



Programm für eine ganztägige PIK-Fortbildung

„Guter Mathematikunterricht und Heterogenität?“

9:00 – 10.00 Uhr	<i>Das Projekt PIK AS – guided tour („PIK“-Film – H1 oder „1+1-Lernen“-Film – H3)</i>
10:00 – 11.30 Uhr	Aus fachlicher Perspektive: Arithmetik: <i>Rechenquadrate mit Ohren – Ein neues substantielles Aufgabenformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe – H7</i>
11:30 – 11.45 Uhr	Kaffeepause
11:45 – 13.15 Uhr	Aus fachlicher Perspektive: Geometrie: <i>Inter-Netzzo – Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln. Eine substantielle Lernumgebung (nicht nur) zur Förderung der (Raum-) Vorstellung – H7</i>
13:15 – 14.00 Uhr	Mittagspause
14:00 – 15.00 Uhr	Aus methodischer Perspektive: <i>Sprachförderung zur Initiation fachgebundener Kommunikation: Gemeinsame Sprachen lernen und sprechen („Wortspeicher“-Film – H4 oder „Forschermittel“-Film – H1)</i>
15:00 – 15.15 Uhr	Kaffeepause
15.15 – 16.45 Uhr	Aus individueller Perspektive: <i>Rechnen auf eigenen Wegen („Ich-Du-Wir-Rechnen auf eigenen Wegen“-Film – H5 oder „Mathekonferenz“-Film – H8)</i> Zwischen individueller und fachlicher Perspektive: <i>Vom Rechnen auf eigenen Wegen – zum Rechnen auf einem Weg („Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen“-Film – H5)</i>
16.45 – 17.00 Uhr	Reflexion

Kurzzusammenfassung

Die ganztägige Fortbildung sucht aus unterschiedlichen Perspektiven Antworten zu der Frage „**Guter Mathematikunterricht und Heterogenität?**“.

In Abhängigkeit von dem bei den TeilnehmerInnen der Fortbildung vorhandenen Bekanntheitsgrad von PIK AS bietet es sich optional zunächst an, eine Einführung über die Intentionen und Ziele des **Projektes PIK AS** vorzunehmen. Unterstützend kann hierzu im Anschluss an die „[Projekt-Präsentation](#)“ der „[PIK-Film](#)“ genutzt werden, der verdeutlicht, dass Mathematik treiben viel mehr als nur Rechnen und das Abarbeiten von Routinen erfordert. Alternativ oder ergänzend bietet sich der Einsatz des „[1+1-Films](#)“ an. Dieser Film illustriert operationsbezogen ein inhaltlich-intelligentes Konzept zum verständnisorientierten „**1+1-Lernen**“. Das Konzept basiert auf einer Unterscheidung von Kern- und Ableitungsaufgaben im Zusammenhang mit dem gezielten Ausnutzen der mathematischen Zusammenhänge (Gesetzmäßigkeiten und Zahlbeziehungen). Auf methodischer Ebene werden Möglichkeiten zur Umsetzung dieses Konzeptes durch Partnerarbeitsphasen oder durch die Einbindung von Eltern vorgestellt. Darüber hinaus wird anhand einzelner Entwicklungsstufen gezeigt, welche Entwicklungsprozesse beim 1+1-Lernen auf dem Weg vom konkreten Handeln über das mentale Handeln bis hin zur Automatisierung stattfinden.

Im ersten inhaltlichen Teil der Fortbildung steht die **fachliche Perspektive** im Vordergrund und liefert die Antwort: „Gute Aufgaben“.

Was das Substantielle „Gute Aufgaben“ ausmacht und *warum* „Gute Aufgaben“ überhaupt eine geeignete Antwort sein können, dies sollen die TeilnehmerInnen an den folgenden Beispielen erarbeiten:

- „[Rechenquadrate mit Ohren](#)“ ist ein substantielles Aufgabenformat aus dem Bereich der Arithmetik, das bereits ab der ersten Jahrgangsstufe im Mathematikunterricht eingesetzt werden kann.
- „**Inter-Netzzo**“ („Haus 7“: link folgt) ist eine substantielle Lernumgebung aus dem Bereich der Geometrie, die (nicht nur) zur Förderung der (Raum-) Vorstellung ab der dritten Jahrgangsstufe im Mathematikunterricht eingesetzt werden kann.

Die TeilnehmerInnen erhalten ausgiebig Gelegenheit zur eigenen Erprobung und Analyse der Aufgabenstellungen, Aufgabentypen und Forscheraufträge, mit dem Ziel, die charakteristischen Merkmale „Gute Aufgaben“ im Hinblick auf Heterogenität exemplarisch herauszuarbeiten.

Im zweiten Teil der Fortbildung wird die Frage aus der **methodischen Perspektive** beleuchtet. Dazu widmet sich die Fortbildung dem Thema [Sprachförderung zur Initiation fachgebundener Kommunikation – gemeinsame Sprachen lernen und sprechen](#). *Alle Kinder* müssen lernen, die Sprache „Mathematik“ zu sprechen und zu schreiben. Zunächst werden dazu die wesentlichen theoretischen Grundlagen der *Sprachförderung für alle Kinder* dargelegt. Im besonderen Maße gelten diese für *Kinder mit Deutsch als Zweitsprache (DaZ)* sowie für *spracharme deutsche Kinder*, und es soll deutlich werden, *warum* diese Kinder vor allem im Fachunterricht besondere sprachliche Schwierigkeiten haben. Auf dieser Grundlage werden die Ziele einer *Sprachförderung im Fach* expliziert und Unterstützungsmaßnahmen exemplarisch aufgezeigt.

Dazu eignet sich u. a. der „[Wortspeicher-Film](#)“, der einen methodischen Ansatz zur gezielten Unterstützung der Kinder beim Erlernen mathematischer Fachsprache vorstellt. Der „[Forscher-mittel-Film](#)“ zeigt exemplarisch die Bedeutung nonverbaler Darstellungsmittel im Mathematikunterricht auf und verdeutlicht darüber hinaus, wie sprachliche Schwierigkeiten im alltäglichen Unterricht aufgefangen und wie Kinder im Rahmen einer integrativen Förderung unterstützt werden können.

Im dritten Teil der Fortbildung steht die **individuelle Perspektive** im Mittelpunkt und liefert die Antwort: „Die Vielfalt individueller mathematischer Denk- und Vorgehensweisen *wahrnehmen* und zielgerichtet *miteinander* weiterentwickeln“.

In diesem Spannungsfeld stellt das „**Ich-Du-Wir-Prinzip**“ eine methodisch geeignete Herangehensweise dar. Am Beispiel des Themas [Halbschriftliche Subtraktion im Zahlenraum bis 1000](#) soll erarbeitet und verdeutlicht werden, *wie* es gelingen kann, SchülerInnen ausgehend von ihren unterschiedlichen Vorgehensweisen methodisch (und dabei auch inhaltlich) so zu begleiten, dass diese zunehmend eleganter, effizienter und weniger fehleranfällig werden.

Unterstützend können hierzu die beiden folgenden Filme eingesetzt werden:

Der [Film „Ich-Du-Wir: Rechnen auf eigenen Wegen“](#) illustriert eine solche gelingende Umsetzung am Beispiel der halbschriftlichen Addition im Tausenderraum. Als „Good-Practice-Beispiel“ dient dieses Referenzmodell der Konkretisierung und kann zur Übertragung und Anwendung der dort gewonnenen Erkenntnisse auf das Thema Subtraktion motivieren.

Wesentliches Leitprinzip ist dabei das dialogische Lernen. Methodisch lässt sich dieses Prinzip z.B. in sog. Mathekonferenzen realisieren, da diese die sachbezogene Kommunikation unter Kindern sowie das Lernen von- und miteinander zu ihrem erklärten Ziel haben.

Der [„Mathekonferenz“- Film](#) konkretisiert die Methode und illustriert, wie Mathekonferenzen bereits in einer ersten Klasse eingeführt werden können.

In dem letzten Teil der Fortbildung wird der Fokus zwischen die **individuelle und die fachliche Perspektive** gerichtet und liefert die Antwort: „Kontinuierliche Vorstellungsentwicklung“.

Am Beispiel der Thematik **„Weiterentwicklung des halbschriftlichen Subtrahierens zur schriftlichen Subtraktion“** erarbeiten die TeilnehmerInnen, wie dieser Übergang auf Verständnis basierend und ohne (vermeidbare!) (Vorstellungs-)Brüche gelingen kann. Dazu müssen sie ausgehend von den halbschriftlichen Subtraktionsstrategien analysieren, *welche* sich überhaupt und *wie* zur Weiterentwicklung zu *welchen* schriftlichen Subtraktionsverfahren eignen.

Hierzu unterstützend können die beiden Filme

- [„Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren - Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des Entbündelungs-Verfahrens“](#), und
- [„Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren - Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des Ergänzungs-Verfahrens“](#)

methodisch variabel eingesetzt werden. Beispielsweise bietet es sich an, zunächst einen der beiden Filme zu zeigen und im Anschluss die Weiterentwicklung der halbschriftlichen Strategien zu dem jeweils anderen Verfahren zu erarbeiten (o.ä.).

Insgesamt liefert diese Aktivitätsphase Antworten auf die Frage, wie man bei der Vielfalt mathematischer Individualität ein guter Lernbegleiter auf dem **Weg vom Rechnen auf eigenen Wegen zum Rechnen auf einem Weg** sein kann.

Eine abschließende **Reflexion** dient der Rückbesinnung auf den eigenen Lernprozess sowie der Diskussion offen gebliebener Fragen.



Programm für die zweitägige PIK-Fortbildung

1. Tag: Wochentag, tt.mm.jj,
„Heterogenität – ein breites Spektrum“

9:00 – 9.30 Uhr	<i>Das Projekt PIK AS – guided tour („PIK“-Film – H1)</i>
9:30 – 10.30 Uhr	Allgemeine Theorie: <i>Heterogenität im Mathematikunterricht – Hintergründe und aktuelle Sichtweisen – H6</i>
10.30 – 11.00 Uhr	Kaffeepause
11:00 – 12.30 Uhr	Das eine Ende des Spektrums: <i>Mit mathematisch begabten Kindern rechnen – H6</i>
12:30 – 13.30 Uhr	Mittagspause
13.30 – 15.00 Uhr	Das andere Ende des Spektrums: <i>Mit rechenschwachen Kindern rechnen – H3</i> – <i>der präventive Blick:</i> – <i>Rechenschwierigkeiten vorbeugen – von Anfang an!</i> <i>(„1+1“-Film – H3)</i> – <i>der postventive Blick:</i> – Erstellung von Präsentationen entlang der vorbereiteten Leitfragen (siehe Kurzzusammenfassung. Hierzu werden die mitzubringenden Materialien und Schülerdokumente benötigt). – Diskussion
15:00 – 15.30 Uhr	Kaffeepause
15:30 – 16.30 Uhr	Fortsetzung: Das andere Ende des Spektrums: <i>Mit rechenschwachen Kindern rechnen – der postventive Blick</i>

Kurzzusammenfassung

„**Heterogenität – ein breites Spektrum**“ ist das Thema des ersten Tages dieser zweitägigen Fortbildung.

In Abhängigkeit von dem bei den TeilnehmerInnen der Fortbildung vorhandenen Bekanntheitsgrad von PIK AS bietet es sich optional zunächst an, eine Einführung über die Intentionen und Ziele des **Projektes PIK AS** vorzunehmen. Unterstützend kann hierzu im Anschluss an die [„Projekt-Präsentation“](#) der [„PIK“-Film](#) genutzt werden, der verdeutlicht, dass Mathematik treiben viel mehr als nur Rechnen und das Abarbeiten von Routinen erfordert.

In dem ersten Teil der Fortbildung wird der Fokus auf den [allgemeintheoretischen Hintergrund von Heterogenität \(im Mathematikunterricht\)](#) gerichtet: Dazu werden **aktuelle Forschungsergebnisse** aus unterschiedlichen Forschungsrichtungen in den Blick genommen. Anschließend sollten die TeilnehmerInnen die Möglichkeit erhalten, Beispiele von Heterogenität (im Mathematikunterricht) aus ihrer eigenen Schul- und Unterrichtspraxis zu beschreiben und unterschiedliche Facetten von Heterogenität herauszuarbeiten. Auf dieser Grundlage werden Chancen und Herausforderungen im Hinblick auf die Heterogenität (im bzw. in meinem eigenen Mathematikunterricht) der Grundschule beleuchtet.

„**Heterogenität – ein breites Spektrum**“: Die beiden Ränder dieses Spektrums markieren besonders heterogene Ausprägungen. Im weiteren Verlauf der Fortbildung werden diese in den Mittelpunkt gerückt, mit dem Ziel, die TeilnehmerInnen zur gezielten Wahrnehmung und Förderung der sehr unterschiedlichen individuellen Fähigkeiten der Kinder sowohl auf inhaltlicher als auch auf methodischer Ebene sensibel zu machen.

[„Mit mathematisch begabten Kindern rechnen“](#) wendet sich dem einen Ende des Spektrums zu: Anhand eines Fallbeispiels soll den TeilnehmerInnen verdeutlicht werden, was mathematische Begabung kennzeichnen und wie eine solche Begabung im Unterricht erkannt werden kann. Darüber hinaus werden geeignete Ansätze und Aufgaben zur Förderung mathematisch begabter Kinder präsentiert, die in eigenen Aktivitätsphasen exemplarisch erprobt werden können.

[„Mit rechenschwachen Kindern rechnen“](#) wendet sich dem anderen Ende des Spektrums zu: Mit dem **präventiven Blick** soll zunächst der Frage nachgegangen werden, welche Vorstellungen Kinder im Anfangsunterricht *überhaupt* zu Zahlen und Operationen aufbauen sollten, damit Rechenschwierigkeiten *von Anfang an* vorgebeugt werden können. Hierzu werden ausgewählte unterrichtspraktische Anregungen vorgestellt.

Ergänzend bietet sich der Einsatz des [„1+1“-Films](#) an. Dieser Film illustriert operationsbezogen ein inhaltlich-intelligentes Konzept zum **verständnisorientierten „1+1“-Lernen**. Das Konzept basiert auf einer Unterscheidung von Kern- und Ableitungsaufgaben im Zusammenhang mit dem gezielten Ausnutzen der mathematischen Zusammenhänge (Gesetzmäßigkeiten und Zahlbeziehungen).

Auf methodischer Ebene werden Möglichkeiten zur Umsetzung dieses Konzeptes durch Partnerarbeitsphasen oder durch die Einbindung von Eltern vorgestellt. Darüber hinaus wird anhand einzelner Entwicklungsstufen gezeigt, welche Entwicklungsprozesse beim 1+1-Lernen auf dem Weg vom konkreten Handeln über das mentale Handeln bis hin zur Automatisierung stattfinden.

Mit dem **postventiven Blick** soll anschließend im Rahmen einer Aktivitätsphase folgenden Leitfragen nachgegangen werden:

- 1) Was heißt rechenschwach?
- 2) Wie kann ich Rechenschwäche im Unterricht erkennen?
- 3) Wie kann ich angemessen mit Rechenschwäche im Unterricht umgehen?

Nach Möglichkeit sollten die TeilnehmerInnen bereits im Vorfeld der Fortbildung über diese Leitfragen informiert werden, damit sie diese vorbereitend stichpunktartig beantworten können und zudem von sich erstelltes oder (in eigenen Fortbildungen / Unterricht) genutztes Material zu dem Thema „Rechenschwäche“ sowie Schülerdokumente sammeln und mitbringen können. Auf dieser Basis sollen dann in der Aktivitätsphase Präsentationen entlang der vorbereiteten Leitfragen erstellt und diskutiert werden.

Programm für die zweitägige PIK-Fortbildung

2. Tag: Wochentag, tt.mm.jj,
„Heterogenität begegnen“

9:00 – 11.00 Uhr	Aus fachlicher Perspektive: Arithmetik: <i>Rechenquadrate mit Ohren – Ein neues substantielles Aufgabenformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe – H7</i>
11:00 – 11.30 Uhr	Kaffeepause
11:30 – 13.00 Uhr	Aus fachlicher Perspektive: Geometrie: <i>Inter-Netzzo – Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln. Eine substantielle Lernumgebung (nicht nur) zur Förderung der (Raum-) Vorstellung – H7</i>
13:00 – 14.00 Uhr	Mittagspause
14.00 – 15.30 Uhr	Aus individueller Perspektive: <i>Rechnen auf eigenen Wegen („Ich-Du-Wir-Rechnen auf eigenen Wegen“-Film – H5 oder „Mathekonferenz“-Film – H8)</i> Ausblick: Zwischen individueller und fachlicher Perspektive: <i>Vom Rechnen auf eigenen Wegen – zum Rechnen auf einem Weg („Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen“-Film – H5)</i>
15.30 – 16.00 Uhr	Reflexion

Kurzzusammenfassung

Der zweite Tag der Fortbildung steht unter dem Oberthema „**Heterogenität begegnen**“. Zu dieser hiermit verbundenen Frage werden Antworten aus drei verschiedenen Perspektiven gesucht.

Aus **fachlicher Perspektive** lautet die Antwort: „Gute Aufgaben“.

Was das Substantielle „Guter Aufgaben“ ausmacht und *warum* „Gute Aufgaben“ überhaupt eine geeignete Antwort sein können, dies sollen die TeilnehmerInnen an den folgenden Beispielen erarbeiten:

- [„Rechenquadrate mit Ohren“](#) ist ein substantielles Aufgabenformat aus dem Bereich der Arithmetik, das bereits ab der ersten Jahrgangsstufe im Mathematikunterricht eingesetzt werden kann.
- **„Inter-Netzzo“** („Haus 7“: link folgt) ist eine substantielle Lernumgebung aus dem Bereich der Geometrie, die (nicht nur) zur Förderung der (Raum-) Vorstellung ab der dritten Jahrgangsstufe im Mathematikunterricht eingesetzt werden kann.

Die TeilnehmerInnen erhalten ausgiebig Gelegenheit zur eigenen Erprobung und Analyse der Aufgabenstellungen, Aufgabentypen und Forscheraufträge, mit dem Ziel, die charakteristischen Merkmale „Guter Aufgaben“ im Hinblick auf Heterogenität exemplarisch herauszuarbeiten.

Aus **individueller Perspektive** lautet die Antwort: „Die Vielfalt individueller mathematischer Denk- und Vorgehensweisen *wahrnehmen* und zielgerichtet *miteinander* weiterentwickeln“.

In diesem Spannungsfeld stellt das **„Ich-Du-Wir-Prinzip“** eine methodisch geeignete Herangehensweise dar. Am Beispiel des Themas [„Halbschriftliche Subtraktion im Zahlenraum bis 1000“](#) soll erarbeitet und verdeutlicht werden, wie es gelingen kann, SchülerInnen ausgehend von ihren unterschiedlichen Vorgehensweisen methodisch (und dabei auch inhaltlich) so zu begleiten, dass diese zunehmend eleganter, effizienter und weniger fehleranfällig werden.

Unterstützend können hierzu die beiden folgenden Filme eingesetzt werden:

Der [Film „Ich-Du-Wir: Rechnen auf eigenen Wegen“](#) illustriert eine solche gelingende Umsetzung am Beispiel der halbschriftlichen Addition im Tausenderraum. Als „Good-Practice-Beispiel“ dient dieses Referenzmodell der Konkretisierung und kann zur Übertragung und Anwendung der dort gewonnenen Erkenntnisse auf das Thema Subtraktion motivieren.

Wesentliches Leitprinzip ist dabei das dialogische Lernen. Methodisch lässt sich dieses Prinzip z.B. in sog. Mathekonferenzen realisieren, da diese die sachbezogene Kommunikation unter Kindern sowie das Lernen von- und miteinander zu ihrem erklärten Ziel haben.

Der [„Mathekonferenz“- Film](#) konkretisiert die Methode und illustriert, wie Mathekonferenzen bereits in einer ersten Klasse eingeführt werden können.

Zwischen **individueller und fachlicher Perspektive** lautet die Antwort: „Kontinuierliche Vorstellungsentwicklung“.

Am Beispiel der Thematik **„Weiterentwicklung des halbschriftlichen Subtrahierens zur schriftlichen Subtraktion“** erarbeiten die TeilnehmerInnen, wie dieser Übergang auf Verständnis basierend und ohne (vermeidbare!) (Vorstellungs-)Brüche gelingen kann. Dazu müssen sie ausgehend von den halbschriftlichen Subtraktionsstrategien analysieren, *welche* sich überhaupt und *wie* zur Weiterentwicklung zu *welchen* schriftlichen Subtraktionsverfahren eignen.

Hierzu unterstützend können die beiden Filme

- [„Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren - Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des Entbündelungs-Verfahrens“](#), und
- [„Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren - Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des Ergänzungs-Verfahrens“](#)

methodisch variabel eingesetzt werden. Beispielsweise bietet es sich an, zunächst einen der beiden Filme zu zeigen und im Anschluss die Weiterentwicklung der halbschriftlichen Strategien zu dem jeweils anderen Verfahren zu erarbeiten (o.ä.).

Insgesamt liefert diese Aktivitätsphase Antworten auf die Frage, wie man bei der Vielfalt mathematischer Individualität ein guter Lernbegleiter auf dem **Weg vom Rechnen auf eigenen Wegen zum Rechnen auf einem Weg** sein kann.

Eine abschließende **Reflexion** dient der Rückbesinnung auf den eigenen Lernprozess sowie der Diskussion offen gebliebener Fragen.