



Moderationspfad

Haus 6 FM Modul 6.2: Leistungsstarke Kinder im Mathematikunterricht

Zeit	Kommentar	Material
5'	<p><u>Phase 0: Begrüßung Transparenz</u> Begrüßung / Transparenz über Verlauf der Fortbildungsmodule und Inhalte</p> <p><u>Folie 2, 3:</u> M gibt Transparenz über die zentralen Leitfragen und den geplanten Verlauf der Fortbildung</p> <p>Anmerkung: Die Inhalte der beiden Folien können auch auf Flipchartbögen übertragen werden, so dass sie den TN während der Fortbildung präsent bleiben.</p>	<p>Laptop / Beamer</p> <p>Folie 2</p> <p> Leitfragen der Fortbildung</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Was heißt „mathematische Begabung“?▪ Wie kann ich „mathematische Begabung“ im Unterricht erkennen?▪ Wie kann ich „mathematisch begabte Kinder“ im Unterricht fördern? <p><small>Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)  2</small></p> <p>Folie 3</p> <p> Leitfragen der Fortbildung</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Was heißt „mathematische Begabung“?▪ Wie kann ich „mathematische Begabung“ im Unterricht erkennen?▪ Wie kann ich „mathematisch begabte Kinder“ im Unterricht fördern? <p><small>Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)  2</small></p>

Phase 1: Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?

10'

Folie 4: Aktivität 1

M erläutert den **TN** zum Einstieg die erste Aktivität: Die **TN** sollen in EA oder PA mit der Aufgabe zu den Dreieckszahlen auseinandersetzen um später die Schülerlösung besser nachvollziehen zu können. **M** erläutert dazu kurz das Format der Dreieckszahlen und die Aufgabenstellung.

10'

M moderiert den Austausch über die Arbeitsergebnisse zu den Aufgabenstellungen. **TN** formulieren ihre Ergebnisse und Vorgehensweisen.

(Folie 5 und 6 (ausgeblendet) dienen dem Moderator als ergänzende Information zu der graphischen Herleitung der Gaußschen Summenformel zur Berechnung der 5. und der 30. Umkehrzahl (können aber auch je nach **TN**-Kreis eingeblendet werden): Die Dreieckszahl n lässt sich als gleichschenkliges Punktdreieck mit der Schenkellänge n (Punkte) darstellen. Setzt man zwei dieser Dreiecke zu einem Rechteck mit der Seitenlänge n und $n+1$ zusammen, so besteht dieses Rechteck aus $n \cdot (n+1)$ Punkten. Die Anzahl der Punkte des Dreiecks und damit die Dreieckszahl n lässt sich durch die Halbierung der Rechteckspunkte bestimmen. So erhält man die gaußsche Summenformel zur Berechnung der Dreieckszahlen:
 $D_n = [n \cdot (n+1)] : 2$

Folie 7: Aktivität 2

M leitet zur nächsten Aktivität über und erklärt den Arbeitsauftrag. Die **TN** verfolgen den Film zu Helenas Lösung der Aufgabe und machen sich erste Notizen auf dem Arbeitsblatt zu den Fragestellungen. Nach der Vorführung des Films halten die **TN** in GA stichpunktartig ihre Überlegungen zu den Merkmalen Helenas Begabung auf Karteikarten fest.

Es ist zu beachten, dass sich Helena während ihrer Rechnung an zwei Stellen verrechnet: Sie rechnet: $275 + 39 = 304$ (an dieser Stelle hätte sie eigentlich 37 addieren müssen. Die 39 setzt sich aus den zwei Summanden 19 und 20 zusammen. Die 20 wurde allerdings von Helena schon durch die Addition $234 + 41$ einbezogen, es wurden also 20 zuviel addiert. Da Helena bei der Addition $275 + 39$

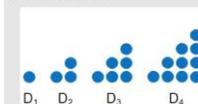
Folie 4



1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?

Aktivität 1:

Dreieckszahlen



Halten Sie Ihre Überlegungen fest:

Wie sieht die nächste Dreieckszahl (D_5) aus?

Aus wie vielen Punkten besteht sie?

Aus wie vielen Punkten besteht die 30. Dreieckszahl?



Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

4

Film: Helena berechnet Dreieckszahlen/
Karteikarten/ Arbeitsblatt 1

Folie 7



1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?

Aktivität 2:

Helena
3. Schuljahr
berechnet
Dreieckszahlen



1. Überlegen Sie wie Helena die 30. Dreieckszahl berechnet?
2. Halten Sie Helena für „mathematisch begabt“? Begründen Sie Ihre Meinung.
3. Tauschen Sie sich in einer kurzen Murreunde mit Ihren Nachbarn aus.

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

7



<p>20'</p>	<p>= 304 um 10 verrechnet (=314) und bei der Rechnung $439 + 15 = 444$ (=454) erneut 10 zu wenig addiert, wird die doppelte Addition der 20 ausgeglichen. Helena kommt somit trotzdem zum richtigen Ergebnis.</p> <p><u>Folie 8:</u> TN heften gruppenweise ihre Karteikarten an. Die erste Gruppe erläutert ihre Einschätzung, die anderen ergänzen. Ggf. werden die Karten anschließend noch einmal nach verschiedenen Gesichtspunkten sortiert. M unterstützt diesen Prozess. Am Ende des Austausches fasst M zusammen und leitet (wenn noch nicht durch die TN geschehen) erste allg. Merkmale mathematischer Begabung ab (z.B. Erkennen bzw. Nutzen von Strukturen). Falls die TN die Fehler in der Rechnung nicht bemerken, sollte der M diese aufgreifen. Es sollte diskutiert werden, ob vor diesem Hintergrund eine Begabung Helenas ausgeschlossen werden kann. In Teil 3 der Fortbildung kann dieser Gedanke aufgegriffen werden (Folie 33: „Schnelles und fehlerfreies Bearbeiten von Aufgaben gehört nicht zu den Begabungsmerkmalen“).</p>	<p style="text-align: center;">Folie 8</p> <p>1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?</p> <p>Aktivität 2:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>Helena 3. Schuljahr</p> <p>berechnet Dreieckszahlen</p> </div> <p>1. Überlegen Sie wie Helena die 30. Dreieckszahl berechnet? 2. Halten Sie Helena für „mathematisch begabt“? Begründen Sie Ihre Meinung. 3. Tauschen Sie sich in einer kurzen Murreunde mit Ihren Nachbarn aus.</p> <p style="font-size: small; text-align: center;">Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de/) 7</p>
<p>10'</p>	<p>Phase 2: „Begabung“ – Begriffliches <u>Folie 10:</u> M zeigt die Fülle verschiedener Begrifflichkeiten, die in der Literatur zur Begabtenförderung zur Sprache kommen, um die uneinheitliche Verwendung zu skizzieren.</p>	<p style="text-align: center;">Folie 10</p> <p>1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?</p> <p>Aktivität 2:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>Helena 3. Schuljahr</p> <p>berechnet Dreieckszahlen</p> </div> <p>1. Überlegen Sie wie Helena die 30. Dreieckszahl berechnet? 2. Halten Sie Helena für „mathematisch begabt“? Begründen Sie Ihre Meinung. 3. Tauschen Sie sich in einer kurzen Murreunde mit Ihren Nachbarn aus.</p> <p style="font-size: small; text-align: center;">Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de/) 7</p>

Folie 11:

M unterscheidet mit Umfang und Ursache zwei Perspektiven auf den Begabungsbegriff. Bzgl. des Umfangs kann Begabung als individuelles Fähigkeitspotenzial für hervorragende Leistungen oft nur in einem bestimmten Bereich **oder** im Bezug auf die gesamte Leistungsdisposition verstanden werden.

Folie 12-14:

M erläutert auch die zwei Sichtweisen auf die Ursache von Begabung. Hier wird auf der einen Seite Begabung als Konsequenz festgelegter Erbanlagen verstanden. Auf der anderen Seite wird die Entwicklung von Begabung als Prozess verstanden, der sich in wechselseitigen Zusammenhängen mit den Persönlichkeitsmerkmalen und von Umwelteinflüssen entwickelt. (siehe auch Käpnick 2014, S. 20)

Folie 15:

In diesem Schaubild wird ein Überblick gegeben, wovon das Begabungspotential abhängig ist und die intra- und interpersonalen Katalysatoren noch mal genau aufgeführt. (Folie ist optional.)

Folie 11

2. „Begabung“ – Begriffliches

Zwei Sichtweisen auf den Umfang der Begabung:
(vgl. Peter-Koop, Fischer & Begic 2001)

1. Bezogen auf das individuelle Fähigkeitspotenzial für herausragende Leistungen oft nur in einem bestimmten Bereich
2. Bezogen auf eine sehr gute allgemeine Intelligenz als notwendige Bedingung für mathematische Begabung

Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

11

Folie 14

2. „Begabung“ – Begriffliches

Das Begabungspotenzial ist einerseits z. T. angeboren bzw. **erblich bedingt** und andererseits das **Ergebnis von günstigen intrapersonalen und interpersonalen Katalysatoren.**

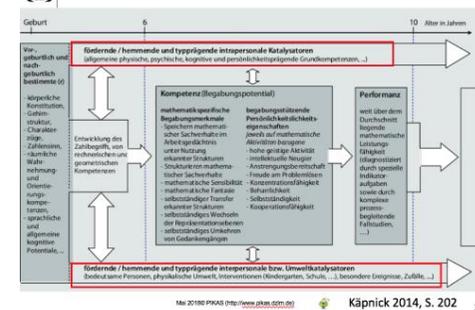
in Anlehnung an Käpnick 2014, S. 200

Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

14

Folie 15

2. „Begabung“ – Begriffliches



Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

Käpnick 2014, S. 202

15

	<p>Folie 16: Als Grundlage für die Weiterarbeit in der Fortbildung erläutert M allgemeine Persönlichkeitseigenschaften (nach Käpnick 2014), die begabte Menschen aufweisen, welche von den TN noch weiter ergänzt werden können.</p>	<p style="text-align: right;">Folie 16</p> <p>2. „Begabung“ – Begriffliches</p> <p>Allgemeine Persönlichkeitseigenschaften</p> <ul style="list-style-type: none"> • hohe geistige Aktivität • intellektuelle Neugier • Anstrengungsbereitschaft, Motivation • Freude am Problemlösen • Konzentrationsfähigkeit und Beharrlichkeit • Selbstständigkeit • Kooperationsfähigkeit • (vgl. KÄPNICK 2014) <p style="text-align: right;"><small>Mai 20180 PIKAS (PIK) / www.pikas.dzlm.de/ 16</small></p>
20'	<p><u>Phase 3: Begabung erkennen</u></p> <p>Folie 18: Nach der Begriffsklärung mathematische Begabung leitet M zu der Frage über, wie eine solche Begabung nun im Unterricht erkannt werden kann. Die provokante Zeichnung soll dabei andeuten, dass das Erkennen mathematischer Begabung keine einfache Aufgabe ist, da die „Betroffenen“ sich meist nicht selber zu erkennen geben.</p> <p>Folie 19-21: Zunächst wird eine Definition von Käpnick/Fuchs (2014) eingeblendet und erläutert. Hierbei wird mit den rotunterlegten Begriffen die für „Begabte“ beobachteten Merkmale mathematischen Tuns hervorgehoben.</p>	<p style="text-align: right;">Folie 18</p> <p>3. Mathematische Begabung erkennen</p>  <p style="text-align: right;">Folie 21</p> <p style="text-align: right;"><small>(vgl. KÄPNICK 2014)</small></p> <ul style="list-style-type: none"> • • Kooperationsfähigkeit • Selbstständigkeit • Konzentrationsfähigkeit und Beharrlichkeit • Freude am Problemlösen • Anstrengungsbereitschaft, Motivation • intellektuelle Neugier • hohe geistige Aktivität <p>Allgemeine Persönlichkeitseigenschaften</p> <p>5. „Begabung“ – Begriffliches</p> <p style="text-align: right;"><small>Mai 20180 PIKAS (PIK) / www.pikas.dzlm.de/ 18</small></p>

Folie 22:

Um die Frage nach dem Erkennen mathematischer Begabung zu beantworten, ist es nötig Begabungsmerkmale zu skizzieren, die als Kennzeichen einer Begabung verstanden werden können. **M** nennt daher die von Käpnick (2014) aufgezeigten Begabungsmerkmale.

Die einzelnen Punkte sind dabei nicht als unabhängige Teilkompetenzen zu verstehen, viel mehr bedingen sie sich gegenseitig und stehen in engem Zusammenhang.

M weist darauf hin, dass im Folgenden erst mal nur ausgewählte Begabungsmerkmale anhand von Helenas Vorgehen bei der Aufgabenbearbeitung aufgezeigt werden.

Folie 25:

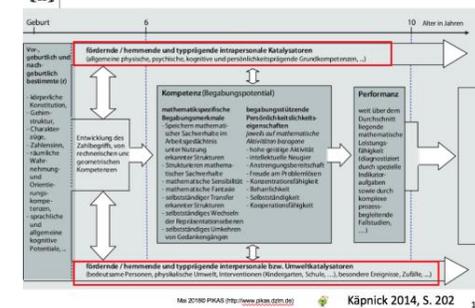
Zu Beginn wird das Merkmal „Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte...“ anhand eines Transkriptausschnitts erläutert. Hier erklärt Helena, wie sich die zu addierenden Zahlen während ihrer Berechnung der 30. Dreieckszahl merken kann. Bei ihrer Erklärung (45 setzt sich etwa aus den Zahlen 12 und 13 zusammen) verspricht Helena sich. Das ändert nichts an ihrem geschickten Ausnutzen der Zahlstruktur zu Orientierung in ihrem Rechenweg. wird der Punkt „Fähigkeit zu Strukturieren“ ausgegriffen. Anhand eines Ausschnitts von Helenas Rechnung zeigt **M** auf, wie Helenas in dem Punktmuster der Dreieckszahlen eine Struktur erkannt und ausgenutzt hat (das Betrachten der Punkte in Zeilen und die paarweise Addition der Zeilen).

Folie 26-27:

Anhand einer Eigenaktivität sollen die **TN** selber feststellen, dass man sich eine Anordnung von Zahlen besser merken kann, wenn man diese nach einem für sich logischen Muster strukturiert und sie nach Abrufen dieses Musters (auch nach einem längeren Zeitraum) wiedergeben kann.

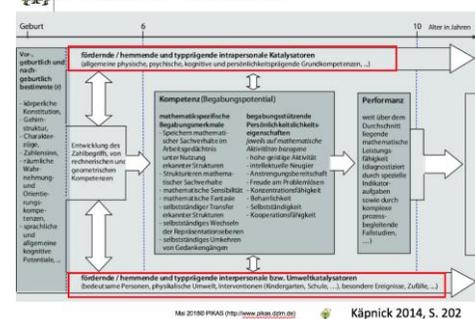
Folie 22

2. „Begabung“ – Begriffliches



Folie 25

2. „Begabung“ – Begriffliches



Folie 26

3. Mathematische Begabung erkennen

Aktivität 3:

Schauen Sie sich das folgende Zahlenquadrat 30 Sekunden an. Notieren Sie in einem 4x4-Quadrat alle Zahlen, die Sie sich merken konnten.

Diskutieren Sie anschließend: Wie sind Sie vorgegangen?

Wie könnten mathematisch begabte Kinder vorgehen?



Folie 28:

Auf dieser Folie wird ein Überblick gegeben, wie Drittklässler die soeben durchgeführte Eigenaktivität angegangen sind. Die **TN** können diese Vorgehensweisen mit ihrer eigenen abgleichen.

Folie 30:

Im Anschluss wird der Punkt „Fähigkeit zu Strukturieren“ ausgegriffen. Anhand eines Ausschnitts von Helenas Rechnung zeigt **M** auf, wie Helenas in dem Punktmuster der Dreieckszahlen eine Struktur erkannt und ausgenutzt hat (das Betrachten der Punkte in Zeilen und die paarweise Addition der Zeilen).

Folie 32:

Die Fähigkeit zum „Wechsel der Repräsentationsebenen“ wird bei Helena durch das Übertragen der ikonischen Punktdarstellung in die symbolische Darstellung und Rechnung sichtbar.

M fasst zusammen, dass in Helenas Vorgehen also einige der genannten Begabungsmerkmale zu beobachten sind.

Folie 28



3. Mathematische Begabung erkennen

Speichern mathematischer Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter Strukturen

Das Einprägen von 16 Einzelinformationen übersteigt in der Regel die Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses. Erkennen und nutzen wir Strukturen, ist das Einprägen deutlich einfacher.

Von Drittklässlern wurden am häufigsten folgende Entdeckungen genannt, die das Einprägen erleichtern:

- nebeneinanderstehende einstellige und zweistellige Zahlen ergeben zusammen 20
- außen stehen die einstelligen, innen die zweistelligen Zahlen
- betrachtet man kleine Viererquadrate, so haben die Zahlen in der Diagonalen die gleichen Einer
- zwei übereinanderstehende Einer ergeben 10

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)



28

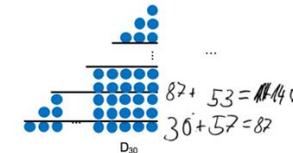
Folie 30



3. Mathematische Begabung erkennen

Strukturieren mathematischer Sachverhalte

Helena strukturiert das Punktmuster individuell:



Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)



30

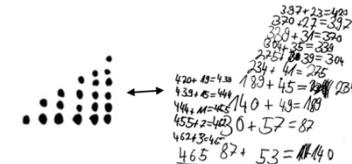
Folie 32



3. Mathematische Begabung erkennen

Selbständiger Wechsel der Repräsentationsebenen

Helena gelingt es, die ikonische Darstellung der Plättchen in eine symbolische Darstellung und Rechnung zu übertragen:



Folie 33:

M greift nun vor dem Hintergrund von Helenas Rechenfehlern in der Aufgabenlösung (s. Folie 8) die Aussage auf, dass ein schnelles und fehlerfreies Bearbeiten von Aufgaben nicht zu den Begabungsmerkmalen gehört. Das schnelle Ausführen schriftliche Algorithmen oder das gut automatisierte Einmaleins sind also keine von Käpnick benannten Merkmale mathematische Begabung. Im weiteren werden die TN aufgefordert die anderen vier Begabungsmerkmale zu betrachten.

Folie 34:

In dieser Eigenaktivität sollen die TN selber auf der Grundlage ihrer praktischen Erfahrungen darüber nachdenken, ob sie sich zu den übrigen vier Begabungsmerkmalen etwas vorstellen können und evtl. Beispiele nennen können. Man kann diese Aktivität als Murmelphase anbieten oder der M bereitet ein vier Ecken Gespräch vor, bei dem in jeder Ecke ein Plakat hängt mit dem jeweiligen Merkmal und Möglichkeiten zur Notation der Beispiele.

Folie 35:

Nachdem nun die Merkmale einer mathematischen Begabung skizziert wurden, stellt **M** die Frage, wie eine Begabung bzw. ihre Merkmale im Unterricht wahrgenommen werden können.

M benennt drei mögliche Formate zur „Feststellung“ mathematischer Begabung in den Raum, die durchaus kritisch zu sehen sind, da sie der Vielschichtigkeit des Begabungsbegriffs nicht gerecht werden. So misst ein IQ-Test keine mathematische Begabung sondern, wenn überhaupt, eine als „Intelligenz“ bezeichnete Eigenschaft der Kinder. Eine Festlegung auf die besten 5% einer Klasse, legt der Betrachtung ausschließlich die soziale Bezugsnorm zugrunde und kann daher auch nicht als ausreichendes Kriterium gesehen werden.

Folie 33



3. Mathematische Begabung erkennen

Käpnick formuliert folgende mathematikspezifische Begabungsmerkmale. **Und die anderen vier Begabungsmerkmale?**

- Speichern mathematischer Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter Strukturen
- Strukturieren mathematischer Sachverhalte
- **Mathematische Sensibilität** (Gefühl für Zahlen und geometrische Figuren...)
- **Mathematische Fantasie**
- **Selbstständiger Transfer** erkannter Strukturen
- **Selbstständiger Wechsel** der Repräsentationsebenen
- **Selbstständiges Umkehren** von Gedankengängen

Übrigens! → Schnelles und fehlerfreies Bearbeiten von Aufgaben gehört nicht zu den Begabungsmerkmalen

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

33

Folie 34



3. Mathematische Begabung erkennen

Mathematische Begabung erkennen **Erfahrungsaustausch**

Können Sie sich unter diesen vier Begabungsmerkmalen etwas vorstellen? Kennen Sie evtl. Kinder, die eines der Merkmale im MU gezeigt haben? Nennen Sie konkrete Beispiele.

- ❖ **mathematische Sensibilität**
- ❖ **mathematische Fantasie**
- ❖ **selbstständiger Transfer** erkannter Strukturen
- ❖ **selbstständiges Umkehren** von Gedankengängen



Murmelphase (5-10 Minuten)

Anschließend: Diskussion im Plenum

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

34

Folie 35



3. Mathematische Begabung erkennen

Woran wird (mathematische) Begabung häufig noch festgemacht?

- Tests: Es muss eine bestimmte Punktzahl erreicht werden.
- IQ-Test: Kinder gelten ab einem festgelegten IQ als begabt.
- Noten: Die besten 5% der Klasse gelten als begabt.



STOP Wird der Vielschichtigkeit des Begabungsbegriffs nicht gerecht!!!

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

35



Folie 36:

Um der Vielschichtigkeit des Begabungsbegriffs gerecht zu werden, schlägt M vier Punkte vor, die eine Wahrnehmung mathematischer Begabung ermöglichen.

Folie 38:

M greift als zunächst den ersten der genannten Punkte „...bewusstes Ausschauhalten nach Merkmalen mathematischer Begabung“. Das bewusste Ausschauhalten zeichnet sich dadurch aus, dass die Lehrperson überhaupt damit rechnen muss, begabten Kindern in der Klasse zu begegnen. Weiterhin sollten die Begabungsmerkmale bekannt sein um herausragende Leistungen richtig einschätzen zu können. Ein wichtiger Punkt ist jedoch auch, die Einschätzung der Eltern wahrzunehmen und richtig einzuordnen.

M weist darauf hin, dass die Eltern ihr Kind sehr genau kennen und Begabungen daher auch durchaus wahrnehmen können. Allerdings sollte immer berücksichtigt werden, dass es sich dabei um sehr subjektive Einschätzungen handelt, die nur Grundlage weiterer Beobachtungen durch die Lehrperson sein könne

Folie 40-41:

„Das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger bzw. offener Aufgaben“ stellt einen weiteren wichtigen Aspekt der Wahrnehmung mathematischer Begabung dar. **M** erläutert, dass eine Begabung nur dann erkannt werden kann, wenn die Kinder auch die Möglichkeit haben, diese zu zeigen. Dazu sind ergiebige/gute Lernaufgaben erforderlich. Kriterien für solche Aufgaben benennt das Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes NRW auf einer Folie zu Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben.

Anschließend wird anhand eines Beispiels aus dem ersten Schuljahr zum Aufgabenformat Zahlenmauern gezeigt, wie Kinder durch das Anbieten ergiebiger/offener Aufgabenformate ihre Kompetenzen zeigen können: Die selbst

Folie 36



3. Mathematische Begabung erkennen

Die **Wahrnehmung** mathematischer Begabung **im Unterricht** kann nur gelingen durch ...

- ... bewusstes Ausschauhalten nach Merkmalen mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- ... das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger/offener Aufgaben
- ... Indikatoraufgaben
- ... Prozessorientierung

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

36

Folie 38



3. Mathematische Begabung erkennen

... bewusstes Ausschauhalten nach Merkmalen mathematischer Begabung:

- mit mathematisch begabten Kindern ‚rechnen‘
- Kenntnis der Begabungsmerkmale
- Wahrnehmung von Elterneinschätzungen

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

38

Folie 41



3. Mathematische Begabung erkennen

... das Herausfordern der Kinder mittels **offener Aufgaben**

- geeignet sind offene Aufgaben, die es den Kindern ermöglichen ihre verschiedenen Lösungswege zu zeigen

Ein Beispiel vor der Zahraumerweiterung im zweiten Schuljahr:

Finde möglichst viele Aufgaben mit dem Ergebnis 100



Wie könnten Ihre Schüler diese Aufgabe angehen?
Was erwarten Sie von mathematisch begabten Schülern?

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

41



erfundenen Zahlenmauern gehen mit den frei gewählten Zahlenwerten weit über den vorgesehenen Zahlenraum bis 20 hinaus.

Auch die offene Aufgabenstellung „Finde möglichst viele Aufgaben mit dem Ergebnis 100“ bietet viel Anlass auf dem eigenen individuellen Niveau diese Aufgabe zu lösen und zeigt evtl. dass besonders begabte Kinder weit über den Fähigkeiten der Mitschüler liegen.

Folie 42:

Dieses Kind rechnet vor der Zahlraumerweiterung bis 100 schon mehrmals über den Tausender hinweg (z.B. 5040-4940) nachdem es mit einfacheren Aufgaben begonnen hatte.

Folie 43:

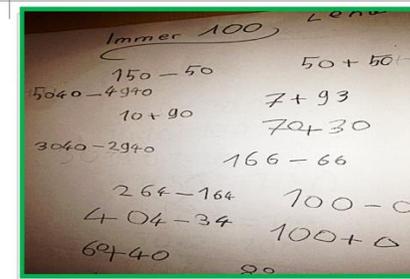
Hier wird sichtbar, dass das Kind zum einen bemüht ist verschiedene Operationen zu nutzen (Multiplikation und Addition) und zum anderen seine Vorgehensweise bereits mit Hilfe von Forschermitteln (Pfeilen) oder Text („Verliebte Zahlen“) erläutert.

Folie 44:

Kinder die im Unterricht erste Merkmale mathematischer Begabung zeigen, können mit sog. „Indikatoraufgaben“ konfrontiert werden. Diese Indikatoraufgaben wurden von Käpnick und Fuchs entwickelt und müssen eine Reihe von Kriterien erfüllen (Folie 45). Sie zielen auf verschiedene Fähigkeitsbereiche ab und ermöglichen so eine umfassendere und gründlichere Diagnose.

Folie 42

3. Mathematische Begabung erkennen

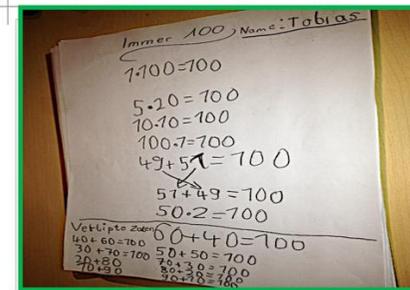


Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

42

Folie 43

3. Mathematische Begabung erkennen



Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

43

Folie 44

3. Mathematische Begabung erkennen

Die Wahrnehmung mathematischer Begabung im Unterricht kann nur gelingen durch ...

- ... bewusstes Ausschauhalten nach Eigenschaften mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- ... das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger/offener Aufgaben
- ... Indikatoraufgaben
- ... Prozessorientierung

Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

44



Folie 46:

Als ein Beispiel für eine solche Indikatoraufgabe stellt **M** die Perlenschnuraufgabe vor.

Folie 48:

Abschließend für diese Phase greift **M** den Punkt „Prozessorientierung“ auf. Dabei wird festgestellt, dass die Zuschreibung mathematischer Begabung nicht aufgrund von Einzelsituationen erfolgen kann. **M** macht darauf aufmerksam, dass daher auch für Helena keine tragfähige Aussage bzgl. ihrer mathematischen Begabung getroffen werden kann. Auch ihr geschicktes Lösungsverhalten, dass einige Begabungsmerkmale erkennen lässt, kann nur ein erster Hinweis sein und erfordert weitere Beobachtungen.

Weiterhin ist zu beachten, dass eine Zuschreibung mathematischer Begabung nie endgültig erfolgen kann, sondern immer wieder neu hinterfragt und überprüft werden muss.

Folie 49-50:

Als Fazit stellt der **M** noch mal zusammenfassend viele Gründe vor, warum es nach Käpnick vor schwierig ist, eine mathematische Begabung zu erkennen. Daraus ergeben sich (min.) drei Schlussfolgerungen (Folie 50).

Folie 46

3. Mathematische Begabung erkennen

Perlenschnuraufgabe

1. Lina fädelt eine Perlenschnur nach dem folgenden Muster auf:



Wähle Farbe für die 1000. Perle? Zeige mit Forschermittel

Begründe!

2. Da Paula Perlenschnur ist die 444. Perle mit. Es hat für sein Muster nur rote und blaue Perlen verwendet. Wie sieht eine Perlenschnur aus, wenn sie 3 verschiedene Muster für die ersten 30 Perlen an. Benutze dabei beide Farben.

Begründe!

1. Muster: Zeige mit Forschermittel



Begründung:

Vgl. Fuchs 2006

Mai 2018 © PIK AS (http://www.pikas.dzlm.de)

46

Folie 48

3. Mathematische Begabung erkennen

... Prozessorientierung

- Begabung lässt sich nicht aufgrund einer Einzelsituation ‚feststellen‘
- Zuschreibung mathematischer Begabung sollte nicht vorschnell und endgültig erfolgen

denn ...
eine fundierte Diagnostik mathematischer Begabung
ist eine komplexe Aufgabe.

Mai 2018 © PIK AS (http://www.pikas.dzlm.de)

48

Folie 49

3. Mathematische Begabung erkennen

...weil,

- die Denktätigkeit von Grundschulern stark an Veranschaulichungen gebunden ist,
- ihre Sprachkompetenzen noch recht begrenzt und individuell sehr verschieden sind,
- grundlegende mathematische Denkweisen und Routinen sich bei den Kindern erst allmählich ausbilden,
- eine besondere mathematische Sensibilität oder Fantasie generell nur sehr schwer und oft lediglich vage erkannt werden kann und dies viel Sachverständnis und Fingerspitzengefühl vonseiten des Diagnostikers erfordert,
- Interessenausprägungen der Grundschüler noch weitestgehend instabil sind und
- sich bereits im Grundschulalter unterschiedliche Begabungsprägungen herausbilden
- der Vorhersagezeitraum bis zur Entfaltung einer mathematischen Begabung im Jugend- und Erwachsenenalter noch relativ lang ist und die weitere Begabungsentwicklung eines Kindes damit stets nur spekulativ eingeschätzt werden kann.

Käpnick 2014, S. 227

Mai 2018 © PIK AS (http://www.pikas.dzlm.de)

49



15'

Phase 4: Förderung „mathematisch begabter Kinder“

Folie 52:

Zur Einleitung verweist der **M** auf das Zitat von Käpnick (2009), in dem er herausstellt, dass auch mathematisch begabte Kinder einer Förderung bedürfen. Doch wie kann diese Förderung aussehen?

Folie 53:

Dabei lässt sich zunächst ganz allgemein konstatieren, dass die Förderung mathematisch begabter Kinder in der Regel schwerpunktmäßig mit allen anderen Kindern der Klasse erfolgen sollte, da ...

- ... auch Begabte selbstverständlich den Kontakt zu Gleichaltrigen brauchen
- ... auch diese Kinder fachliche Anregungen anderer Kinder brauchen (z. B. halbschriftliche Strategien)
- ... sie anderen Kindern fachliche Anregungen geben können.

Selbstverständlich bedeutet das nicht, dass nicht auch eine zusätzliche Förderung z. B. durch eine Mathe-AG erfolgen kann.

Folie 54:

Insgesamt gibt es zur Förderung mathematisch begabter Kinder drei verschiedene Ansätze:

- Es ist möglich mathematisch begabte Kinder mit „MEHR“ (zusätzlichen) Inhalten bzw. Aufgaben zu konfrontieren (was in der Literatur auch mit quantitativem Enrichment umschrieben wird).
- Es ist möglich, dass mathematisch begabte Kinder „FRÜHER“ als ihre Klassenkameraden mit bestimmten Inhalten konfrontieren werden (dies wird in der Literatur Acceleration genannt).
- Es ist möglich mit „mathematisch begabten Kindern“ inhaltlich „TIEFER“ in ein Thema vorzudringen (was in der Literatur qualitatives Enrichment genannt wird).

Folie 52

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Es ist immer noch ein weit verbreiteter Irrtum, dass man sich um Begabte nicht zu kümmern bräuchte, da solche Kinder schon allein ihre Wege finden und gehen würden. (Käpnick 2014)



Wie kann eine optimale Förderung aussehen?

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

52

Folie 53

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Förderung begabter Kinder sollte in der Regel gemeinsam mit anderen Kindern der Lerngruppe erfolgen, denn auch sie brauchen:

- kooperativ-kommunikative Lernumgebungen
- den fachlichen Austausch mit anderen Kindern
- die ganze Lerngruppe als Forum für die Darstellung ihrer Ideen und Denkweisen

→ Aber:

auch äußere Differenzierung z. B. in einer ‚Mathe Knobel AG‘ oder bei Mathematikwettbewerben ist sinnvoll

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

53

Folie 54

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Zur Förderung von mathematisch begabten Kindern im **Unterricht** gibt es drei verschiedene Ansätze:
(vgl. Bandy & Hieber 2006)



‚mehr‘



‚früher‘



‚tiefer‘

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

54



Im Folgenden werden die drei Ansätze etwas näher betrachtet.

Folie 55:

Beim Ansatz „MEHR“ geht es darum, dass die Kinder Aufgaben bearbeiten, die nicht in einem direkten inhaltlichen Zusammenhang zu dem aktuellen Lerninhalt der übrigen Lerngruppe stehen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Kinder keiner mathematisch sinnlosen Beschäftigung nachgehen (z. B. Bilder malen, wenn sie mit einer Aufgabe früher fertig sind).

Folie 56:

Ein Beispiel dafür ist das Erfinden von eigenen Sudokus. Den Kindern, welche Sudokus noch nicht kennen, wird die Aufgabenvorschrift zunächst erklärt, nämlich dass in einer Spalte, in einer Zeile und in einem Block alle Zahlen von 1 bis 9 einmal vorkommen müssen

Folie 57 zeigt zwei Beispiele, welche bei der Arbeit entstanden sind.

Zusammenfassend: Die Kinder bearbeiten bei diesem Beispiel „MEHR“ Aufgaben, welche in keinem Bezug zu dem Unterrichtsthema der ganzen Klasse stehen.

Folie 58:

Beim Förderansatz „FRÜHER“ bearbeiten die Kinder Aufgaben, welche (in der „Sprache“ des Lehrplans) eigentlich die Kompetenzerwartungen höherer Klassenstufen erfüllen (man kann diesen Ansatz also auch „Vorgriff“ nennen). Dies geschieht sehr häufig mittels Eigenproduktionen, da die Kinder dabei von sich aus höhere Kompetenzerwartungen erfüllen können.

Folie 55

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder



„mehr“

Mathematisch begabte Kinder bekommen zusätzliche Aufgaben, die nicht in einem direkten Zusammenhang zum aktuellen Lerninhalt der Lerngruppe stehen

→ Wichtig: sinnvolle mathematische Aufgaben

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

55

Folie 56

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder



„mehr“

Spieldatei:
Trage die Zahlen von 1 bis 9 in die Spieldatei so ein, dass
- in jeder Zeile jede Zahl nur einmal erscheint,
- in jeder Spalte jede Zahl nur einmal erscheint und
- in jedem Block (3x3-Quadrat) jede Zahl nur einmal erscheint

z.B. Sudokus selbst erfinden

4. Schuljahr

⊙

6	1	3	2					
5		9	1	7	3	2		
	9		6	7	8			
	3	2	9	5				
5	7	3		9				
1	9	7						
8	2	4		6				
4		1	2	5				

⊙

1	8	3						
5	7		5	9	6	4		
7	4		8	5	9			
	3	1	4					
5	1	6	3	6				
3	6	7	4					
		6		7	9			
8		5	2					

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

56

Folie 58

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder



„früher“

- mathematisch begabte Kinder bekommen Aufgaben, die die Kompetenzerwartungen höherer Klassenstufen erfüllen
- dies kann mittels Eigenproduktionen auch durch die Kinder selbst geschehen

Mai 2018 © PIK AS (<http://www.pikas.dzlm.de/>)

58



Folie 59:

Ein Beispiel dafür sind Zahlenraum- und Zahlbereichserweiterungen, wie sie hier Erst- und Zweitklässler vorgenommen haben. Bei dieser offenen Aufgabe geht es darum eigene Zahlenmauern zu erfinden. Ein Erstklässler zeigt erstaunliche Kompetenzen beim Rechnen in Zahlenräumen, die eigentlich erst im 4. Schuljahr thematisiert werden. So rechnet er z. T. bereits im Zahlenraum bis 1000000. Ein Beispiel für eine Zahlbereichserweiterung zeigt dieser Zweitklässler, welcher additive Zahlzerlegungen der Zahl 70 notieren sollte und dabei auch die Aufgabe $0,1+69,9$ notiert und damit den Zahlbereich der natürlichen Zahlen verlässt. Durch das Rechnen in höheren Zahlräumen werden jedoch auch noch weitere Kompetenzen höherer Klassenstufen thematisiert, wie z. B. das halbschriftliche Rechnen, welches der Erstklässler zum Berechnen der Aufgaben nutzte.

Folie 60:

Eine weitere Möglichkeit um Kinder „FRÜHER“ mit Inhalten zu konfrontieren ist natürlich auch, ihnen Aufgaben aus Schulbüchern höherer Klassenstufen zu geben. Dabei sollte **M** verdeutlichen, dass dies zu Problemen führen kann (z. B. im 4. Schuljahr), wenn Kinder schon Inhalte aus der weiterführenden Schule behandeln.

Folie 61:

Bei dem Ansatz die Kinder inhaltlich „TIEFER“ zu fördern, arbeiten alle Kinder einer Lerngruppe nach dem Prinzip der natürlichen Differenzierung an einer ergiebigen Aufgabe. Diese Aufgaben sind zentral dadurch gekennzeichnet, dass sie Fragestellungen auf unterschiedlichem Niveau beinhalten (vgl. Zitat aus dem Lehrplan NRW).

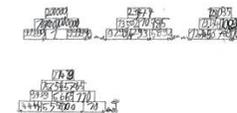
Folie 59

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

➔ „früher“

z.B. Zahlenraum- bzw. Zahlbereichserweiterung
(1./2. Schuljahr)

Eigene Mauern



Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

70
0 + 70
10 + 60
20 + 50
30 + 40
40 + 30
50 + 20
60 + 10
70 + 0
0,1 + 69,9

Folie 60

Folie 61

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

➔ „tiefer“

alle Kinder einer Lerngruppen bearbeiten nach dem Prinzip der ‚natürlichen Differenzierung‘ eine ergiebige Aufgabe

Ergiebige Aufgaben haben eine zentrale Bedeutung für den Unterricht. Sie beinhalten differenziert Fragestellungen auf unterschiedlichem Niveau, möglichen verschiedene Lösungswege und fördern die Entwicklung grundlegende mathematische Bildung. (Lehrplan NRW)

Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)

61

Folie 62:

Mit den „Worten“ der Bildungsstandards bedeutet dies, dass eine ergiebige Aufgabe alle drei Anforderungsbereiche (AB I: Reproduzieren, AB II: Zusammenhänge herstellen, AB III: Verallgemeinern und Reflektieren) umfasst

Folie 63:

Hier greift **M** noch einmal das Eingangsbeispiel von Helena auf und fokussiert auf die Frage, wie eine vertiefende Förderung bei ihr aussehen könnte?

Folie 64:

Dazu leitet **M** zu dem beispielhaften Arbeitsblatt „Mit Würfeln bauen“ über. **M** erklärt kurz das Arbeitsblatt:

- 1. Würfeltreppen nach gegebenen Aufsichten nachbauen und Tabelle ausfüllen.
- 2. Regel, für das Anwachsen der Würfelgebäude formulieren.
- 3. Gefundene Regel verallgemeinern.
- (4. Andere Gebäude untersuchen (Doppeltreppen, Würfelgebirge))

Folie 62



4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„tiefer“

In Anlehnung an die Bildungsstandards sollte eine ergiebige Aufgabe diese Anforderungsbereiche umfassen:

AB I: Reproduzieren

Die Schülerinnen lösen die Aufgabe, indem sie ihr Grundwissen einbringen und Routinetätigkeiten des Mathematikunterrichts ausführen.

AB II: Zusammenhänge herstellen

Die Schülerinnen lösen die Aufgabe, indem sie Zusammenhänge erkennen und für die Aufgabenlösung nutzen.

AB III: Verallgemeinern und Reflektieren

Die Schülerinnen lösen die Aufgabe, indem sie komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern ausführen.

Mai 20180 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de/)

62

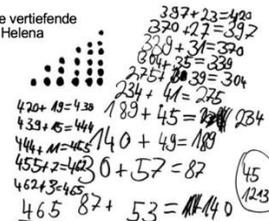
Folie 63



4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„tiefer“

Wie könnte eine vertiefende Förderung von Helena aussehen?



Mai 20180 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de/)

63

Folie 64



4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„tiefer“

Mit Würfeln bauen

1. Baue die Würfeltreppen nach den Bauplänen und fülle die Tabelle aus.

2. Wie viele Würfel kommen immer dazu? Gibt es eine Regel?

1 1 2 1 1 2 3 2 1

Reihe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Würfel										

3. Wie viele Würfel werden für besonders große Treppen benötigt?

Reihe	20	100							
Würfel									

Mögliche Fortsetzung:

Doppeltreppen

Würfelgebirge

1	1	1
2	2	1
3	3	1
4	3	1

Mai 20180 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de/)

64



<p>30'</p>	<p>Folie 65: Aktivität 3 M leitet zur nächsten Aktivität über und erläutert die Arbeitsaufträge. Die TN bearbeiten das ausgeteilte Arbeitsblatt und halten ihre Überlegungen stichpunktartig fest. <i>Formel für die Berechnung der Würfeltreppen: $WT_n = n^2$</i> <i>Formel für die Berechnung der Doppeltreppen: $DP_n = n \cdot (2n - 1)$</i> <i>Formel für die Berechnung der Würfelgebirge: $WG_n = (n \cdot (n + 1) \cdot (2n + 1)) / 6$</i> Zusammenhänge, die bei der Berechnung der Dreieckszahlen gemacht wurden, können hier genutzt werden; Arbeitsblatt umfasst alle drei Anforderungsbereiche</p> <p>Anschließend moderiert M den Austausch der Ergebnisse und fasst die wichtigsten Punkte noch einmal zusammen.</p>	<p style="text-align: center;">Folie 65</p> <p style="text-align: center;"> 4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder</p> <p style="text-align: center;">Aktivität 3: </p> <p style="text-align: center;">Bearbeiten Sie bitte die folgenden Aufgaben und halten Sie Ihre Überlegungen fest:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Bitte bearbeiten Sie das Arbeitsblatt zum Thema Würfeltreppen (*Doppeltreppen/ **Würfelgebirge). 2. Warum sind diese Aufgaben dazu geeignet, Helena vertiefend zu fördern? <p style="text-align: center;"><small>Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)</small>  <small>65</small></p> <p style="text-align: center;">Arbeitsblatt 2</p>
<p>10'</p>	<p>Folie 66-67: Hier wird aufgezeigt, wie „TIEFER“ noch bei einem jährlich auftretenden Thema wie der Zahlraumerweiterung aussehen könnte. (Vgl. dazu auch Fast/Gstatter/Wiser 2005). Dieses wird anhand der Zahlraumerweiterung bis 100 an einem konkreten Beispiel näher erläutert (Folie 67).</p> <p>Folie 68: Ein weiteres Beispiel, bei dem die Kinder im Zahlraum bis 100 bleiben, sich aber mit einem Problem beschäftigen ist die Aufgabe „der Würfeltrick“.</p> <p>Wenn Kinder verstanden/entdeckt haben, dass gegenüberliegende Seiten eines Würfels immer 7 ergeben, rechnen sie zu den 4 sichtbaren Seiten (14 Augen) jedes Würfels noch die oberste Seite des oberen Würfels (x) hinzu. $(3 \cdot 14 = 42 \quad 42 + x = \text{Gesamtsumme der sichtbaren Augen})$</p>	<p style="text-align: center;">Folie 66</p> <p style="text-align: center;"> 4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder</p> <p style="text-align: center;"> „tiefer“</p> <p style="text-align: center;"><u>Und bei der Zahlraumerweiterung?</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • ein Großteil der Lerngruppe setzt sich mit der Zahlenraum-erweiterung im Zahlenraum bis 100 (20/1.000/1.000.000) auseinander • math. begabte Kinder, die sich schon in diesem Zahlenraum orientieren können, arbeiten durch entdeckendes Lernen mit den Ziffern und Zahlen dieses Zahlenraums (oder darüber hinaus), indem sie dazu angeregt werden, Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, Rätsel zu lösen oder zu stellen. <small>(vgl. Fast/ Gstatter/Wiser 2005)</small> <p style="text-align: center;"><small>Mai 2018 PIKAS (http://www.pikas.dzlm.de)</small>  <small>66</small></p> <p style="text-align: center;">Folie 68</p>

Folie 69:

M leitet zum Fazit über. Er stellt zusammenfassend die Aspekte vor, die bei der Förderung mathematisch begabter Kinder gelten. Am Schluss sollte jedoch deutlich werden, dass die geforderten Aspekte eigentlich für die Förderung aller Kinder grundlegend sind.

 4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder



„tiefer“

Zahlraumerweiterung bis 100

„Knobeln und Rätseln im Zahlenraum bis Hundert“

- eigene (verschiedene) Lösungswege finden und dokumentieren
- die gefundenen Lösungen begründen und hinterfragen
- Eigenproduktionen

Geeignete Aufgaben:

- Offene Aufgaben (z.B. Fermi-Aufgaben)
- komplexe Kontextaufgaben (z.B. aus der Lebenswirklichkeit der Kinder)
- Rätsel-/Knobelaufgaben

Mai 2018 © PIK AS (http://www.pikas.dzlm.de/)

68

Folie 69

 4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder



„tiefer“

Ziel

„Kn

Bei

Bau

ents

Ich:

die Gesamtsumme aller sichtbaren Augenzahlen nennen zu können.

Wer durchschaut den Und wie ist es bei einem Viererfeld?
Aus wie vielen Würfeln besteht ein Turm, bei dem 100 Augen sichtbar sind?

Mai 2018 © PIK AS (http://www.pikas.dzlm.de/)

69

10'

Folie 70:

M verweist auf weitere PIK AS-Materialien, welche mit dem Thema „mathematische Begabung“ zusammenhängen.

Folie 71-73:

M leitet zur inhaltlichen Diskussion über und leitet diese.

M bittet die **TN** um Anmerkungen, Tipps und Hinweise.

Folie 70

 4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Generell gelten für die Förderung für alle und somit auch für mathematisch begabte Kinder folgende vier Aspekte:

- Möglichst alle Kinder sollten die Chance haben sich mit der Aufgabe auseinander zu setzen.
- Der Aufgabeninhalt sollte möglichst für alle Kinder interessant sein.
- Der Aufgabeninhalt soll eine inhaltliche Vielfalt und Offenheit gewährleisten (reichhaltige mathematische Substanz).
- Es sollte eine Offenheit bzgl. der Wahl von Lösungswegen, von Hilfsmitteln und der Ergebnisdarstellung bestehen.

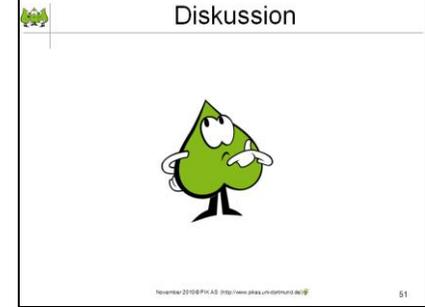
→ Diese Kriterien sind auch Grundlage für die Förderung ALLER Kinder

Mai 2018 © PIK AS (http://www.pikas.dzlm.de/)

70

Folie 71

Verabschiedung



Folie 52