



# Haus 7: Gute Aufgaben



## Modul 7.7

### „Streichholz-Vierlinge & Co“

Eine substantielle Lernumgebung zur handlungsbasierten Symmetrie- und Raumvorstellungsentwicklung ab dem AU





# Hinweise zu den Lizenzbedingungen



**Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.**

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Von der Weitergabe ausgenommen sind Fotos, die erkennbar reale Personen zeigen.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.



# Aufbau des Fortbildungsmoduls 7.7

---

## **Was sind „Streichholz-Vierlinge“:**

- Kennenlernen: Bauregeln
- Wie viele gibt es?

## **Die Lernumgebung:**

- Kennenlernen: Spielideen und Aufgabenstellungen
- Eigene Erprobung und Analyse der kognitiven Anforderungen
- Bewerten

## **Unterrichtlicher Einsatz:**

- Überblick und Foto-Doku „So haben Kinder damit gearbeitet“
- Reflexion: Was Kinder dabei lernen können



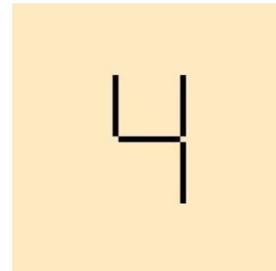
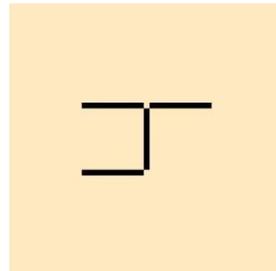
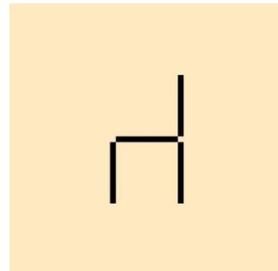


# Was sind "Streichholz-Vierlinge"?

## Bauregeln:

- Streichhölzer müssen geradlinig oder rechtwinklig aneinander gelegt werden
- Streichhölzer müssen mit ihren Endpunkten aneinander stoßen
- alle vier Streichhölzer müssen miteinander verbunden sein
- Ausrichtung der Streichholzköpfe ist egal
- zueinander gedrehte Vierlinge sind gleich
- zueinander gespiegelte Vierlinge werden unterschieden

## Beispiel:





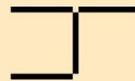
# Wie viele "Streichholz-Vierlinge" gibt es?

## Bauregeln: Erkundungsauftrag 1 (Partnerarbeit): FINDEN SIE ALLE



- Streichhölzer müssen geradlinig oder rechtwinklig aneinander gelegt werden
- Streichhölzer müssen mit ihren Endpunkten aneinander stoßen
- alle vier Streichhölzer müssen miteinander verbunden sein
- Ausrichtung der Streichholzköpfe ist egal
- zueinander gedrehte Vierlinge sind gleich
- zueinander gespiegelte Vierlinge werden unterschieden

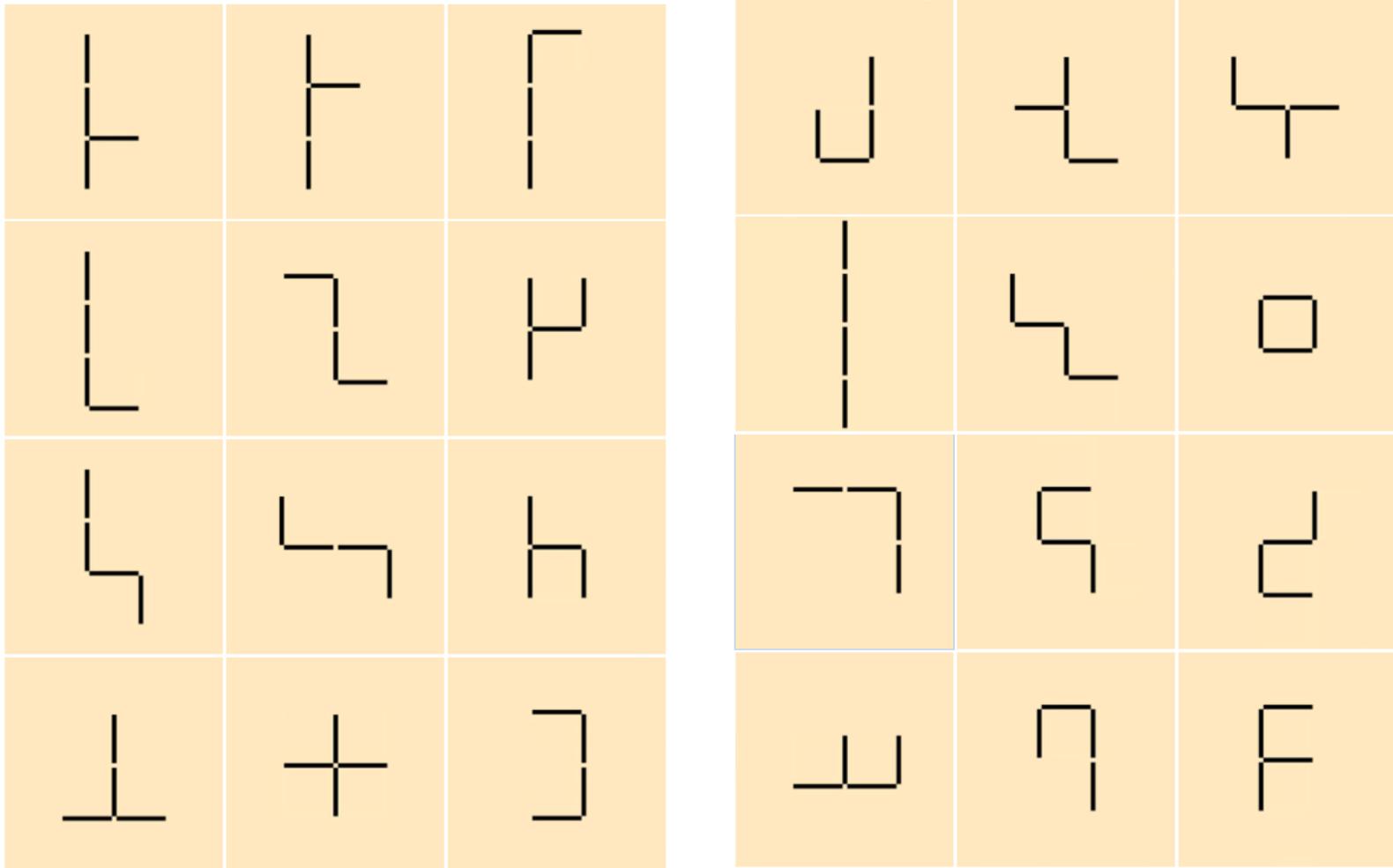
### Beispiel:





# Wie viele "Streichholz-Vierlinge" gibt es?

Es gibt 25 "Streichholz-Vierlinge" – Welcher fehlt?





# Wie viele "Streichholz-Vierlinge" gibt es?

## Warum gibt es genau 25 "Streichholz-Vierlinge"?

Wie kannst du dir sicher sein, dass du alle gefunden hast?

Sortierkriterien:

- 4-3-2-Prinzip
- ...

## Ordnen nach Vorgabe von Sortierkriterien

- Welche sind dreh- und spiegelsymmetrisch?
- Welche sind dreh- aber nicht spiegelsymmetrisch?
- Welche Streichholz-Vierlinge haben vier Spiegelachsen, drei Spiegelachsen, ... ?
- ...





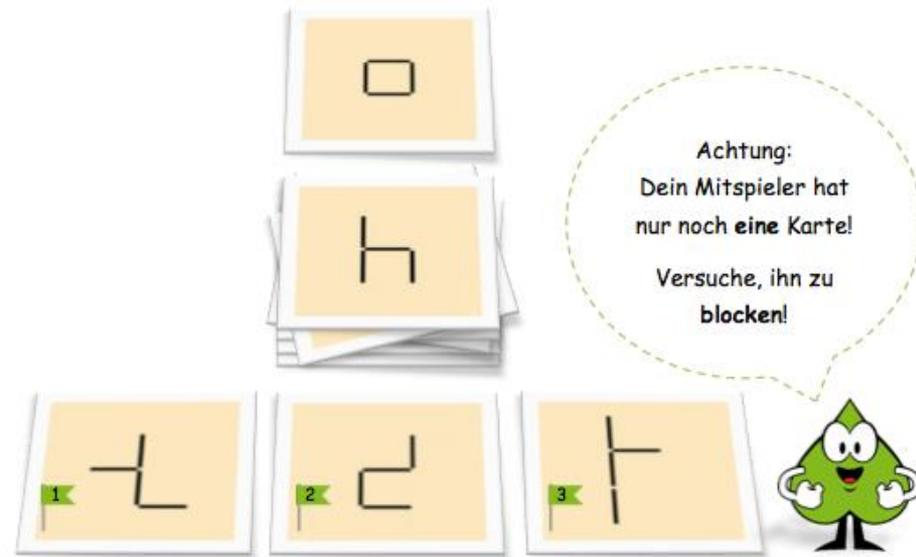
# Die Lernumgebung – Spielideen

## Spielidee: „DREI-VIER-LINO“

**Spielmaterial:** 4 Streichhölzer, 32 Karten mit Abbildungen von Streichholzdrillingen und Streichholzvierlingen. Abbildungen, die Spiegelbilder voneinander sind, gelten als verschieden.

**Spielverlauf:** Die Karten werden gemischt. Jeder Spieler bekommt 5 Karten. Eine Karte wird als Ausgangskarte offen in die Tischmitte gelegt. Der darauf abgebildete Streichholzmehrling wird mit Streichhölzern daneben nachgelegt. Reihum sind die Spieler nun am Zug und versuchen ihre Karten „loszuwerden“. Dazu müssen sie sich vorstellen, ob und wie sie durch *Hinzufügen*, *Wegnehmen* oder *Umlegen* von genau einem Streichholz einen Streichholzmehrling erzeugen können, den sie auf der Hand halten. Wer als erster seine Karten losgeworden ist, hat gewonnen.

## „Offene Spielsituation“





# Die Lernumgebung – Spielideen

## Spielidee: „DREI-VIER-LINO“

**Spielmaterial:** 4 Streichhölzer, 32 Karten mit Abbildungen von Streichholzdrillingen und Streichholzvierlingen. Abbildungen, die Spiegelbilder voneinander sind, gelten als verschieden.

**Spielverlauf:** Die Karten werden gemischt. Jeder Spieler bekommt 5 Karten. Eine Karte wird als Ausgangskarte offen in die Tischmitte gelegt. Der darauf abgebildete Streichholzmehrling wird mit Streichhölzern daneben nachgelegt. Reihum sind die Spieler nun am Zug und versuchen ihre Karten „loszuwerden“. Dazu müssen sie sich vorstellen, ob und wie sie durch *Hinzufügen*, *Wegnehmen* oder *Umlegen* von genau einem Streichholz einen Streichholzmehrling erzeugen können, den sie auf der Hand halten. Wer als erster seine Karten losgeworden ist, hat gewonnen.

## „DREI-VIER-LINO“

### – Karten sammeln

## Spielidee

Gespielt wird nach der gleichen Grundidee (evtl. nur 3 Karten an jeden Spieler verteilen), nur mit dem Unterschied, dass

- die Spieler die abgelegten Karten an ihrem Platz sammeln,
- am Ende eines Spielzuges Karten nachgezogen werden, so dass man wieder 5 (3) Karten auf der Hand hält,
- (in einem Spielzug mehr als eine Karte abgelegt werden darf,)
- Gewinner ist, wer bei Spielende die meisten Karten abgelegt hat.





# Spielidee DREI-VIER-LINO

## Erkundungsauftrag 2 (Partnerarbeit oder 3 Spieler): SPIELEN SIE DAS SPIEL



### Leitfragen zur Analyse:

#### Beobachten Sie sich beim Spielen

- Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Welche Strategien entwickle und nutze ich beim Spielen?
- Macht das Spiel Spaß?

#### Welche Anforderungen werden beim Spielen an Sie gestellt?

- Charakteristika? Welche Komponenten: Raumwahrnehmung – Raumvorstellung – Räumliches Denken werden angesprochen?
- Differenzierung? Wodurch?
- Vorausgehende und sich anschließende Aktivitäten?
- Förderung prozess- und inhaltsbezogener Kompetenzen? – Welche? – Wodurch?





## Aufgabentypen:

- Welche sind gleich? (je zu Streichholz-Drillingen und -Vierlingen)
- Vom Streichholz-Drilling zum Streichholz-Vierling
- Von (einem) Streichholz-Drilling zu (einem anderen) Streichholz-Drilling
- Von (einem) Streichholz-Vierling zu (einem anderen) Streichholz-Vierling





# Die Lernumgebung - Streichholzvierlinge & Co

---

## Aufgabentypen:

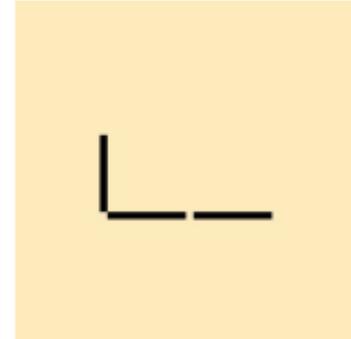
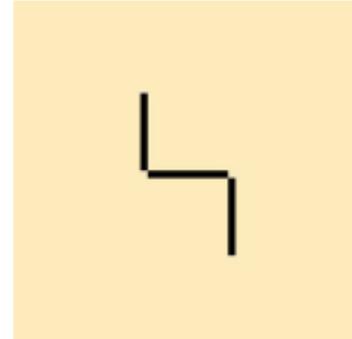
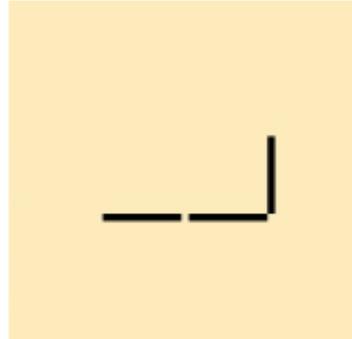
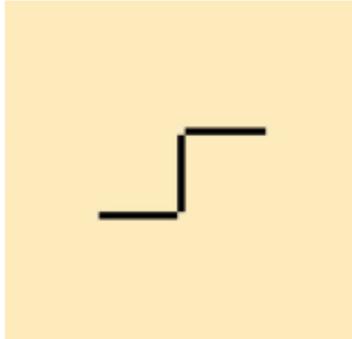
- Welche sind gleich? (je zu Streichholz-Drillingen und -Vierlingen)





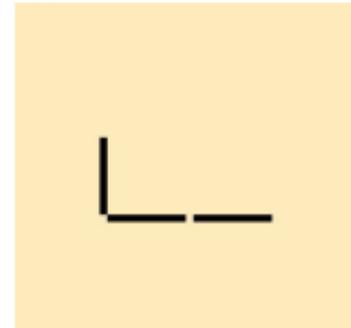
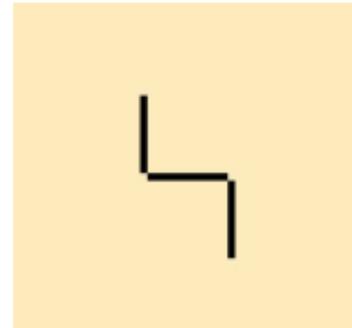
# Die Lernumgebung – Welche sind gleich?

Vergleiche die Streichholz-Drillinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.



## Lösung:

Vergleiche die Streichholz-Drillinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.





# Die Lernumgebung – Welche sind gleich?

Vergleiche die Streichholz-Vierlinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

<input type="checkbox"/>				

## Lösung:

Vergleiche die Streichholz-Vierlinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





# Die Lernumgebung - Streichholzvierlinge & Co

---

## Aufgabentypen:

- Vom Streichholz-Drilling zum Streichholz-Vierling

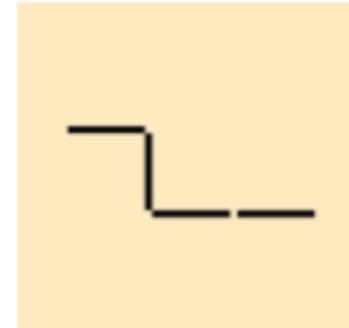
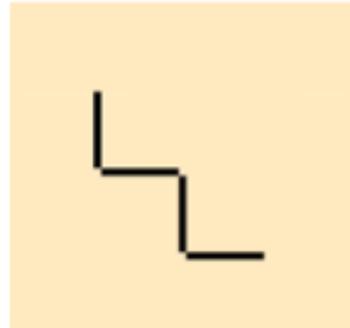
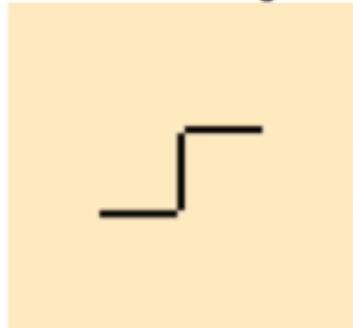




# Vom Streichholz-Drilling zum Streichholz-Vierling

Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

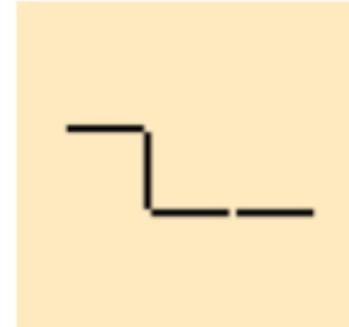
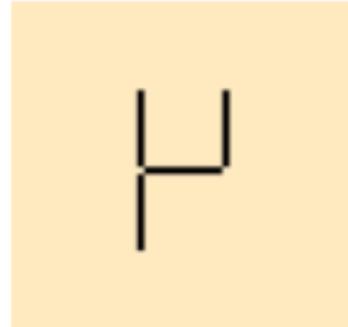
"Start-Drilling"



## Lösung:

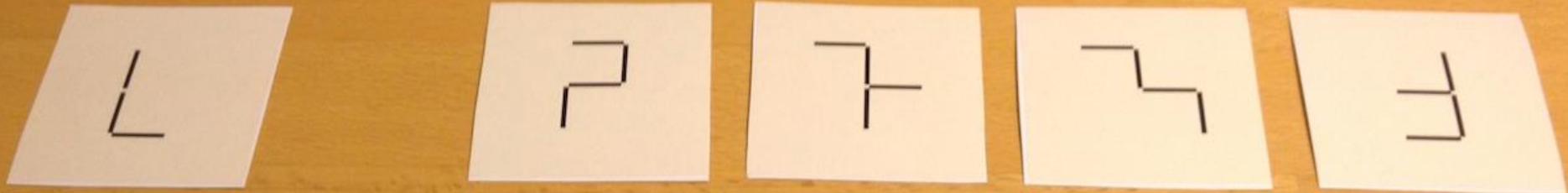
Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

"Start-Drilling"





# Vom Streichholz-Drilling zum Streichholz-Vierling





# Die Lernumgebung - Streichholzvierlinge & Co

---

## Aufgabentypen:

- Von (einem) Streichholz-Drilling zu (einem anderen) Streichholz-Drilling

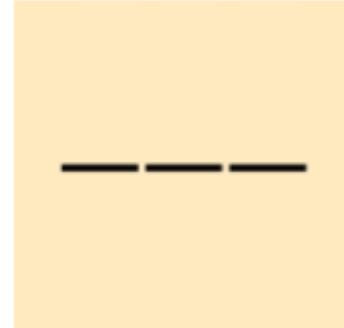
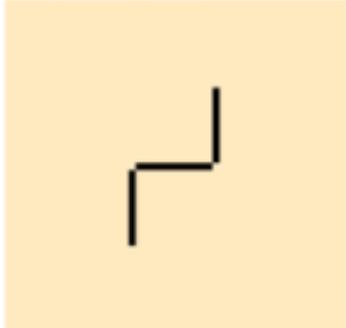




# Von einem Streichholz-Drilling zu anderen Streichholz-Drillingen

Wenn du am „Start-Drilling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzdrilling kannst du erzeugen? Kreuze an.

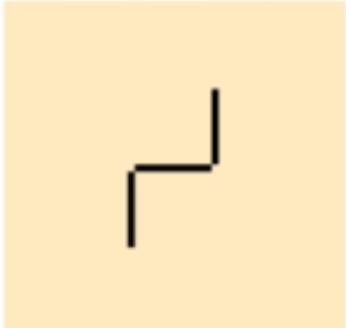
„Start-Drilling“



## Lösung:

Wenn du am „Start-Drilling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzdrilling kannst du erzeugen? Kreuze an.

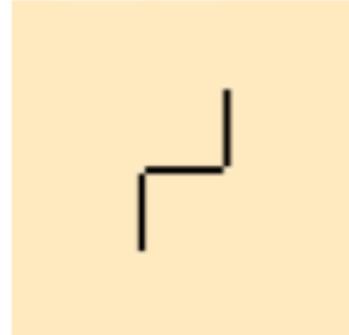
„Start-Drilling“





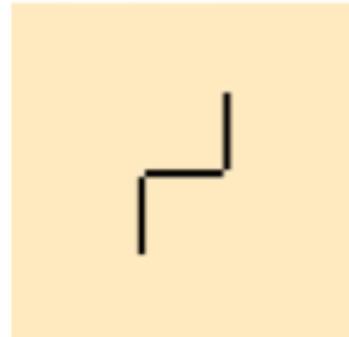
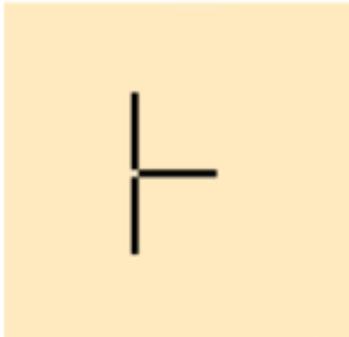
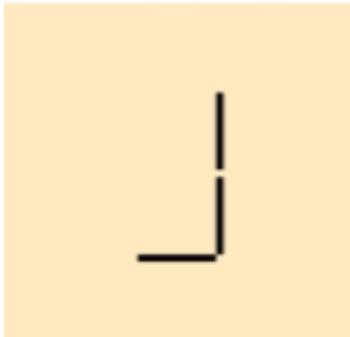
# Von einem Streichholz-Drilling zu anderen Streichholz-Drillingen

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.



## Lösung:

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.





# Die Lernumgebung - Streichholzvierlinge & Co

---

## Aufgabentypen:

- Von (einem) Streichholz-Vierling zu (einem anderen) Streichholz-Vierling

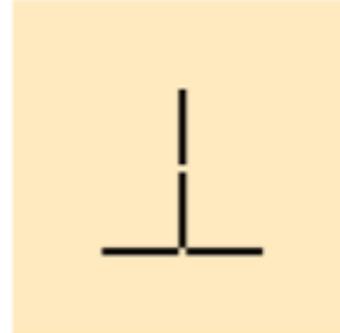
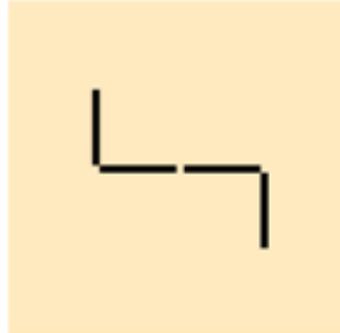




# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen

Wenn du am „Start-Vierling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzvierling kannst du erzeugen? Kreuze an.

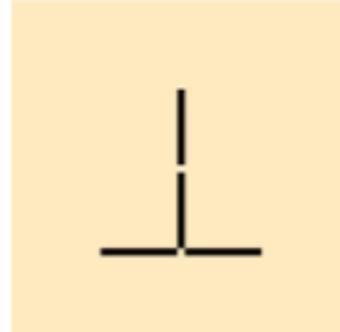
„Start-Vierling“



## Lösung:

Wenn du am „Start-Vierling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzvierling kannst du erzeugen? Kreuze an.

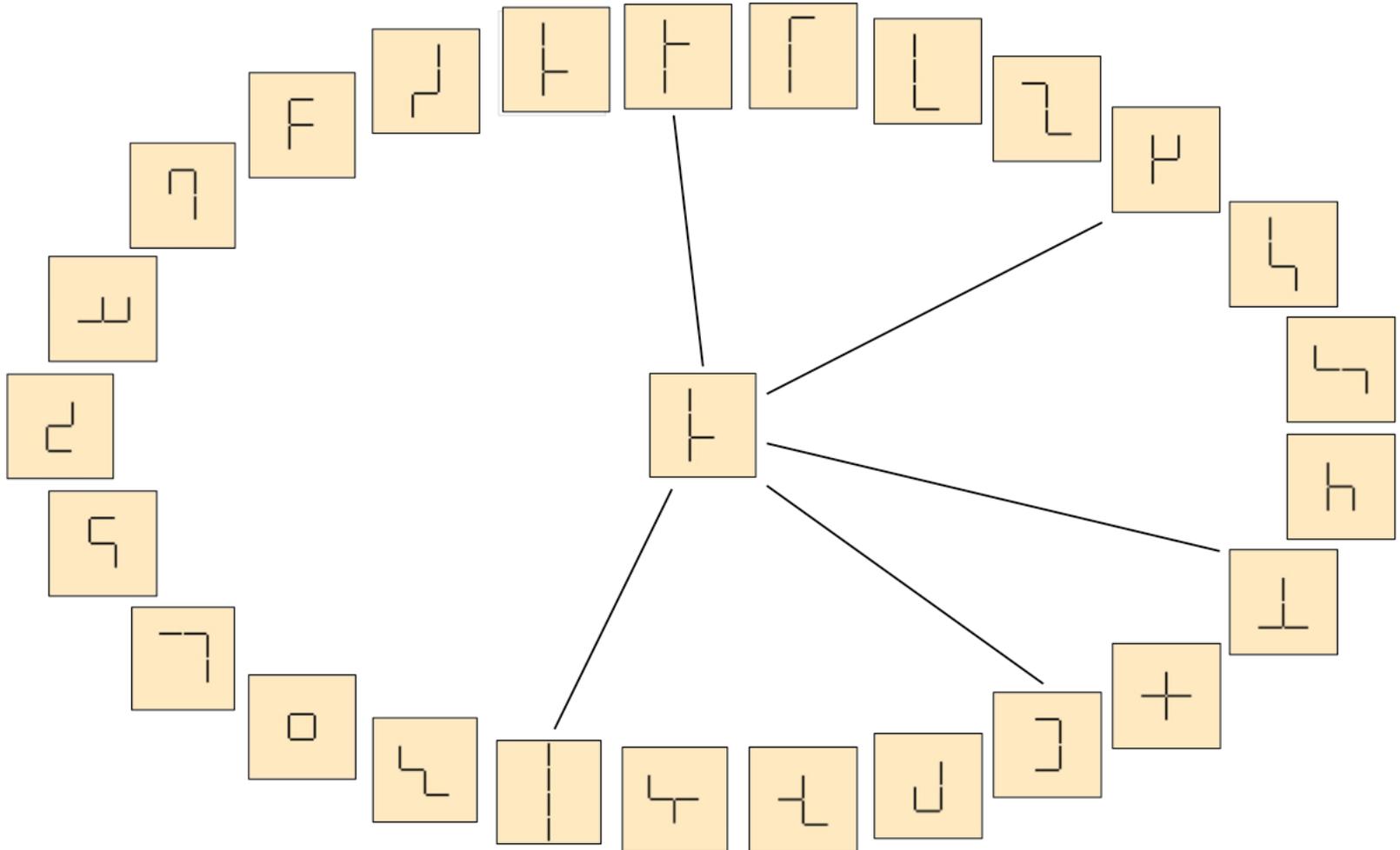
„Start-Vierling“





# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen

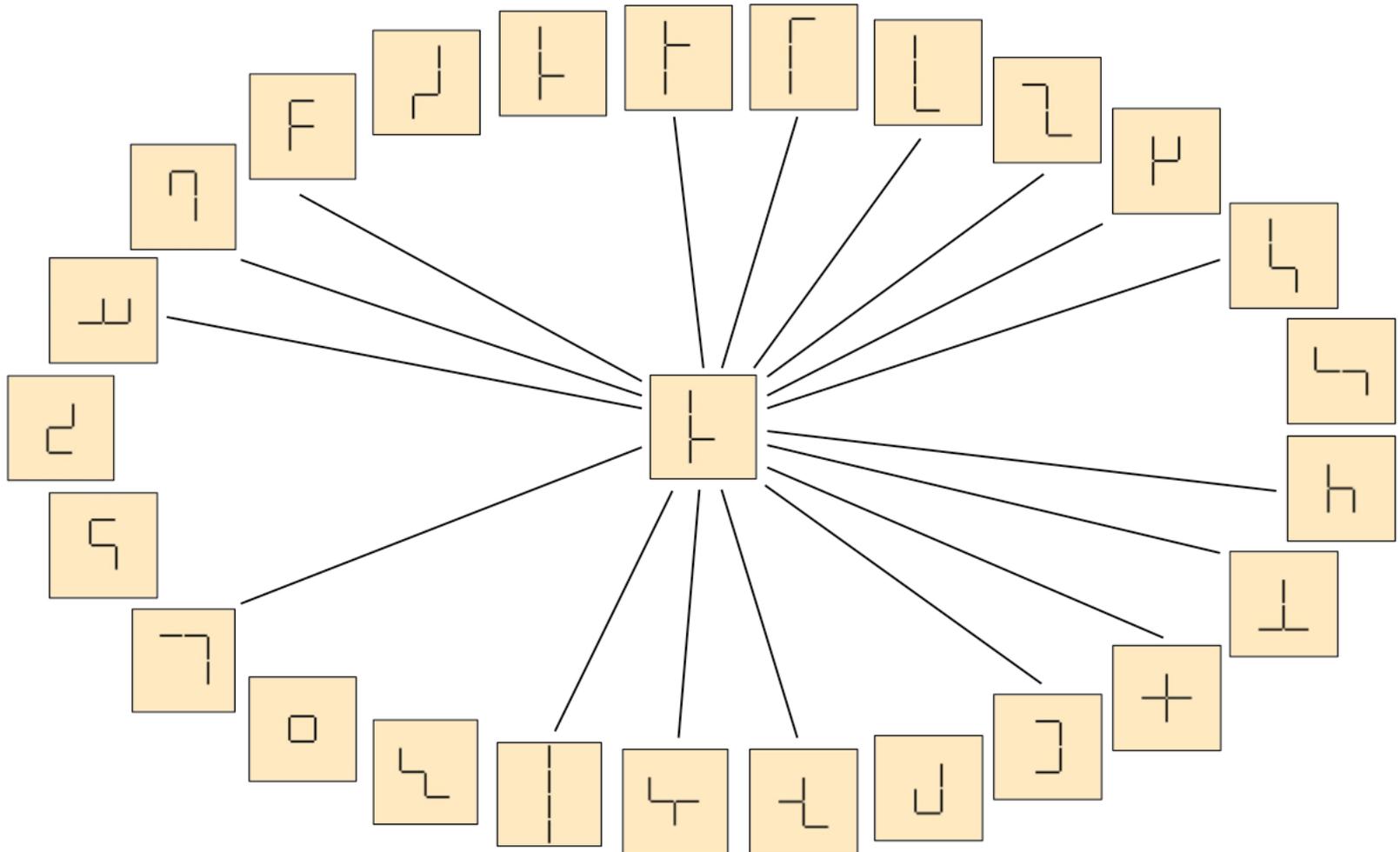
Wenn du am Streichholzvierling in der Mitte ein Streichholz umlegst, lassen sich noch andere Streichholzvierlinge erzeugen. Verbinde diese mit Hilfe von Linien mit dem Streichholzvierling in der Mitte.





# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen

Wenn du am Streichholzvierling in der Mitte ein Streichholz umlegst, lassen sich noch andere Streichholzvierlinge erzeugen. Verbinde diese mit Hilfe von Linien mit dem Streichholzvierling in der Mitte.



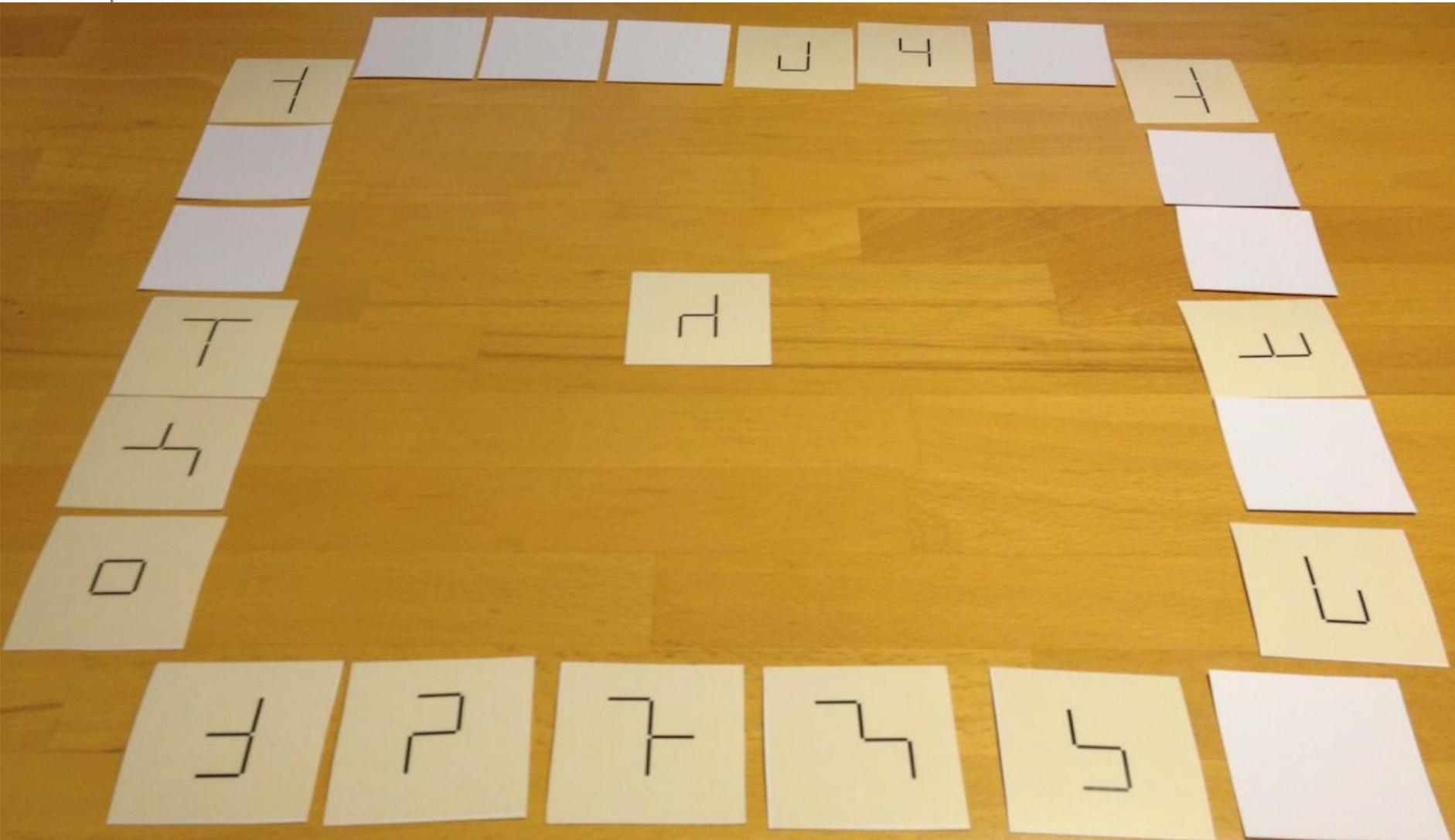


# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen





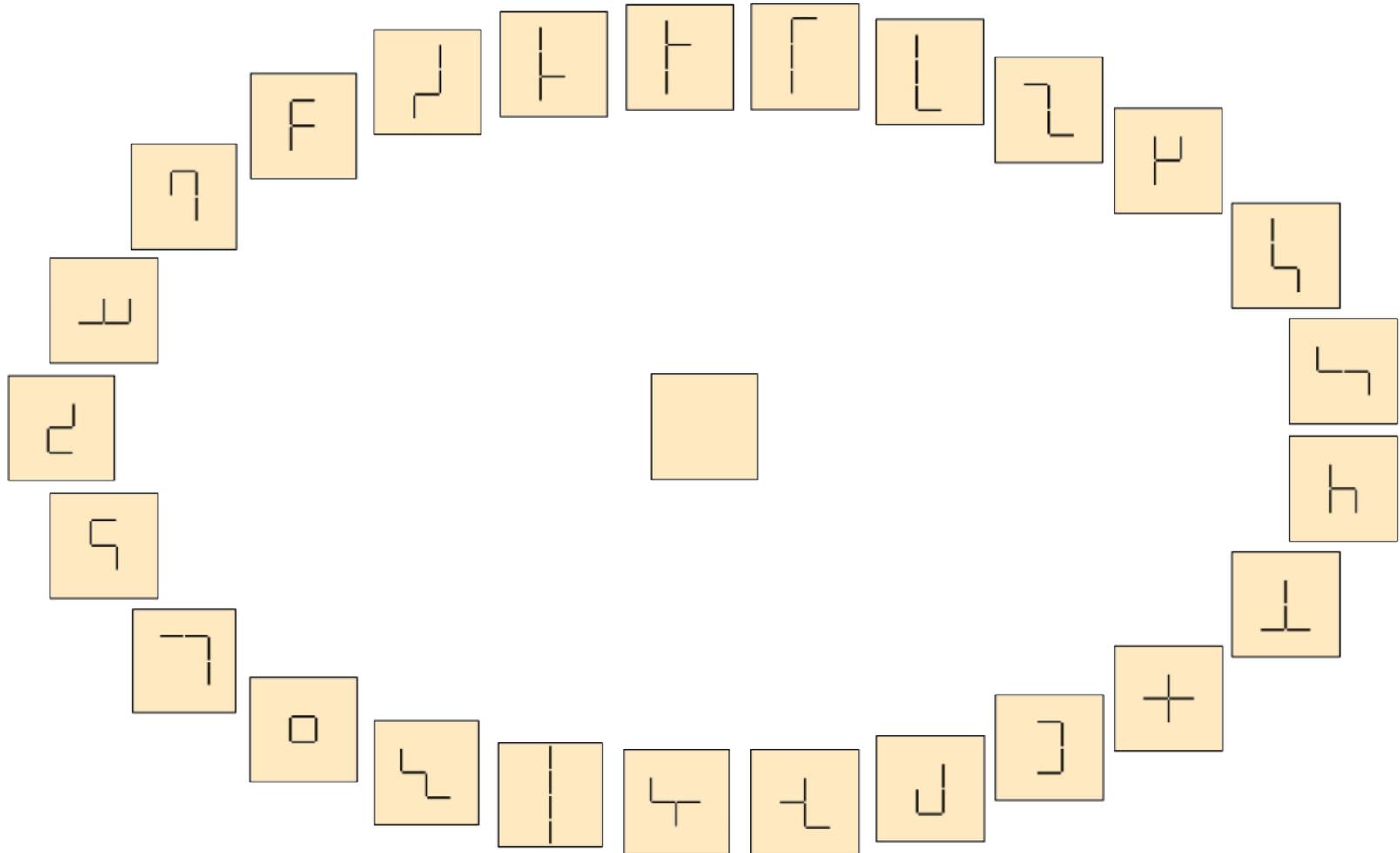
# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen





# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen

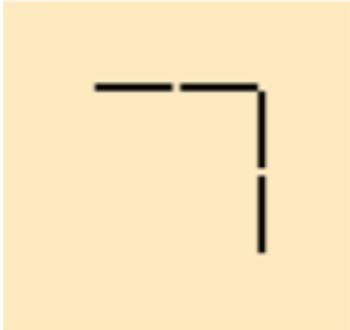
Zeichne einen eigenen Streichholzvierling in die Mitte. Verbinde diesen mit Hilfe von Linien mit allen anderen Streichholzvierlinge, die du durch Umlegen eines Streichholzes erzeugen kannst.





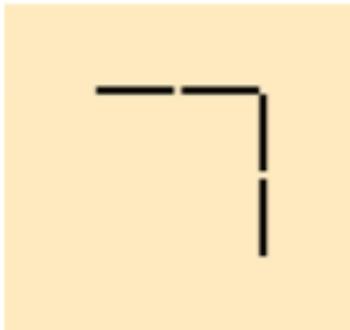
# Von einem Streichholz-Vierling zu anderen Streichholz-Vierlingen

Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.



## Lösung:

Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

 1 3 5 4 2



# Die Lernumgebung – Streichholzvierlinge & Co

## Erkundungsauftrag 3a (Partnerarbeit): BEARBEITEN SIE AUFGABENTYPEN ...



### Leitfragen zur Analyse:

#### Beobachten Sie sich bei Ihren Bearbeitungen

- Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Welche Strategien entwickle und nutze ich?

#### Welche Anforderungen werden an Sie gestellt?

- Charakteristika? Welche Komponenten: Raumwahrnehmung – Raumvorstellung – Räumliches Denken werden angesprochen? Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Differenzierung? Wodurch?
- Förderung prozess- und inhaltsbezogener Kompetenzen? – Welche? – Wodurch?

## Erkundungsauftrag 3b (Gruppenarbeit): ... UND ERSTELLEN SIE EINEN WORTSPEICHER



# Überblick über unterrichtliche Aktivitäten

---

1. Vorstellen des Figurentyps; Festhalten der Bildungsregel; Graphische Darstellung der Regeln (Große Kaminhölzer, OHP)
2. Herstellen (Legen und/oder Zeichnen) möglichst vieler verschiedener Streichholz-Vierlinge durch die Kinder; Sammeln und Vergleichen, Hohes Diskussionspotential
3. Streichholz-Vierlinge nach vorgegebenen Kriterien ordnen
4. Vorstellen einer Spielregel; Spielen des Spiels
5. Bearbeitung weiterer Aufgabenstellungen aus der Lernumgebung





# Streichholz-Vierlinge im Unterricht

## Streichholzvierlinge

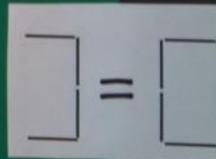
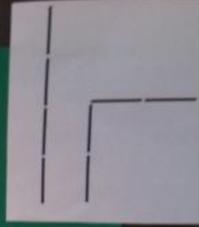
Die Streichhölzer müssen gerade oder im rechten Winkel aneinander gelegt werden.

Die Streichhölzer müssen mit ihren Endpunkten aneinanderstoßen.

Alle vier Streichhölzer müssen miteinander verbunden sein.

Vierlinge die nach dem Drehen gleich aussehen sind gleich.

Es ist egal wo der Streichholzkopf liegt.



Mathe



Stuhlkreis



Einzelarbeit



Gruppenarbeit



Kinositz

Streichholzvierlinge

Finde Streichholzvierlinge.

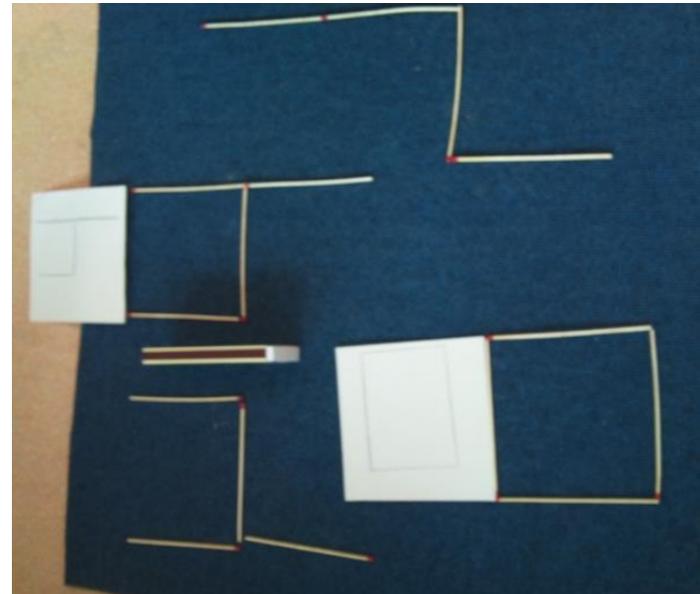
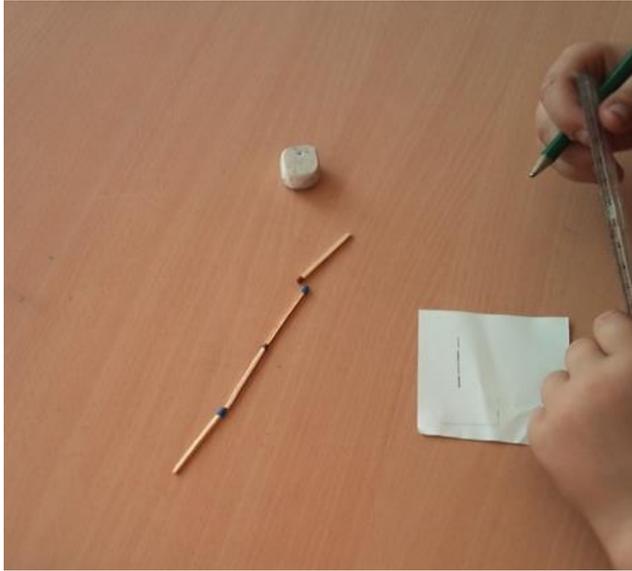
Findet alle Streichholzvierlinge

→ Plakat



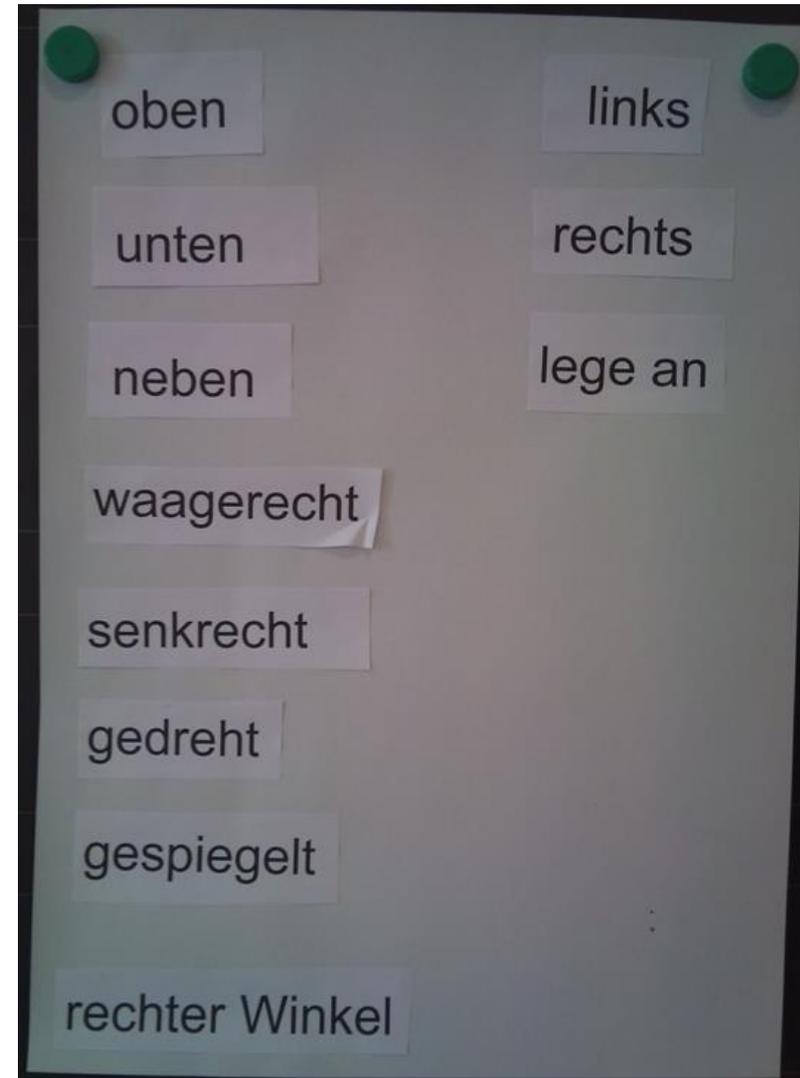


# Streichholz-Vierlinge im Unterricht



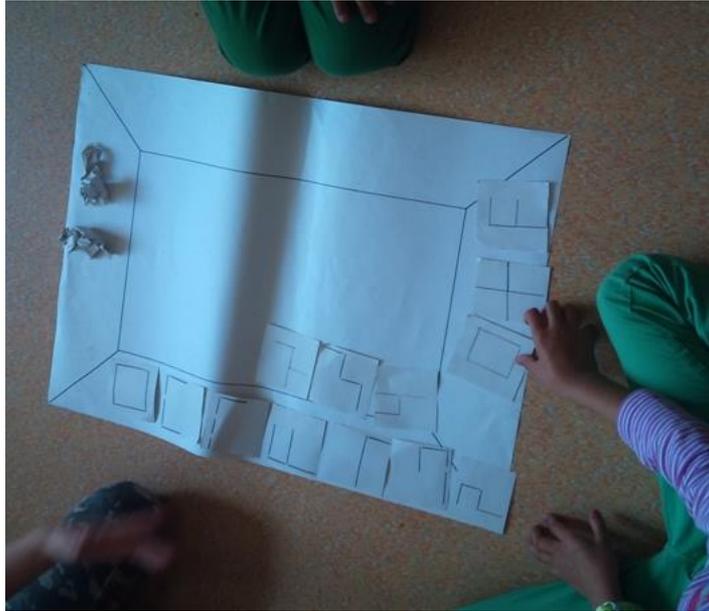


# Wortspeicher-Arbeit

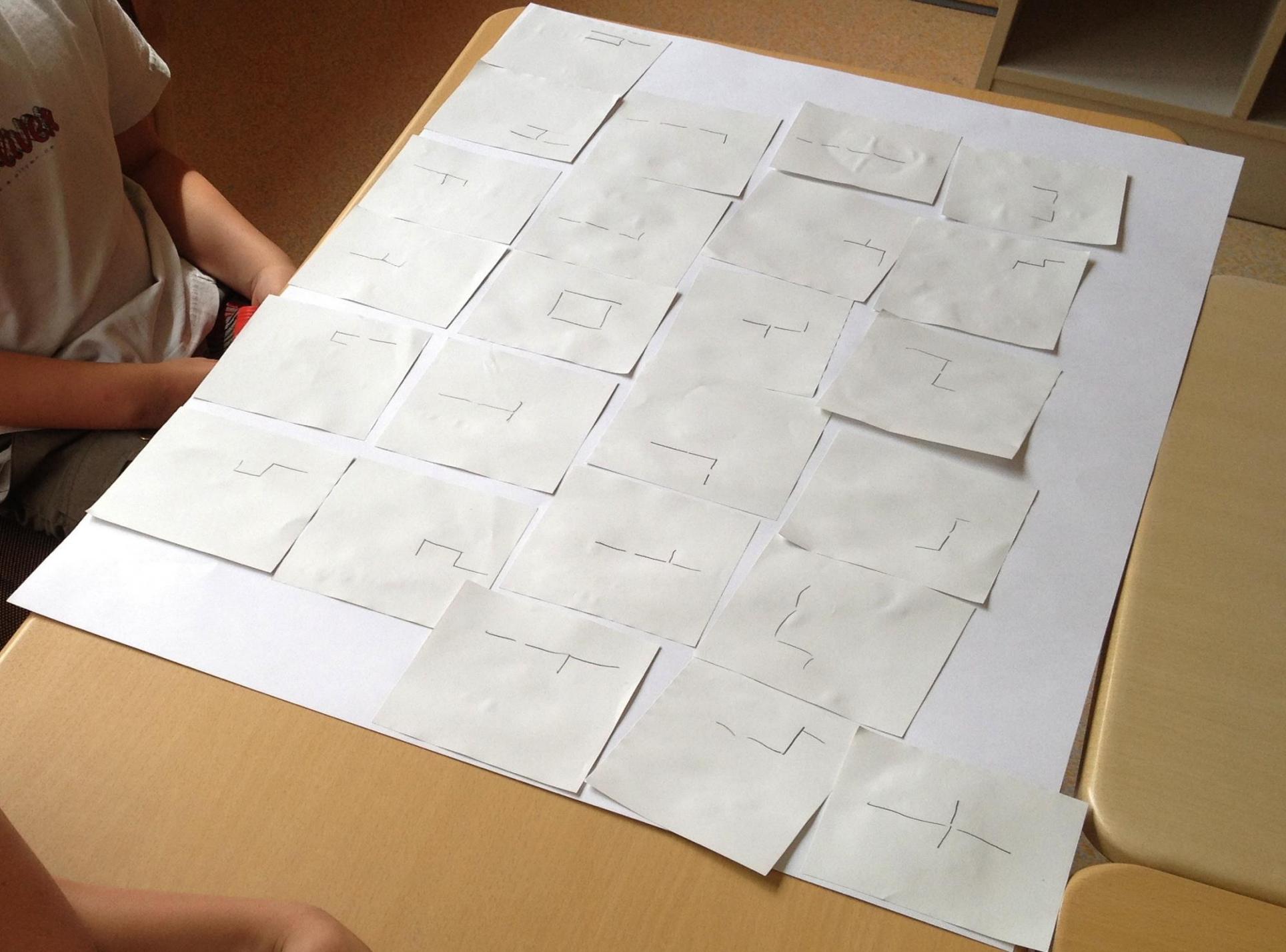




# Eigene sowie vorgegebene Sortierkriterien

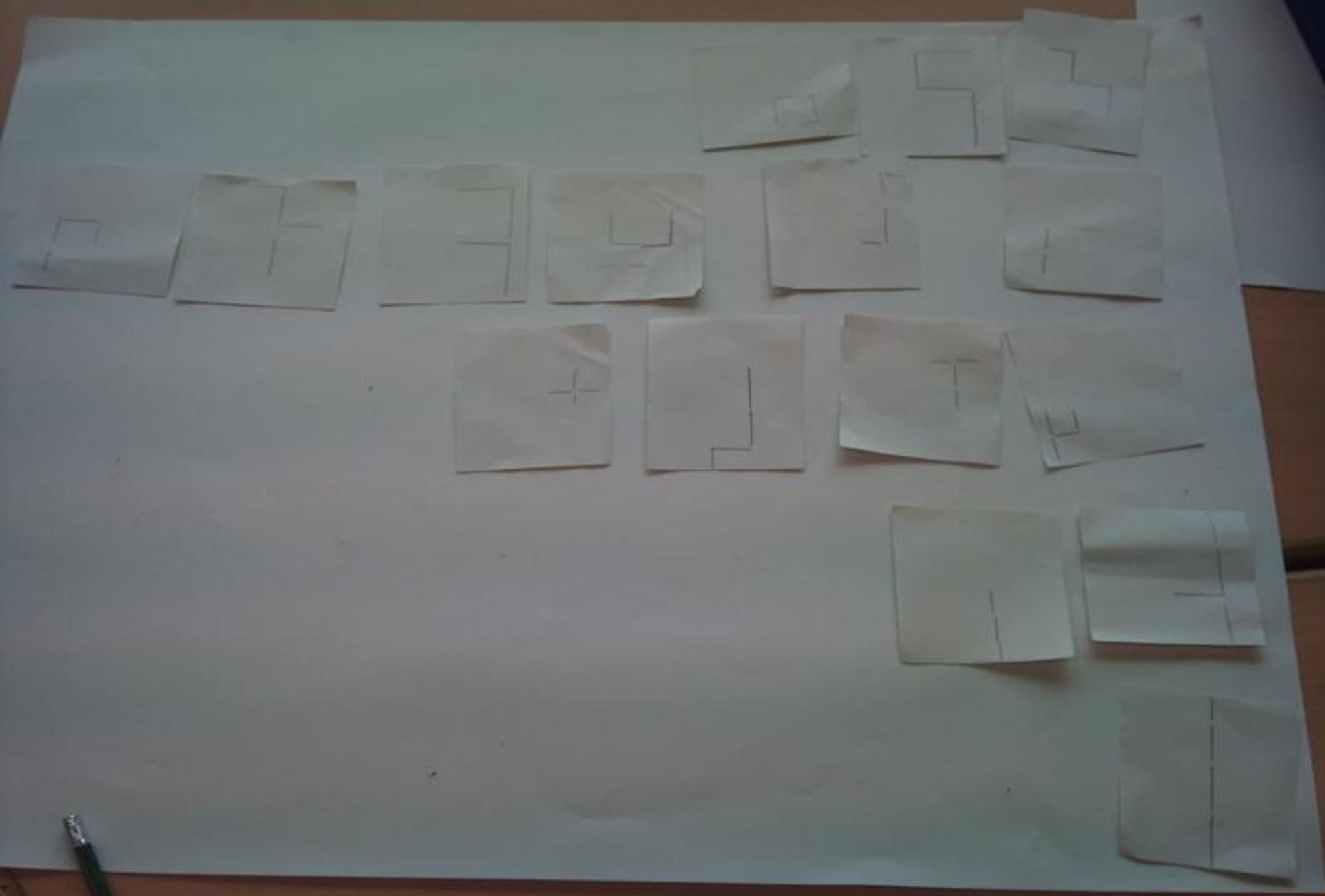










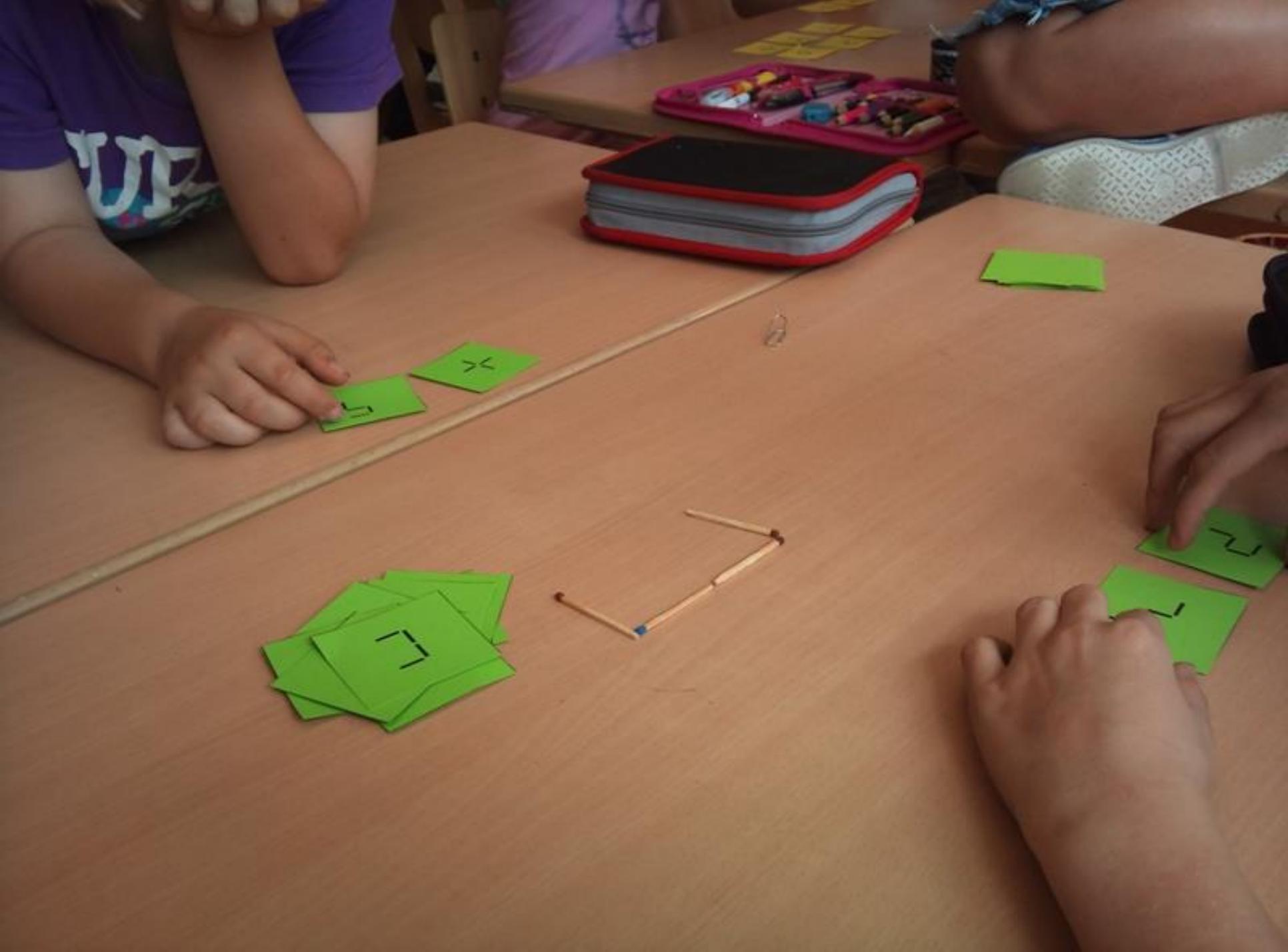






# VIERLINO









# Arbeit in der Lernumgebung





# Was Kinder dabei lernen können

---

## „Streichholz-Vierlinge & Co.“

Eine substantielle Lernumgebung zur handlungsbasierten Symmetrie- und Raumvorstellungsentwicklung ab dem AU

- Handlungsbasiert Vorstellungen entwickeln: Handlungen zunehmend zielgerichtet durchführen, analysieren und reflektieren – Beobachten von Handlungen – Simultanes Handeln & Beobachten
- Raumwahrnehmung – Raumvorstellung – Räumliches Denken
- Drehsymmetrie – Achsensymmetrie





# Was Kinder dabei lernen können

## „Streichholz-Vierlinge & Co.“

Eine substantielle Lernumgebung zur handlungsbasierten Symmetrie- und Raumvorstellungsentwicklung ab dem AU

### Die Grundschule in NRW Neue Richtlinien und Lehrpläne 2008

#### **Gute Lernaufgaben ...**

- ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.
- ... sind in sinnstiftende Kontexte eingebunden.
- ... sind vielfältig in den Lösungsstrategien und Darstellungsformen.
- ... stärken das Könnensbewusstsein durch erfolgreiches Bearbeiten.





## Grundlegende Lernziele:

- aus einem oder mehreren Beispielen die Bildungsregel erkennen
- die Bildungsregel in Teilen oder vollständig sprachlich beschreiben
- neue Mehrlinge erzeugen, die der Regel entsprechen
- rechte Winkel von anderen unterscheiden
- erfahren, dass es eine Sache der Festlegung ist, welche Mehrlinge man als gleich bzw. verschieden betrachtet
- die gelegten Mehrlinge durch eine Zeichnung darstellen („Darstellen“)
- gleiche bzw. verschiedene Mehrlinge, die in unterschiedlichen Lagen abgebildet sind, als gleich bzw. verschieden erkennen („Wahrnehmungskonstanz, Visuelle Unterscheidung, Symmetrie“)
- erfahren, dass es Mehrlinge gibt, deren Spiegelbild durch eine Drehung erzeugt werden kann („Symmetrie“)
- Mehrlinge auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede analysieren, ordnen und dabei die Sortierung argumentativ vertreten





# Was Kinder dabei lernen können

## Weiterführende Lernziele:

- die mitgeteilte Spielregel verstehen und korrekt umsetzen
- für zwei Mehrlinge entscheiden, ob sich durch Umlegen eines Streichholzes der andere Mehrling erzeugen lässt oder nicht und die Entscheidung begründen (**Spielstrategie:** von probierenden, handlungsbasierten Versuchen bis zur zielgerichteten Operation im Kopf z.B. durch Erkennen von gleichen Strecken und/oder Winkeln zwischen den Figuren)
- **Strategien** entwickeln und anwenden, die die Erfolgchancen beim Spiel erhöhen, z.B.: Mehrlinge erzeugen können, aus denen bestimmte andere Mehrlinge nicht durch Umlegen eines Streichholzes erzeugt werden können (Einbezug der Spielkarten der Gegner in die eigenen Überlegungen)
- Mehrlinge danach unterscheiden können, ob sie mehr oder weniger Figuren besitzen, aus denen man sie erzeugen kann (Frage nach schwer/leicht loszuwerdenden Karten: je höher die Anzahl der Symmetrieachsen, desto ...)





# Was Kinder dabei lernen können

---

## **Differenzierungsmöglichkeiten / Hilfen:**

- Streichhölzer dürfen probeweise versetzt werden
- Unterlage oder Karte darf gedreht werden oder nicht (Dazu: Jedes Kind muss Spielkarten in Holzaufsteller stecken)
- größere Hölzer (z.B. Kaminhölzer) benutzen
- bei den Arbeitsblättern können die Streichhölzer und Karten als Hilfe genutzt werden





# Streichholz-Vierlinge ... zu finden unter

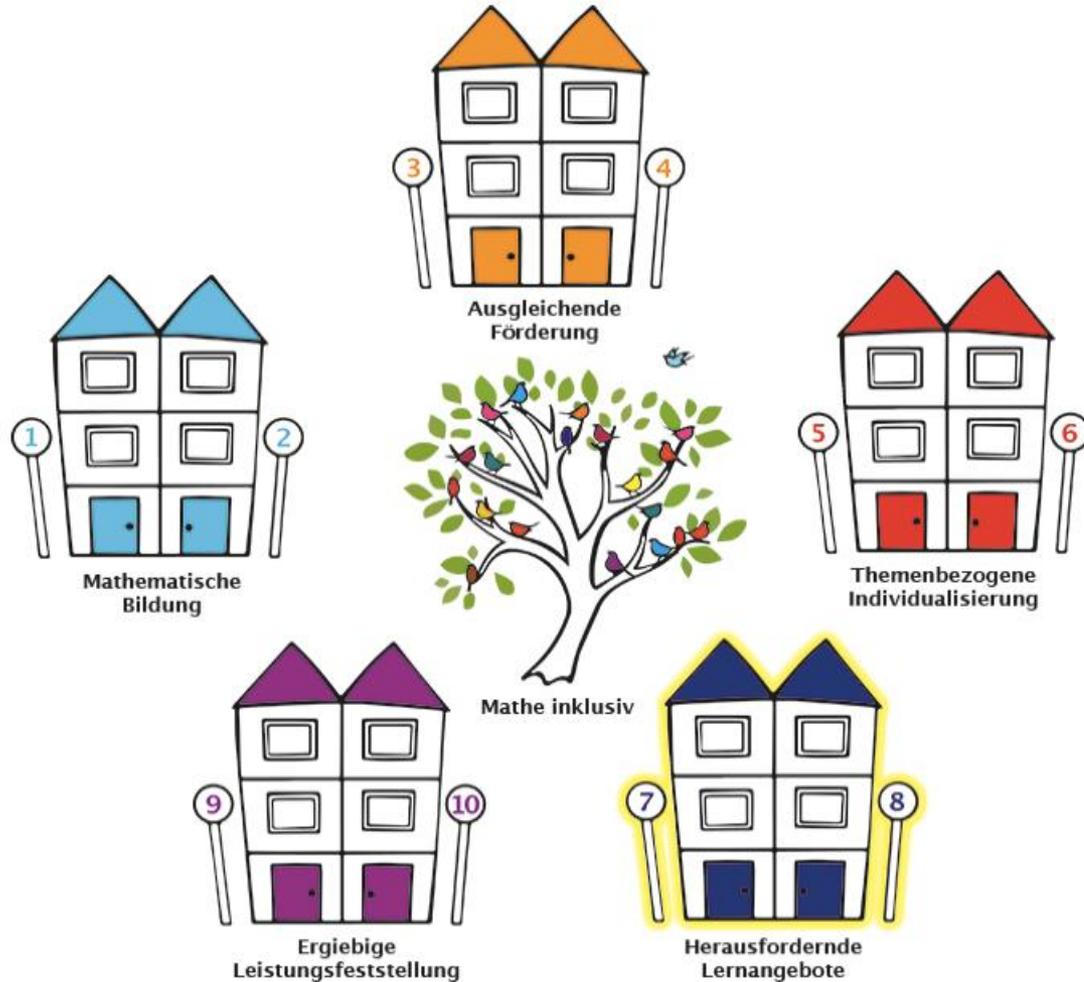
pikas.dzlm.de

The screenshot shows the homepage of the PIKAS website. At the top left is the DZLM logo. The main header features the PIKAS logo (a green character with a star) and the text 'Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik'. To the right, it says 'Eine Initiative von' followed by the Deutsche Telekom Stiftung logo and the logo of the Ministry of Education of North Rhine-Westphalia. A navigation bar contains links for 'PIKAS info', 'Material PIK', 'Material AS', 'Kooperationen', 'Veranstaltungen', and 'Projektinfos', along with a search box labeled 'Suche'. The main content area has a section titled 'Basiskompetenzen sichern – Probleme lösen' with a paragraph about the project's goal. Below this is a large image of a child's face partially obscured by a colorful abacus. To the right, there are three promotional boxes: one for a book 'Mathematik unterrichten in der Grundschule', one for the 'PIKAS-Bundestagung 2019 in Frankfurt am Main', and one for 'FM zur Förderung von Kooperation und Kommunikation im MU'. At the bottom right, there is a blue button that says 'Mathe ist Trumpf'.



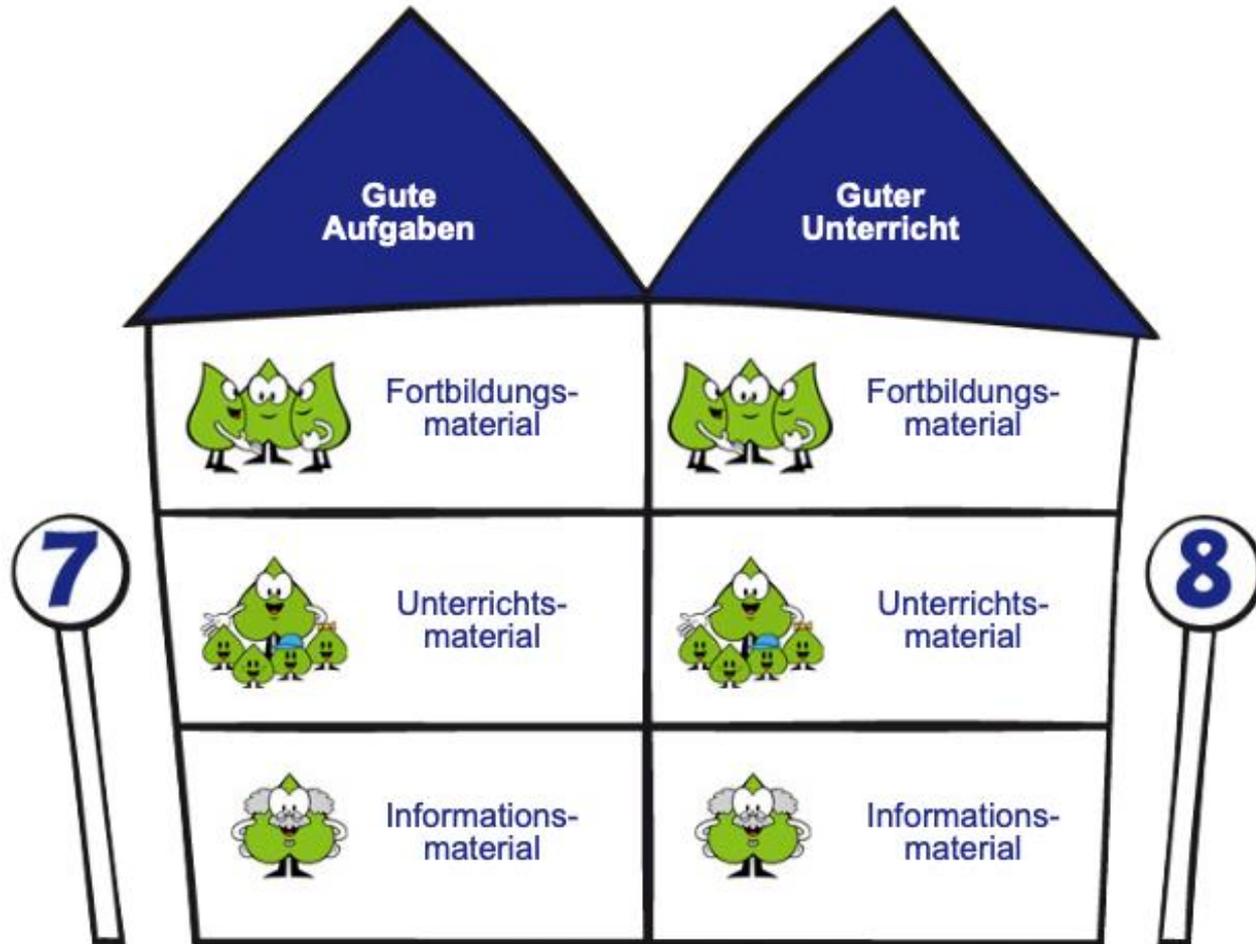


# Streichholz-Vierlinge ... zu finden in Haus 7





# Streichholz-Vierlinge ... zu finden in Haus 7





# Literatur

---

BESUDEN, HEINRICH (1984): Knoten, Würfel, Ornamente. Stuttgart: Klett.

CARNIEL, DOROTHEE; SPIEGEL, HARTMUT (1997): Geometrie mit Vierlingen – Wie aus einem Missverständnis NEUES entstehen kann. In: Praxis Grundschule 21 (1997), Heft 2, S.38-43.

CARNIEL, DOROTHEE; KNAPSTEIN, KORDULA; SPIEGEL, HARTMUT (2002): Räumliches Denken fördern. Erprobte Unterrichtseinheiten und Werkstätten zur Symmetrie und Raumgeometrie. Donauwörth. Auer 2002, S.65-89.

HUHMANN, TOBIAS (2013): Einfluss von Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung. Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts. Springer Spektrum.

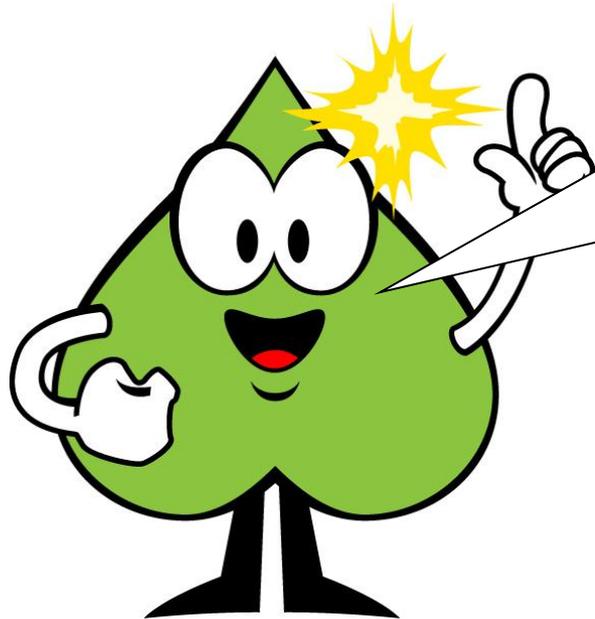
MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (2008): Lehrplan Mathematik. Ritterbach.

KODYS, GERHARD (1987): Digit. 2. Auflage. PIATNIK 2004

SPIEGEL, HARTMUT: <http://math-www.uni-paderborn.de/~hartmut/Vierlino/>

Sämtliche Photographien sind im Schuljahr 2012/2013 in ersten, zweiten und dritten Klassen der Grundschule St. Marien in 33129 Delbrück entstanden. Den beteiligten Kindern und Lehrerinnen gilt unser besonderer Dank.





Vielen Dank für  
Ihre  
Aufmerksamkeit!

