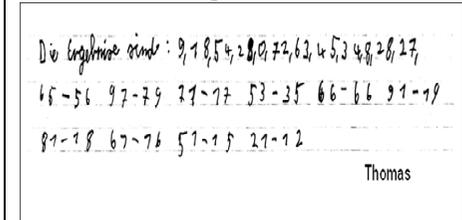
Es geht darum, die Gemeinsamkeiten der Aufgaben zu dem Ergebnis 27 heraus zu finden. Ihr Ziffernunterschied ist nämlich immer 3. Und $3 \times 9 = 27$. Wenn man das weiß, kann man „ohne zu rechnen“ das Ergebnis schnell ermitteln. Damit kann die Lehrerin die Kinder verblüffen und zusätzlich motivieren, den Trick heraus zu finden!

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

- „Betrachte einmal genau die Ziffern.“
- „Betrachte genau den Unterschied zwischen den Ziffern.“
- „Was hat der Unterschied zwischen den Ziffern mit dem Ergebnis zu tun?“

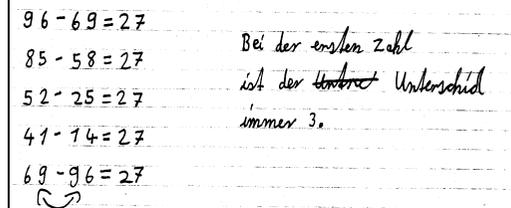
Einige Schülerdokumente zu den Folgeaufträgen:

Forscherauftrag 1:



Thomas hat verschiedene Ergebniszahlen gefunden, die er noch unsortiert notiert.

Forscherauftrag 2:



Lukas hat herausgefunden, dass der Ziffernunterschied immer 3 ist.



Zu Forscheraufgabe 3

Es geht darum, herauszufinden wie alle Aufgaben zu einem Ergebnis (hier 9) geschickt gefunden werden können. Der Schüler findet dann alle Aufgaben, wenn er bemerkt hat, dass der Ziffernunterschied bei den Umkehrzahlen 1 beträgt, wenn das Ergebnis 9 ist. Sortiert er zusätzlich die Aufgaben der Größe nach, so wird er keine Aufgabe vergessen.

Auch in Absprache mit einem Partner sollen die Schüler versuchen aufzuschreiben, wie sie vorgegangen sind, um alle Lösungen zu finden (systematisches Probieren, Beschreiben der Zehner- Einerverschiebung...).

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

- „Betrachte genau die Ziffern.“
- „Betrachte genau den Unterschied zwischen den Ziffern.“
- „Was hat der Unterschied zwischen den Ziffern mit dem Ergebnis zu tun?“
- „Warum gibt es 9 Aufgaben und keine mehr?“

Zu Forscheraufgabe 4

Hier geht es darum, die Zusammenhänge zwischen den Ergebniszahlen und den Ziffernunterschieden gezielt zu sammeln und zu sortieren.

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

„Kannst du/ könnt ihr versuchen, deine/ eure Entdeckungen in einer Tabelle zu sortieren?“

Unterschied zwischen den Ziffern	Ergebnis	So viele Umkehraufgaben gibt es dazu:
2		...
3	27	7
4		...
...

Die Schüler können selbst eine Tabelle erstellen oder aber eine Vorlage des Lehrers benutzen.

Reflexion für alle

Anregungen zur Reflexion der einzelnen Forscheraufträge sind oben beschrieben.

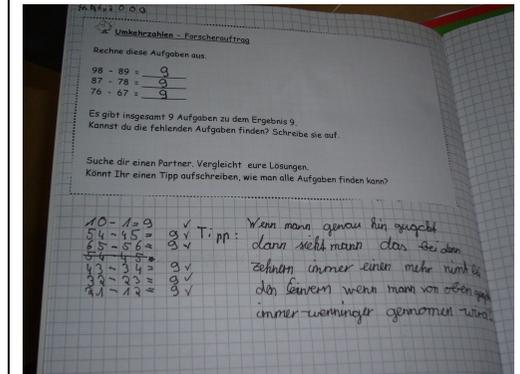
Es sollte am Ende dieser Einheit aber eine Reflexion mit der ganzen Lerngruppe erfolgen. Auch und besonders für die Kinder, die unter Umständen bisher noch nicht so viele Entdeckungen machen konnten.

$96 - 69 = 27$
 $85 - 58 = 27$
 $47 - 14 = 27$
 $56 - 68 = 27$
 $52 - 25 = 27$
 $74 - 47 = 27$
 $63 - 36 = 27$
 $20 - 02 = 27$

Es ist ganz einfach zu rechnen, weil man einfach nur den Zehner und den Einer um einen einwärtschieben lassen.

Jan erläutert seinen Trick, mit dem er alle Aufgaben zum Ergebnis 27 gefunden hat.

Forscherauftrag 3:



Darstellung des eingeklebten „Schnipsels“ im Matheheft des Schülers.



Dabei ist wichtig, dass folgende Punkte angesprochen werden (Hintergründe vgl. Sachanalyse):

1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten, entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?
5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.)

Weiterarbeit

Wie in der Reihenübersicht (vgl. Basisinformationen zur Unterrichtsreihe) beschrieben, kann die Weiterarbeit folgendermaßen aussehen:

A) Kinder arbeiten auch nach der gemeinsamen Reflexion an den oben beschriebenen **Folgeaufträgen** weiter. Sie können die angesprochenen Entdeckungen nun noch einmal alleine oder mit einem Partner nachvollziehen und wiederholen.

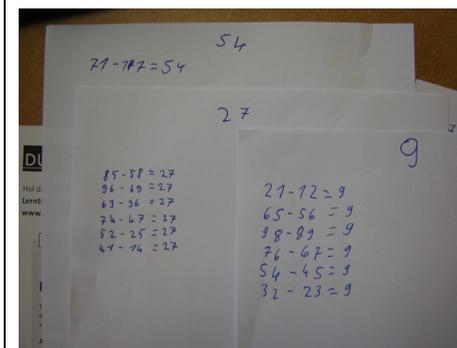
B) Kinder arbeiten an **Zusatzaufgaben** weiter (vgl. Schüler_Zusatzaufgaben).

C) Kinder versuchen gemeinsam mit der Lehrerin „**Beweise**“ darüber anzustellen, warum die Ergebniszahlen immer aus der Neunerreihe kommen. Durch die Visualisierung an der Hundertertafel oder am Zahlenstrich können Kinder die Zusammenhänge erkennen oder Beweisführungen gemeinsam mit der Lehrerin zumindest nachvollziehen.

Weiterarbeit mit den Zusatzaufgaben (B):

Die methodisch-didaktischen Zusammenhänge und Durchführungen der Schnipselaufgaben sind in der Startaufgabe und hier bei den Folgeaufträgen hinreichend beschrieben. Die Zusatzaufgaben können nun in ähnlicher Weise bearbeitet werden.

Forscherauftrag 4:



Bevor das Kind seine Entdeckungen in einer Tabelle notiert, hat es die Aufgaben zu dem jeweiligen Ergebnis auf unterschiedlichen Blättern notiert.



Weiterarbeit mit „Beweisen“ (C):

Der Beweis an der Hundertertafel:

Es geht darum, dass alle Paare von Umkehrzahlen auf der Hundertertafel symmetrisch zu den 11er Zahlen liegen. Von 12 nach 21 zum Beispiel ist ein 9er Schritt immer ein Schritt nach unten und einen Schritt nach links, was bedeutet: +10 und -1. Die Kinder können versuchen diese Wege zu beschreiben und sich selbst Wegrätsel zu stellen. (Vgl. Sachanalyse)

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

Überlege:

1. Warum ist die Ergebniszahl immer eine Zahl aus der Neunerreihe?
2. Hole dir bei deiner Lehrerin eine Hundertertafel.
3. Markiere die Felder der Paare aller Umkehrzahlen in der Hundertertafel.
4. Was fällt dir dabei auf? Versuche zu beschreiben.

PIKO' s Tipp:

Betrachte zuerst alle Aufgaben zu einem Ergebnis und markiere jeweils die Umkehrzahlen in einer Farbe auf der Hundertertafel.

Der Beweis am Zahlenstrich:

Der Rechenstrich stellt noch eine weitere, sehr anschauliche Möglichkeit dar, die Zusammenhänge aufzuzeigen. Für jeden addierten Zehner muss jeweils ein Einer abgezogen werden. Beim Ziffernunterschied 3 (63 – 36) geht man also 3Z nach vorne und 3E zurück.

Gemeinsam mit den Schülern können gemeinsam einige Sprünge (vor und zurück) am Zahlenstrich visualisiert werden. Anschließend können die Schüler dann versuchen, in ihrem Heft eigene Sprünge zu zeichnen und farbig zu markieren.

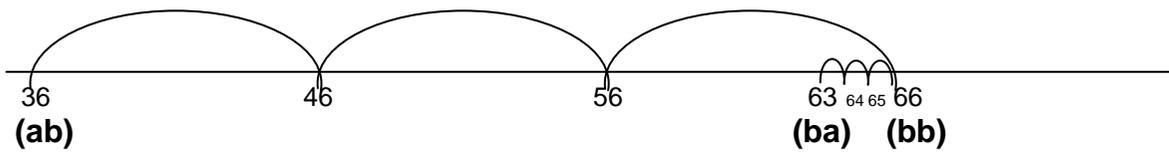


Kinder markieren die Umkehrzahlen mit unterschiedlichen Plättchen.

Anschließend können sie diese auf einer eigenen Hundertertafel mit unterschiedlichen Farben markieren.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(Quelle: Hengartner, Hirt, Wälti 2006)

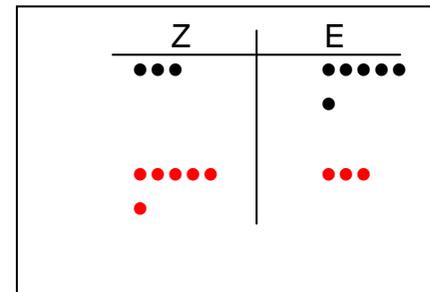


Der Beweis an der Stellentafel:

Die Ausgangszahl wird mit Plättchen in der Stellentafel dargestellt. Beim Erzeugen der Umkehrzahl werden die Plättchen verschoben. Dadurch wird ein Einer entfernt (-1) und ein Zehner (+10) hinzugefügt. Dies entspricht einer Veränderung von +9. Die Differenz der beiden Ziffern einer Ausgangszahl gibt jeweils an, wie viele Plättchen man verschieben muss.

Eine weitere Möglichkeit zur Verdeutlichung bietet das halbschriftliche Rechenverfahren „Stellenwerte extra“:

$$\begin{array}{r}
 63 - 36 = 30 - 3 = 27 \\
 60 - 30 \\
 3 - 6
 \end{array}$$

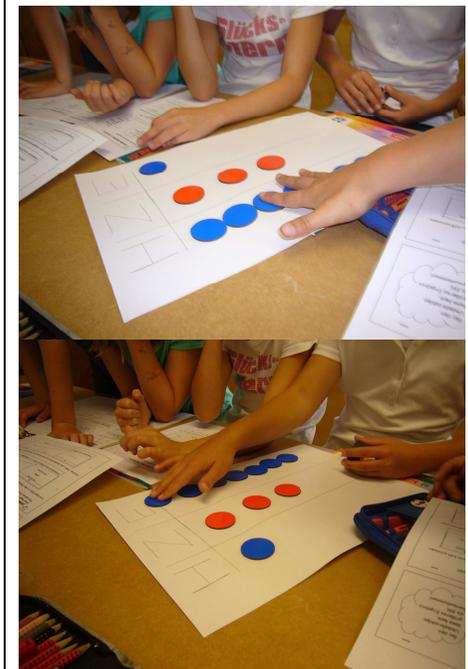


An dieser Stelle endet die 1. Einheit zu den Umkehrzahlen.

Es besteht die Möglichkeit einen Reflexionsbogen mit den Schülern durchzuführen, der als Selbsteinschätzungsbogen zur Überprüfung erreichter Kompetenzen eingesetzt werden kann.

Ausblick:

Nach Einführung des Algorithmus der schriftlichen Subtraktion kann im 3. und 4. Schuljahr weiter an Aufgaben mit Zahlenmustern gearbeitet werden. Dabei können die Kinder Kriterien zum erforschen zunehmend selbstständig anwenden (vgl. Schüler_dreistellig/IRI/Minustürme, Lehrer_Schülerdokumente).



Schüler „verschieben“ 731 zu 137