





Haus 6: Heterogene Lerngruppen



 **Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“** 

Feedback der Kinder

*das ist. Ich fand alles gut und fand schön
das wir nicht das gerechnet haben das wir immer
rechnen.*

*weil mir die rechen heuser spas
gemacht haben und weil wir jetzt
wissen was ein Mathe kofer enzist.*

*Jch fonds gut ^{weil} das bei euch man nichts
falsch machen kan und weil Mathe
zum ersten mal in meinem leben spaz
machtes gab von euch auch keine
festigen Hausaufgaben in Mathe*

Jun 2012 © PPK AS (<http://www.ppkz.com.de>) 40

Modul 6.4

Individuelle Lernwege anregen und begleiten Natürliche Differenzierung von Anfang an!





Überblick über das Fortbildungsmodul 6.4

- Wie wird im Unterrichtsalltag auf die Heterogenität in den Klassen reagiert?
- Was heißt „Natürliche Differenzierung“?
- Wie kann die Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht umgesetzt werden?
- Wie entwickeln sich leistungsstärkere und -schwächere Kinder in solchen Lernumgebungen?
- Welche Möglichkeiten für einen sozialen Austausch existieren in Lernumgebungen im Sinne der natürlichen Differenzierung



Anforderungsbereiche der Bildungsstandards

„Es werden (...) so genannte „große Aufgaben“ vorgestellt, die der Leistungsheterogenität von Grundschulern dadurch Rechnung tragen, dass sie im gleichen inhaltlichen Kontext ein breites Spektrum an unterschiedlichen Anforderungen und Schwierigkeiten abdecken. Dadurch können die Aufgabenbeispiele zugleich als Muster für einen differenzierenden Unterricht fungieren, in dem alle Kinder am gleichen Inhalt arbeiten, aber nicht unbedingt dieselben Aufgaben lösen.“

(KMK 2005, S. 13)



Johannes Kühnel (1869-1928)

Er forderte vor bereits über 100 Jahren
....„das Prinzip der ‚gleichmäßigen‘
Förderung der Kinder einer Klasse
aufzugeben zugunsten einer
‚höchstmöglichen Förderung jeder
einzelnen Begabung““

(Wittmann 2010, S. 63)



Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Mein Schulbuch bietet Differenzierung an, da es leichte und schwere Arbeitsblätter gibt. Ich entscheide, welches Kind an welchem Arbeitsblatt/-heft arbeitet.

Leicht:

Vor einer roten Ampel stehen vier Autos. In jedem Auto sitzen vier Personen.

- Wann schaltet die Ampel auf grün?
- Wie viele Personen sind es zusammen?

Mittel:

Schreibe Frage, Rechnung und Antwort zur folgenden Rechengeschichte:

Toni hat 25 € gespart. Er will sich Spielzeugautos kaufen. Ein Auto kostet 4 €.

Schwer:

Schreibe selbst Rechengeschichten zu den Aufgaben und rechne.





- $16+29$
- $4 \cdot 6$
- Erfinde eigene Rechengeschichten.



Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Mein Schulbuch bietet Differenzierung an, da es leichte und schwere Arbeitsblätter gibt.

Probleme:

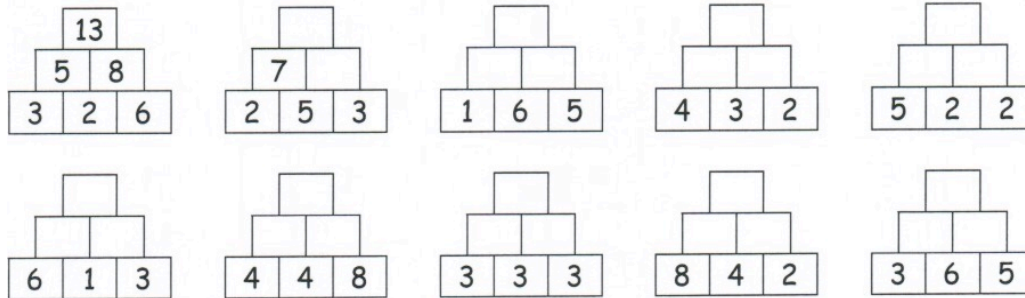
- Leicht
Vor e
a) V
b) V
 Die Zuweisung durch die Lehrperson berücksichtigt nicht die individuellen Stärken der Kinder. Was leicht und schwer ist wird von außen entschieden.
- Mittl
Schw
Toni
 Die schwächeren Kinder müssen meist stupide Rechenübungen machen. Entdeckendes Lernen und offene Aufgabenstellungen sind nur für die guten Kinder.
- Schw
Schw
a) 16
 Die stupiden Aufgaben für die schwächeren Kinder bieten meist kaum Ansätze zur Diagnostik individueller Stärken und Schwächen.
-  Ein sozialer Austausch über Strategien, Vorgehensweisen und Entdeckungen sind nicht möglich. Über welches Blatt sollte man sprechen?



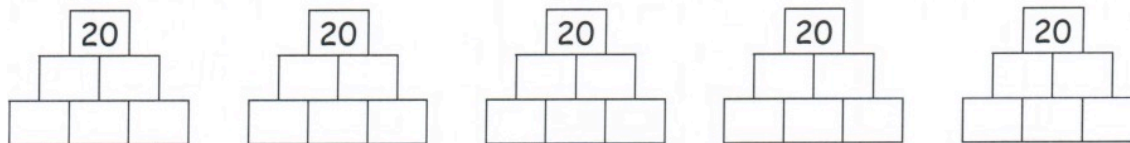
Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Ich differenziere, indem ich den Kindern leichte und schwere Aufgaben bereitlege und die Kinder selbst entscheiden können, ob sie die leichte oder die schwere Aufgabe machen wollen.

. Kleine Zahlenmauern



Zielzahl 20









Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Ich differenziere, indem ich den Kindern leichte und schwere Aufgaben bereitlege und die Kinder selbst entscheiden können, ob sie die leichte oder die

Probleme:

-  Ein immenser Arbeitsaufwand für die Lehrperson, denn sie muss durchgängig mehrere Arbeitblätter konzipieren.
-  Erneut entscheidet die Lehrperson, was leicht und was schwer ist.
-  Ein sozialer Austausch über Strategien, Vorgehensweisen und Entdeckungen ist auch hier nicht möglich, da nicht alle Kinder die gleiche Aufgabe gemacht haben.
-  Was ist mit den Kinder, die eher zwischen zwei Niveaus stehen? Welches Arbeitblatt/Aufgabe sollten sie wählen?



Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Meine guten Schüler bekommen „Eckaufgaben“. Ich habe immer diverse Kopien in einem Ablagefach liegen, an denen die Kinder sich bedienen dürfen.







Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Meine besten Schüler bekommen „Extrafutter“. Ich habe immer diverse Kopien
in e

**Eine derartige Differenzierung ist
durchaus mal möglich!**

Aber:




-  Wäre es nicht schöner, wenn die guten Kinder durch ihre durchaus beachtlichen Kompetenzen den Mathematikunterricht bereichern und somit die Mitschüler zu neuen Entdeckungen und Erkenntnissen beim eigentlichen Thema antreiben?
-  Es steckt eigentlich in JEDER substanziellen Aufgaben Extrafutter für die starken Schüler. Das Sammeln von gesonderten Aufgaben kann man sich dann ggf. auch sparen.



Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

**Nicht falsch verstehen!
Offene Aufgaben sind gut – keine Frage!
Sie lassen sich hervorragend zur Standortbestimmung
nutzen (vgl. Haus 6; UM)!**

Aber:

-  Offene Aufgaben umfassen mehr. Offenheit bezieht sich auch auf die Offenheit der Wege und der Notierungen; vgl. hierzu: www.kira.tu-dortmund.de „Offene Aufgaben“
 -  Ein sozialer Austausch über Strategien, Vorgehensweisen und Entdeckungen ist auch hier kaum möglich.
 -  Der Unterricht lässt sich kaum komplett über offene Aufgaben, bei denen die Kinder z.B. eigene Zahlenwerte wählen dürfen, gestalten.
- ➔ Man braucht noch „andere“ (offene) Aufgaben.



Was bedeutet dagegen „Natürliche Differenzierung“?

Das Konzept der natürlichen Differenzierung wurde von Wittmann entwickelt (vgl. Wittmann 2010) und verlangt die Differenzierung von „unten“ resp. vom „Kind aus“ (vgl. Brügelmann 2000).

„Der Schlüssel dafür liegt in Lernangeboten, die eine niedrige Eingangsschwelle haben, einen bestimmten Grundbestand von Kenntnissen und Fertigkeiten sichern und darüber hinaus den Kindern Optionen ermöglichen, die sie nach ihren individuellen Möglichkeiten wahrnehmen können“ (Wittmann 2010, S. 63).

Es muss im Gesamtzusammenhang mit den vier anderen Prinzipien ‚Konzentration auf fachliche Grundideen‘, ‚Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen‘, ‚Produktives und automatisierendes Üben‘ und ‚systemische Qualitätssicherung‘ gesehen werden, und nur in Verbindung mit diesen Prinzipien kann es seine volle Wirkung entfalten“ (ebd., S. 63).



Analyse ausgewählter Lernumgebungen

Aktivität:

ca. ☺ ☺ ☺ ☺

45 min



Schauen Sie sich Ihr Material/ Ihre Lernumgebung genau an.

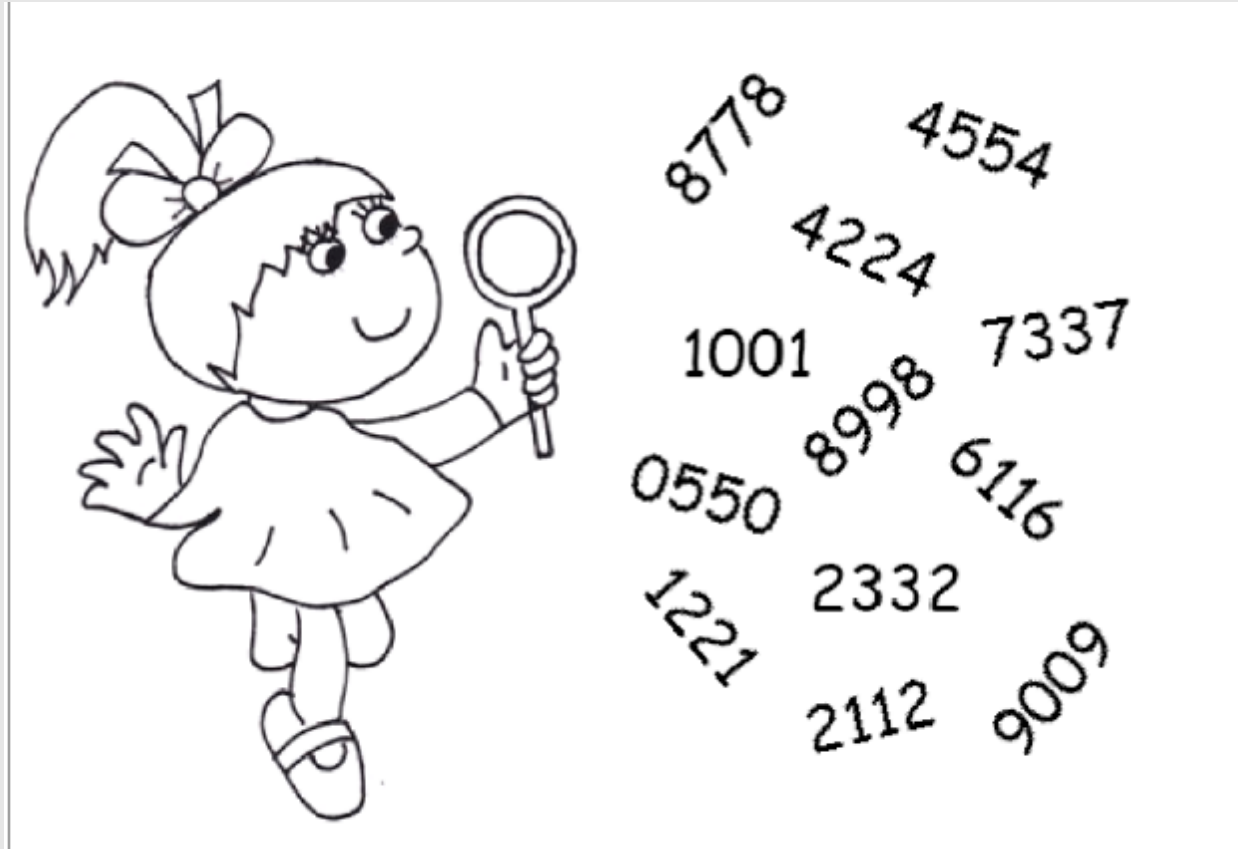
Jedes Arbeitsblatt/jeder Forschungsauftrag ist im Sinne der natürlichen Differenzierung konzipiert.

Was wird jeweils von stärkeren und was wird von den schwächeren Kindern verlangt? Welche Erwartungen würden Sie an die stärkeren/schwächeren Kinder stellen?

Halten Sie Ihre Arbeitsergebnisse (ggf. exemplarisch für ausgewählte Forschungsaufträge) bitte auf einem Flipchart-Bogen fest.



ANNA-Zahlen



| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 901 | 902 | 903 | 904 | 905 | 906 | 907 | 908 | 909 | 910 |
| 911 | 912 | 913 | 914 | 915 | 916 | 917 | 918 | 919 | 920 |
| 921 | 922 | 923 | 924 | 925 | 926 | 927 | 928 | 929 | 930 |
| 931 | 932 | 933 | 934 | 935 | 936 | 937 | 938 | 939 | 940 |
| 941 | 942 | 943 | 944 | 945 | 946 | 947 | 948 | 949 | 950 |
| 951 | 952 | 953 | 954 | 955 | 956 | 957 | 958 | 959 | 960 |
| 961 | 962 | 963 | 964 | 965 | 966 | 967 | 968 | 969 | 970 |
| 971 | 972 | 973 | 974 | 975 | 976 | 977 | 978 | 979 | 980 |
| 981 | 982 | 983 | 984 | 985 | 986 | 987 | 988 | 989 | 990 |
| 991 | 992 | 993 | 994 | 995 | 996 | 997 | 998 | 999 | 1000 |

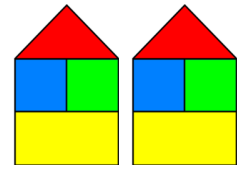


Analyse ausgewählter Lernumgebungen

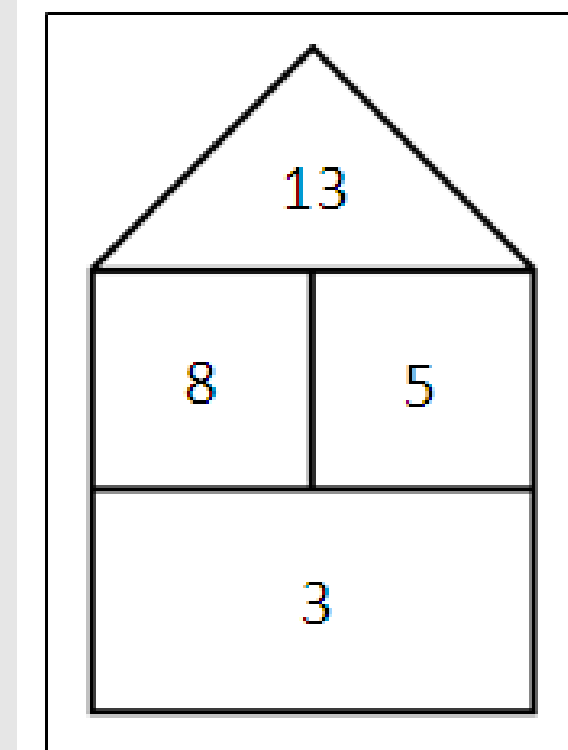
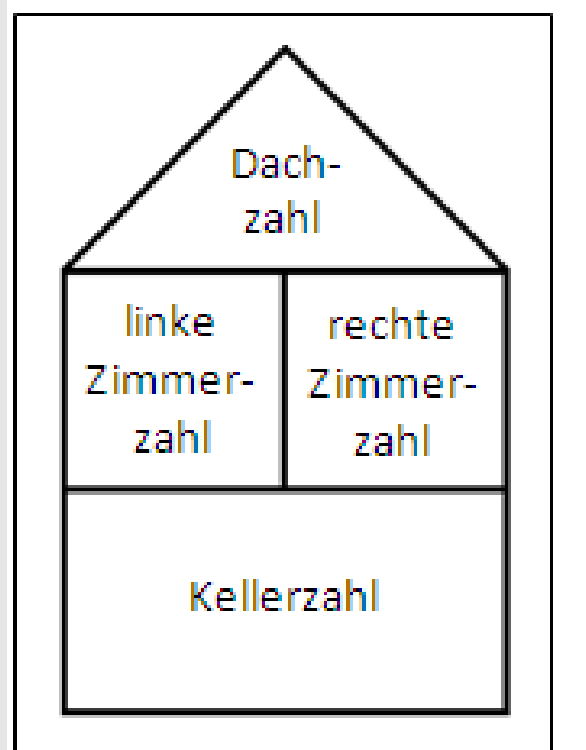
Wir rechnen im Tausenderbuch

Bestimme die Summe der Zahlen im Quadrat möglichst geschickt!

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 |
| 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 |
| 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |



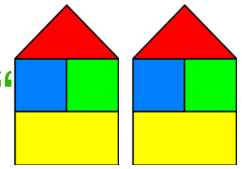
Rechenhäuser



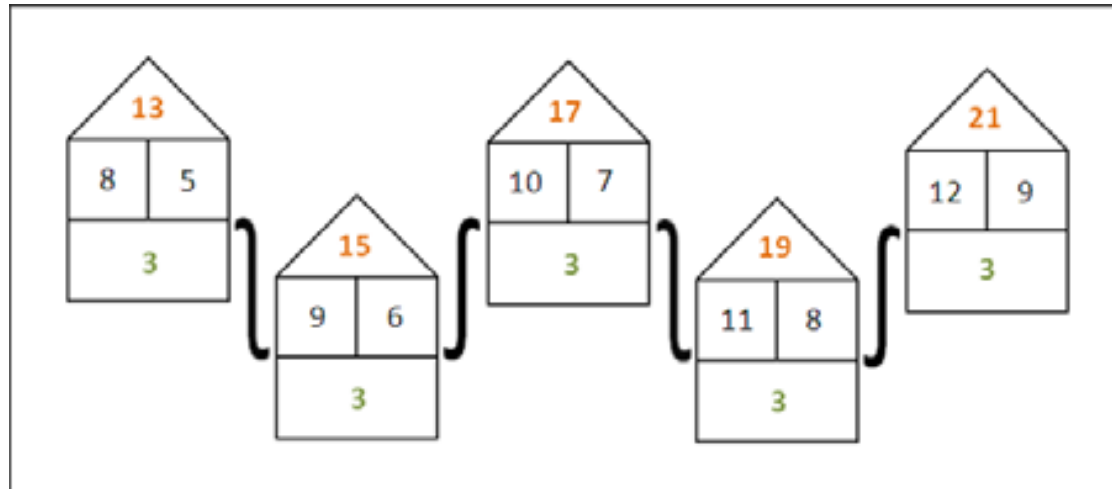
(vgl. Müller & Witmann 1994; Nührenbörger & Schwarzkopf 2010)



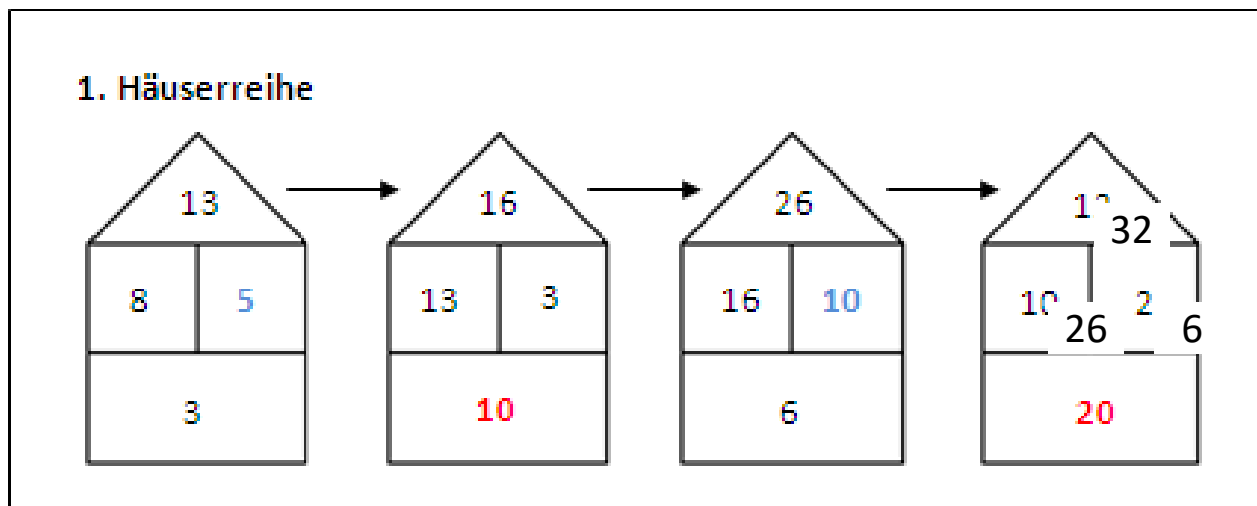
Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Operative Aufgabenserien

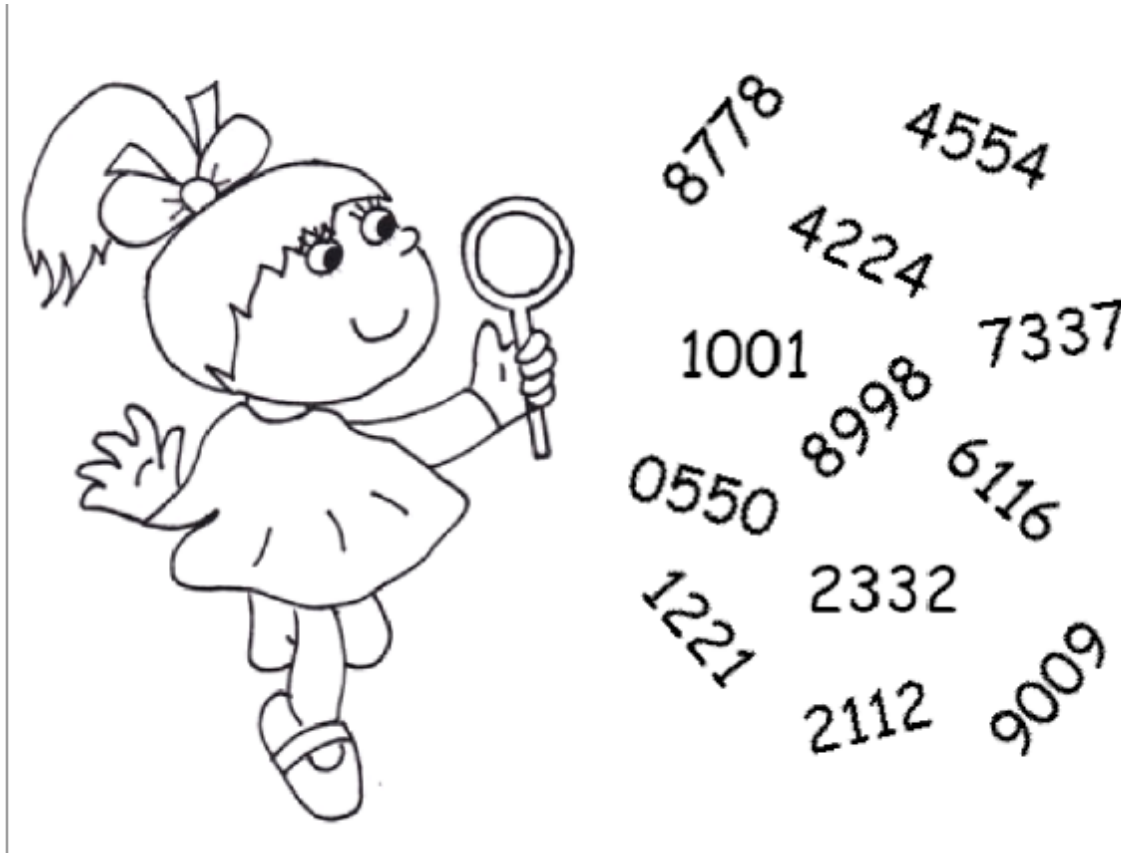


Häuserreihen – Zahlen ziehen um





ANNA-Zahlen in einem vierten Schuljahr





Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Niedriges Einstiegsniveau – Finde möglichst verschiedene Anna-Zahlen

4334, 6116, 5445, 7887, 8998,
6446
1001, 2112, 3883 6116
9889 1221

Hannah

Marie

9779, 8668, 4334, 9229, 7667, 2332, 2112, 2442, 2552,
2662, 2772, 2882, 2992, 3113, 3223, 3443, 3553, 3663, 3773,
3883, 3993, 3003, 4004, 4114, 4224, 4334, 4554, 4664,
4774, 4884, 4994, 5005, 5115, 5225, 5335, 5445,
5665, 5775



Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Marie steigt „tiefer“ in die Aufgabe ein

Finde alle Anna-Zahlen und sortiere sie so, dass man direkt sehen kann, dass du keine vergessen hast.

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0110 | 1001 | 2002 | 3003 | 4004 | 5005 | 6006 | 7007 | 8008 | 9009 |
| 0220 | 1221 | 2112 | 3113 | 4114 | 5115 | 6116 | 7117 | 8118 | 9119 |
| 0330 | 1331 | 2332 | 3223 | 4224 | 5225 | 6226 | 7227 | 8228 | 9229 |
| 0440 | 1441 | 2442 | 3443 | 4334 | 5335 | 6336 | 7337 | 8338 | 9339 |
| 0550 | 1551 | 2552 | 3553 | 4554 | 5445 | 6446 | 7447 | 8448 | 9449 |
| 0660 | 1661 | 2662 | 3663 | 4664 | 5665 | 6556 | 7557 | 8558 | 9559 |
| 0770 | 1771 | 2772 | 3773 | 4774 | 5775 | 6776 | 7667 | 8668 | 9669 |
| 0880 | 1881 | 2882 | 3883 | 4884 | 5885 | 6886 | 7887 | 8778 | 9779 |
| 0990 | 1991 | 2992 | 3993 | 4994 | 5995 | 6996 | 7997 | 8998 | 9889 |



Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Marie steigt noch „tiefer“ in die Aufgabe ein

Erkläre für ein Kind, dass die Anna-Zahlen nicht kennt, was eine Anna-Zahl ist!

Bei ~~einer~~ Anna-Zahl steht vorne und hinten ein
A bei der Zahl steht vorne und hinten die gleiche
Zahl. In der mitte stehen 2 Ns bei der Zahl
stehen auch 2 gleiche Zahlen

Beispiel: ANNA = 1001





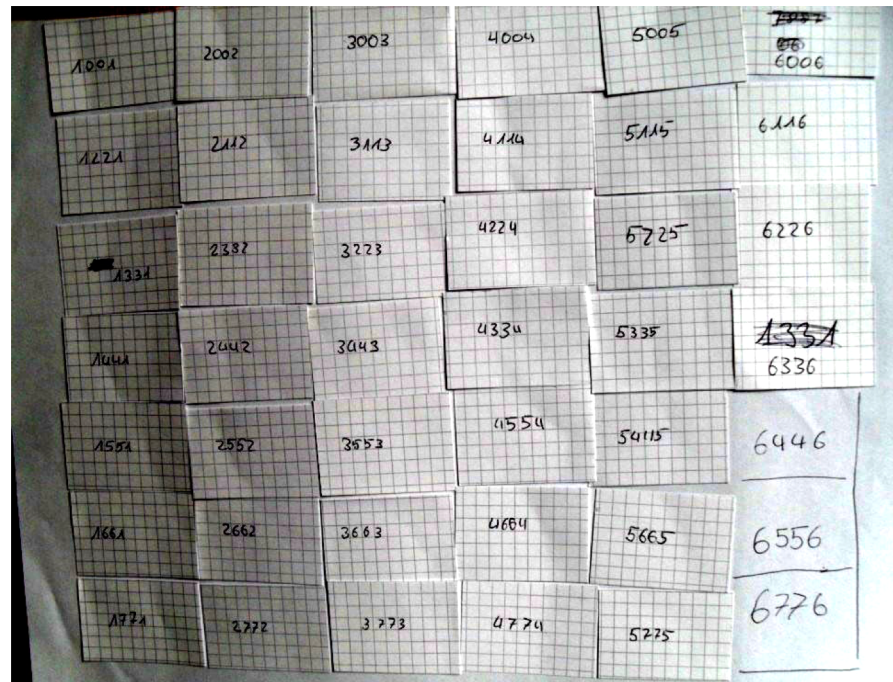
Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Option der individuellen Weiterentwicklung durch Materialunterstützung

1881, 8558, 3443, 7667, 9009, 5665, 1331, 1221, 0550
8008, 8118, 0110, 3113, 4334, 3443, 1441, 0440,
4004, ~~344~~, 3883

Lara





Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Anna-Aufgaben rechnen –

Finde weitere Aufgaben mit dem Ergebnis 891

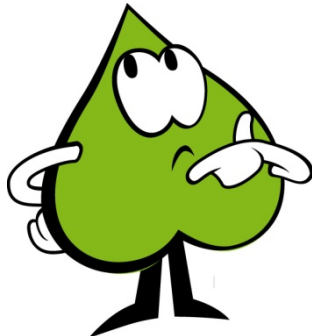
$$\begin{array}{r} 5445 \\ - 4554 \\ \hline 0891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8778 \\ - 7887 \\ \hline 0891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3223 \\ - 2332 \\ \hline 0891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ - 0110 \\ \hline 0891 \end{array}$$

Nina



$$\begin{array}{r} 1001 \\ - 0110 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2002 \\ - 0220 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3003 \\ - 0330 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4004 \\ - 0440 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5005 \\ - 0550 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6006 \\ - 0660 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7007 \\ - 0770 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8008 \\ - 0880 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9009 \\ - 0990 \\ \hline 891 \end{array}$$



Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Das Muster der Anna-Aufgaben erklären

Marie

Sie hat aus der Anna-Zahl 1221
 die Zahl 2112 gemacht ^{Weil} Sie hat
 die Plättchen verschiebt. Und hat
 dadurch die umgekehrte Anna-
 Zahl gemacht. Die Differenz
 ist 1 und deshalb muss das
 Ergebniss 891 sein.

Stimmt!

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 + 100 \\
 \hline
 1100 \\
 - 210 \\
 \hline
 890 \\
 + 1 \\
 \hline
 891
 \end{array}$$



Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Das Muster der Anna-Aufgaben erklären

Ahmed

Anna hat immer ~~einen~~ zwei
Plättchen (also eins von den
Hundertern und eins von den
Zehnern zu den ~~beiden~~ ^{äußeren}
Plättchen. So kommt immer
891 raus.



Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Das Muster der Anna-Aufgaben erklären

Ahmed

Anna hat diesmal
2 Plättchen verschoben.
Weil 2 das Doppelte von
1 ist kommt auch das doppelte
von der 891 raus
Die Stellenwerte von der 8 u.
9 werden -200 oder -2000
bei den $+2000$ und bei der 1
 $+2$. Das sind $1782 = 2 \cdot 891$

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 |
| 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 |
| 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

Wir rechnen im Tausenderbuch (3. Schuljahr)

Bestimme die Summe der Zahlen im Quadrat möglichst geschickt!

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 |
| 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 |
| 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 901 | 902 | 903 | 904 | 905 | 906 | 907 | 908 | 909 | 910 |
| 911 | 912 | 913 | 914 | 915 | 916 | 917 | 918 | 919 | 920 |
| 921 | 922 | 923 | 924 | 925 | 926 | 927 | 928 | 929 | 930 |
| 931 | 932 | 933 | 934 | 935 | 936 | 937 | 938 | 939 | 940 |
| 941 | 942 | 943 | 944 | 945 | 946 | 947 | 948 | 949 | 950 |
| 951 | 952 | 953 | 954 | 955 | 956 | 957 | 958 | 959 | 960 |
| 961 | 962 | 963 | 964 | 965 | 966 | 967 | 968 | 969 | 970 |
| 971 | 972 | 973 | 974 | 975 | 976 | 977 | 978 | 979 | 980 |
| 981 | 982 | 983 | 984 | 985 | 986 | 987 | 988 | 989 | 990 |
| 991 | 992 | 993 | 994 | 995 | 996 | 997 | 998 | 999 | 1000 |



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

Wir rechnen im Tausenderbuch – leistungsschwächere Kinder

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|---|
| <p>①</p> <table border="1"> <tr><td>35</td><td>36</td></tr> <tr><td>45</td><td>46</td></tr> </table> | 35 | 36 | 45 | 46 | <p>Ich rechne so:</p> $\begin{array}{r} 35+36=71 \\ \hline 30+30=60 \\ 5+6=11 \end{array}$ $\begin{array}{r} 71+91=162 \\ \hline 70+90=160 \\ 1+1=2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 45+46=91 \\ \hline 40+40=80 \\ 5+6=11 \end{array}$ |
| 35 | 36 | | | | |
| 45 | 46 | | | | |
| <p>③</p> <table border="1"> <tr><td>244</td><td>245</td></tr> <tr><td>254</td><td>255</td></tr> </table> | 244 | 245 | 254 | 255 | <p>Ich rechne so:</p> $200+200+200+200=800$ $800+40+40+50+50=980$ $980+4+5+4+5=998$ |
| 244 | 245 | | | | |
| 254 | 255 | | | | |
| <p>②</p> <table border="1"> <tr><td>244</td><td>245</td></tr> <tr><td>254</td><td>255</td></tr> </table> | 244 | 245 | 254 | 255 | <p>Ich rechne so:</p> $200 \times 200 + 200 \times 200 = 800$ $40+40+50+50=180$ $4+4+5+5=18$ $800+180+18=998$ |
| 244 | 245 | | | | |
| 254 | 255 | | | | |
| <p>④</p> <table border="1"> <tr><td>125</td><td>126</td></tr> <tr><td>135</td><td>136</td></tr> </table> | 125 | 126 | 135 | 136 | <p>Ich rechne so:</p> $\begin{array}{r} 125 \\ +135 \\ \hline 126 \\ +136 \\ \hline 522 \end{array}$ |
| 125 | 126 | | | | |
| 135 | 136 | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 901 | 902 | 903 | 904 | 905 | 906 | 907 | 908 | 909 | 910 |
| 911 | 912 | 913 | 914 | 915 | 916 | 917 | 918 | 919 | 920 |
| 921 | 922 | 923 | 924 | 925 | 926 | 927 | 928 | 929 | 930 |
| 931 | 932 | 933 | 934 | 935 | 936 | 937 | 938 | 939 | 940 |
| 941 | 942 | 943 | 944 | 945 | 946 | 947 | 948 | 949 | 950 |
| 951 | 952 | 953 | 954 | 955 | 956 | 957 | 958 | 959 | 960 |
| 961 | 962 | 963 | 964 | 965 | 966 | 967 | 968 | 969 | 970 |
| 971 | 972 | 973 | 974 | 975 | 976 | 977 | 978 | 979 | 980 |
| 981 | 982 | 983 | 984 | 985 | 986 | 987 | 988 | 989 | 990 |
| 991 | 992 | 993 | 994 | 995 | 996 | 997 | 998 | 999 | 1000 |



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

Wir rechnen im Tausenderbuch – leistungsmittlere Kinder

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|
| <p>⑤</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>125</td><td>126</td></tr> <tr><td>135</td><td>136</td></tr> </table> <p>Ich rechne so: $120 + 120 + 130 + 130 = 500$ $5 + 5 + 6 + 6 = 22$ $500 + 22 = 522$</p> | 125 | 126 | 135 | 136 | <p>⑥</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>25</td><td>26</td></tr> </table> <p>Ich rechne so: $20 + 40 = 60 + 10 =$ $70 + 12 = 82$</p> | 15 | 16 | 25 | 26 |
| 125 | 126 | | | | | | | | |
| 135 | 136 | | | | | | | | |
| 15 | 16 | | | | | | | | |
| 25 | 26 | | | | | | | | |
| <p>⑦</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>125</td><td>126</td></tr> <tr><td>135</td><td>136</td></tr> </table> <p>Ich rechne so: $125 + 126 = 251$ $135 + 136 = 271$ $251 + 271 = 522$</p> | 125 | 126 | 135 | 136 | <p>⑧</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>125</td><td>126</td></tr> <tr><td>135</td><td>136</td></tr> </table> <p>Ich rechne so: $125 + 126 = 251$ $251 + 135 = 386$ $386 + 136 = 522$</p> | 125 | 126 | 135 | 136 |
| 125 | 126 | | | | | | | | |
| 135 | 136 | | | | | | | | |
| 125 | 126 | | | | | | | | |
| 135 | 136 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 |
| 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 |
| 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

Wir rechnen im Tausenderbuch – leistungsstarke Kinder

| | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|--|
| <p>9</p> <table border="1"> <tr><td>202</td><td>203</td></tr> <tr><td>212</td><td>213</td></tr> </table> | 202 | 203 | 212 | 213 | <p>Ich rechne so:</p> $202 + 202 = 404$ $404 + 1 = 405$ $212 + 212 = 424$ $424 + 1 = 425$ $400 + 400 = 800$ $25 + 5 = 30$ $800 + 30 = 830$ |
| 202 | 203 | | | | |
| 212 | 213 | | | | |
| <p>11</p> <table border="1"> <tr><td>189</td><td>190</td></tr> <tr><td>199</td><td>200</td></tr> </table> | 189 | 190 | 199 | 200 | <p>Ich rechne so:</p> $4 \cdot 200 = 800$ $800 - 22 = 778$ |
| 189 | 190 | | | | |
| 199 | 200 | | | | |
| <p>13</p> <table border="1"> <tr><td>244</td><td>245</td></tr> <tr><td>254</td><td>255</td></tr> </table> | 244 | 245 | 254 | 255 | <p>Ich rechne so:</p> $200 + 600 = 800$ $44 + 44 = 88$ $55 + 55 = 110$ $888 + 110 = 998$ |
| 244 | 245 | | | | |
| 254 | 255 | | | | |
| <p>10</p> <table border="1"> <tr><td>244</td><td>245</td></tr> <tr><td>254</td><td>255</td></tr> </table> | 244 | 245 | 254 | 255 | <p>Ich rechne so:</p> $245 + 255 = 500$ $244 + 256 = 500$ $254 + 246 = 500$ $255 + 245 = 500$ $500 + 500 = 1000$ $1000 - 2 = 998$ |
| 244 | 245 | | | | |
| 254 | 255 | | | | |
| <p>12</p> <table border="1"> <tr><td>202</td><td>203</td></tr> <tr><td>212</td><td>213</td></tr> </table> | 202 | 203 | 212 | 213 | <p>Ich rechne so:</p> $205 + 200 = 405$ $215 + 210 = 425$ $425 + 405 = 830$ |
| 202 | 203 | | | | |
| 212 | 213 | | | | |
| <p>14</p> <table border="1"> <tr><td>202</td><td>203</td></tr> <tr><td>212</td><td>213</td></tr> </table> | 202 | 203 | 212 | 213 | <p>Ich rechne so:</p> $415 + 415 = 830$ |
| 202 | 203 | | | | |
| 212 | 213 | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 901 | 902 | 903 | 904 | 905 | 906 | 907 | 908 | 909 | 910 |
| 911 | 912 | 913 | 914 | 915 | 916 | 917 | 918 | 919 | 920 |
| 921 | 922 | 923 | 924 | 925 | 926 | 927 | 928 | 929 | 930 |
| 931 | 932 | 933 | 934 | 935 | 936 | 937 | 938 | 939 | 940 |
| 941 | 942 | 943 | 944 | 945 | 946 | 947 | 948 | 949 | 950 |
| 951 | 952 | 953 | 954 | 955 | 956 | 957 | 958 | 959 | 960 |
| 961 | 962 | 963 | 964 | 965 | 966 | 967 | 968 | 969 | 970 |
| 971 | 972 | 973 | 974 | 975 | 976 | 977 | 978 | 979 | 980 |
| 981 | 982 | 983 | 984 | 985 | 986 | 987 | 988 | 989 | 990 |
| 991 | 992 | 993 | 994 | 995 | 996 | 997 | 998 | 999 | 1000 |



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

Wir rechnen im Tausenderbuch – Entwicklung eines schwachen Kindes

| | |
|-----|-----|
| 202 | 203 |
| 212 | 213 |

830

Ich rechne so:

$$202 + 203 = 405$$

$$200 + 200 = 400$$

$$0 + 0 = 00$$

$$2 + 3 = 5$$

$$212 + 213 = 425$$

$$200 + 200 = 400$$

$$10 + 10 = 20$$

$$2 + 3 = 5$$

$$405 + 425 = 830$$

$$400 + 400 = 800$$

$$0 + 20 = 20$$

$$5 + 5 = 10$$

Meine Rechnung ist geschickt, weil...

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 901 | 902 | 903 | 904 | 905 | 906 | 907 | 908 | 909 | 910 |
| 911 | 912 | 913 | 914 | 915 | 916 | 917 | 918 | 919 | 920 |
| 921 | 922 | 923 | 924 | 925 | 926 | 927 | 928 | 929 | 930 |
| 931 | 932 | 933 | 934 | 935 | 936 | 937 | 938 | 939 | 940 |
| 941 | 942 | 943 | 944 | 945 | 946 | 947 | 948 | 949 | 950 |
| 951 | 952 | 953 | 954 | 955 | 956 | 957 | 958 | 959 | 960 |
| 961 | 962 | 963 | 964 | 965 | 966 | 967 | 968 | 969 | 970 |
| 971 | 972 | 973 | 974 | 975 | 976 | 977 | 978 | 979 | 980 |
| 981 | 982 | 983 | 984 | 985 | 986 | 987 | 988 | 989 | 990 |
| 991 | 992 | 993 | 994 | 995 | 996 | 997 | 998 | 999 | 1000 |



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

**Wir rechnen im Tausenderbuch –
Entwicklung eines schwachen Kindes**

Alex rechnet so:

| | |
|-----|-----|
| 244 | 245 |
| 254 | 255 |

$$244 + 255 = 499$$

$$245 + 254 = 499$$

$$499 + 499 = 998$$



Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 |
| 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 |
| 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |

Wir rechnen im Tausenderbuch – Entwicklung eines schwachen Kindes

| | |
|-----|-----|
| 202 | 203 |
| 212 | 213 |

Ich rechne so:

$$202 + 213 = 415$$

$200 + 200 = 400$
 $0 + 10 = 10$
 $2 + 3 = 5$

$$212 + 203 = 415$$

$200 + 200 = 400$
 $10 + 0 = 10$
 $2 + 3 = 5$

415 + 415 = 830

400 + 400 = 800

10 + 10 = 20

5 + 5 = 10

Meine Rechnung ist geschickt, weil...

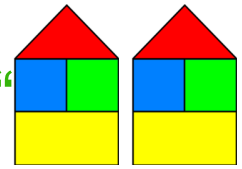
wei ich
über Kreuz
rechne.

Jede nicht selbst entwickelte Rechenstrategie stellt für Kinder natürlich immer auch **Lernstoff** dar und bedarf daher intensiver Übung.

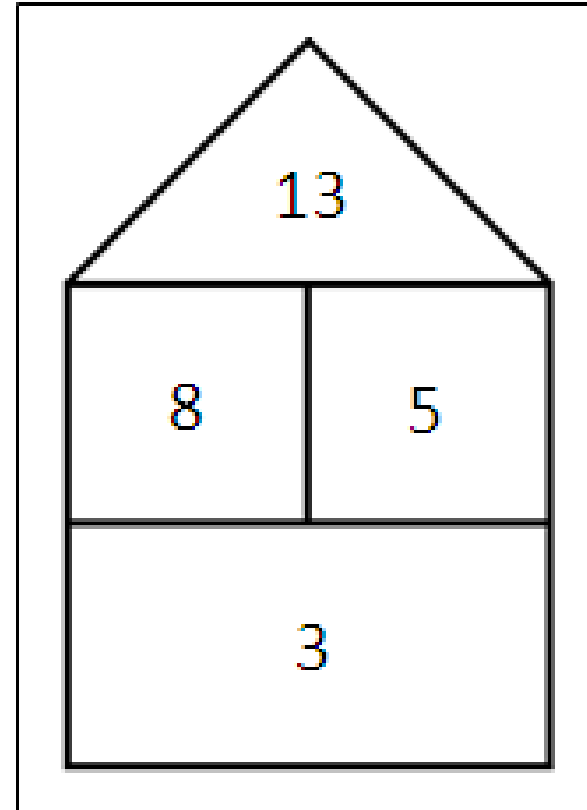
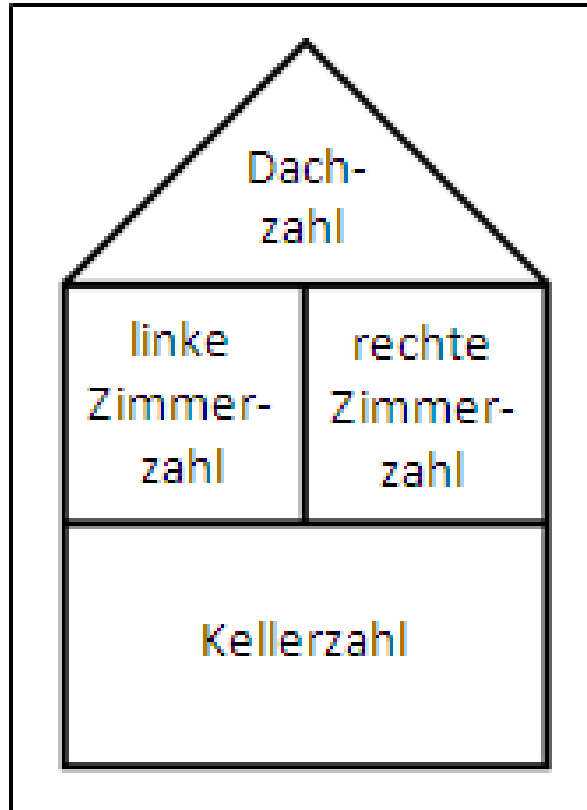
(vgl. SELTER 2003, S. 40)

Forscherheft und weitere Dokumente sind verfügbar unter:
www.kira.uni-dortmund.de (Addition im Tausenderbuch)



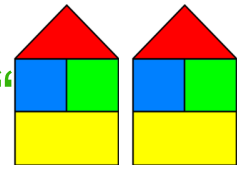


Rechenhäuser in einem dritten Schuljahr

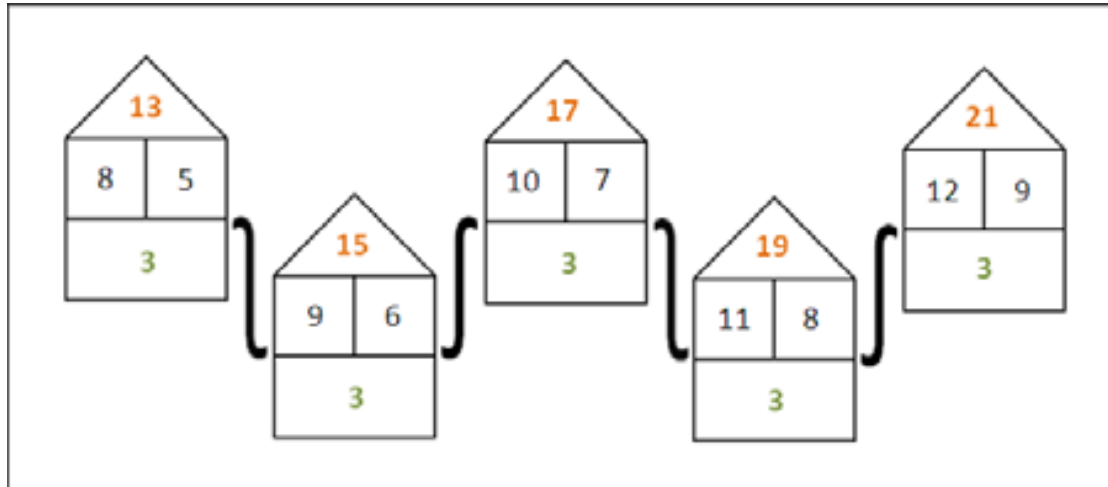




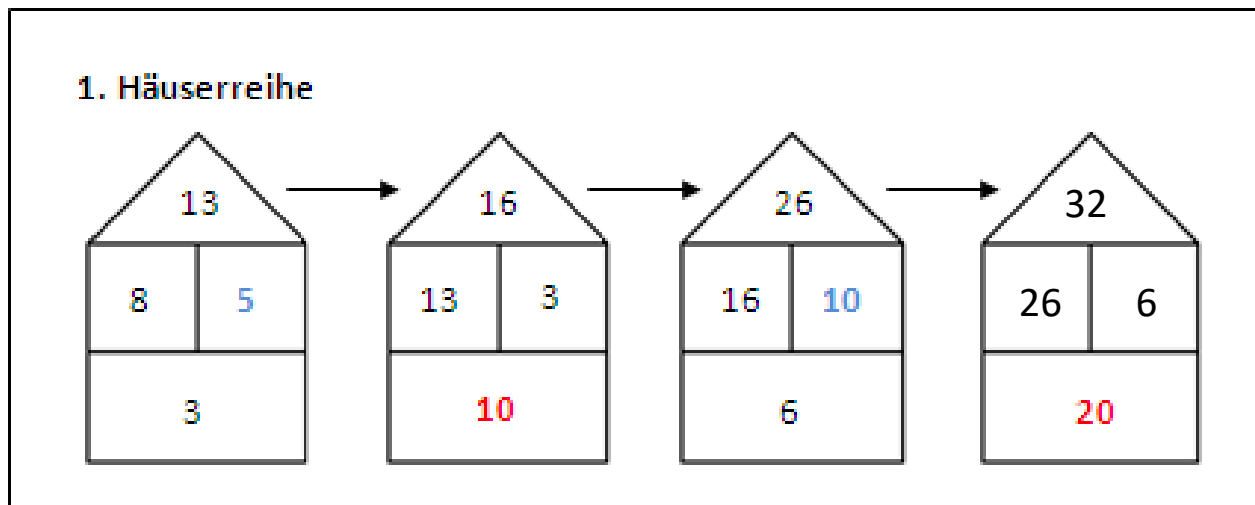
Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Operative Aufgabenserien

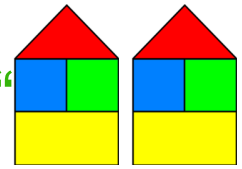


Häuserreihen – Zahlen ziehen um



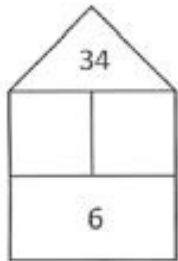


Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Niedriges Einstiegsniveau –

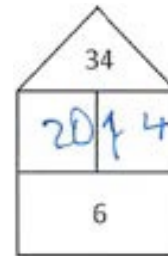
(un)lösbare Rechenhäuser ausrechnen und Strategien entdecken



- Ja,
 Nein,

weil... Es keine Zahl gibt die das ergebnis mit minus unten ergibt.

Lisa



- Ja,
 Nein.

weil... $20 - 6 = 14$
 $34 - 20 = 14$
 weil die zahlen zusammen passen.

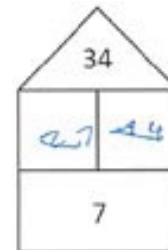
Tom



- Ja,
 Nein,

...weil man das ergebnis nicht halbieren kann. Weil es ungrade ist. Man kann auch die Häuser rechnen die grade grade und ungrade un.

Alina



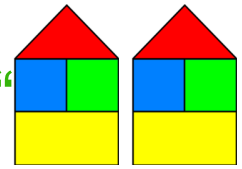
- Ja,
 Nein,

weil... Nein den wenn ~~21 und 4~~ man 21 und 13 nimmt sind oben zwar 34 aber unten passt es nicht also wenn es oben passt passt es unten nicht und das ist immer so. und

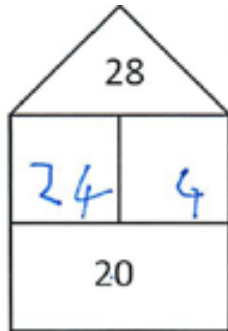
Timo



Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“

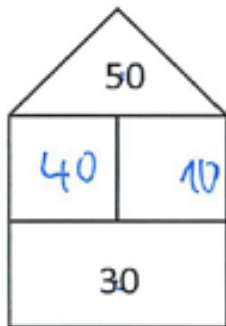


Kinder, die tiefer in die Aufgabe einsteigen, schreiben Tippkarten für die Mitschüler.



Felix

Ich habe erst die Kellerzahl mit der Dachzahl ergänzt. Das Ergebnis Ergebnis ~~er~~ habe ich geteilt dass die eine Zahl habe ich ins rechte Zimmer getan und die andere Zahl habe ich ins linke Zimmer getan

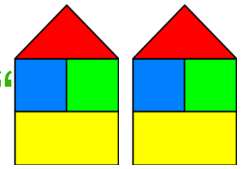


Sören

Rechne die Kellerzahl - die Dachzahl dann halbiere das Ergebnis und schreibe das Ergebnis ins rechte Zimmer und das ~~re~~ rechte rechte Zimmer und das rechte Zimmer ~~Rechts~~ das linke Zimmer = Dachzahl

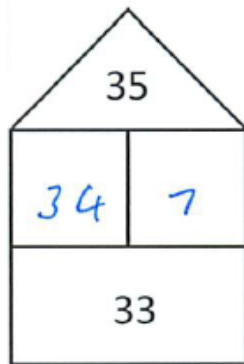


Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Alle Kinder versuchen diese Aufgabe zu bearbeiten, wenn sie möchten.

Annika



Man muss gucken wenn man

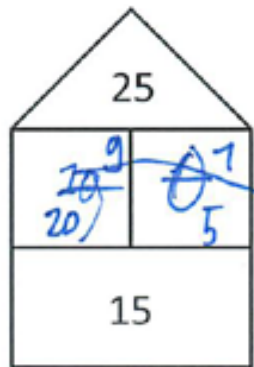
~~35~~

~~hat man man das macht also~~
ich habe jetzt 35 dan muss
33 | 2
33

33

man 33 und 2 das passt nicht den
 $33 - 2 = 31$ undes muss ja 33 sein
also neme ich jetzt 34 und 7 35
das past weil $34 - 1 = 33$ 34 | 1
3 sind und $34 + 1 = 35$ sind.

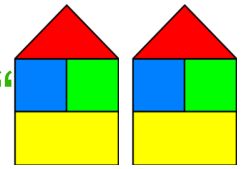
Ramona



Ich habe viele Zahlen
aus Probirt. Bis ich ~~das~~
er... Bis es gestümthet.



Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Der soziale Austausch ist wichtig!
Eine Mathekonzferenz wurde abgehalten!

Zu den Aufgaben 2a und 2b!

| | |
|----|----|
| 50 | |
| 40 | 10 |
| 30 | |

| | |
|----|----|
| 40 | |
| 30 | 10 |
| 20 | |

| | |
|----|---|
| 12 | |
| 10 | 2 |
| 8 | |

| | |
|----|----|
| 30 | |
| 20 | 10 |
| 10 | |

| | |
|---------------------|---|
| 35 | |
| 45 30 | 1 |
| 33 | |

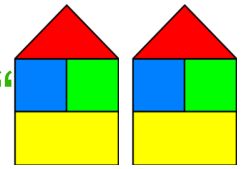
| | |
|----|---|
| 20 | |
| 15 | 5 |
| 10 | |

Man muss 10 plus 30 rechnen das sind 40 die Hälfte von 30 ist 15 also 40 + 15 = 55 wie viel = 50 - 10 fertig

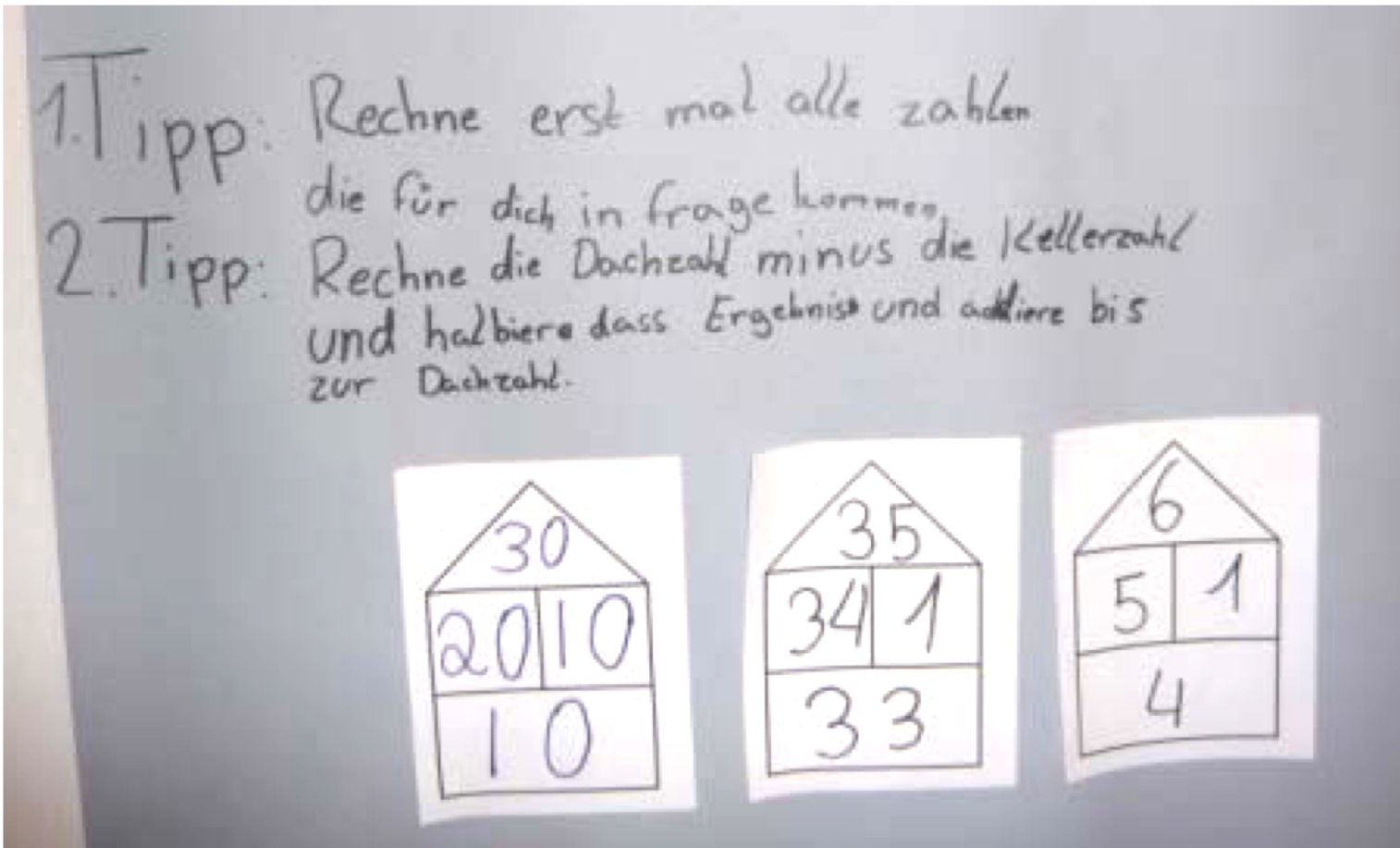
Man muss 10 plus 30 rechnen das sind 40 dann man muss die 40 halbieren und in die linke Zimmerzahl schreiben und dann weiß man ja was in die rechte Zimmerzahl kommt



Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“

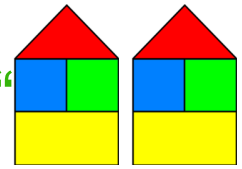


Der soziale Austausch ist wichtig!
Eine Mathekonzferenz wurde abgehalten!

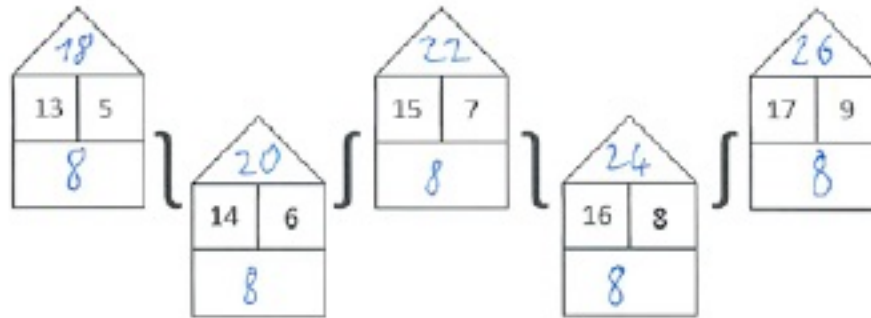




Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Häuserreihen bieten Möglichkeiten für weitere Entdeckungen und fordern zum beschreiben und begründen auf.



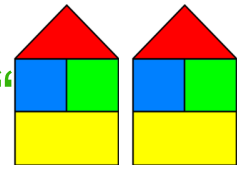
Ich habe entdeckt, dass ...

Die Dachzahl immer um zwei größer wird.
Und die Kellerzahl immer gleich bleibt.

Das ist so, weil ...

Die Dachzahl wird immer zwei mehr weil ~~weil~~ in die linke Zimmerzahl immer eine Zahl mehr bekommt und die rechte Zimmerzahl weil die Zahl die man + rechnen nur ein größer wird und die andere ach.

Kevin



Feedback der Kinder

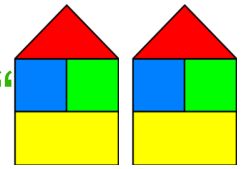
~~das~~ ihr: Ich fand alles gut und fand schön
das wir nicht das gerechnet haben das wir immer
rechnen.

Weil mir die rechen heuser späs
gemacht haben und weil wir jetzt
wissen was ein Mathe koferenz ist.

weil
Ich fand's gut ~~das bei euch~~ man nichts
falsch machen kan und weil Mathe
zum ersten mal in meinem leben späs
machte es gab von euch auch keine
kestigen Hausaufgaben in Mathe



Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Das habe ich gelernt! Das kann ich jetzt besser!

Ich habe gelernt wie man Rechen
häuser ausrechnet

Das man bei Mathe auch Spaß
haben kann und, das man nicht
immer nur was falsch machen
kann sondern auch mal was richtig.

Ich ~~hat~~ habe gelernt das mit Rechen
~~häusern~~ Rechenhäusern gut
rechnen kann. Ich habe beim
Rechnen jetzt viel mehr gedult.

~~Ich~~ Ich habe gelernt, das es im 3. Schuljahr
auch spannender Mathe gibt



Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!





Hinweise zu den Lizenzbedingungen



Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können zum Zweck der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.