



## Schülerdokumente aus der Erprobung

### 1. Streichsummen berechnen:

Miriam:

a) Berechne weitere Streichsummen.

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$14 + 26 + 22 = 62$

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$20 + 25 + 21 = 66$

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$17 + 16 + 30 = 63$

b) Rechne hier ebenso.

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$12 + 10 + 23 = 45$

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$7 + 15 + 23 = 45$

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$14 + 10 + 21 = 45$

Miriam markiert die eingekreisten und weggestrichenen Zahlen farbig, um weitere Streichsummen zu finden. Da diese Markierungen mit denen auf dem Streichregelplakat übereinstimmen und Miriam immer zu korrekten Lösungen kommt, wird deutlich, dass das Streichplakat und solche farbigen Markierungen als zusätzliche Hilfestellung dienen und eine Orientierung geben können.

## 2. Ergebnisse beschreiben:

David:

in der Obersten Reihe ist das Ergebnis nicht gleich. In der unteren Reihe kommt immer 45 raus.

David gibt eine kurze, aber präzise und korrekte Lösung auf die Frage, was ihm zwischen den berechneten Streichquadraten (siehe unten) auffällt, an.

a) Berechne weitere Streichsummen.

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$14 + 26 + 22 = 62$

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$17 + 16 + 30 = 63$

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$20 + 25 + 21 = 66$

b) Rechne hier ebenso.

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$12 + 10 + 23 = 45$

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$14 + 10 + 21 = 45$

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$7 + 15 + 23 = 45$

Larissa:

Ich habe beobachtet das bei 1b die Ergebnisse immer gleich sind.  
Bei 1a bei der 2. Aufgabe ist das Ergebnis 58 und bei der 3. Aufgabe ist das Ergebnis 63. Bei der 1. Aufgabe ist das Ergebnis 62.

Auch Larissas Lösung ist korrekt, allerdings nicht so allgemeingültig wie Davids Lösung. Im Gegenteil zu ihm zieht sie zur Beschreibung der unterschiedlichen Ergebnisse in Aufgabenteil a) nämlich ihre konkret berechneten Summen heran.

Gamze:

Bei der Aufgabe 1a sind die Zehner  
immer immer gleich. Bei der Aufgabe  
b sind immer die ergebnisse gleich.

Auch Gamze erkennt die Gleichheit der Streichsummen in Teilaufgabe b). Trotz der unterschiedlichen Streichsummen, die sie in Aufgabenteil a) berechnet hat, versucht sie jedoch auch hier eine Gemeinsamkeit herauszustellen. Deshalb notiert sie, dass die Zehner immer gleich sind. Zwar ist diese Feststellung in Bezug auf ihre konkreten Ergebnisse richtig, jedoch ist sie nicht allgemeingültig.

a) Berechne weitere Streichsummen.

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$14 + 26 + 22 = 62$

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$17 + 16 + 30 = 63$

14	17	20
16	25	26
21	22	30

$20 + 25 + 21 = 66$

b) Rechne hier ebenso.

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$12 + 10 + 23 = 45$

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$14 + 15 + 16 = 45$

7	12	14
10	15	17
16	21	23

$7 + 17 + 21 = 45$

### 3. Alle Möglichkeiten zur Streichsummenberechnung:

Um alle Möglichkeiten zur Berechnung der Streichsumme zu finden, können unterschiedliche Strategien herangezogen werden.

Natascha:

<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>7+4+6=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>8+3+6=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>8+5+4=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>9+4+4=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>5+5+7=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>6+3+8=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>9+3+5=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>8+6+3=17</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>6+4+7=10</math></p>	9	8	7	5	4	3	6	5	4
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											
9	8	7																											
5	4	3																											
6	5	4																											

b) Wie viele Möglichkeiten hast du gefunden? 9

Natascha löst die Aufgabe durch eine zufällige Auswahl der einzukreisenden Zahlen (siehe unten). Dabei bemerkt sie nicht, dass sie die Lösung  $7+4+6=17$  doppelt (erstes Quadrat in der ersten und drittes Quadrat in der dritten Zeile) und  $8+3+6=17$  dreifach notiert (jeweils zweites Quadrat in der ersten und der dritten Zeile und drittes Quadrat in der zweiten Zeile) und gibt somit eine höhere Anzahl der Gesamtmöglichkeiten an.

Timo:

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$9+4+4=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$9+5+3=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$8+5+4=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$8+6+3=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$6+4+7=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$7+5+5=17$

Timo geht strategisch vor, indem er die Einkreisungen der ersten Zeile systematisch von links nach rechts abarbeitet (siehe oben). So trägt er zuerst die beiden Möglichkeiten ein, in denen die linke Ziffer der ersten Zeile eingekreist ist. Es folgen die beiden Möglichkeiten, in denen die mittlere Ziffer der ersten Zeile eingetragene ist, bevor schließlich die beiden Möglichkeiten, in denen die rechte Ziffer der ersten Zeile eingetragene ist, notiert werden.

Kai:

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$9+6+4=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$8+5+4=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$7+5+5=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$9+3+5=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$8+3+6=17$

9	8	7
5	4	3
6	5	4

$7+6+6=17$

Kai geht ebenfalls strategisch vor und arbeitet von links nach rechts. Auch beginnt er, indem er die linke Ziffer der ersten Zeile eingekreist. Anders als Timo gibt er hierzu jedoch zunächst nur eine Möglichkeit an und fährt fort, indem er die mittlere Zahl in der ersten Spalte eingekreist. Auch hier gibt er zunächst nur eine Möglichkeit an. Im dritten Quadrat kreist er dann die rechte Ziffer der ersten Zeile ein. Die weiteren drei Lösungen findet er, indem er in der ersten Zeile wieder von rechts nach links arbeitet, die eingekreisten Zahlen in der zweiten und dritten Zeile allerdings entsprechend ändert.

#### 4. Begründung, alle Möglichkeiten gefunden zu haben

Corinna:

Es sind alle Möglichkeiten, weil in der obersten Zeile nur 3 Zahlen gibt. In der 2. Zeile nur 2 Zahlen weil die 3 Zahl durchgestrichen ist. In der 3. Zeile nur 1 Zahl weil 2 Zahlen durchgestrichen sind.

Corinna begründet die Anzahl der Streichsummen, indem sie die Auswahlmöglichkeiten jeder Zeile angibt und die Anzahl der bereits durchgestrichenen Zahlen zur Begründung heranzieht. Somit ist ihr bewusst, zwischen wie vielen einzukreisenden Zahlen sie sich bei einem 3x3 Streichquadrat von Zeile zu Zeile entscheiden kann, um die Streichsumme zu berechnen.

Robert:

Es sind alle Möglichkeiten, weil Es gibt immer 2 möglichkeiten.

Roberts Begründung dafür, dass es sechs Möglichkeiten gibt, ist uneindeutig. Vermutlich ist Robert während der Streichsummenberechnung aufgefallen, dass es für jede eingekreiste Zahl in der ersten Zeile zwei Streichsummen gibt und er sich in der zweiten Zeile nur noch zwischen zwei Zahlen entscheiden kann.

Vehbi:

Es sind alle Möglichkeiten, weil ich nicht mehr finden kann und ich nur 5 Möglichkeiten gefunden

Vehbi begründet die Annahme, alle Möglichkeiten zur Streichsummenberechnung gefunden zu haben, nicht mathematisch. Stattdessen argumentiert er über seine eigenen Problemlösefähigkeiten, indem er angibt, dass er nicht mehr Möglichkeiten finden könne und nur fünf Möglichkeiten gefunden habe.

## 5. Streichquadrate mit Lücken berechnen

Corinna:

b)

21	19	42
34	32	55
26	24	47

$21+32$ ,  $42+32+26=100$ ,  $21+32+[47]=100$   
 $21+[55]+24=100$ ,  $[19]+34+47=100$

Erkläre, wie du die passenden Zahlen in den Lücken herausgefunden hast.

*Ich habe erst die Streichsumme berechnet. Dann habe ich die Streichsumme mit der Lückenzahl zusammengerchnet.*

Corinna beschreibt ihre Vorgehensweise sehr allgemein, sodass diese Beschreibung auf jedes Streichquadrat mit Lücken unabhängig von den jeweiligen Zahlen angewendet werden kann. Zunächst berechnet sie die Streichsumme. Mit deren Hilfe und mit der Verwendung der Streichregel bildet sie dann drei Ergänzungsaufgaben mit jeweils einer Unbekannten. Diese verdeutlicht sie anhand eines Kästchens. Durch das Lösen der Ergänzungsaufgaben gelangt sie schließlich zu den drei fehlenden Zahlenwerten.

Miriam:

a)

6	10	16
5	11	6
4	8	5

.....  
.....

Erkläre, wie du die passenden Zahlen in den Lücken herausgefunden hast.

*ich habe  $6+10=16$  und  $5+6=11$  dann wusste ich was in die Lücken kommt.*

Miriams Lösung verdeutlicht eine Fehlvorstellung. Sie berücksichtigt die Streichsumme nicht und geht zeilenweise vor. Dazu trägt sie in die Lücken jeweils die Summe der beiden angegebenen Zahlen der entsprechenden Zeile ein.

## 6. Randzahlen- und Streichsumme:

Marvin:



Hier hast du Platz für deine Überlegungen.  
Wenn du Hilfe brauchst, schau dir die Tippkarte vorne an der Tafel an.

$$5+1=6 \quad 10+4=14 \quad 13+6=19$$
$$6+14+19=39$$
$$5+1+10+4+13+6=39$$

Marvin begründet die Gleichheit zwischen Randzahlen- und Streichsumme anhand eines Zahlenbeispiels. So zerlegt er die drei eingekreisten Zahlen der Streichsumme in die entsprechenden Randzahlen.

Ergänzend dazu gibt er folgende allgemein gültige Begründung an:



Hier kannst du deine Antwort aufschreiben.

Die Summe der Randzahlen und die Streichsumme sind gleich, weil die drei Zahlen aus der Streichsumme aus den 6 Randzahlen berechnet werden. Das heißt die Summe der Randzahlen und die Streichsumme gleich.

+	0	3	5
6	6	9	11
11	11	14	16
14	14	17	19

+	1	4	6
5	6	9	11
10	11	14	16
13	14	17	19

+	2	5	7
4	6	9	11
9	11	14	16
12	14	17	19

  

+	3	6	8
3	6	9	11
8	11	14	16
11	14	17	19

+	4	7	9
2	6	9	11
7	11	14	16
10	14	17	19

+	5	8	10
1	6	9	11
6	11	14	16
9	14	17	19

  

+	6	9	11
0	6	9	11
5	11	14	16
6	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

Marvin findet auch alle möglichen Additionstabellen mit passenden Randzahlen. Auf Nachfragen erklärt er sein Vorgehen. So versuchte er zunächst, eine Zerlegungsaufgabe zur Zahl 9 des Streichquadrats zu finden. Seine zuerst ausgewählten 8 und 1 änderte er in 6 und 3, da er bemerkte, dass der Summand 8 für die Summe 6 innerhalb der ersten Zeile des Streichquadrats zu groß ist. Die weiteren sechs Aufgaben fand er durch gegenseitige Veränderung. Er verminderte die Randzahlen der Zeilen jeweils um 1 und erhöhte gleichzeitig die Randzahlen der Spalten um den gleichen Wert.

 b) Warum sind es alle Tabellen?

Es sind alle Tabellen, weil die Zahl nicht höher als 3 sein  
weil 3+6 sind 9 und 6+0=6 wenn das nicht  
so wäre würde die rechnung 2+7=9 und  
7+...=6 und das geht nicht.

Marvin nutzt ein Zahlenbeispiel, um zu begründen, dass es maximal sieben mögliche Tabellen gibt. Innerhalb seiner Begründung ist jedoch eine kleine Korrektur des Wortes „höher“ in „niedriger“ erforderlich. Ihm ist bewusst, dass er die Randzahlen nach dem letzten gefundenen Streichquadrat nicht weiter verändern kann, weil die Addition der Randzahlen dann nicht mehr die im Streichquadrat geforderten Zahlen ergeben würde.

Insgesamt wird anhand der ausgewählten Kinderdokumente deutlich, dass die einzelnen Aufgaben Bearbeitungen auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen und somit der Heterogenität innerhalb einer Klasse gerecht werden können.