



Hinweise zu den Lizenzbedingungen



Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Von der Weitergabe ausgenommen sind Fotos, die erkennbar reale Personen zeigen.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.



Aufbau des Fortbildungsmoduls 7.2

Theoretische Einbettung:

- Übe-Verständnis im Wandel
- Charakteristika intelligenter Übe-Systeme

Die „Rechenquadrate mit Ohren“:

- Kennen lernen
- Analyse der mathematischen Strukturen
- Bewerten

Unterrichtlicher Einsatz:

- Schülerdokumente: „So haben Kinder damit gearbeitet“
- Einführung
- Variationsmöglichkeiten



Eigenschaften intelligenter Übe-Systeme

- Sie enthalten einen hohen Anteil von gleichartigen Aufgaben, die den Übungseffekt gewährleisten.
- Sie basieren auf mathematisch reichhaltigen Kontexten (mit oder ohne Wirklichkeitsbezug), die es erlauben, allgemeine Lernziele zu verfolgen.
- Sie bieten unterschiedliche Problemstellungen mit verschiedenem Schwierigkeitsgrad, die im Idealfall – auf dem jeweiligen Niveau – im ersten Schuljahr wie auch im achten Semester der Lehrerausbildung eingesetzt werden können.
- Sie sind auch innerhalb eines bestimmten Problemkontextes offen genug, um Bearbeitungen einzelner Schüler auf unterschiedlichen Niveaus im Sinne der natürlichen Differenzierung zu ermöglichen.

Quelle: Selter 1997, S. 88-90



Eigenschaften intelligenter Übe-Systeme

Die Qualitätsmerkmale guter Aufgaben in den Worten des aktuellen Lehrplans

Die Grundschule in NRW Neue Richtlinien und Lehrpläne 2008

Gute Lernaufgaben ...

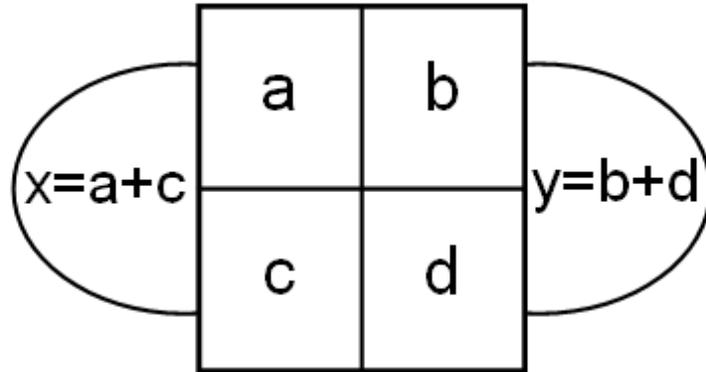
- ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.
- ... sind in sinnstiftende Kontexte eingebunden.
- ... sind vielfältig in den Lösungsstrategien und Darstellungsformen.
- ... stärken das Könnensbewusstsein durch erfolgreiches Bearbeiten.

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen





Was ist ein Rechenquadrat mit Ohren?



Das Format *Rechenquadrat* basiert auf den folgenden Regeln:

- *Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen (Innere Zahlen):* Die Summen der Basiszahlen jeder Zeile müssen identisch sein.

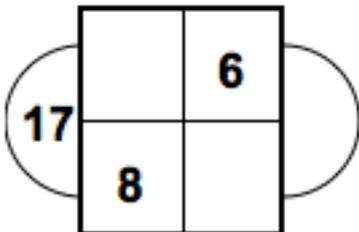
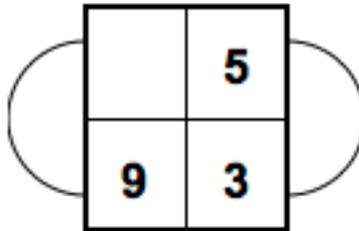
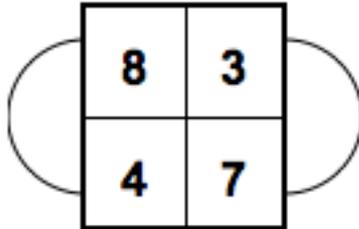
$$a+b=c+d$$

- *Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen und den äußeren Zahlen:* Die Summe der Basiszahlen einer Spalte wird als Ergebnis in das anliegende äußere Zahlenfeld eingetragen.

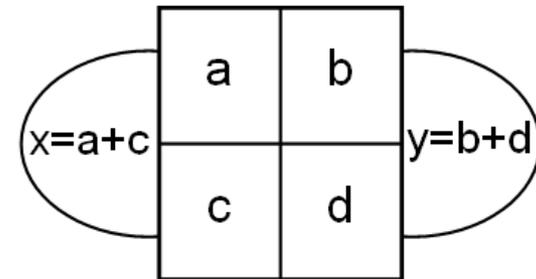
$$x=a+c \text{ und } y=b+d$$



Einige Beispiele zum *Warm-Up*



Erinnerungshilfe:

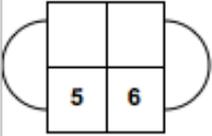
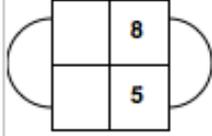
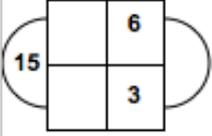
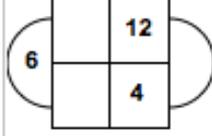
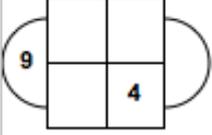
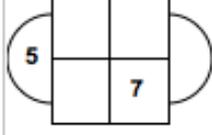
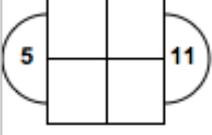
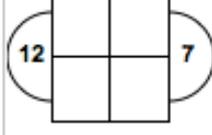


$$a+b=c+d$$



Arbeitsaufträge

Lösen Sie die folgenden ausgewählten Aufgabentypen des Formats:

1) 	2) 
3) 	4) 
5) 	6) 
7) 	8) 

Beobachten Sie sich beim Lösen der einzelnen Aufgabentypen:

- Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Welche Strategien nutze ich zur Ermittlung von Lösungen?
- *Wie viele* Lösungen kann es jeweils *warum* geben?

Welche Anforderungen stecken in jedem einzelnen Aufgabentyp?

Beschreiben Sie diese mit Hilfe geeigneter „Charakteristika“.



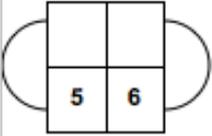
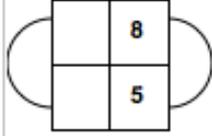
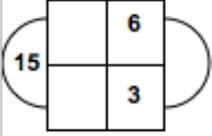
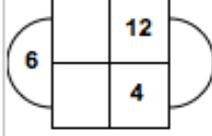
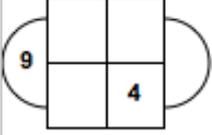
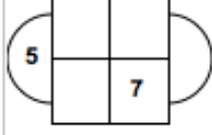
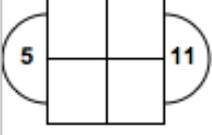
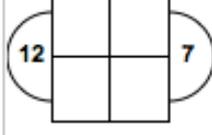
Ausgewählte Forscheraufträge

1. Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?
2. Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen, die als Basis-Zahlen verwendet werden sollen, ein Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ ungerade Zahlen?
3. Warum sind bei den Rechenquadraten die beiden äußeren Zahlen immer gerade oder ungerade?
4. Kannst du ein Rechenquadrat mit Ohren machen, das die Gesamtsumme i) 23 ii) 26 iii) 28 hat. Wie viele kannst du finden?



Präsentation Arbeitsaufträge

Lösen Sie die folgenden ausgewählten Aufgabentypen des Formats:

1) 	2) 
3) 	4) 
5) 	6) 
7) 	8) 

Beobachten Sie sich beim Lösen der einzelnen Aufgabentypen:

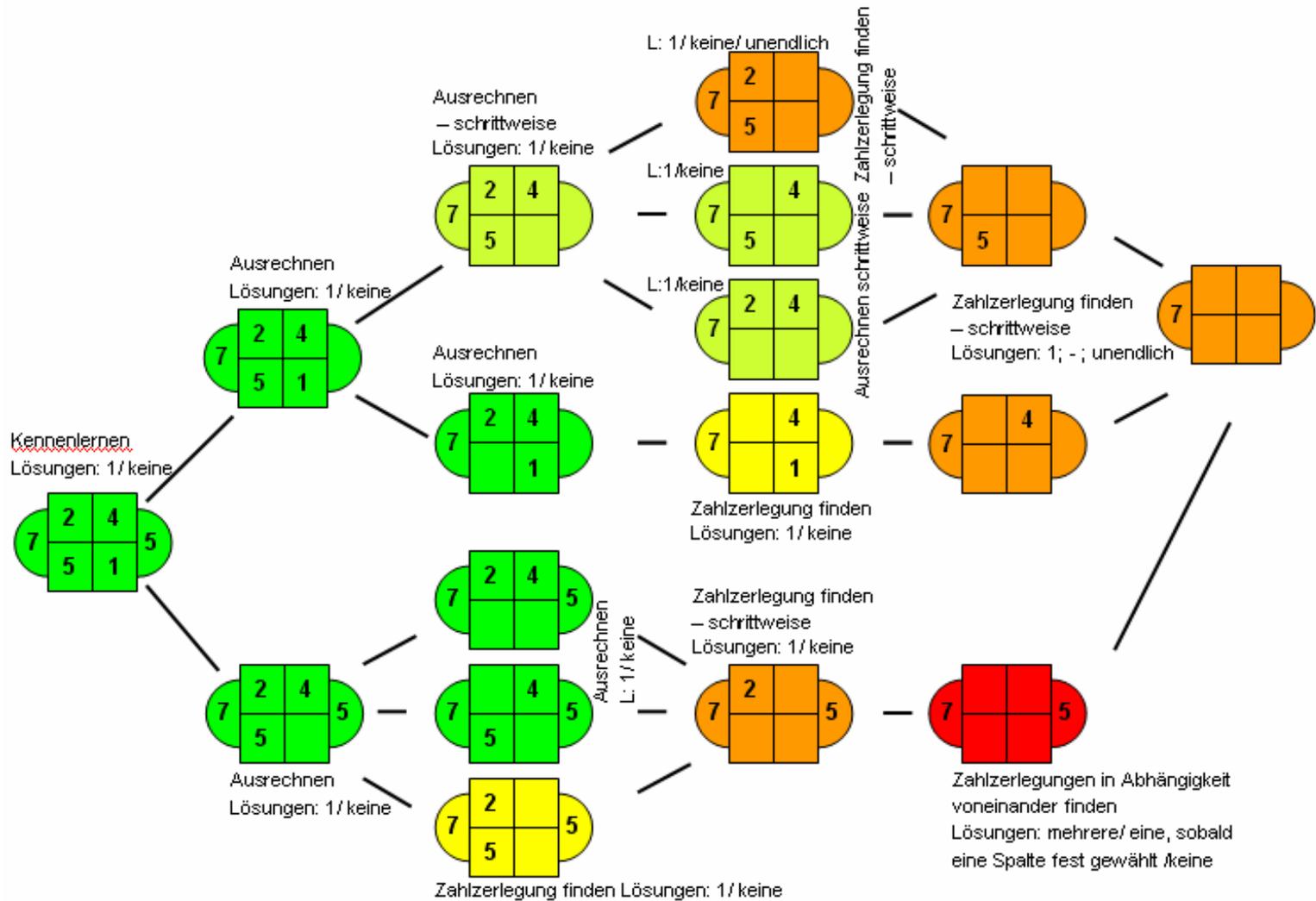
- Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Welche Strategien nutze ich zur Ermittlung von Lösungen?
- *Wie viele* Lösungen kann es jeweils *warum* geben?

Welche Anforderungen stecken in jedem einzelnen Aufgabentyp?

Beschreiben Sie diese mit Hilfe geeigneter „Charakteristika“.



Überblick: Die Gegeben-Gesucht-Situationen



Eigene Abbildung



Präsentation ausgewählte Forscheraufträge

1. Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?
2. Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen, die als Basis-Zahlen verwendet werden sollen, ein Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ ungerade Zahlen?
3. Warum sind bei den Rechenquadraten die beiden äußeren Zahlen immer gerade oder ungerade?
4. Kannst du ein Rechenquadrat mit Ohren machen, das die Gesamtsumme i) 23 ii) 26 iii) 28 hat. Wie viele kannst du finden?



Charakteristika substanzzieller Aufgabenformate

- Sie enthalten einen hohen Anteil von gleichartigen Aufgaben, die den Übungseffekt gewährleisten.
- Sie basieren auf mathematisch reichhaltigen Kontexten (mit oder ohne Wirklichkeitsbezug), die es erlauben, allgemeine Lernziele zu verfolgen.
- Sie bieten unterschiedliche Problemstellungen mit verschiedenem Schwierigkeitsgrad, die im Idealfall – auf dem jeweiligen Niveau – im ersten Schuljahr wie auch im achten Semester der Lehrerausbildung eingesetzt werden können.
- Sie sind auch innerhalb eines bestimmten Problemkontextes offen genug, um Bearbeitungen einzelner Schüler auf unterschiedlichen Niveaus im Sinne der natürlichen Differenzierung zu ermöglichen.



So haben Kinder damit gearbeitet ...

31	2 6	1/2	3/5
	2 5	2/3	

David (2. Klasse)

unendliche Lösungen

4)

6	-7	14	20
	7	6	

Henrik (3. Klasse) macht es „passend“

8000000104	8000000008	96	8000000104
	96	8000000008	

Dieses Rechenquadrat findet Henrik (3. Klasse) „besonders“



So haben Kinder damit gearbeitet ...

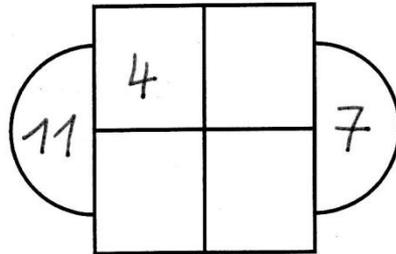
Wie hat dir der „Unterschied“ geholfen?
ES MICH SENFON OBERHOBZHAHTEK
DAS ERGEBNIS BEI BEIDEN
SEITEEN 6 LEICH SEIN

Lowe Sch



So haben Kinder damit gearbeitet ...

Loena (3. Klasse)



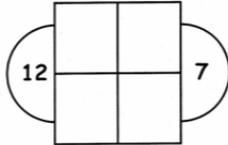
Ich ~~habe~~ hab was herausgefunden.
~~hier~~ Hier hab 11 plus 7 gerechnet,
durch 2 ~~geteilt~~ geteilt
und dann noch die 4 abgezogen.
Und ~~dann~~ durch ~~durch~~ 5 raus-
geknielt. Der Rest war ja
Puppich.



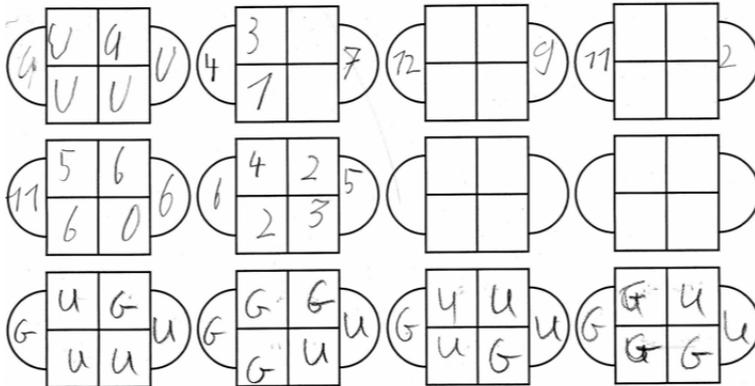
So haben Kinder damit gearbeitet ...

Forscherauftrag

Wie viele Lösungen kannst du für das Rechenquadrat mit Ohren finden?
Begründe!



Rechenquadrate zum Forschen:



Schreibe hier deine Lösung auf!

~~Wahl: eine Zahl gerade ist und die andere ungerade ist.~~

Es geht nicht weil zwei Zahlen nicht eine gerade und eine ungerade Zahl nicht gleichzeitig eine gerade und eine ungerade Zahl bilden können.

Es muss wenn in den Ohren eine ungerade Zahl und eine gerade Zahl dann müssen es immer 3 gerade Zahlen oder 3 ungerade und das kann mit einer gerade und eine ungerade gleichzeitig sein.

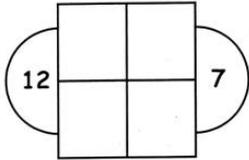
Melvin (3. Klasse)



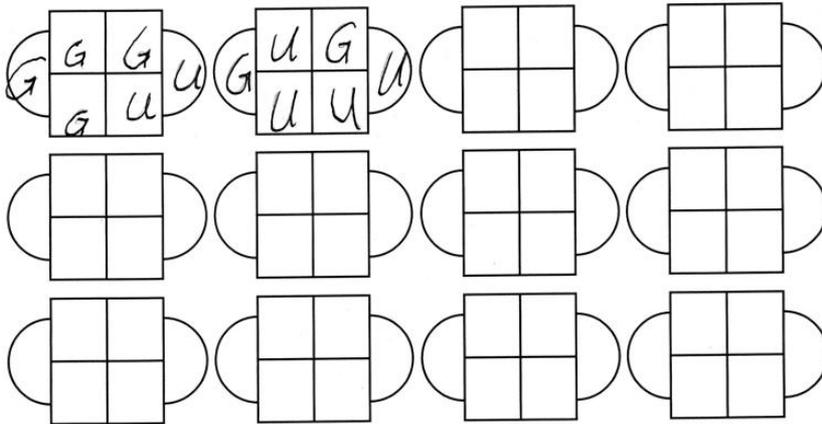
So haben Kinder damit gearbeitet ...

Forscherauftrag

Wie viele Lösungen kannst du für das Rechenquadrat mit Ohren finden?
Begründe!



Rechenquadrate zum Forschen:



Schreibe hier deine Lösung auf!

~~Es geht nicht weil um Eine Grade Zahl zu kriegen muss man zwei grade oder zwei ungrade Zahlen haben. Es kann aber nicht sein das es geht weil die beiden Zahlen in den Zeilen müssen das gleiche ergeben. Aber eine grade und~~

nach eine grade ergeben eine grade. Eine grade und eine ungrade ergeben eine ungrade

Aber dann wären die Zahlen in den Zeilen nicht gleich weil einmal wäre das grade grade und einmal ungrade grade.

Also ergibt es einmal eine grade Zahl und eine ungerade.

Laurien (3. Klasse)



So haben Kinder damit gearbeitet ...

$$2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 20$$

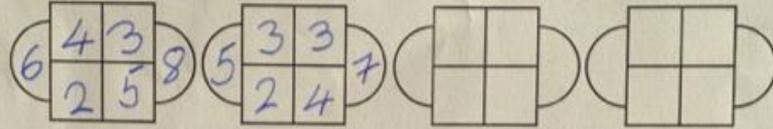
$$2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 24$$

$$2 \cdot 8 + 2 \cdot 8 = 28$$

Forscherauftrag

Kannst du ein Rechenquadrat mit Ohren finden, bei dem alle Zahlen zusammen gerechnet 26 ergeben? Wie viele kannst du finden?

Rechenquadrate zum Forschen:



Was hast du herausgefunden?

Wenn ich eine Basiszahl 1 kleiner mache muss ich noch eine andere Basiszahl 1 kleiner machen. Dann werden die Ohren aber auch beide 1 kleiner. Das ist zu viel. Alle Zahlen zusammen sind immer 4er kleiner oder größer.

Tim (4. Klasse)

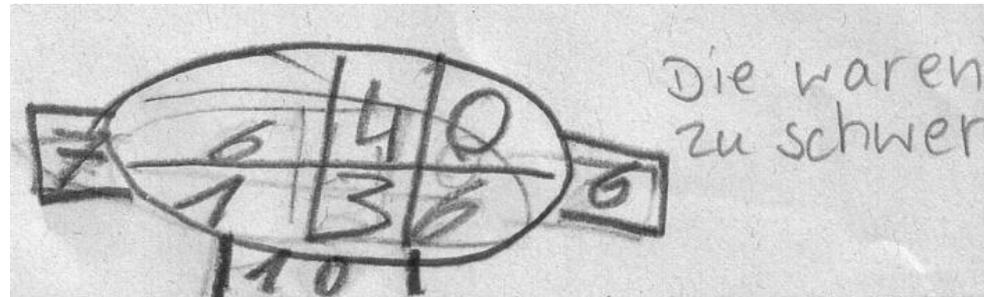
26 ist nicht $2 \times$ grade

Julian (4. Klasse)



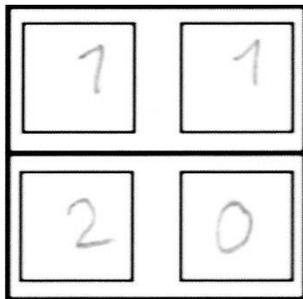
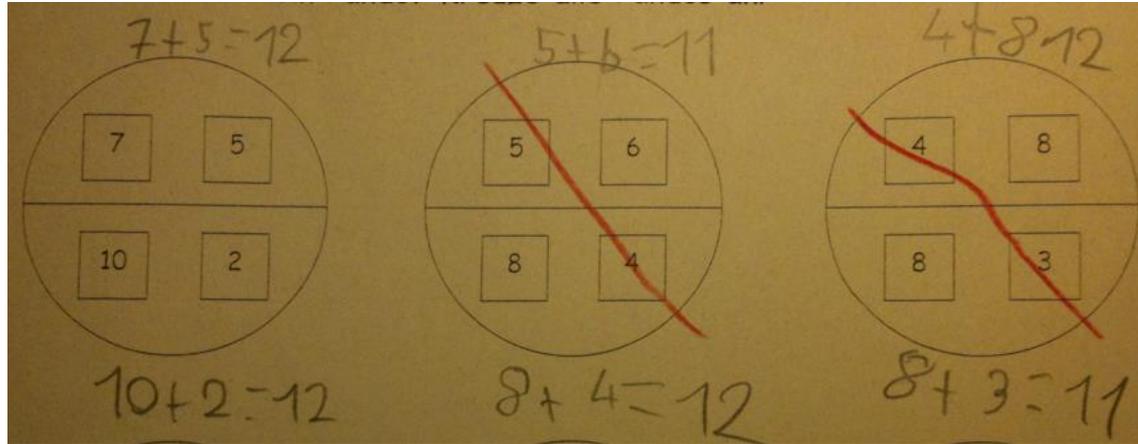
Rückschau auf den eigenen Lernprozess

- „Ich fand die gut, die man selbst machen konnte.“ (Jona)
- „Mein Tipp: Helfen. Ich habe Luise geholfen, mir hat Madleen geholfen.“ (Michelle)
- „Ich habe gelernt, dass man immer genau rechnen muss und alle Regeln beachten muss.“ (Caspar)
- Wenn die äußeren Zahlen vorgegeben sind, weiß Eva: „Dass die Ergebnisse aus den Ohren kommen und man die Ergebnisse vorher angucken muss.“
- „Einige waren zu schwer!“ (Ali)

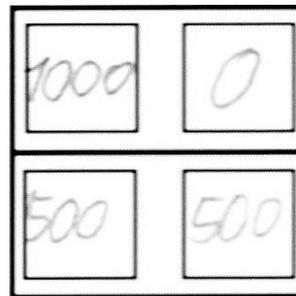




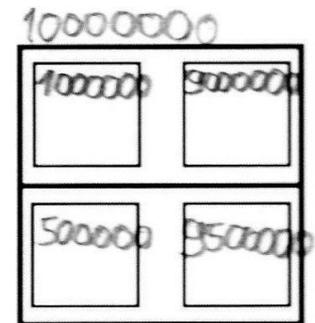
Unterrichtlicher Einsatz - Einführung



Viviane



Lily



Henrik



Unterrichtlicher Einsatz - Einführung



Einfache Rechenquadrate 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate sind!

3	5	3	18	12	4	13	6	11	8
6	2	11	9	8	9	7	12	8	12
<input type="radio"/> Ja <input type="radio"/> Nein									



Einfache Rechenquadrate 2

Mache Rechenquadrate!

9	4	9	4	9	3	8	3	7	4
10		11		11		11		12	



Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!



Einfache Rechenquadrate 3

Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden? Begründe!

9	5	4	4			19			12
10			9	7	6	13		8	



Rechenrechtecke

Mache Rechenrechtecke!



Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenrechteck finden? Begründe!

2	1	5	0	7	2	6		2
6	2		3			4	3	



Unterrichtlicher Einsatz - Einführung



Selber erfinden - Einfache Rechenquadrate 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate sind!

Ja Nein

Ja Nein

Ja Nein

Ja Nein

Ja Nein



Selber erfinden - Einfache Rechenquadrate 2

Mache Rechenquadrate!



Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!



Selber erfinden - Einfache Rechenquadrate 3

Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden?
Begründe!



Selber erfinden - Mache Rechenrechtecke

Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenrechteck finden? Begründe!

???





Unterrichtlicher Einsatz - Einführung

1. Erstelle aus den vier aufeinander folgenden Zahlen 2,3,4,5 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit 7,8,9,10? Warum?

2. Erstelle aus den vier aufeinander folgenden geraden Zahlen 6,8,10,12 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit den vier aufeinander folgenden ungeraden Zahlen 9,11,13,15? Warum?

3. Kannst du ein Rechenquadrat aus den Zahlen a) 6,7,9,11 oder b) 7,8,10,12 erstellen? Beschreibe, wie du dabei vorgegangen bist.

4. Kannst du ein Rechenquadrat aus ...

- a) vier nicht aufeinander folgenden geraden Zahlen erstellen?
- b) vier nicht aufeinander folgenden ungeraden Zahlen erstellen?
- c) zwei ungeraden Zahlen und zwei geraden Zahlen erstellen?
- d) drei ungeraden Zahlen und einer geraden Zahl erstellen?
- e) drei geraden Zahlen und einer ungeraden Zahl erstellen?



Erfinde eigene Forscheraufträge

5. Warum ist die Gesamtsumme eines Rechenquadrats immer gerade?

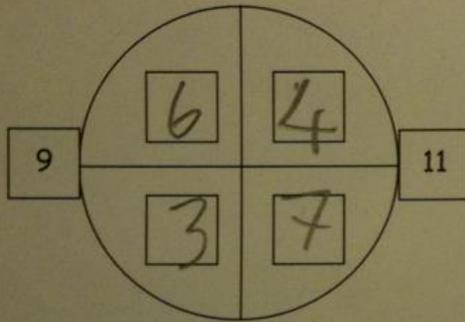
6. Wie viele Rechenquadrate gibt es, die die Gesamtsumme (Summe aller vier Zahlen) 12 haben?



Einbezug zusätzlicher Bedingungen

- Nur äußere Zahlen sind vorgegeben:
Mache ein Rechenquadrat, bei dem der Unterschied der Basiszahlen einer Spalte jeweils d beträgt.

Finde eine Lösung mit dem Unterschied 3



Ich hab einfach bis
9 gerechnet und
dann habe ich gekuckt
ob alles richtig ist



Einbezug zusätzlicher Bedingungen

- Eine Zeilensumme und die äußeren Zahlen sind vorgegeben: Mache ein Rechenquadrat. Warum ist die Summe der Ohren das Doppelte der Zeilensumme?
- Die Gesamtsumme ist vorgegeben als Summe i) der Basiszahlen, ii) aller Zahlen: Mache ein Rechenquadrat mit der Gesamtsumme x . Gibt es mehrere Lösungen? Warum ist die Gesamtsumme immer gerade?



Unterrichtlicher Einsatz – Variationsmögl.

Operative Veränderungen – „Was passiert ... wenn ...?“

- Verändere i) eine (mehrere) Basiszahl(en) ii) eine (beide) äußere(n) Zahl(en) um ± 1 (dann auch um andere Werte). Welche Auswirkungen hat (haben) diese Veränderung(en) und was kannst du tun?

Erweiterung des Aufgabenformats:

- Das Format wird um eine dritte äußere Zahl erweitert, welche sich als Zeilensumme ergibt
- Einsatz in den unteren Jahrgangsstufen der Sekundarstufe in den erweiterten Zahlbereichen Z und Q



Die Rechenquadrate ... zu finden unter

www.pikas.uni-dortmund.de

DZLM 

Anmelden • Registrieren

PIKAS 
Deutsches Zentrum für
Lehrerbildung Mathematik

Eine Initiative von
 Deutsche Telekom Stiftung

Ministerium für
Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen 

PIKAS info Material PIK Material AS Kooperationen Veranstaltungen Projektinfos

Suche

Basiskompetenzen sichern – Probleme lösen

Im Projekt PIKAS werden Materialien zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in der Primarstufe erarbeitet. Mit Hilfe dieser Website können Sie das Material ebenfalls nutzen. Eine kurze "PIKAS Tour" zur Orientierung auf der Website finden Sie [hier](#). Unseren Newsletter können Sie [hier](#) abonnieren.



Buchvorstellung: „Mathematik unterrichten in der Grundschule - Inhalte Leitideen Beispiele“
Nun ist der unterrichtspraktische Ratgeber „Mathematik unterrichten in der Grundschule- Inhalte...“

Save the date: PIKAS-Bundestagung 2019 in Frankfurt am Main
Wir freuen uns, wenn Sie sich folgenden Termin bereits freihalten: Auf unserer nächsten...

Neu: FM zur Förderung von Kooperation und Kommunikation im MU
Guter Mathematikunterricht gibt den Kindern kontinuierlich Gelegenheit, sich über ihre...

Mathe ist Trumpf - guter Mathematikunterricht:

Mathe ist Trumpf

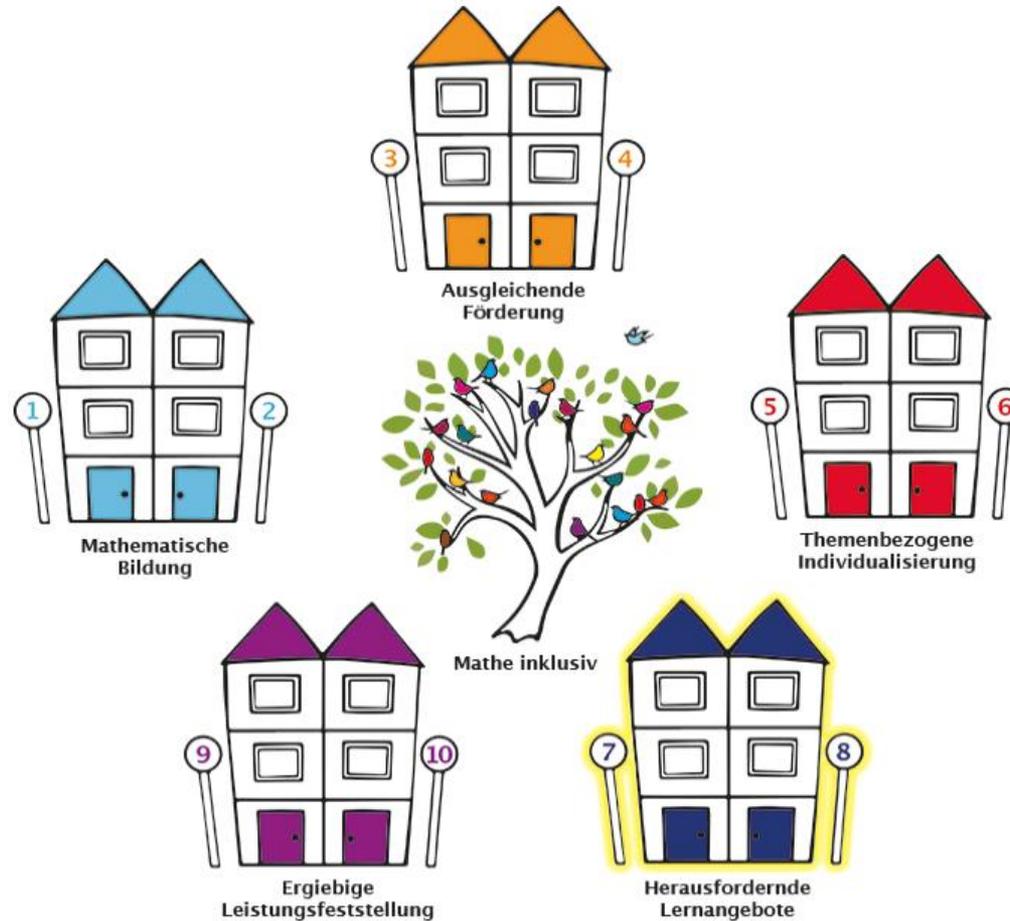


Die Rechenquadrate ... zu finden im Haus 7

PIKAS info Material PIK Material AS Kooperationen Veranstaltungen Projektinfos

Suche

Startseite





Die Rechenquadrate ... zu finden im Haus 7

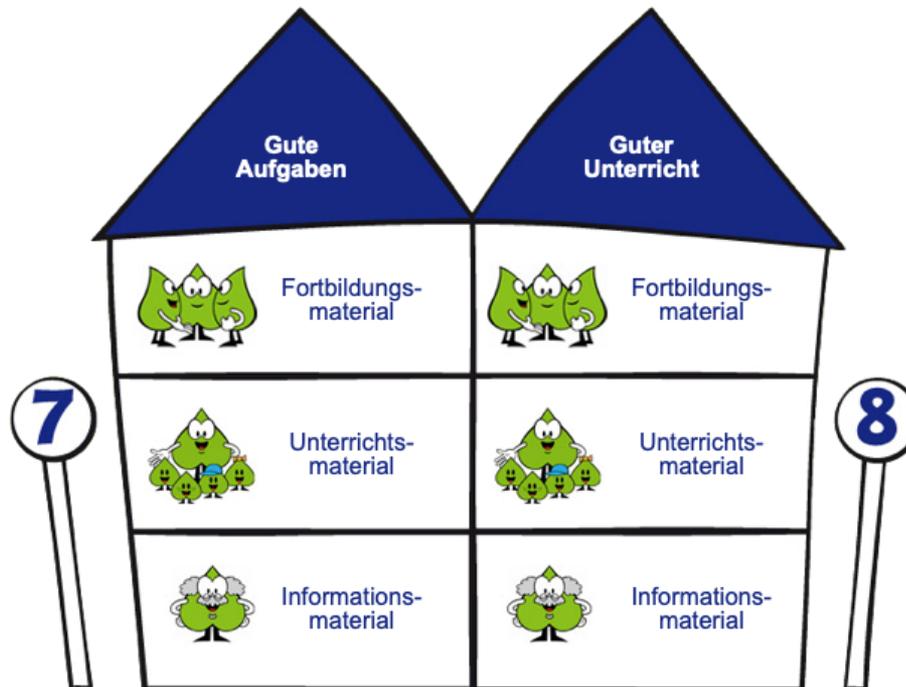
Startseite » Material PIK

Haus 7/8: Herausfordernde Lernangebote

Eine zentrale Aufgabe von Schule ist es, die Lernfreude und die Lernlust der Schülerinnen und Schüler zu erhalten und zu fördern. Zur Erreichung dieses Ziels sind herausfordernde Lernangebote unverzichtbar. Diese bedürfen sowohl der inhaltlichen Substanz (gute Aufgaben) als auch einer lernförderlichen methodischen Rahmung (guter Unterricht).

Weitere Informationen zur Leitidee des jeweiligen Hauses und den zugehörigen Materialien finden Sie, wenn Sie auf die Schrift im Dach des Hauses klicken.

- ▶ Haus 1/2: Mathematische Bildung
- ▶ Haus 3/4: Ausgleichende Förderung
- ▶ Haus 5/6: Themenbezogene Individualisierung
- ▶ **Haus 7/8: Herausfordernde Lernangebote**
 - ▶ Haus 7: Fortbildungsmaterial
 - ▶ Haus 7: Unterrichtsmaterial
 - ▶ Haus 7: Informationsmaterial
 - ▶ Haus 8: Fortbildungsmaterial
 - ▶ Haus 8: Unterrichtsmaterial
 - ▶ Haus 8: Informationsmaterial
- ▶ Haus 9/10: Ergiebige Leistungsfeststellung

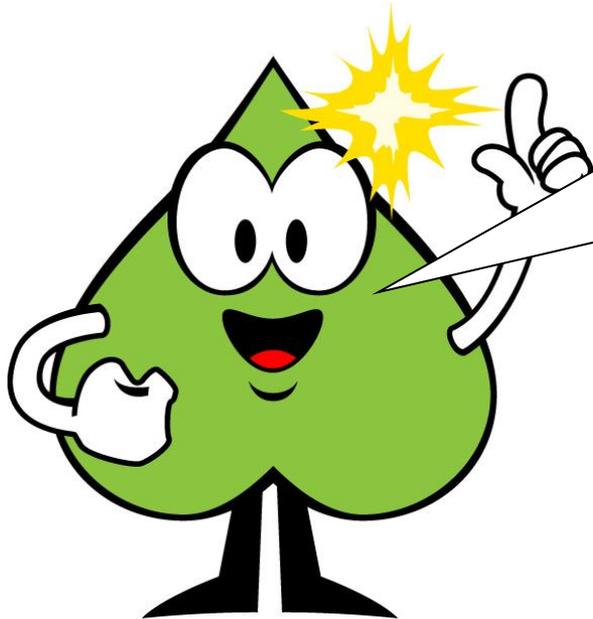




Schlussbemerkung

„Man konstruiere Aufgabenserien, die mehrere Schichten haben: einen unmittelbaren Übungszweck und dazu eine innere Systematik, die auf weiterführende Einsichten verweist und deren eigentätige Verfolgung anregt. Auf diese Weise wird »übend entdeckt und entdeckend geübt«“.

Heinrich Winter (1984)



Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!



HUHMANN, TOBIAS (2008): Rechenquadrate mit Ohren. Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe. In: Grundschulmagazin 4/08, Oldenbourg Verlag, S. 19-25.

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (2008): Lehrplan Mathematik. Ritterbach.

RINKENS, HANS-DIETER & HÖNISCH, KURT (2008): Welt der Zahl 1. Schroedel.

SELTER, CHRISTOPH (1997): Entdecken und Üben mit Rechendreiecken. Eine substanzielle Übungsform für den Mathematikunterricht. Friedrich Jahresheft, S. 88-90.

WINTER, HEINRICH (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: Mathematik lehren, (1984) 2, S. 4-16.

WITTMANN, ERICH (1990): „Wider die Flut der ‚bunten Hunde‘ und der ‚grauen Päckchen‘.“ In: Wittmann, Erich Ch. und Müller, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen: Bd.1: S. 152-166.