



Haus 7: Gute Aufgaben

Sachinformationen zum Aufgabenformat „Streichquadrate“

Was sind „Streichquadrate“?

Streichquadrate sind Zahlenquadrate mit n Spalten und n Zeilen, die einen reichhaltigen Kontext für die Übung grundlegender Rechenfähigkeiten darstellen (vgl. Wittmann & Müller 2002, S. 31). So dienen sie zur Übung der Addition und Subtraktion. Des Weiteren eignen sie sich zur Differenzierung und ermöglichen ein kooperatives und soziales Lernen an einem gemeinsamen Thema auf verschiedenen Leistungsniveaustufen. Durch unterschiedliche Aufgabenstellungen regen Streichquadrate aber auch zum mathematischen Argumentieren, Problemlösen, Reflektieren, Forschen und Weiterdenken an und fördern so prozessbezogene Kompetenzen.

Die mathematische Struktur dieses Aufgabenformats wird im Folgenden anhand von 3×3 Streichquadraten, die in der Lernumgebung dieser Seite thematisiert werden, erklärt.

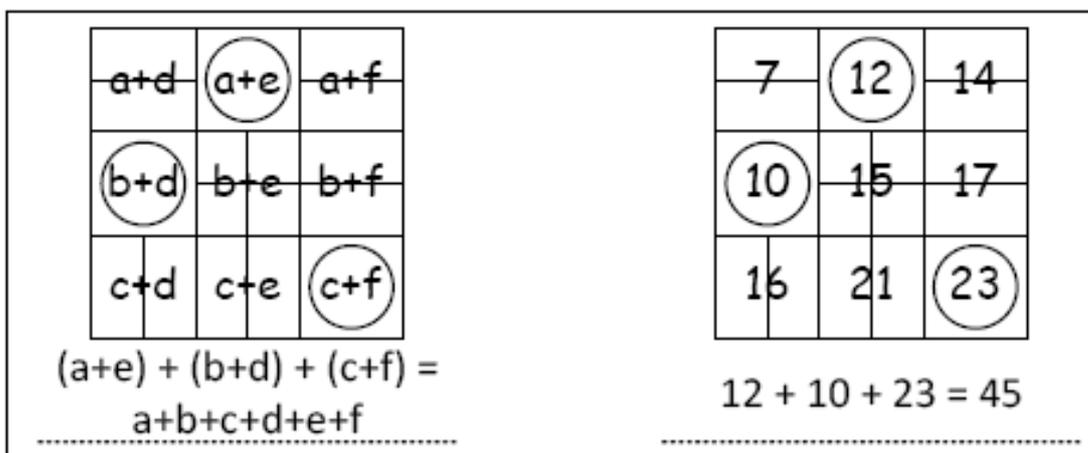


Abb. 1: Berechnung der Streichsumme allgemein (links) und anhand eines konkreten Beispiels (rechts)

Bei einem Streichquadrat wird ein bestimmtes Streichverfahren angewandt, so dass in jeder Spalte und in jeder Zeile genau eine eingekreiste Zahl übrig bleibt. In einem 3×3 Streichquadrat werden also drei Zahlen ausgewählt und die übrigen Zahlen durchgestrichen. Der konkrete Streichalgorithmus wird nach folgenden Regeln ausgeführt (vgl. Wittmann & Müller 2005, S. 114, 212):

1. Kreise eine beliebige Zahl in der ersten Zeile ein. Streiche dann alle restlichen Zahlen der gleichen Zeile und Spalte durch.
2. Kreise eine nicht durchgestrichene Zahl in der zweiten Zeile ein und streiche wieder alle restlichen Zahlen der gleichen Zeile und Spalte durch.
3. Kreise dann die übrig gebliebene Zahl in der dritten Zeile ein.
4. Addiere zum Schluss die eingekreisten Zahlen. Das Ergebnis ist die Streichsumme.



Somit hat man bei einem 3x3-Streichquadrat $3 \times 2 \times 1 = 6$ Möglichkeiten, Zahlen nach dieser Regel auszuwählen und zur sogenannten Streichsumme (in Abb. 1: links: „a+b+c+d+e+f“ bzw. rechts: „45“) zu addieren (a.a.O.). Das Besondere eines Streichquadrats ist, dass diese Streichsumme – egal welche Zahlen man auswählt - immer gleich ist. Dadurch unterscheidet es sich auch von einem gewöhnlichen Zahlenquadrat.

Wie lassen sich „Streichquadrate“ erzeugen?

Streichquadrate entstehen aus den Ergebnissen einer quadratischen Additionstabelle (a.a.O., S. 213).

+	d	e	f	+	5	10	12
a	a+d	a+e	a+f	2	7	12	14
b	b+d	b+e	b+f	5	10	15	17
c	c+d	c+e	c+f	11	16	21	23

Abb. 2: Erzeugung eines Streichquadrats allgemein (links) und anhand eines konkreten Beispiels (rechts)

Dabei gelten folgende Grundlagen:

1. Die Zahlen in der 1. Zeile bzw. Spalte der Additionstabelle (siehe Abb. 2) werden als Randzahlen bezeichnet. Sie können zur Erzeugung eines Streichquadrats beliebig ausgewählt werden.
2. Anschließend werden sie innerhalb der Additionstabelle addiert, die Ergebnisse bilden die Zahlen des Streichquadrats.

Die Konstanz der Streichsumme kann, unabhängig von der Auswahl der eingekreisten Zahl, durch diese Randzahlen begründet werden, denn jede ausgewählte Zahl ist die Summe zweier Randzahlen. Somit sind in den drei ausgewählten Zahlen stets alle sechs Randzahlen vertreten ($a+b+c+d+e+f$).



Wie viele unterschiedliche Additionstabellen gibt es zu einem Zahlenquadrat?

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

**Abb. 3 Zahlenquadrat mit
gesuchten Randzahlen**

Um die Anzahl aller möglichen Additionstabellen zu einem vorgegebenen Beispielzahlenquadrat bestimmen zu können, muss die kleinste Zahl innerhalb eines Streichquadrats betrachtet werden. Ausschlaggebend hierbei sind die Zerlegungsmöglichkeiten dieser kleinsten Zahl.

Im abgebildeten Zahlenquadrat (vgl. Abb. 3) gibt es also sieben verschiedene Lösungen, da die kleinste Zahl „6“ des Streichquadrats auf sieben unterschiedliche Arten zerlegt werden kann (nämlich $6+0$, $5+1$, $4+2$, $3+3$, $2+4$, $1+5$ und $0+6$). Allgemein kann die Anzahl der Möglichkeiten unterschiedlicher Additionstabellen durch $\min(x_{i,j})+1$ bestimmt werden, wobei i den Zeilenindex und j den Spaltenindex des zugehörigen Streichquadrats bezeichnet.

