



## Haus 7: Gute Aufgaben

### **„Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ - Eine inhaltsbezogene Kompetenz in der Grundschule**

#### Bedeutung im Alltag

Der Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten tritt nicht nur in innermathematischen Zusammenhängen auf. Vielmehr ist er ein fester Bestandteil des alltäglichen Lebens. So begegnet man ihm beim ‚Mensch-ärgere-dich-nicht‘ und ‚Kniffel‘ Spielen mit der Familie. Ebenso sind Glücksspiele wie Glücksraddrehen oder Loseziehen auf Jahrmärkten und ähnlichen Veranstaltungen beliebte Anziehungspunkte, auch wenn zumeist doch nur die Inhaber einen Gewinn machen. Aufgrund dieses häufigen und gezielten Einsatzes im Alltag ist es wichtig, sich immer wieder über Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten bewusst zu werden. Dies kann im Mathematikunterricht durch gute Aufgaben zu diesem Thema gefördert werden.

#### Was müssen gute Aufgaben im Bereich „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ leisten? - Lehrplan und andere Standards

Bereits im Kindergarten sollten erste Erfahrungen mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten gesammelt werden. Dies zeigt sich in den „Prinzipien und Standards für Mathematik in der Schule“, die sich auch auf den vorschulischen Bereich beziehen und als einen inhaltlichen Standard bereits die „Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit“ (Richardson 2004) nennen.

In der Grundschule sollen dann die Vorkenntnisse der Kinder aufgegriffen und weiter ausgebaut werden. Nicht zuletzt deshalb ist der Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten als eine der vier inhaltsbezogenen Kompetenzen ein fester Bestandteil des Lehrplans. Es soll sichergestellt werden, dass die Kinder Daten „in Bezug auf konkrete Fragestellungen [auswerten, sowie] die Wahrscheinlichkeiten einfacher Ereignisse“ (MSW 2008, S. 18) einschätzen lernen. Während dabei bis zum Ende der Schuleingangsphase das Sammeln und die Darstellung und Auswertung von Daten im Vordergrund stehen (vgl. ebd.), sollten die Kinder am Ende der Schuleingangsphase „die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen“ (ebd.) beschreiben können. Hierzu sind Begriffe wie „sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie“ (ebd.) zu verwenden. Diese alltagssprachlich verwendeten Begrifflichkeiten sollten bewusst auch als mathematische Fachbegriffe thematisiert werden, um deren zum Teil abweichende Bedeutung herauszustellen (vgl. Hasemann & Mirwald 2008, S. 150). Zudem sollen die Kinder „die Anzahl verschiedener Möglichkeiten im Rahmen einfacher kombinatorischer Aufgabenstellungen“ (MSW 2008, S. 18) bestimmen können. Zum Beispiel sollten sie imstande sein, die Anzahl der Möglichkeiten, mit zwei Würfeln eine 7 zu würfeln, herauszufinden, um dessen Auftrittswahrscheinlichkeit - im Vergleich zu anderen Augensummen einschätzen zu können. Hierbei wird deutlich, dass gute Aufgaben zum Thema Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten verschiedenste Möglichkeiten bieten, um auch die prozessbezogenen Kompetenzen zu fördern. So lassen sich die einzelnen Versuche selbst durchführen und



Strichlisten über die Ergebnisse führen, sodass sowohl Problemlöse- als auch Darstellungskompetenzen angesprochen werden können. Auch können sich die Kinder bspw. in Mathe-Konferenzen über die entdeckten Auffälligkeiten austauschen und versuchen, diese zu begründen. Hierbei können unterschiedliche nonverbale und verbale Darstellungsmittel thematisiert und angewendet werden (s. hierzu auch *Forschermittel* in Haus 1 – UM - Entdeckerpäckchen).

### Auf Alltagsbezug achten

Gute Aufgaben zum Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten ermöglichen außerdem eine Mischung aus struktur- und anwendungsorientiertem Unterricht. So sollen einerseits mathematische Gesetze und Beziehungen aufgedeckt werden, um Basisfertigkeiten wie Ordnen und Verallgemeinern zu schulen. Andererseits sollen aber auch Bezüge zur Alltagswelt geschaffen werden (vgl. MSW 2008, S. 5). Beispielsweise lässt sich thematisieren, dass es egal ist, ob man beim ‚Mensch ärgere Dich nicht‘ bei einer 6 oder einer anderen Zahl anfangen darf, weil die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel für jede Augenzahl - trotz häufig anderer Empfindung - gleich ist. Somit ist gerade der Alltagsbezug beim Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten beachtlich: Denn wenn sich die Schüler bereits im jungen Alter mit Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit auseinandersetzen, lernen sie, Glücksspiele nicht einfach hinzunehmen, sondern diese auch zu hinterfragen (vgl. Bönig/Ruwisch 2004, S. 9). Hierzu reicht jedoch eine einmalige Thematisierung nicht aus. Ein reflektierter Umgang kann nur entstehen, verfestigt und ausgebaut werden, wenn Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten „im Sinne eines Spiralcurriculums immer wieder aufgegriffen und vertieft werden“ (ebd.).

Neben dieser wiederholten Fokussierung auf unterschiedlichen Niveaus und mit verschiedenen Schwerpunkten ist ein authentischer Zugang zur Problematik entscheidend für nachhaltiges Lernen. Deshalb ist es wichtig, dass sich die Kinder „auf die Auseinandersetzung mit der Sachsituation wirklich einlassen“ (Bönig/Ruwisch 2004, S. 9). Folglich erlauben es gute Aufgaben, dass die Kinder selbst beispielsweise verschiedene Gewinnregeln beim Drehen eines Glücksrades ausprobieren dürfen, damit sie sich über häufige Gewinn- bzw. Verlustsituationen ärgern und davon ausgehend ergründen wollen, warum dies so ist. So werden sie aus eigener Motivation - dem Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens folgend - feststellen, dass der „Ausgang eines so genannten Glücksspiels nicht allein von ‚Glück‘ und ‚Pech‘ abhängt“ (Schwarzkopf 2004, S. 32), sondern auch durch Gewinnregeln bestimmt ist, deren Änderung dasselbe Spiel fair bzw. unfair machen kann. Auch kann hierbei die Erkenntnis gewonnen werden, dass erstens „viele Versuche notwendig sind, um Gewissheit über das Eintreten zufälliger Ereignisse zu gewinnen“ (Hasemann & Mirwald 2008, S. 153), dass zweitens jedoch über einzelne Experimente keine Aussage gemacht werden kann.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Schüler „von Klasse 1 an die Chance haben [sollen], Kenntnisse über den Zufall zu erwerben und damit langfristig zu der Überzeugung zu kommen, dass der Zufall kalkulierbar ist und dass zufällige Ereignisse mit mathematischen Mitteln modelliert werden können“ (Hasemann & Mirwald 2008, S. 141). Ziel dabei ist es, einen reflektierten Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten in Schule und Alltag zu erlangen.



## Strategien

Häufig werden Wahrscheinlichkeiten jedoch auf Grundlage des subjektiven Empfindens eingeschätzt. Dies gilt nicht nur für Kinder, die den mathematischen Hintergrund noch nicht kennen. Auch Erwachsene mit „gut ausgebildeten fachlichen Vorstellungen“ (Büchter u.a. 2005, S. 5) lassen sich oft von informellen Erfahrungen leiten. Dabei sind vier Herangehensweisen zu beobachten:

1. Die ‚availability heuristic‘, nach der Urteile auf häufig erlebte Situationen zurückgeführt werden. So wird das Vorkommen der 6 aufgrund der Erfahrungen bei Brettspielen häufig als unwahrscheinlich angesehen.
2. Die ‚representativeness heuristic‘, die auftritt, wenn oft wenige, selbst durchgeführte Versuche als repräsentativ für die allgemeine Häufigkeitsverteilung angesehen werden. Eine entsprechende Aussage dazu wäre: „Ich habe jetzt schon 10 mal gewürfelt und dabei kam sechsmal die 3; also ist die 3 am wahrscheinlichsten.“
3. Die ‚equiprobability bias‘, die besagt, dass alle Möglichkeiten gleich wahrscheinlich sind, so z.B. auch die Augensummen 12 und 7 beim Würfeln mit zwei Würfeln.
4. Der ‚outcome approach‘, bei dem man nicht auf die Wahrscheinlichkeit, sondern auf den speziellen Ausgang des Versuchs eingeht. Demnach könnte man z.B. durch schnelles Würfeln Einfluss auf das Würfelergebnis nehmen.

(vgl. Pratt 2000, S. 5f., Übers. A.K.)

## Resümee

Die auf dieser Seite vorgestellte Lernumgebung kann ein erster Schritt sein, die mathematischen Gesetzmäßigkeiten (s. *Sachinfos*) zu erkennen und somit die informellen Einschätzungen, die die Kinder mitbringen, zu hinterfragen. Auf diese Weise lernen die Kinder, „ihr subjektives Empfinden [...] zunehmend in den Hintergrund“ (Hasemann & Mirwald 2008, S. 150) zu stellen. Dabei sind die Aufgaben weitestgehend so offen gestellt, dass sie auf den verschiedensten Niveaus der Kinder bearbeitet werden können. Somit lassen sie sich im Sinne der natürlichen Differenzierung einsetzen und werden der Heterogenität einer Lerngruppe gerecht.

## Literatur:

Bönig, D.; Ruwisch, S. (2004): Daten gewinnen, darstellen, verarbeiten und interpretieren. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 172, S. 6–14

Büchter, A., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2005): Den Zufall im Griff? Stochastische Vorstellungen fördern. In: PM - Praxis der Mathematik, Jg. 47, H.4, S. 1–7

Hasemann, K. & Mirwald, E. (2008). Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit. In: Walther, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik Konkret (S. 141–161). Berlin: Cornelsen Verlag.



Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (MSW) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes Nordrhein-Westfalen. Verfügbar unter:

[https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp\\_gs/GS\\_LP\\_M.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_gs/GS_LP_M.pdf)

08.01.2019

→ zur Erleichterung des Leseflusses zitiert als MSW 2008, S. ...

Neubert, B. (2009): Zufall und Wahrscheinlichkeit in der Grundschule. Verfügbar unter:

<https://www.schulportal-thueringen.de/getdata/>

8b7b00c6-9dd1-4ce5-8bdb-110ea25ec66b/200903\_neubert\_2.pdf, 07.02.2019

Pratt, D. (2000): Making sense of the total of two dice. In: Journal for Research in Mathematics Education, Jg. 31, H.5, S. 602–625.

Richardson, K. (2004): Mathematische Standards für Kindergärten und die ersten beiden Primarschulklassen. In: Bildung, Erziehung, Betreuung von Kindern in Bayern. 9 Jg. Heft 1/2, 3 & 5. Verfügbar unter:

<http://www.ifp.bayern.de/veroeffentlichungen/infodienst/mathestandards.html> 23.05.2010

Schwarzkopf, R. (2004): Wer gewinnt? - Dem Zufall auf der Spur. In:

Die Grundschulzeitschrift, H. 172, S. 32–36

