



Haus 7: Gute Aufgaben

MIMI-Aufgaben

MIMI-Zahlen sind Zahlen der Bauart abab, also z.B. 7373 oder 9595. Wenn man von einer MIMI-Zahl deren jeweils kleinere Umkehrzahl subtrahiert, also beispielsweise $9595 - 5959$ oder $7373 - 3737$ rechnet, ergeben sich MIMI-Aufgaben.

Die Beschreibung einer Unterrichtsstunde aus einem 4. Schuljahr soll aufzeigen, dass bereits Grundsülerinnen und Grundsüler als mathematische Forscher tätig werden können, wenn *substanzielle Aufgaben* eingesetzt werden. Diese können realitätsbezogen sein oder – wie die MIMI-Aufgaben – ihr Potenzial aus sog. innermathematischen Zusammenhängen schöpfen. Auf diese Weise wird die integrierte Förderung inhaltsbezogener und prozessbezogener (allgemeiner) Kompetenzen ganz im Sinne der KMK-Bildungsstandards bzw. des nordrhein-westfälischen Mathematik-Lehrplans für die Grundschule möglich: Es wird geübt und gleichzeitig entdeckt.

Im Folgenden wird zunächst eine etwa 60minütige Unterrichtssequenz beschrieben, in der Viertklässler MIMI-Aufgaben untersuchten und Auffälligkeiten entdeckten, beschrieben und in Ansätzen auch begründeten. MIMI-Zahlen sind eine Variation der so genannten ANNA-Zahlen (vgl. Wittmann & Müller 1997, S. 83; Verboom 1998).

Während ANNA-Zahlen dieselbe Tausender- und Einerziffer sowie dieselbe Hunderter- und Zehnerziffer aufweisen (zum Beispiel 1991 oder 7227), sind MIMI-Zahlen so aufgebaut, dass sich jeweils die 1. und die 3. sowie die 2. und die 4. Ziffer entsprechen (zum Beispiel 7676 oder 2828). Aus zwei Ziffern kann man zwei verschiedene MIMI-Zahlen bilden. Subtrahiert man nun die kleinere von der größeren MIMI-Zahl, entstehen MIMI-Aufgaben.

7272	7676	7474	6565	3030
<u>-2727</u>	<u>-6767</u>	<u>-4747</u>	<u>-5656</u>	<u>-0303</u>
4545	909	2727	909	2727

In der Unterrichtsstunde, die derjenigen voranging, die im Folgenden beschrieben werden soll, hatten die Schülerinnen und Schüler zunächst die Bauart der MIMI-Aufgaben kennen gelernt und eine Reihe von Beispielen gerechnet. Dann bekamen sie den Auftrag, die Ergebnisse ihrer Aufgaben zusammen zu tragen und zu ordnen. Am Ende der Stunde wurden alle möglichen MIMI-Ergebnisse mit Edding auf DIN-A 4-Blätter geschrieben und geordnet unter Überschrift 'Unsere Ergebnisse bei MIMI-Aufgaben' an die Tafel gehängt.

Als Ergebnisse erhält man Vielfache von 909, nämlich: 909, 1818, 2727, 3636, 4545, 5454, 6363, 7272 und 8181. Warum dieses so ist, kann man sich beispielsweise dadurch klar machen, dass man die MIMI-Aufgaben durch einen vertikalen Strich in der Mitte teilt, so dass man jeweils nur die doppelt auftretenden 'zweistelligen' Zahlen – Tausender und Hunderter bzw. Zehner und Einer – in den Blick nimmt, etwa $72-27$ oder $74-47$.

<u>72-27</u> = 50 – 5 = 45	<u>74-47</u> = 30 – 3 = 27	<u>65-56</u> = 10 – 1 = 9
70–20	70–40	60–50
2– 7	4– 7	5– 6

Dabei wird jeweils die Differenz der beiden Ziffern (im ersten Beispiel 5) vom Zehnfachen dieser Differenz (50) subtrahiert. Als Ergebnis entsteht also stets das Neunfache der Zifferndifferenz, im ersten Beispiel also $9 \cdot 5 = 45$. Dieser Unterschied ergibt sich sowohl in den ersten beiden als auch in den letzten beiden Spalten.

Demnach führen zwei MIMI-Aufgaben, deren Ziffern dieselbe Differenz aufweisen – wie etwa $7474-4747$ oder $3030-0303$ – zu demselben Resultat, dem Produkt aus der Zifferndifferenz und 909 ($3 \cdot 909 = 2727$). Als Resultat einer MIMI-Aufgabe ergibt sich wieder eine MIMI-Zahl. Die Summe ihrer beiden Ziffern ist stets 9; die Quersumme der MIMI-Ergebnisse beträgt daher immer $2 \cdot 9 = 18$.

In der nun etwas ausführlicher beschriebenen Folgestunde werden nun die MIMI-Aufgaben und ihre Ergebnisse genauer untersucht. Die Schülerinnen und Schüler kommen hierzu zunächst für fünf Minuten im Sitzhalbkreis an der Tafel zusammen. Hier hängen einige Beispielrechnungen, anhand derer die Kinder zunächst noch einmal die Rechenvorschrift wiederholen.



Rechts daneben hat die Lehrerin die neun verschiedenen MIMI-Ergebnisse ungeordnet angeheftet. Sie setzt den Impuls: „Was findet ihr alles heraus, wenn ihr euch die Ergebniszahlen und die MIMI-Aufgaben genauer anschaut?“ Hierzu hat sie ein Arbeitsblatt vorbereitet, in dessen oberer Hälfte die Kinder zunächst die fehlenden MIMI-Ergebnisse eintragen sollen. Danach sollen sie sich in Dreier- bzw. Vierergruppen mit dem Forscherauftrag auseinandersetzen und ihre Entdeckungen festhalten.

Namen der Team-Mitglieder: Sven, Lami, Raphael

Wir untersuchen die Ergebnisse von MIMI-Aufgaben

Das sind alle möglichen Ergebnisse von MIMI-Aufgaben:

909, 1818, 2727, 3636, 4545, 5454, 6363, 7272, 8181



Forscherauftrag:

Was fällt euch bei den Ergebnissen der MIMI-Aufgaben auf?

Entdeckt ihr Regelmäßigkeiten? Welche?

** Warum ist das so?

Die Tippkarten können euch helfen!

Für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler hat die Lehrerin eine sog. Sternchenaufgabe vorgesehen, bei der die Kinder die Auffälligkeiten nicht nur beschreiben, sondern auch begründen sollen. Sie hat sich bei dieser etwas komplexeren Aufgabe dazu entschieden, die Entwicklung von Begründungen nicht von allen Schülerinnen und Schülern zu verlangen. Da andererseits alle Kinder Entdeckungen machen und beschreiben sollen, dieses aber manchen Kindern schwerer fällt als anderen, hat sie für die Schwächeren einige Tippkarten vorbereitet, die diese dann nutzen, wenn ihnen nach längerem Nachdenken nichts (mehr) auffällt.

Die Kinder rechnen an Gruppentischen einige weitere Aufgaben und beginnen in kleinen Gruppen, ihre Entdeckungen zunächst mündlich auszutauschen und dann schriftlich festzuhalten. Die Lehrerin geht derweil von Tisch zu Tisch, lässt sich die bisherige Arbeit der Kinder erläutern bzw. zeigen, steht für Fragen zu Verfügung und gibt Impulse zum Weiterdenken, wie im Folgenden exemplarisch deutlich wird.

Tina Wenn man die Ergebnisse rückwärts liest, dann hat man die Umkehraufgabe. Ich mach zu jeder Frage das Beispiel. Ist das OK?

L Habt ihr euch so geeinigt? Dann ist das OK, wenn ihr das so machen wollt. Fällt dir sonst noch was anderes auf? Guck dir mal die Ergebniszahlen an.

Nina Die kommen aus der Neunerreihe.

L Ja, das stimmt. Sind das irgendwelche Ergebniszahlen?

Nina Die haben vorne und hinten immer die gleichen Neunerzahlen.

L Mhm (*bestätigend*). Noch was? Ja, Lilli.

Lilli Also, wenn man so eine Aufgabe addiert, dann kommt immer 9-9-9-9 raus, also 9999.

L Das hab ich nicht verstanden. Erklär mir das noch mal.

Lilli Ja, wenn man so eine Aufgabe addiert, anstatt minus, kommt 9-9, 9999 raus.

Zwei Kinder treten an den Tisch heran.

Toni Frau Koch, was sollen wir machen? Wir haben alles rausgefunden.

L Wie? Ihr habt alles raus gefunden, was man raus finden kann?

Lars Ja, komm' mal. Wir haben was raus gefunden.

Toni Wir sind fertig.

L Und habt ihr auch herausgefunden, warum das so ist?

Toni Nee, das nicht.

L Naja, dann bitte ...

Toni und Lars gehen an ihren Tisch und arbeiten weiter. Zurück zu Lillis Entdeckung ...

L Gut, das ist auch ne gute Erkenntnis. Könnt ihr doch auch aufschreiben.



Lilli Und guck mal (zeigt auf eine 9). Das ist ja quasi die Quersumme von der ersten Zahl sozusagen.

L Und habt ihr schon mal versucht, wie das mit der Quersumme der gesamten Zahl ist?

Lilli Mmh, das ist dann auch aus der 9er-Reihe. Guck.

Nina Dann sind immer 18.

L Probiert's mal aus. Oder weißt du das schon im Kopf?

Die Lehrerin verlässt die Tischgruppe

Lilli Ja, das gibt immer 18. Doch, das gibt immer 18.

Die Kinder arbeiten fast 40 Minuten an ihrem Auftrag. Die wenigen Gruppen, die ihn beendet haben, gehen nach vorne zum Materialtisch und holen sich ein Arbeitsblatt, auf dem die Bildungsregel der LILLI-Zahlen erklärt wird und entsprechende Entdecker-Aufgaben für LILLI-Aufgaben gestellt werden.

Zwei Beispiele sollen das Vorgehen der Gruppen exemplarisch illustrieren. Die aus Valerie, Lilli und Thuyvia bestehende Gruppe kreist die beiden ersten und die beiden letzten Ziffern der MIMI-Ergebnisse jeweils mit orange bzw. rot ein. Neben dem Forscherauftrag machen die Schülerinnen deutlich, dass bei untereinander angeordneten Ergebnissen die Tausenderziffer jeweils um 1 größer und die Einerziffer jeweils um 1 kleiner werde. Man beachte auch die Pünktchen, die andeuten, dass es so weitergeht.

Namen der Team-Mitglieder: Valerie, Lilli, Thuyvia

Wir untersuchen die Ergebnisse von MIMI-Aufgaben

Das sind alle möglichen Ergebnisse von MIMI-Aufgaben:
909, 1818, 2727, 3636, 4545, 5454, 6363, 7272, 8181

Forscherauftrag:
 Was fällt euch bei den Ergebnissen der MIMI-Aufgaben auf?
 Entdeckt ihr Regelmäßigkeiten? Welche?
 ** Warum ist das so?
 Die Tippkarten können euch helfen!

Unsere Entdeckungen:
 Die ersten beiden Ziffern des Ergebnisses sind immer aus der Reihe. Das M ist immer eine Ziffer und das I ist immer eine Ziffer. Wenn man die Ergebnisse rückwärts liest, hat man die Umkehraufgabe. Die Quersumme ist immer bei den Ergebnissen 18. Wenn man die Aufgaben addiert, kommt immer 9999 raus. Wenn man die Zahlen untereinander schreibt, gibt es eine Regelmäßigkeit (siehe Zeichnung). Die Ergebnisse sind immer 909 voneinander entfernt.

Wir untersuchen die Ergebnisse von MIMI-Aufgaben

Das sind alle möglichen Ergebnisse von MIMI-Aufgaben:
909, 1818, 2727, 3636, 4545, 5454, 6363, 7272, 8181

Forscherauftrag:
 Was fällt euch bei den Ergebnissen der MIMI-Aufgaben auf?
 Entdeckt ihr Regelmäßigkeiten? Welche?
 ** Warum ist das so?
 Die Tippkarten können euch helfen!

Unsere Entdeckungen:
 Alle ~~ziffern~~ Mimi-Zahlen sind in der Neunerreihe z.B. 1818
 5454.
 Die Quersumme ergibt bei den Mimi-Zahlen immer 9 z.B.
 $5454 = 78 = 9$
 Jede Mimi-Zahl hat 2 Ziffern z.B. 5454
 Von einer Mimi-Zahl zur nächsten Mimi-Zahl
 sind es immer + 909
 Alle Mimi-Zahlen sind 4-stellig außer 909.

** Das ist so, weil wenn man 2.909 rechnet nicht es so aus
 $\begin{pmatrix} 2800 \\ 90 \\ 98 \end{pmatrix}$ man nicht direkt das 2818 rauskommt, weil wenn man die 18 von oben runter tut nicht man das Ergebnis weil die nullen nullen sind. (kein Wert)

Als Entdeckungen halten sie fest: 'Die ersten beiden Ziffern des Ergebnisses sind immer aus der Neunerreihe. Das M ist immer eine Ziffer, und das I ist immer eine Ziffer. Wenn man die Ergebnisse rückwärts liest, hat man die Umkehraufgabe. Die Quersumme ist immer bei den Ergebnissen 18. Wenn man die Aufgaben addiert, kommt immer 9999 raus. Wenn man die Zahlen untereinander schreibt, gibt es eine Regelmäßigkeit (siehe Zeichnung). Die Ergebnisse sind immer 909 voneinander entfernt.'

Die Gruppe von Toni, Rafael, Sven und Gianluca verdeutlicht zunächst mit Hilfe von Verbindungsstrichen, dass mit Ausnahme der 909 die Umkehrzahlen von MIMI-Ergebnissen wiederum MIMI-Ergebnisse sind, eine Auffälligkeit, die auch die Mädchengruppe notiert hat: 'Die Zahlen spiegeln



sich (alle MIMI-Zahlen außer 909).’ Im Entdeckerfeld hielten sie Folgendes fest: ‚Alle MIMI-Zahlen sind in der Neunerreihe, z. B. 1818, 5454. Die Quersumme ergibt bei den MIMI-Zahlen immer 9, z. B. $5454=18=9$. Jede MIMI-Zahl hat zwei Ziffern, z. B. **5454**. Von einer MIMI-Zahl zur anderen MIMI-Zahl sind es immer plus 909. Alle MIMI-Zahlen sind vierstellig außer 909.’

In ihrer Begründung gehen sie auf den Aspekt ein, warum man die Ergebnisse von MIMI-Aufgaben als Vielfache von 909 relativ schnell ermitteln kann. Anhand eines Beispiels führen sie aus: ‚Wenn man $2 \cdot 909$ rechnet, sieht es so aus. ... Man sieht direkt, dass 1818 heraus kommt, weil wenn man die 18 von oben runter tut, sieht man das Ergebnis, weil die Nullen Nullen sind (kein Wert).’

Diese beiden Beispiele deuten zum einen an, dass die Schülerinnen und Schüler Vieles entdeckt haben. Zum anderen kann man ihnen entnehmen, dass die Schulung der Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, eigenständig Entdeckungen zu machen und ihre Entdeckungen in verständlicher Weise zu verschriftlichen, keine einfache Aufgabe ist, die aber gerade aus diesem Grunde bereits in der Grundschule beginnen sollte und der Unterstützung durch die Lehrerin bedarf.

Etwa eine Viertelstunde vor Schluss der Stunde kommen die Kinder mit ihren MIMI-Arbeitsblättern wieder im Sitzhalbkreis vor der Tafel zusammen. Die Lehrerin bittet darum, dass einzelne Teams ihre Forscherergebnisse vorstellen und erläutern. Jeweils ein Kind liest einen Satz vor, und ein anderes Kind, das nicht Mitglied der jeweiligen Verfassergruppe war, kommt nach vorne und illustriert die Entdeckung anhand der aus der Einführungsphase noch an der Tafel hängenden MIMI-Aufgaben bzw. MIMI-Ergebnisse.

Neele: Die Quersumme eines MIMI-Ergebnisses ergibt immer 18.

L: Wer möchte das mal zeigen? ‚Die Quersumme eines MIMI-Ergebnisses ergibt immer 18.’ Gianluca, möchtest du es mal zeigen? Nimm dir mal ein Beispiel. Welche Zahl nimmst du?

Gianluca: 1818. $1+8$ gibt 9, plus 1 sind 10, plus 8 sind gleich 18.

L: Und was hat die Neele noch einmal behauptet?

Neele: Die Quersumme eines MIMI-Ergebnisses ergibt immer 18.

L: Gibt *immer* 18. Also müsste das auch stimmen, wenn man 3 plus 6 plus 3 plus 6 rechnet. Stimmt das? Thuyvia?

Thuyvia: Ja, weil $3+6$ ist 9 – und wenn man das Doppelte rechnet, ist es 18.

L: Das haben viele Kinder auch für die anderen Ergebnisse geprüft.

Sch.: Ja, haben wir geprüft.

L: Die Quersumme ist immer 18. Was habt ihr noch herausgefunden?

Verschiedene weitere Entdeckungen werden zusammen getragen und an der Tafel durch Beispiele veranschaulicht. Die Lehrerin versucht durch Rückfragen oder durch das Einfordern weiterer Beispiele anzuregen, dass die Schülerinnen und Schüler sie nicht nur als Einzelfälle betrachten, sondern als Sonderfälle einer Klasse von Beispielen sehen. So wird zum Beispiel länger darüber gesprochen, dass der Abstand zwischen zwei benachbarten MIMI-Ergebnissen immer 909 beträgt. Dies wird zunächst an repräsentativen Beispielen überprüft und dann auf alle Ergebnisse übertragen.

Die folgende Stunde war ähnlich konzipiert, kann hier aber nicht mehr ausführlich dargestellt werden. Die Schülerinnen und Schüler beschäftigten sich in analoger Weise mit LILLI- und mit OTTO-Zahlen.

Literatur

Selter, Christoph (2009): *Jedes Kind kann mathematisch forschen. Grundschulkindergarten erforschen, entdecken und erklären MIMI-Zahlen*. In: Leuders, Timo, Lisa Hefendehl-Hebeker, Hans-Georg Weigand (Hrsg.): *Mathemagische Momente*. Berlin: Cornelsen, S. 176-189.

Verboom, Lilo (1998): *Produktives Üben mit ANNA-Zahlen und anderen Zahlenmustern*. In: *Die Grundschulzeitschrift*. Material zu H. 119, 16 Seiten.

Wittmann, Erich Ch. & Müller, Gerhard N. (1997; Hrsg.): *Das Zahlenbuch. Mathematik im 4. Schuljahr*. Leipzig: Klett.