



Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 2

Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

DARUM GEHT ES

Die Kinder sollen die schriftlichen Rechenverfahren auf „der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten (...) *verständlich*“ ausführen können (Lehrplan 2008, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS). Ein solches verständnisvolles Erlernen kann dann besonders gut gelingen, wenn die Algorithmen nicht nur „beigebracht“ und nachvollzogen werden, sondern wenn Bezüge zu bereits Bekanntem und Verstandenem hergestellt werden, hier also zu den beim „Rechnen auf eigenen Wegen“ (vgl. Teil 1) entwickelten halbschriftlichen Strategien.

Im Folgenden werden zunächst die Verfahren der schriftlichen Addition und Subtraktion kurz vorgestellt, um dann jeweils mögliche Zugangsweisen über halbschriftliche Rechenwege darzulegen.

Schriftliche Addition und Subtraktion

Traditionell wird zwischen drei Hauptmethoden des Rechnens unterschieden: dem mündlichen, dem halbschriftlichen und dem schriftlichen Rechnen (vgl. auch *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1*).

Das zentrale Kennzeichen des schriftlichen Rechnens ist das Zerlegen der Zahlen in Ziffern, die bei der Addition und Subtraktion stellengerecht untereinander geordnet und berechnet werden. Dabei rechnet man nach festen Regeln, mit Hilfe eines Algorithmus.

Schriftliche Addition

Die schriftliche Addition ist für viele Kinder das - von den insgesamt vier schriftlichen Rechenverfahren - am leichtesten nachzuvollziehende Verfahren. Es ist der erste Algorithmus, mit dem sich die Kinder in der Mitte des dritten Schuljahres auseinandersetzen müssen.

Bei der schriftlichen Addition gibt es weltweit hinsichtlich der Notation wesentlich nur *ein* Verfahren: Es werden die Summanden zunächst stellengerecht untereinander geschrieben. Die Addition der einzelnen Stellenwerte vollzieht sich von rechts nach links: Zunächst werden die Einer miteinander addiert, um die erste Teilsumme zu erhalten. Für die weiteren Teilsummen erfolgt die Addition der Zehner und der Hunderter, wobei traditionell von unten nach oben addiert wird – aber aufgrund der Kommutativität nicht muss. Sollte die Summe in einer Stellenwertspalte den Wert 9 überschreiten, notiert man einen Übertrag am unteren Rand der nächsten (linken) Spalte (im Beispiel rechts: 7 Einer + 5 Einer = 12 Einer, also: Schreibe 2 Einer und 1 Zehner (als Übertrag)). Anschließend geht man zur nächsten (linken) Spalte über und addiert auch hier wieder die Ziffern. Wurde am unteren Rand ein Übertrag notiert, so addiert man diesen nun mit zu den anderen Ziffern der Stellenwertspalte hinzu (4 Zehner + 2 Zehner + 1 Zehner = 7 Zehner: Schreibe 7 Zehner. Abschließend addiert man nach dem gleichen Schema die Ziffern in der Hunderterstelle (3 Hunderter + 1



Schuljahr 3

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Zahlen und Operationen -
Schwerpunkt Ziffernrechnen

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein,
argumentieren,
darstellen/kommunizieren

	H	Z	E
	3	4	7
+	1	2	5
			1
	4	7	2

Schriftliche Addition:
Kurzschreibweise



Hunderter = 4 Hunderter: Schreibe 4 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend - zunächst noch benannt werden.

Welche halbschriftliche Strategie lässt sich mit dem Verfahren der schriftlichen Addition in Beziehung setzen?

Die schriftliche Addition lässt sich leicht aus der halbschriftlichen Hauptstrategie „Stellenweise“ (Stellenwerte extra) herleiten: Der halbschriftlichen Addition der Einer ($7 + 5$) entspricht die stellenmäßige Addition der Einer in der Stellentafel ($7 + 5$), der halbschriftlichen Addition der Zehner ($40 + 20$) entspricht die stellenmäßige Addition der Zehner ($4 + 2$) in der Stellentafel. Hinzugefügt wird noch der Übertrag 1 Zehner. Der halbschriftlichen Addition der Hunderter ($300 + 100$) entspricht die stellengemäße Addition der Hunderter ($3 + 1$) in der Stellentafel.

Im Unterrichtsmaterial werden daher diese beiden Wege einander gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 2 Addition*).

Lea rechnet so:	Paul rechnet so:
Sie addiert halbschriftlich .	Er addiert schriftlich .
$347 + 125$	$347 + 125$
Sie rechnet so:	Er rechnet so:

Anmerkung: Der Algorithmus der schriftlichen Addition lässt sich auch von den Kindern selbst „erfinden“ (vgl. z.B. Becker/Spiegel: http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene_Texte/KadWz_schr.Add.pdf). Der im Unterrichtsmaterial vorgestellte Weg dient wesentlich auch der Vorbereitung des methodischen Gangs zur Hinführung zur schriftlichen Subtraktion: So ist das Verfahren des Vergleichens beider Rechenwege sowie der Umgang mit den „Forschermitteln“ (Darstellung auf der Handlungsebene mit Zehner-System-Blöcken und Notation auf der ikonischen Ebene mit Strich-Punkt-Darstellung) den Kindern dann bei dem deutlich komplexeren Algorithmus der schriftlichen Subtraktion durch Entbündeln (s. unten) bereits bekannt.

Schriftliche Subtraktion

Bei der schriftlichen Subtraktion gibt es *verschiedene* Verfahren. Der nordrhein-westfälische Lehrplan schreibt kein Verfahren vor.



Welche Verfahren der schriftlichen Subtraktion gibt es überhaupt?

Die verschiedenen Verfahren unterscheiden sich durch

- a) die Art der Berechnung der Differenz und der Sprechweise:
 - Abziehen (Wegnehmen) in Minus-Sprechweise oder
 - Ergänzen (Hinzufügen) in Plus-Sprechweise
- b) die Art der Behandlung des Übertrags:
 - Entbündeln, auch ‚Borge-Technik‘ genannt,
 - gleichsinniges Verändern sowohl des Minuenden (der oberen Zahl) als auch des Subtrahenden (der unteren Zahl), auch ‚Erweiterungs-Technik‘ genannt oder
 - Auffüllen des Subtrahenden zum Minuenden

	Berechnen der Differenz durch Abziehen (Minus-Sprechweise)		Berechnen der Differenz durch Ergänzen (Plus-Sprechweise)
Entbündeln (Borge-Technik)	6 Einer minus 3 Einer sind 3 Einer. 2 Zehner minus 8 Zehner funktioniert hier nicht. Ich tausche 1 Hunderter, das sind 10 Zehner. Dann habe ich 12 Zehner. 12 Zehner minus 8 Zehner gleich 4 Zehner. ...	$\begin{array}{r} 4 \cdot 10 \\ 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	3 Einer plus 3 Einer sind 6 Einer. 8 Zehner plus wie viel Zehner sind 2 Zehner funktioniert hier nicht. Ich tausche 1 Hunderter, das sind 10 Zehner. Dann habe ich 12 Zehner. 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. ...
Gleichsinniges Verändern (Erweiterungs-Technik)	6 Einer minus 3 Einer sind 3 Einer. 2 Zehner minus 8 Zehner funktioniert hier nicht. Ich erweitere oben mit 10 Zehnern und unten mit 1 Hunderter. Oben habe ich jetzt 12 Zehner. 12 Zehner minus 8 Zehner gleich 4 Zehner. ...	$\begin{array}{r} 10 \\ 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	3 Einer plus 3 Einer sind 6 Einer. 8 Zehner plus wie viel Zehner sind 2 Zehner funktioniert hier nicht. Ich erweitere oben mit 10 Zehnern und unten mit 1 Hunderter. Oben habe ich jetzt 12 Zehner. 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. ...
Auffüllen (Auffüll-Technik)		$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	Ich ergänze vorwärts zum nächsten passenden Einer, also 3 Einer plus 3 Einer gleich 6 Einer. Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. Ich erhöhe die 2Hunderter um 1 Hunderter...



Welche halbschriftlichen Strategien lassen sich mit den schriftlichen Verfahren der Subtraktion in Beziehung setzen?

Vielen Kindern und auch vielen Erwachsenen fällt es schwer, das früher vorgeschriebene *Erweiterungsverfahren* zu verstehen. So kann es sein, dass die Kinder das Verfahren zwar ausführen können, jedoch nicht verstanden haben, wo die „kleine Eins da unten“ herkommt. Dies ist problematisch, da so Fehler leichter entstehen und nicht erkannt werden können.

Das PIK AS-Unterrichts-Material thematisiert daher *zwei leichter verständliche Verfahren*, die aus halbschriftlichen Strategien herzuleiten sind:

1. Das *Entbündeln* (kombiniert mit der Minus-Sprechweise; in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Abziehen“ oder „Borgen“ genannt).
2. Das *Auffüllen* (in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Ergänzen“ genannt).

Zu 1: Schriftlich Subtrahieren mit dem Entbündelungs-Verfahren

Beim *Entbündeln* wird die Grundvorstellung der Subtraktion als „Wegnehmen“ (Abziehen) genutzt. Es wird hierbei durch ‚Wechseln‘ (oder ‚Eintauschen‘) gewährleistet, dass der Subtrahend (die untere Zahl) Stelle für Stelle vom Minuenden (der oberen Zahl) „weggenommen“ wird.

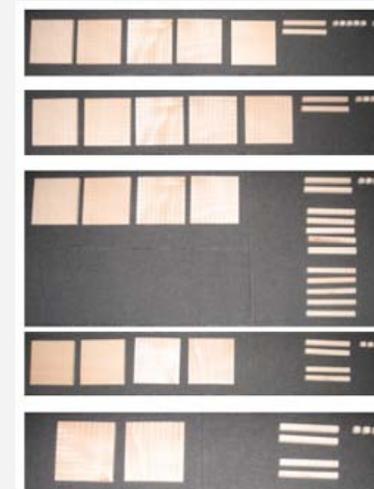
Der Algorithmus beginnt auch hier rechts: Zuerst werden die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter „weggenommen“. Der Übertrag erfolgt durch das Entbündeln einer Einheit der nächst höheren Stelle des Minuenden: Weil man im Beispiel rechts von den 2 Zehnern 8 Zehner nicht abziehen kann (2 Zehner – 8 Zehner), entbündelt man einen der 5 Hunderter. Ein Hunderter wird in 10 Zehner eingetauscht bzw. gewechselt. Die anderen 4 Hunderter bleiben bestehen. Dann kann weiter subtrahiert werden (12 Zehner – 8 Zehner = 4 Zehner; 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend - zunächst noch benannt werden.

Im Unterrichtsmaterial wird das schriftliche *Entbündelungs-Verfahren* der verwandten halbschriftlichen Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ (‚Wechsel-Trick‘) gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet auch hier: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 2 Subtraktion*):

Für die Strategie des *Entbündelns* sollten Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene und die Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’sche Darstellung) auf der Zeichenebene als ‚Forschermittel‘ angeboten werden. Durch den Materialbezug ist das Entbündeln, der von den Kinder so genannte „Wechsel-Trick“ oder „Eintausch-Trick“, eine sich ‚natürlich‘ ergebende halbschriftliche Strategie, für die in der Erprobung auch sehr leistungsschwache Kinder als ‚Experten‘ fungieren konnten; das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Entbündelns‘ ist – wenn die Kinder diese halbschriftliche Strategie verstanden haben - für alle Kinder gut nachvollziehbar.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } ^{10} \\ \cancel{5} 26 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

Kurzschreibweise beim Entbündeln



526 – 283: Subtrahieren durch *stellenweises Wechseln* mit Zehner-System-Blöcken (von oben nach unten: Abfolge der entstehenden Zahlbilder)



Lea rechnet so:	Paul rechnet so:																		
<p>Lea subtrahiert halbschriftlich mit dem Wechsel-Trick. Sie subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">526 - 283</div> <p>Lea rechnet so:</p> <p style="text-align: right; margin-right: 50px;">$526 - 283 = 243$</p> <p>6 Einer - 3 Einer = 3 Einer 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten. 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner. 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter. Das Ergebnis ist 243!</p>	<p>Paul subtrahiert schriftlich mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">526 - 283</div> <table style="margin: 0 auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 0 5px;">HZE</td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">4</td><td style="padding: 0 5px;">6</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">5</td><td style="padding: 0 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">-</td><td style="padding: 0 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">2</td><td style="padding: 0 5px;">8</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">3</td><td style="padding: 0 5px;">3</td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">2</td><td style="padding: 0 5px;">4</td></tr> <tr><td style="padding: 0 5px;">3</td><td style="padding: 0 5px;">3</td></tr> </table> <p>6 Einer - 3 Einer = 3 Einer 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter. 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner. 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter. Das Ergebnis ist 243!</p>	HZE		4	6	5	2	-	2	2	8	3	3			2	4	3	3
HZE																			
4	6																		
5	2																		
-	2																		
2	8																		
3	3																		
2	4																		
3	3																		

Gewechselt, weggenommen, verbleibender Rest = Ergebnis

243

526 - 283: Notation des Entbündelungs-Prozesses auf der Zeichenebene mit der Strich-Punkt-darstellung (zunächst unter Nutzung verschiedener Farben)

Alternativ kann zur „Einführung“ der schriftlichen Subtraktion auch das Auffüll-Verfahren der verwandten halbschriftlichen Strategie „stellengerechtes Ergänzen“ gegenüber gestellt werden:

Zu 2: Schriftlich Subtrahieren mit dem Auffüll-Verfahren

Beim Auffüllen deutet man *jede Subtraktionsaufgabe als Ergänzungsaufgabe*, statt $526 - 283$ wird $283 + \underline{\quad} = 526$ gerechnet. Der Grundgedanke ist also das „Auffüllen“ des Subtrahenden (der unteren Zahl) zum Minuenden (zur oberen Zahl).

Für das Verständnis dieses Rechenweges ist es wichtig, dass beide *Grundvorstellungen* der Subtraktion, die des „Wegnehmens“ (Abziehens) und die *des Ergänzens*, möglichst von Klasse 1 an, gleichgewichtig im Unterricht thematisiert worden sind. Für die Strategie des *Ergänzens* sollte der *Rechenstrich* als ‚Forschermittel‘ genutzt werden.

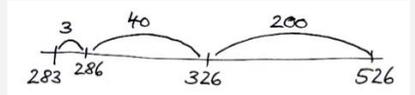
Auch hier wird von rechts nach links gerechnet: Man beginnt beim Subtrahenden: Zu den 3 Einern fügt man 3 Einer hinzu, so dass man zu den geforderten 6 Einern gelangt. Nun ergänzt man noch die 8 Zehner um 4, so dass man zu den geforderten 2 Zehnern kommt. Da man dabei den Hunderter (also 300) überschreitet, wird auch die Ziffer an der Hunderterstelle um Eins größer, im Beispiel wird die 2 zur 3. Dies vermerkt man in der schriftlichen Rechnung durch eine kleine „Übertrags-Eins“.

Zum Verständnis können die Stellenwerte zunächst noch benannt werden.

Im Unterrichtsmaterial wird das schriftliche *Auffüll-Verfahren* der verwandten halbschriftlichen Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt wiederum zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet auch hier: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtspla-*

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

Kurzschreibweise beim Auffüllen



526 - 283: Subtrahieren durch *stellengerechtes Ergänzen* mit dem Rechenstrich (leerer Zahlenstrahl)



nung, Teil 2 Subtraktion).

Das stellengerechte Ergänzen stellt eine Sonderform des *Ergänzens* dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Es ist – im Unterschied zum Ergänzen ohne Beachtung der Stellen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, wenn die Grundvorstellung des Subtrahierens durch „Ergänzen“ im Vorfeld aufgebaut wurde. Und: Das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Auffüllens‘ ist anschließend durch den Vergleich für die Kinder gut nachvollziehbar.

Lea rechnet so:	Paul rechnet so:
<p>Lea subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: fit-content; margin: 0 auto; padding: 2px;">526 - 283</div> <p>Lea rechnet so:</p> <p style="font-size: small;">Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also + <u>3</u> Einer, gleich 286. Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also + <u>4</u> Zehner, gleich 326. Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also + <u>2</u> Hunderter, gleich 526. Das Ergebnis ist 243!</p>	<p>Paul subtrahiert schriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: fit-content; margin: 0 auto; padding: 2px;">526 - 283</div> <p style="font-size: small;">Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also: 3 + <u>3</u> = 6, schreibe 3. Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also: 8 + <u>4</u> = 12, schreibe 4, übertrage 1. Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also: 3 + <u>2</u> = 5, schreibe 2. Das Ergebnis ist 243!</p>

Anmerkung: Denkbar ist es auch, die schriftliche Subtraktion durch ‚Auffüllen‘ mit der Strategie des ‚stellengerechten Ergänzens‘ über die Nutzung der Stellentafel und Herleitung aus dem Modell eines Zählers in Beziehung zu setzen (vgl. Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller 2009: Das Zahlenbuch 3, Lehrerband, S. 169).

ZIELE: Bezug zum *Lehrplan Mathematik* Nordrhein-Westfalen 2008

Die Kinder sollen die schriftlichen Rechenverfahren auf „der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten (...) *verständlich*“ ausführen können (S. 58; Hervorh. durch PIK AS).

Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4

Zahlen und Operationen – Ziffernrechnen

„Die Schülerinnen und Schüler erläutern die schriftlichen Rechenverfahren der Addition“ und „der Subtraktion (...), in-



dem sie die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben“ (S. 62).

Problemlösen/kreativ sein

„Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Problemstellungen die für die Lösung relevanten Informationen“ (erschließen) und „nutzen die Einsicht in Zusammenhänge zur Problemlösung“ (lösen) und „übertragen Vorgehensweisen auf ähnliche Sachverhalte“ (übertragen; S. 59).

Argumentieren

„Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge oder Auffälligkeiten an“ (vermuten) und „testen Vermutungen anhand von Beispielen und hinterfragen, ob ihre Vermutungen (...) zutreffend sind“ (überprüfen) und „erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen“ (begründen; S. 60).

Darstellen/Kommunizieren

„Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten komplexere Problemstellungen gemeinsam“ (kooperieren und kommunizieren; S. 60).

Für das Vorgehen im Unterricht leitet sich aus den vorangegangenen Aussagen die folgende Leitfrage für den 2. Teil der Unterrichtsreihe ab (vgl. zum Gesamtvorhaben: Haus 5, UM, *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung*):

LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftlichen Rechenverfahren, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Teil II), wie können die schriftlichen Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder gesetzt werden?“

SO KANN ES GEHEN - VORSCHLÄGE ZUM AUFBAU DES LERNWEGS

Das Unterrichtsmaterial zum Teil 2 des Lernwegs gliedert sich wie folgt:

1. Schriftliche Addition

Ziel: Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege (vgl. S. 2) - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.

Info zum AB: Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 1. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist ver-

The image shows a student's work on a worksheet titled 'Wir addieren halbschriftlich und schriftlich'. It compares two methods for adding 347 + 125 and 278 + 615. On the left, the 'Stellenweise' (place-by-place) method is shown with a diagram of base-ten blocks (ones, tens, hundreds) and arrows indicating the carrying process. On the right, the 'schriftlich' (written) algorithm is shown with a standard column-wise addition. The student has written 'Ich überlege erst...' and 'Dann schreibe ich...' for both methods, indicating a reflective process. The name 'Jenny' and date '13.11.10' are written at the top.

Schüler-AB zum Vergleich der Strategie ‚Stellenweise‘ mit dem Verfahren der schriftlichen Addition (Seite 1 von 3)



chieden?“

Weiterführende methodische Informationen - illustriert durch Beispiele aus der Praxis - finden Sie in der *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Addition*.

2. Schriftliche Subtraktion

Ziel: Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege: *Entweder* den Zusammenhang, dass bei beiden Rechenwegen a) stellenweise „gewechselt“ (vgl. S. 4f.) *oder* b) „ergänzt“ (vgl. S. 5f.) wird.

Info zu den AB: Hier liegen daher zwei *alternative AB* vor. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt jeweils wiederum zum Vergleich an (vgl. Ausführungen oben):

1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehnersystem-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ („Wechseln“) gegenüber gestellt (vgl. Video „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des *Entbündelungs-Verfahrens*“; in: Haus 5, IM).

Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des ‚Wechsel-Tricks‘; Erarbeiten des ‚Entbündelns‘; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - unter Nutzung des Rechenstrichs - dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des *Ergänzungs-Verfahrens*“; in: Haus 5, IM).



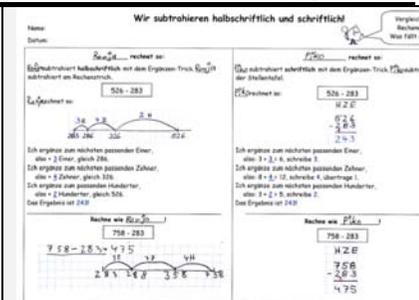
Schüler-AB zum Vergleich des ‚Wechsel-Tricks‘ mit dem schriftlichen Verfahren des ‚Entbündelns‘ (Seite 1 von 3)



Aufbau der Doppelstunde

1. **Sitzkreis an Tafel:** Wiederholung des **halbschriftlichen ‚Ergänzen-Tricks‘**; Erarbeiten des **schriftlichen ‚Ergänzens‘**; Formulierung des **Forscherauftrags** (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. **Arbeitsphase:** Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen **Forscherbericht**; treffen sich in **Mathe-Konferenzen**; erfinden eigene Aufgaben
3. **Sitzkreis an Tafel:** Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im **Tafelbild** mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

Weiterführende methodische Informationen illustriert durch Beispiele aus der Praxis finden Sie in der *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion*.



Schüler-AB zum Vergleich des ‚Ergänzen-Tricks‘ mit dem schriftlichen Verfahren des Auffüllens (Ergänzens), (Seite 1 von 3)



Weiterführende Literaturhinweise

PADBERG, Friedhelm & Christiane BENZ (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

RADATZ, Hendrik et al. (1999): Schriftliche Addition und Subtraktion. In: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 119 – 142)

Haus 5, FM  Modul 5.3: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-fortbildungs-material/modul-5.3-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen/index.html>

Haus 5, IM  Elterninfos: Schriftliche Subtraktion (jeweils ein Informationspapier zum Auffüll- und zum Entbündelungs-Verfahren)

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

Weitere Informationen (auch zu Schwierigkeiten und Fehlern) finden Sie auf der Website unseres Partner-Projektes KIRA  :

Schriftliche Addition: http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=368&lang=8

Typische Fehler bei der schriftlichen Subtraktion: http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=253&lang=8