

Geometrie mit Vierlingen

Dorothee Carniel/Hartmut Spiegel

Wie aus einem Missverständnis Neues entstehen kann

Not macht bekanntlich erfindersch. Und was tun, wenn der nächste Unterrichtsbesuch ansteht? Die Lösung kann zum Beispiel heißen: Ehemalige Lehrende befragen. Herausgekommen sind Streichholzvierlinge.

Wer kennt ihn nicht, den Hilfeschrei der Lehramtsanwärterinnen, wenn es darum geht, einen Unterrichtsbesuch vorzubereiten. Neue Ideen wären schön, möglichst mit nicht allzuviel Materialaufwand und wenn es geht, sollen sie auch noch den Unterrichtsalltag widerspiegeln. Widerspiegeln – Spiegel – Spiegelgeometrie – wozu gibt es Leute wie *Hartmut Spiegel*, die man oder frau in solchen Situationen fragen kann. Mit einer ungefähren Vorstellung zu meinem nächsten Unterrichtsbesuch konfrontierte ich also meinen ehemaligen Professor. „Streichholzdomino“ möchte ich einführen, verkündete ich ihm und erntete ein großes Fragezeichen. Es dauerte eine Zeit, bis wir das Missverständnis aufklärten und er mich darauf hinwies, dass ich wohl das Spiel „Digit“ meinen würde. Jetzt stand das Fragezeichen auf meiner Stirn und es lag an ihm, mir zunächst „Digit“ zu erklären.

Digit

Digit ist ein Spiel, das man über den Spielwarenhandel beziehen kann. Es enthält alle Karten zu den Streichholzfünflingen. Ein Streichholzfünfling besteht aus fünf Streichhölzern (logisch), die unter Einhaltung bestimmter Regeln aneinander gelegt werden. Es gilt: Immer nur Ecke an Ecke und nur im rechten Winkel oder linear. Bei diesem Spiel werden Spiegelbilder nicht unterschieden – sonst würden es zu viele, es sind ja so schon 55.

Jeder Spieler bekommt fünf Karten, eine Karte wird als Ausgangskarte offen auf den Tisch gelegt und mit fünf Hölzern wird der entsprechende Streichholzfünfling daneben gelegt. Wer am Zug ist, prüft, ob bei seinen Karten ein Streichholzfünfling dabei ist, den man erzeugen kann, indem man bei der Ausgangsfigur genau ein Streichholz um-

legt. Ist das der Fall, legt er es um und legt seine Karte offen auf der Ausgangskarte ab. Ist das nicht der Fall, muss man eine neue Karte aufnehmen. Dann ist der nächste Spieler am Zug – egal, ob der Vorgänger ablegen konnte oder nicht. Gewonnen hat, wer als erster keine Karten mehr hat.

In der Spielanleitung dazu findet man auch noch eine Variante der obigen Spielregel, die das Spiel anspruchsvoller und interessanter macht: Man darf so lange Karten ablegen, wie man kann – im Idealfall alle, die man hat. Anschließend zieht man so viele Karten nach, bis man wieder fünf hat, und dann kommt der nächste Spieler. Da hier am Ende gewinnt, wer im Laufe des Spieles die meisten Karten abgelegt hat, legt jeder die Karten, die er ablegt, nicht in die Mitte, sondern auf einen eigenen Stapel. Wer dran ist und nicht ablegen kann, muss eine Karte nachziehen. So kann es vorkommen, dass man auch mehr als fünf Karten in der Hand hat. Aber vielleicht wird man sie beim nächsten Mal alle los.

„Puh“, dachte ich, das wird zu schwer für mein erstes Schuljahr, aber vielleicht geht es ja auch mit Streichholzvierlingen. Also entwickelten wir Streichholzvierlinge. Jeder nach seinem System, denn ohne System konnten wir uns nicht sicher sein, alle Streichholzvierlinge zu haben. Vorab aber mussten wir noch vereinbaren, was wir als verschieden ansehen wollen und was nicht. Aus didaktischen Gründen, die nachher noch aufgeführt werden (vgl. S. 39), bot es sich zunächst an, Figuren, die Spiegelbilder voneinander sind, als verschieden zu betrachten – wie z. B. bei den Buchstaben, wo man b und d unterscheidet. Aber Achtung – der Vergleich mit den Buchstaben trifft nicht ganz: Dort unterscheidet man auch d und p, von denen man eines nur drehen muss, damit es aussieht wie das andere. Bei den Streichholzvierlingen unterscheiden wir so etwas nicht.

Was mit Streichholzvierlingen möglich ist

Wie viele Streichholzvierlinge wir erhalten haben? Holen Sie sich ruhig vier Streichhölzer und nehmen Sie sich die Zeit, selbst alle verschiedenen Streichholzvierlinge zu legen und skizzieren. Warum? Genau das haben wir nämlich die Kinder auch machen lassen.

Nachdem ich zwei Streichholzvierlinge in den Sitzkreis gelegt hatte, äußerten die Kinder Formbeschreibungen. Björn: „Das sieht aus wie ein T.“ Patrik: „Das andere wie ein Stuhl.“ Sarah: „Wenn man bei dem, der wie ein Stuhl aussieht, einen umlegt, dann ist es ein Quadrat.“ Ich forderte Sarah auf, es zu tun und erklärte dann, dass sie nun einen neuen Streichholzvierling gefunden hatte. Nun wollten die anderen auch. Anhand von einigen Fehlversuchen (ein E und ein Pfeil) wurden die Legeregeln für Streichholzvierlinge erarbeitet. Die beiden im Sitzkreis entstandenen Streichholzvierlinge wurden jeweils auf einem quadratischen Zettel aufgemalt. Mit dem Arbeitsauftrag: „Finde alle Streichholzvierlinge!“ und mit quadratischen Schmierzetteln sowie jeweils vier Streichhölzern wurden die Kinder in die Partnerarbeit entlassen.

Die Kinder gingen folgendermaßen vor: Sie legten einen Streichholzvierling, malten ihn auf ihren Schmierzettel und verglichen dann ihr Ergebnis mit den schon gefundenen an der Tafel. Entdeckten sie ihren Streichholzvierling an der Tafel nicht, kamen sie zum Pult und ließen sich ihre Zeichnung auf ein größeres Blatt übertragen. Das durften sie dann an die Tafel kleben. Innerhalb einer halben Stunde hatten die Kinder sämtliche Streichholzvierlinge entdeckt. Zunächst waren es noch ein paar mehr als 25, da einige Kinder Figuren, die sich nur durch eine Drehung unterschieden, nicht als gleich betrachteten.

Ließ man diese Kinder die Zeichnung mit Streichhölzern nachbauen und gingen sie dann um den Tisch herum, fiel ihnen die Gleichheit auf. Dass Figuren, die zueinander spiegelbildlich sind, unterschieden werden müssen, stellte für die Kinder kein großes Problem dar. Es reicht ja nicht aus, um den Tisch herum zu gehen, man mußte mindestens ein Streichholz bewegen, um die andere Figur zu erhalten. Zum Abschluss übertrugen die Kinder die Streichholzvierlinge von der Tafel auf ein Arbeitsblatt. Das stellte für einige Kinder noch ein großes Problem dar. Es waren viele Streichholzvierlinge und die Tafelanordnung war nicht besonders übersichtlich. So versuchte Sadia, sich dadurch zurechtzufinden, dass sie die Streichholzvierlinge mit vertrauten Buchstaben in Verbindung brachte. Dementsprechend erhielt sie ein A, ein Z und zweimal F.

Vorstellung einer Spielregel: Spielen des Spiels

In der nächsten Stunde – wiederum im Sitzkreis – holte ich vier Streichhölzer hervor und fragte die Schüler/innen nach den Aktivitäten vom Vortag. Wir haben Streichholzvierlinge¹ „gebaut“, erklärte *Maike* kurz und präzise. „Heute will ich euch ein Spiel vorstellen, das man mit den Streichholzvierlingen spielen kann.“ Ich teilte die Klasse in zwei Hälften und legte in jeden Halbkreis fünf Karten mit Streichholzvierlingen.² In die Mitte legte ich eine weitere Karte. „Ihr habt sechs und wir haben nur fünf“, beschwerte sich *Patrik* umgehend. „Nein, das ist die Anfangskarte“, erwiderte ich und forderte sogleich ein Kind auf, sie mit Streichhölzern nachzubauen. „Jetzt seid ihr dran. Ihr dürft nur ein Streichholz umlegen. Wenn dann ein Streichholzvierling entsteht, den ihr auf einer eurer Karten habt, dürft ihr die Karte ablegen.“ Eine Schülerin wiederholte die Regel. Nun begann das Spiel: Gleich bei der ersten Karte legte *Julia* das Spiegelbild einer Karte, die sie ablegen wollte. Protest. *Julia* musste die Karte zurücknehmen. *Klaus* sprang hilfreich ein. „Guck mal, wenn du das Streichholz nach hier legst, dann geht’s.“ Zwei weitere Karten wurden abgelegt, dann stockte das Spiel wiederum.

Sandra erzeugte zwar ein wunderschönes Quadrat, aber bei den Karten ihrer Mannschaft war kein Quadrat dabei. Als sie darauf aufmerksam gemacht wurde, legte sie einen weiteren Vierling, aber wiederum entstand dabei keine der zur Verfügung stehenden Figuren. Auch der dritte Versuch brachte keinen Erfolg, und so legte ein anderes Kind einen Streichholzvierling, der zu einer Karte passte. Als eine Schülerin zwei Streichhölzer umlegen wollte, protestierten sofort alle, und als *André* einmal nicht weiter kam, half *Sarah* ihm. Sie drehte den Vierling, den *André* legen wollte, und hielt das Streichholz, das er umlegen musste, zu. So konnte *André* gut erkennen, was er schon hatte und auf was er sich konzentrieren musste. Ungefähr nach der Hälfte der Spielzüge fragt *Gesa* dann: „Und wer gewinnt?“ „Na der, der zuerst alle seine Karten abgelegt hat.“ „Aber dann gewinnt ja immer der, der anfängt.“ „Nein, nicht immer, manchmal kann man auch keine Karte ablegen, aber das könnt ihr ja selber mal in Gruppen ausprobieren.“

Beim Spiel halfen sich die Kinder gegenseitig und ich hatte kaum das Gefühl, dass sie gegeneinander spielten. *Sandra* und *Melanie* änderten die Spielregeln. Sie legten eine Anfangskarte in die Mitte und gruppierten die restlichen 24 Streichholzvierlinge darum. Dann legten sie ein Streichholz um und suchten den erzeugten Vierling in den vorhandenen Karten. War die Karte schon abgelegt, konnte man eben keine Karte ablegen. Auf diese Art tasteten sich *Melanie* und *Sandra* an den eigentlichen Spielgedanken heran. Betrachtet man *Sandras* unsicheres

Verhalten im Sitzkreis, so ist es phantastisch, wie Kinder Möglichkeiten schaffen, sich einem Problem anzunähern.

Aufgaben gezielt bearbeiten

Unmittelbar im Anschluß an das Spiel konnten die Kinder vorbereitete Arbeitsblätter bearbeiten (vgl. ab S. 40)³. Etwa die Hälfte der Kinder machte von diesem Angebot Gebrauch. Dabei fiel mir ein Schüler besonders auf, der sonst eher zu den langsameren gezählt wird. Noch nie hat *Tobias* eine Aufgabe in solcher Geschwindigkeit gelöst. Nach knapp zwei Minuten zeigte er mir eine fehlerfreie Bearbeitung seines Arbeitsblattes vor. Sein Tischnachbar tat sich da schwerer, half sich dann aber nach kurzer Zeit mit einer selbstentwickelten Strategie. Er malte die Ausgangskarte auf die Zielkarten auf. Lagen drei Striche aufeinander, konnte man die Karte ablegen. Leider war diese Strategie bei den Abbildungen fehleranfällig, bei denen auch noch eine Drehung vollzogen werden musste. Die meisten Kinder nahmen die Streichhölzer zu Hilfe, was ihnen gleichzeitig die Möglichkeit zu einer Selbstkontrolle gab. Wer während dieser Stunde keine oder nicht alle Blätter bearbeitet hatte, konnte dies noch zu Hause oder in späteren Freiarbeitsstunden tun.

Was Kinder dabei lernen können

Für uns hat der Verlauf dieser beiden Stunden bestätigt, dass durch die beschriebenen Aktivitäten eine Reihe von Fähigkeiten der Kinder gefordert und gefördert werden. Einerseits werden ganz konkrete geometriespezifische Fähigkeiten gefördert, andererseits aber auch solche wie: sich kreativ verhalten, argumentieren, ordnen, klassifizieren. Skeptiker, die vielleicht noch nicht ganz vom Wert dieser Aktivität überzeugt sind, mögen mit Hilfe folgender Liste prüfen, ob wir mit unserer Einschätzung richtig liegen. Die Liste ist gegliedert nach den o. a. Bereichen.

Vorstellung von Figurentypen:

- aus einem oder mehreren Beispielen die Bildungsregel erkennen,
- die Bildungsregel in Teilen oder vollständig sprachlich beschreiben,
- neue Streichholzvierlinge erzeugen, die der Regel entsprechen,
- rechte Winkel von anderen unterscheiden,
- die gelegten Streichholzvierlinge durch eine Zeichnung darstellen,
- erfahren, dass es eine Sache der Festlegung ist, welche Streichholzvierlinge man als gleich bzw. verschieden betrachtet,
- gleiche bzw. verschiedene Streichholzvierlinge, die in unterschiedlichen Lagen abgebildet sind, als gleich bzw. verschieden erkennen,
- erfahren, dass es Streichholzvierlinge gibt, deren Spiegelbild durch eine Drehung erzeugt werden kann.

Vorstellung von Spielregeln:

- die mitgeteilte Spielregel verstehen und korrekt umsetzen,
- für zwei Streichholzvierlinge entscheiden, ob die eine sich durch Umlegen eines Streichholzes in die andere überführen lässt oder nicht (verschiedene Strategien) und die Entscheidung begründen,
- Strategien entwickeln und anwenden, die die Erfolgchancen beim Spiel erhöhen, z. B. Streichholzvierlinge erzeugen können, aus denen bestimmte andere Streichholzvierlinge nicht durch Umlegen eines Streichholzes erzeugt werden können oder Streichholzvierlinge danach unterscheiden können, ob sie mehr oder weniger Figuren besitzen, aus denen man sie erzeugen kann.

Jede dieser Lernmöglichkeiten ist ein Spezialfall, der auch in anderen Bereichen sowohl des Geometrieunterrichts als auch des übrigen Mathematikunterrichts von Bedeutung ist.

Wichtig ist uns in diesem Zusammenhang, dass die Streichholzvierlinge kein Unterrichtsgegenstand sind, der um seiner selbst willen von Bedeutung wäre. Sie stellen nur eine relativ einfach zu schaffende Möglichkeit zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens dar. Wir sehen auch keinen Sinn darin, sich vorzunehmen, die Kinder in einer Entscheidungsstrategie zu unterweisen, z. B.: „Suche nach einer Figur aus drei Streichhölzern, die die beiden Vierlinge gemeinsam haben!“ Eine solche oder andere Strategien selbst zu entdecken, das ist ja gerade eine der wesentlichen Lernchancen, die das Spiel bietet – eine vorgeseigte Strategie wird kaum Erlebnisse beim Kind hervorrufen, die Grundlage sind für einen dauerhaften Lerneffekt.

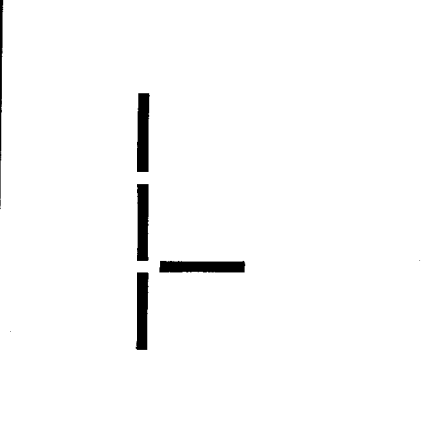
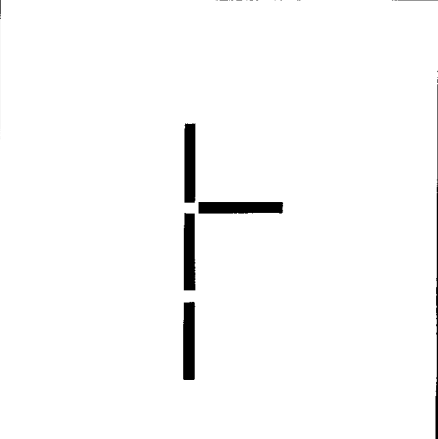
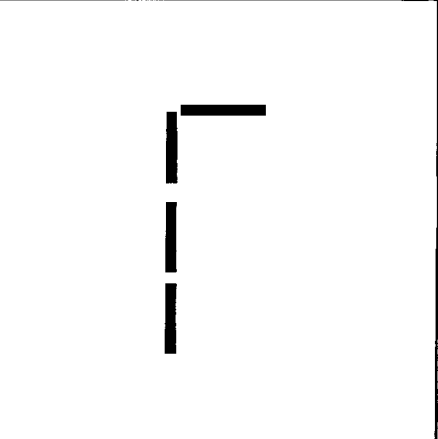
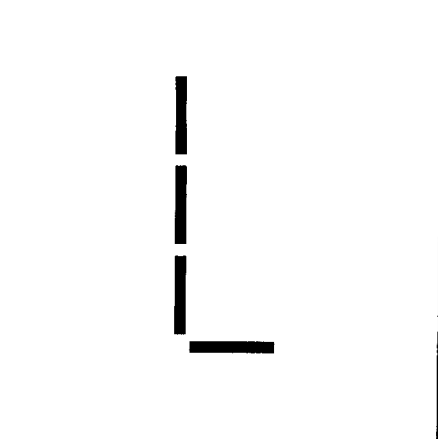
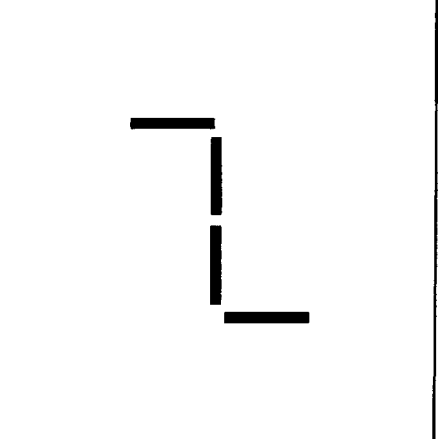
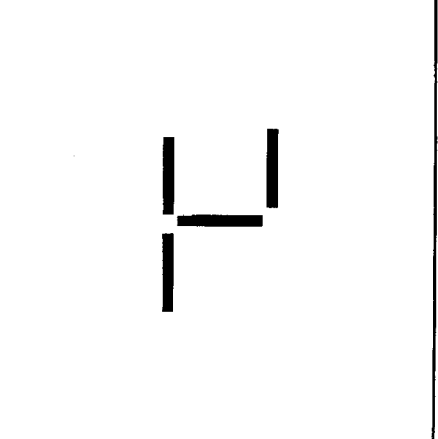
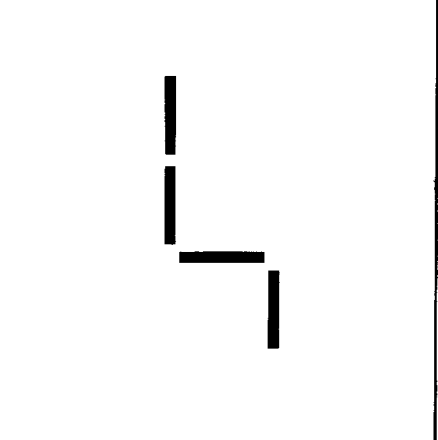
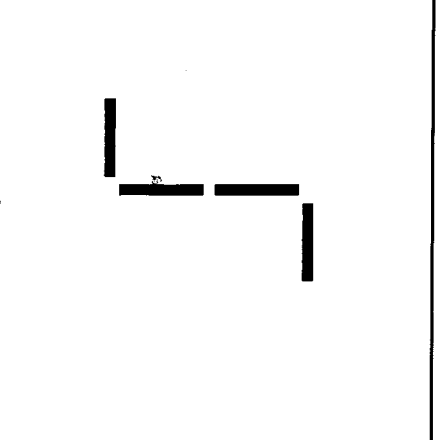
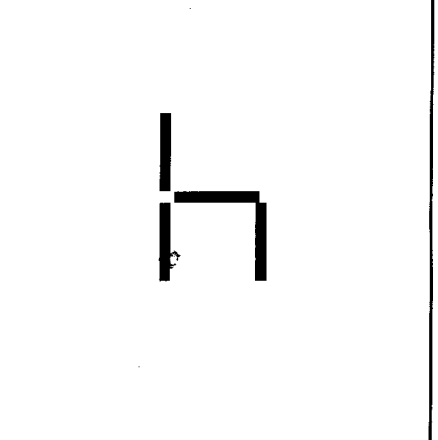
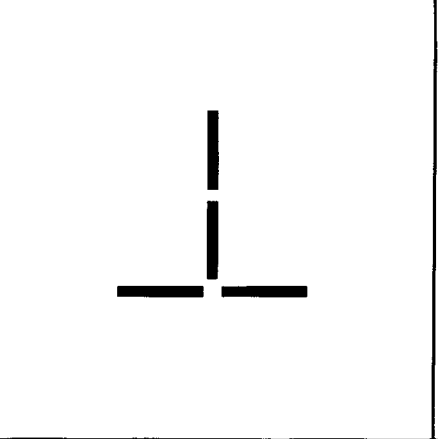
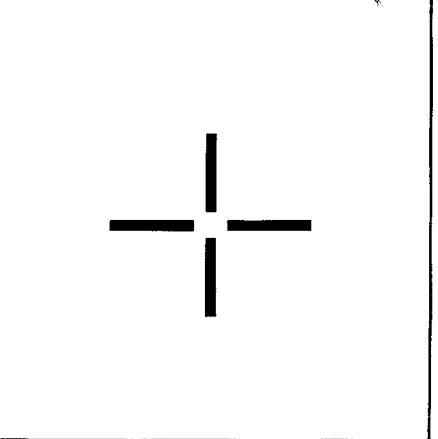
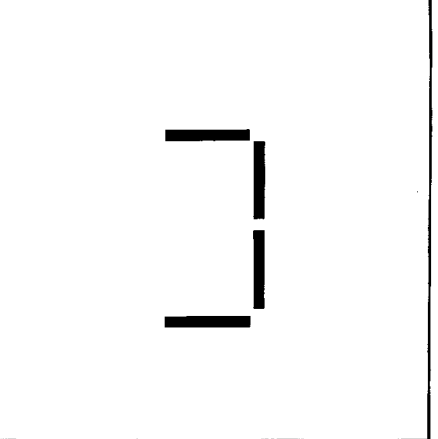
Was wir noch sagen wollten ...

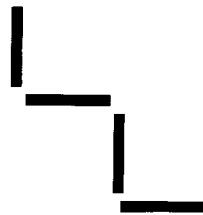
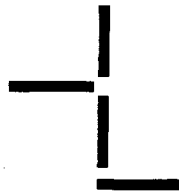
Das Original-Digit (Streichholzfüfnlinge) – mit den vielen Varianten, die man selber noch erfinden kann, stellt auch für viele Erwachsene noch eine Herausforderung dar. Das bedeutet, dass in der Spanne zwischen dem von uns vorgestellten Konzept und der Originalvariante eine Vielfalt von Aktivitäten denkbar sind, bei denen für jedes Schuljahr etwas dabei ist. Lassen Sie Ihrer Phantasie freien Lauf ...

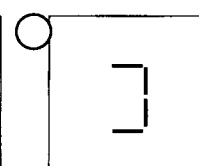
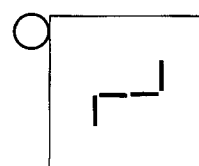
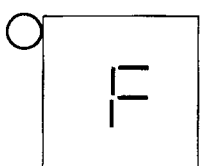
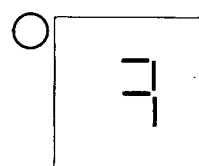
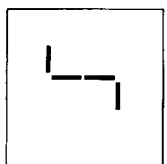
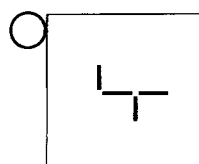
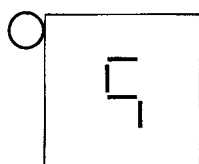
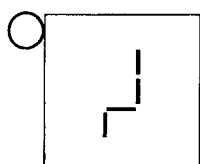
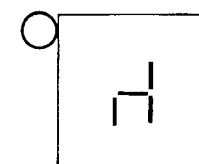
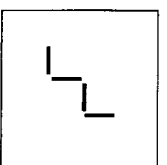
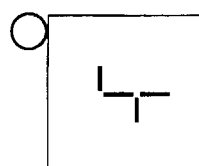
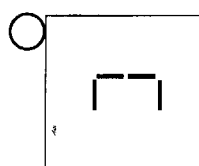
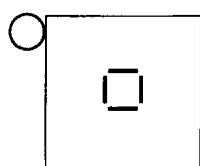
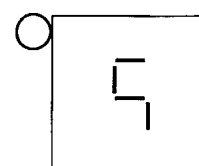
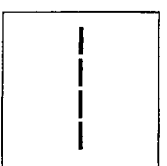
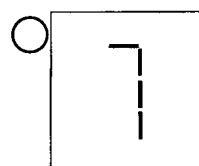
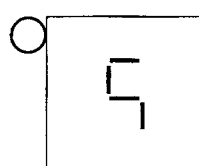
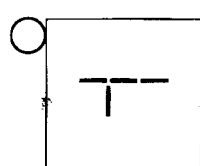
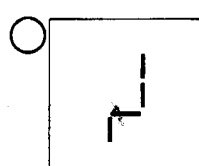
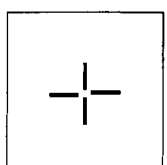
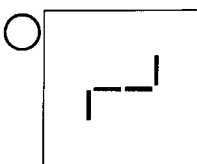
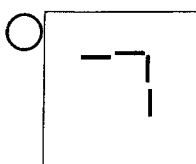
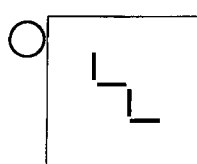
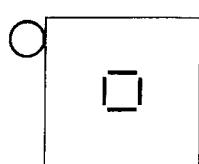
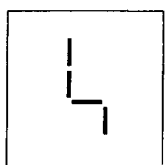
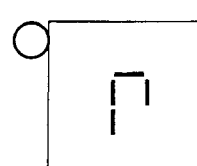
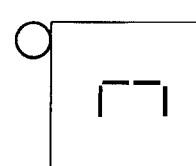
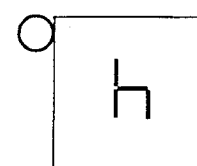
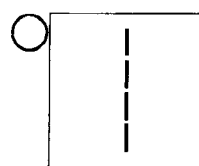
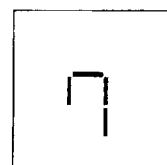
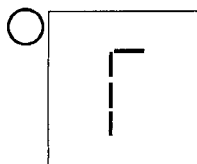
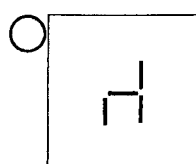
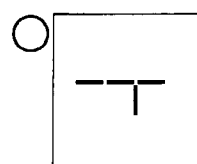
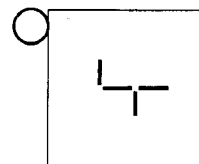
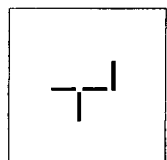
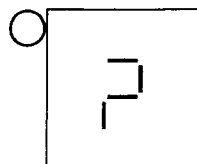
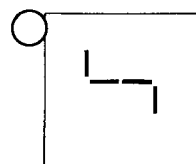
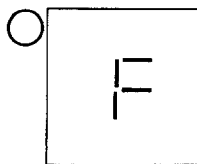
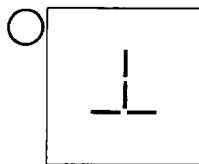
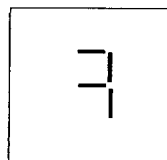
¹ Ich hätte nicht gedacht, dass Erstklässler ein so schweres Wort behalten können, wenn es zuvor nur einmal erwähnt wurde.

² Die erwähnten Karten kann sich die Leserin mit Hilfe der diesem Text beigefügten Kopiervorlagen herstellen.

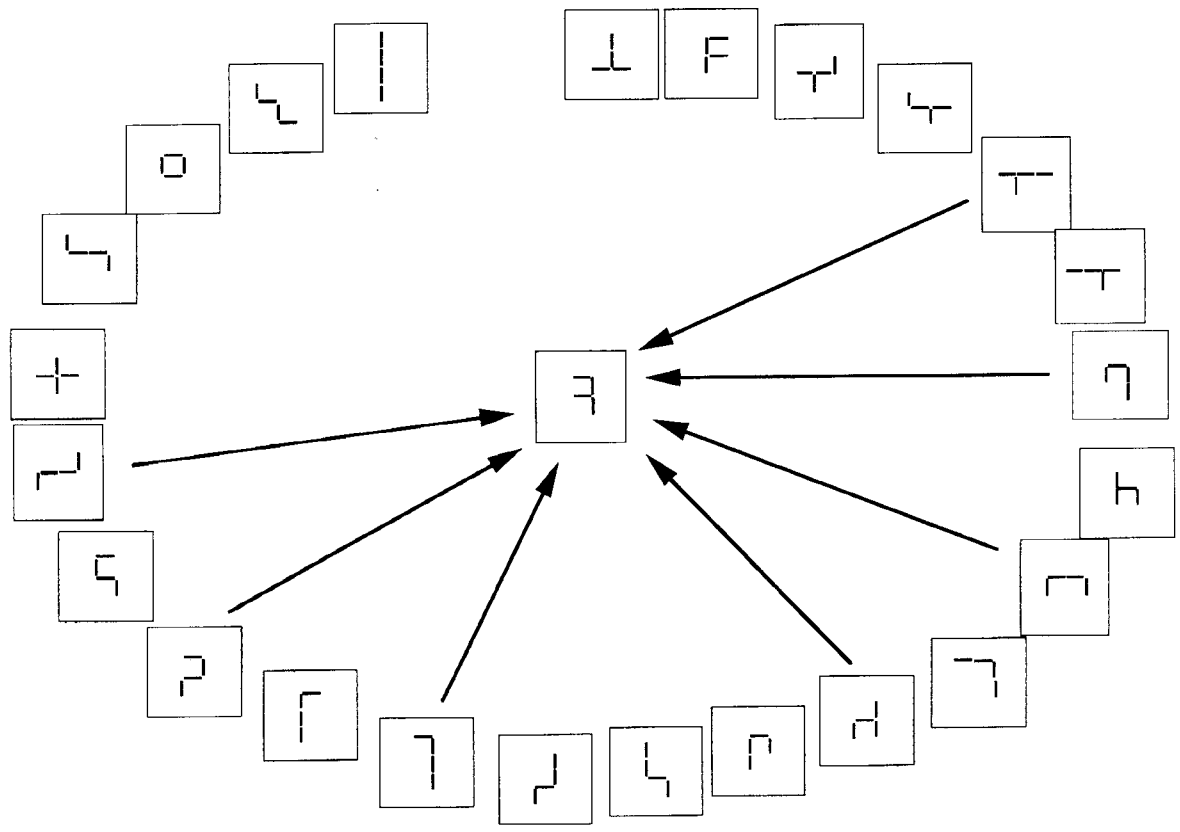
³ Auch ohne Arbeitsanweisung wussten die meisten Kinder, wie das Arbeitsblatt bearbeitet werden sollte: Diejenigen Streichholzvierlinge, die man ablegen kann, sollen angekreuzt werden. (Es war uns nicht möglich, die einzelnen Aufgaben nach einem objektiven Schwierigkeitsgrad zu unterscheiden, da es von der individuellen Strategie der Kinder abhängt, welche Aufgabe mehr oder weniger schwierig ist.)





Die Pfeile zeigen dir, welche Karten du ablegen kannst.
 Ergänze die fehlenden Pfeile.



Male einen selbst ausgewählten Streichholzvierling in die Mitte. Zeichne alle Pfeile ein.

