Beate Sundermann und Christoph Selter

Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen

Während sich bis vor einigen Jahren die Bemühungen um eine Öffnung des Unterrichts auf das Fach Sprache konzentrierten, wird nun in zunehmendem Maße auch *offener Mathematikunterricht* propagiert und realisiert. Diese Entwicklung ist zweifelsohne außerordentlich zu begrüßen, beschränkt sich allerdings häufig auf eine *methodische* Öffnung: Den Kindern wird ermöglicht, Schwierigkeitsgrad und Zeitpunkt der zu bearbeitenden Aufgaben selbst zu bestimmen. Eine *inhaltliche* Öffnung hingegen hat kaum stattgefunden: Viele der zur Verfügung stehenden Unterrichtsvorschläge und Materialien sind stupidem Reiz-Reaktions-Lernen verpflichtet.

Daher erscheint es uns als unverzichtbar, die Lernsituationen kritisch daraufhin zu analysieren, ob sie offen sind für die Standorte und die Denkwege der Kinder oder ob sie – unter dem Deckmantel der Offenheit – behavioristischen Vorstellungen von Lernen zuneigen. Es muß stets reflektiert werden, ob die Schüler den Lehr-/Lernprozeß produktiv mitgestalten können oder ob sich deren Mitwirkung auf das Ausführen von vorab genau definierten Anweisungen beschränkt. Kurz: Wir brauchen nicht nur eine *offene Unterrichtsorganisation*, sondern auch *offene Lernangebote*!

In diesem Beitrag möchten wir eine etwa fünfzehnstündige Unterrichtsreihe zur halbschriftlichen Addition und Subtraktion im dritten Schuljahr beschreiben. Diesen Themenbereich über einen Monat hinweg zum Thema des Mathematikunterrichts zu machen, mag als eine ungewöhnlich lange Zeitspanne erscheinen, ist u. E. jedoch vor dem Hintergrund der Diskussion um eine stärkere Betonung des halbschriftlichen Rechnens vollkommen gerechtfertigt (vgl. Krauthausen 1995).

Der Verlauf der Unterrichtsreihe wurde ganz wesentlich durch die Denkwege der Schüler beeinflußt und ist insofern ein repräsentatives Beispiel dafür, wie offene Lernangebote auch in den Mathematikunterricht einfließen können. Die Reihe wurde wie folgt strukturiert: Zunächst erhielten die Kinder ausreichende Gelegenheit, sich mit dem in der Reihe verwendeten Kontext vertraut zu machen: den verschieden großen Vorführräumen in einem Kino-Center (1). In diesem Sinnzusammenhang wurde den Kindern eine Reihe von verschiedenen Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Tausenderraum gestellt, die sie mit ihren eigenen, informellen Strategien lösten. Diese hielten sie mit Hilfe des *Rechenstreifens* in ihren *Rechentagebüchern* fest und diskutierten sie mit ihren Mitschülern in *Rechenkonferenzen* (2 & 3). Besonders effizient erscheinende Vorgehensweisen wurden dann von der Lehrerin indirekt favorisiert (4). Anschließend setzten die Schüler die unterschiedlichen Rechenwege gezielt ein, um kontextfreie Aufgaben zur Addition und Subtraktion auf möglichst geschickte Weise zu lösen (5). Den Abschluß der Reihe bildete eine Schlußreflexion über deren Verlauf und deren Ergebnisse (6).

1. «Schätzen in den UCI-Cinemas» – Aufbau eines Kontextverständnisses

Daß Schüler häufig in der Lage sind, «eingekleidete» Aufgaben *vor* der Behandlung eines Lerninhalts zu lösen, vergleichbare Rechenanforderungen *ohne* Kontext jedoch nicht bewältigen können, ist eine empirisch gut abgesicherte Erkenntnis. Da solche Einkleidungen zwar einerseits als Lern*hilfe* fungieren können, andererseits jedoch immer auch Lern*stoff* für die Schüler darstellen, erfolgte in dieser Unterrichtsreihe die Beschränkung auf einen einzigen, den Schülern vertrauten Bedeutungszusammenhang: Das UCI-Cinema ist ein modernes Kino-Center in der unmittelbaren Schulumgebung und verfügt über insgesamt 4128 Sitzplätze; achtzehn Kinos in unterschiedlicher Größe bieten Platz für 98 bis 444 Zuschauer. Der UCI-Kontext ist vielfältig einsetzbar, da verschiedene Aufgabentypen denkbar sind. Diese können nahelegen, ...

1. zu addieren: «Im Kino x sitzen y Personen. Es kommen noch z Personen hinzu.»,
2. abzuziehen: «Im Kino x sitzen y Personen. In der Pause gehen z Personen hinaus.»,
3. zu ergänzen: «Das Kino hat y Plätze. Es sind schon z Personen da.»

Kritische Rückfragen bezüglich der Lebensnähe dieser Aufgaben sind selbstverständlich berechtigt. So wird man nur schwerlich auf die Idee kommen, vor Beginn der Pause die Anzahl der besetzten Plätze zu ermitteln, dann während der Pause darauf zu achten, wie viele Zuschauer den Saal verlassen, um ausgehend von diesen Informationen die Gesamtzahl der verbliebenen Personen festzustellen. Die Funktion der Kontextaufgaben bestand jedoch schwerpunktmäßig nicht darin, mit der Mathematik die *Umwelt* besser zu verstehen, sondern darin, mit Hilfe der Umwelt die *Mathematik* besser zu erfassen. Entscheidend erschien in diesem Zusammenhang also nicht vorrangig die lebenspraktische Relevanz des Kontextes, als vielmehr die Tatsache, daß die Schüler in dieser Grundsituation verständig operieren konnten.

Um mit dem UCI-Kontext vertraut zu werden, wurde vor Beginn der eigentlichen Unterrichtsreihe ein Ausflug in das UCI-Kino-Center organisiert. Eine Kino-Rallye, bei der die Schüler u. a. die Größe der einzelnen Kinosäle schätzen und weitere interessante Zusatzinformationen sammeln konnten, stand dabei ebenso im Mittelpunkt wie der gemeinsame Besuch der Vorführung eines Kinderfilms.

2. & 3. Entwicklung informeller Strategien zur Addition und zur Subtraktion

Zielorientierung sowie methodische Strukturierung des zweiten und des dritten thematischen Schwerpunkts, in denen den Schülern Additions- und Subtraktionsaufgaben gestellt wurden, die jeweils unterschiedliche Anforderungen aufwiesen (bezüglich der Zahlengröße, der Anzahl der Zehner-/Hunderterüberschreitungen oder der Semantik des Kontexts), waren weitgehend identisch: Die Schüler sollten diese Aufgaben mit informellen Rechenstrategien bearbeiteten, ihre Vorgehensweisen mit Hilfe des *Rechenstreifens* und ihres *Rechentagebuches* dokumentieren sowie ihre Strategien bzw. die ihrer Mitschüler in *Rechenkonferenzen* diskutieren.

Bei der Entwicklung und der Dokumentation der individuellen Rechenstrategien war der von den Kindern *Rechenstreifen* genannte leere Zahlenstrahl von zentraler Bedeutung. Er besteht aus einem horizontalen Strich, auf dem die Schüler selbst Zahlen bzw. Operationen in Analogie zum herkömmlichen Zahlenstrahl eintragen (vgl. Treffers 1991, S. 40 ff.; Höhtker/Selter 1995). Dabei ist es zwar wesentlich, daß Bögen, die Plus- bzw. Minussprünge repräsentieren sollen, den Zahlenverhältnissen größenordnungsmäßig angenähert werden. Millimetergenaue «Zeichnungen», bei denen für die Addition von beispielsweise *100* exakt die fünffache Sprungweite eines Zwanzigersprungs gewählt werden muß, würden den leeren Zahlenstrahl jedoch zu einem weitgehend unpraktikablen «Hilfsmittel» degenerieren lassen, bei dem die zu erbringenden Rechenleistungen zugunsten der Zeichen- und Meßanforderungen zurückträten.

Der Rechenstreifen stellt nicht nur eine *Anschauungshilfe*, sondern auch ein effizientes *Artikulationsmedium* für die Rechenwege der Schüler dar (Merkhilfe mit wenig Schreibaufwand; kein Gleichheitszeichen muß beachtet werden), wie einige Lösungen zu der Aufgabe «Im Kino 4 sitzen 128 Personen. Es kommen noch 96 hinzu» verdeutlichen können (Abb. 1). *Patrizia* (128+90+6) oder *Markus* (128+6+90) beispielsweise addierten Zehner und Einer des zweiten Summanden separat, während *Nina* (128+2+70+24) oder *Jennifer* (128+2+90+4) ebenfalls schrittweise addierten, dabei allerdings «glatte» Zwischenergebnisse erzielten. *Ferit* bzw. *Marc-André* (128+100–4) benutz-

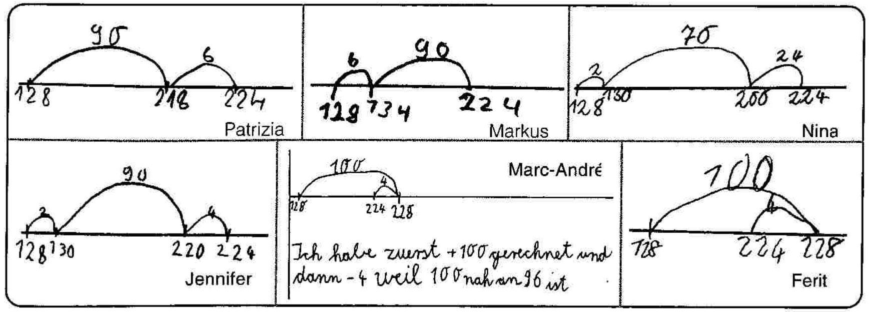

Abb. 1: Lösungen einer Plusaufgabe

ten eine leichter zu berechnende «Hilfsaufgabe» und nahmen dann die entsprechenden Korrekturen vor.

Insgesamt war eine große Heterogenität der Lösungswege zu beobachten, die auch bei der Subtraktion festgestellt werden konnte (vgl. auch SUNDERMANN/SELTER 1995). Repräsentativ wollen wir einige Lösungen zur der Aufgabe «Im Kino 2 können 216 Personen sitzen. Es sind schon 148 da» vorstellen (Abb. 2). *Kristina* subtrahierte schrittweise zuerst die Zehner und dann die Einer (216–40–8), während *Patrizia* (216–100–20–20–4–4) und *Manuela* (216–100–20–20–8) Zehner bzw. Einer weiter aufsplitteten. Eine andere Strategie bestand darin, den Subtrahenden so aufzuspalten, daß «glatte» Zahlen als Zwischenergebnisse dienten (*Simone*: 216–100–6–42; *Oliver*: 216–110–6–30–2; *Katrin*: 216–16–100–30–2). Die Aufgabenstellung veranlaßte zudem manche Schüler dazu, zu ergänzen, so etwa *Stephanie*, die «stellengerecht» auffüllte (zuerst die Zehner, dann die Einer: 148+30+20+10+8), oder auch *Marc-André*, der dabei Schwellenzahlen ausnutzte (148+2+50+16). Schließlich lösten auch einige Schüler – wie etwa *Nadine* – die Problemstellung durch das Heranziehen einer Hilfsaufgabe (216–150+2).

Die durch diese wenigen Beispiele bestenfalls anzudeutende Lösungsvielfalt stellte ein zentrales Element des Unterrichts dar, sollte allerdings nicht dazu führen, daß jeder Schüler seine eigenen – bisweilen durchaus umständlich wirkenden und fehleranfälligen – Vorgehensweisen verabsolutierte. Als bewußter Gegenpol zu einer übertriebenen Individualisierung verlangte das *Rechnen auf eigenen Wegen* (SELTER 1995; SPIEGEL 1993) auch, die Schüler behutsam dazu anzuregen, ausgehend von ihrem *singulären* Wissen effizientere Vorgehensweisen zu erwerben. Der Einsatz von Rechentagebüchern und Rechenkonferenzen sollte dazu beitragen, diese Orientierung am *Regulären* zu erfüllen (vgl. SUNDERMANN/SELTER 1995a).

Die *Rechentagebücher* lehnen sich in der Zielsetzung wie auch in der konkreten Ausgestaltung eng an die sog. Reisetagebücher an (vgl. GALLIN/RUF 1993), die jedem Schüler die Möglichkeit geben sollen, die vorgegebenen

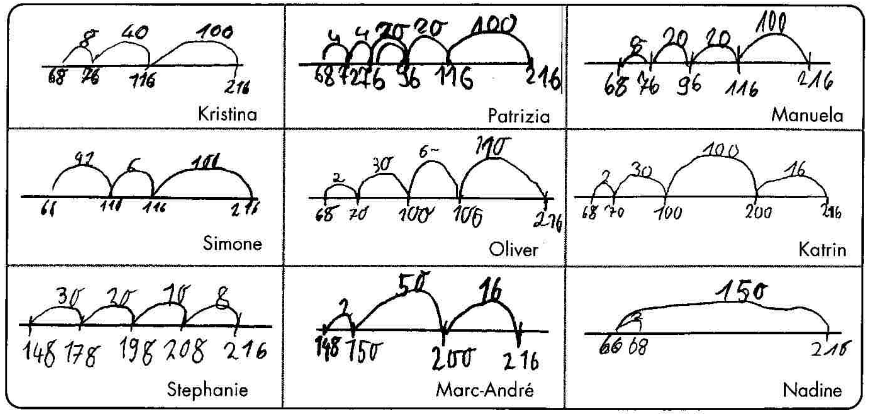

Abb. 2: Lösungen einer Minusaufgabe

Stoffgebiete auf *eigenen Wegen* zu erkunden. Reisetagebücher sind Schülerhefte, in denen die Schüler ihren Lernweg und ihre Lernergebnisse mit allen Erfolgen, Schwierigkeiten und offenen Fragen in ihrer jeweils individuellen Sprache aufzeichnen sollen. Ihr Einsatz kann dazu beitragen, die schriftliche Ausdrucksfähigkeit zu schulen und damit der Sprachlosigkeit des Mathematikunterrichts entgegenzuwirken, die leider häufig darin resultiert, daß Schüler wie Erwachsene unfähig sind, sich verständlich über Mathematik zu artikulieren. Reisetagebücher bieten zudem der *Lehrerin* eine reichhaltige Informationsbasis über die Denk- und Lösungsprozesse jedes einzelnen Kindes.

Aufgrund der leichteren Verständlichkeit erschien es uns als sinnvoll, im Rahmen der Unterrichtsreihe nicht von Reise-, sondern von *Rechentagebüchern* zu sprechen. Auf deren ersten Seiten sollten die Schüler ihre Bearbeitungen der Kontextaufgaben festhalten. Deren Verschriftlichungsprozesse wurden durch einen Leitfaden strukturiert, um sie nicht durch ein zu hohes Maß an Freiheit zu überfordern und um eine gemeinsame Gesprächsbasis bei der Durchführung von Rechenkonferenzen zu erhalten: Die Schüler wurden gebeten, in der linken Hälfte des Blattes die Aufgabe sowie den Rechenweg in symbolischer Darstellung anzugeben und in der rechten Hälfte ihre Vorgehensweise mit Hilfe des Rechenstreifens bzw. durch einen kurzen Text zu erläutern (Abb. 3).

Nina beispielsweise bearbeitete die Aufgabe «Im Kino 15 sitzen 274 Personen. Es kommen noch 167 hinzu», indem sie zuerst die Hunderter, dann die Einer und abschließend die Zehner addierte (Abb. 4). Ein zweiter Rechenweg bezog sich auf die «Hilfsaufgabe» «280+167», allerdings ohne einen direkten Rückbezug zur ursprünglichen Aufgabenstellung aufzuweisen. Ihre Vorgehensweisen kommentierte *Nina* wie folgt: «Es ist eine Plusaufgabe, weil 167 dazukommen. Ich habe erst die Hunderter dazugezählt, dann

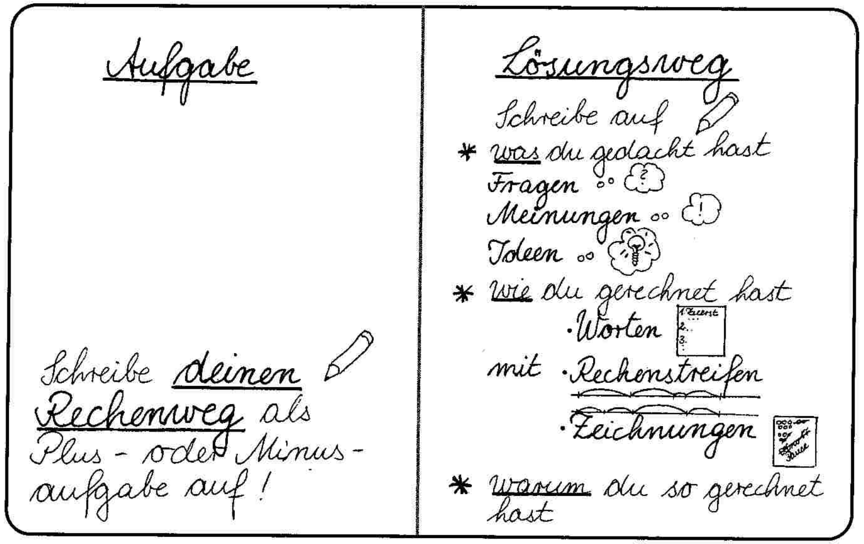

Abb. 3: Leitfaden für die ersten Tagebuchseiten

die Zehner und zuletzt die Einer. Ich fand die zweite Möglichkeit, die ich gerechnet habe, leichter. So hatte ich keine Schwierigkeiten. Die Aufgabe war leicht für mich.»

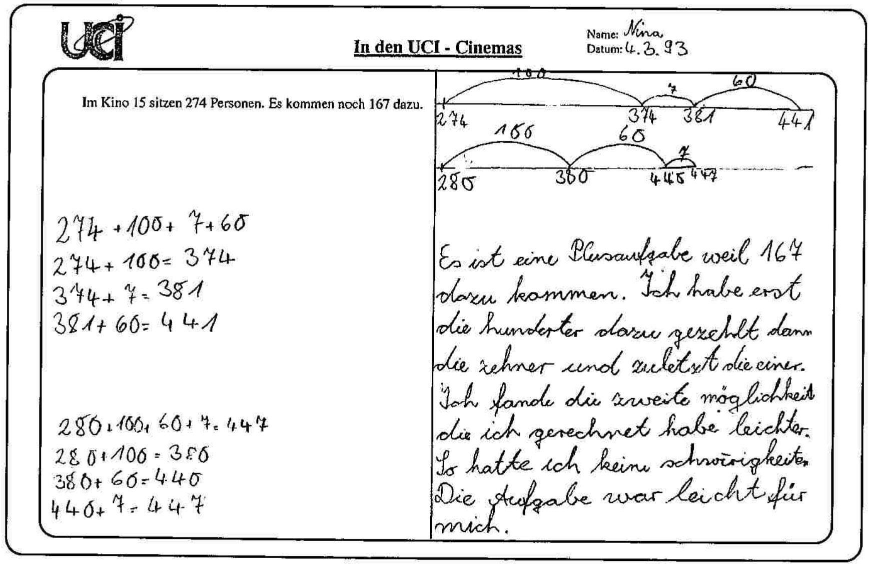

Abb. 4: Ninas Tagebuchseite

Von Vorteil war es zweifelsohne, daß die Schüler im Sprachunterricht sich seit dem ersten Schuljahr im «freien Schreiben» geübt hatten und es somit gewohnt waren, Verschriftlichungsprozesse selbständig anzugehen. Zwei weitere Beispiele sollen dokumentieren, welche Rechenmethoden die Schüler entwickelten und wie reflektiert sie dabei vorgingen (Abb. 5).

Nadine schrieb: «In der Aufgabe steht, daß in Kino 4 128 Personen sitzen. Und es kommen 96 dazu. Wenn im Kino 4 128 Personen sitzen und 96 dazukommen, dann kann es keine Minusaufgabe sein. Für mich war nichts schwierig. Warum habe ich so gerechnet? Ich habe 128 plus 2 gerechnet, weil ich dann eine glatte Zahl, dann plus 4 plus 20+50+20. Ich finde das geschickt, weil man dann sofort auf das Ergebnis kommt. Bei der anderen Aufgabe habe ich das nur umgestellt. Für mich war das einfach.» *Thilo* notierte: «Ich bin erst zurück auf den Zehner gegangen und auf den nächsten Hunderter gegangen, danach wieder auf den nächsten Hunderter, und dann habe ich noch den Rest der Zehner und der Einer abgezogen. Ich habe so gerechnet, weil, wenn man erst zum nächsten Zehner zurückgeht, kann man leichter weiterrechnen.»

Der Einsatz von Rechentagebüchern bietet zweifelsohne viele Vorteile, kann allerdings andererseits zu einer übertriebenen Individualisierung des Unterrichts führen, wenn nicht auch das Lernen von- und miteinander angeregt wird. Daher fanden die Schüler sich – ähnlich wie bei den Schreibkonferenzen (vgl. SPITTA 1993) – mehrmals jeweils zu zweit, dritt oder viert zu etwa fünfzehnminütigen *Rechenkonferenzen* zusammen, in denen sie einander

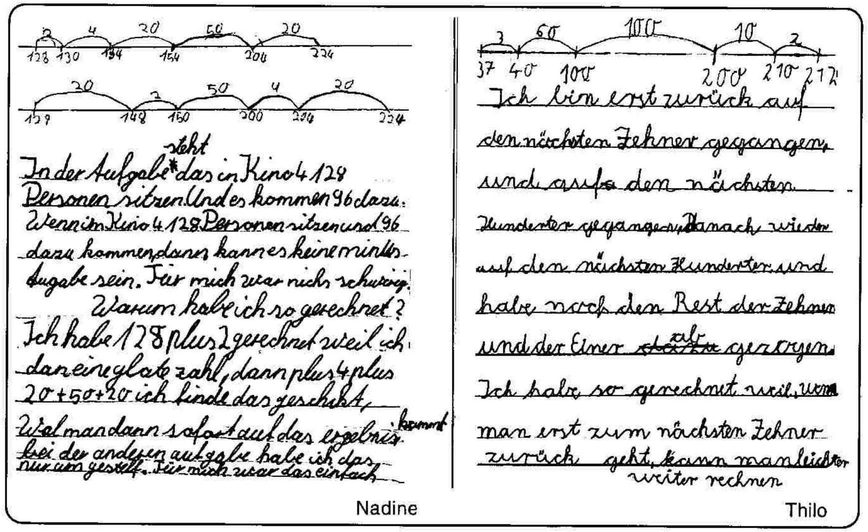

Abb. 5: Ausschnitte aus den Tagebüchern von Nadine und von Thilo

Texte oder schriftlich fixierte Lösungsversuche vorstellten. Als Anhaltspunkt wurde ein «Leitfaden» entworfen (Abb. 6); zudem dienten die folgenden Leitfragen als Orientierungspunkte: «Wie hat das «Autorenkind» gerechnet? Warum hat es so gerechnet? Wie ist es auf die Idee gekommen, *so* zu rechnen? Empfinden auch die Mitschüler den Rechenweg als geschickt? Ist der Erklärungsversuch verständlich? Und schließlich: Ist das Ergebnis richtig?» Gegebenenfalls erfolgte im Anschluß eine Überarbeitung des Entwurfs, dem abschließend die «Endredaktion» durch die Lehrerin folgte. Die überarbeitete Fassung schließlich wurde zur Veröffentlichung für das «Rechentagebuch der Klasse 3» gesammelt (vgl. 6. Einheit).

Eine Aufgabe bestand – zum Abschluß der Reihe – für die Schüler darin, die Besonderheiten von Rechenkonferenzen zu beschreiben (Abb. 6). Dabei notierte Oliver: «Bei der Rechenkonferenz ist es die Aufgabe, leise zu sein. Man muß auch seine Aufgabe vorlesen und dann die Rechenwege besprechen. Und dann ist es noch wichtig zu überarbeiten.» Stephanie gab an: «Wir haben eine Rechenkonferenz gemacht, wenn wir mit dem Blatt fertig waren. In der Rechenkonferenz haben wir unsere Aufgabe vorgelesen, und die anderen Kinder haben dann gesagt, ob sie das gut finden oder nicht. Marc-

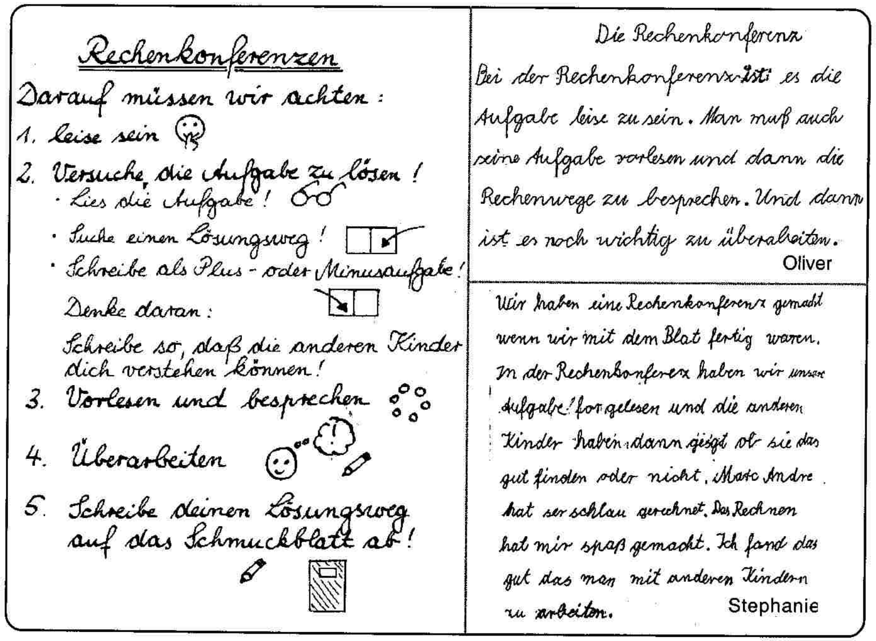

Abb. 6: Leitfaden für Rechenkonferenzen und Texte über diese

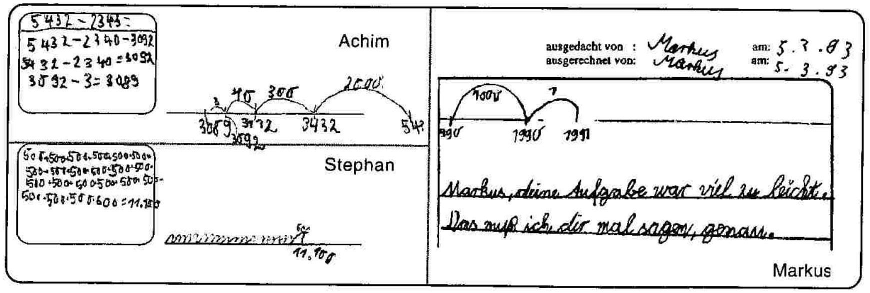

Abb. 7: Selbst erfundene Aufgaben von Achim, Stephan und Markus

André hat sehr schlau gerechnet. Das Rechnen hat mir Spaß gemacht. Ich fand es gut, mit anderen Kindern zu arbeiten.»

Die Zielsetzung der Rechenkonferenzen war somit (mindestens) eine zweifache: Zum einen sollten die Schüler die Rechenwege ihrer Mitschüler kennenlernen, über sie produktiv reflektieren und sie – ggf. modifiziert – in das eigene kognitive Repertoire einordnen. Zum anderen sollte die Ausdrucksfähigkeit des «Autorenkindes» und die der «Kritiker» geschult werden.

Die während dieser Phase des Lernprozesses in besonderer Weise offenbar werdende Leistungsheterogenität der Schüler wurde u. a. dadurch aufgefangen, daß für alle Kinder das Differenzierungsangebot bestand, sich selbst analoge Aufgaben auszudenken und zu lösen, die in der Regel dem eigenen Leistungsniveau entsprechen sollten. Anschließend schrieben sie diese auf eigens dafür vorgesehene Zettel und brachten sie mit Hilfe von Wäscheklammern an der sog. Knobel-Leine an, von der sich die Mitschüler ihrerseits ihrem Leistungsniveau entsprechende Knobel-Aufgaben aussuchten. Kontrolliert wurde das Ergebnis schließlich von dem «Erfinder» der Aufgabe. Im Umgang mit der «Knobel-Leine» drängten die Schüler natürlich auch darauf, den für das dritte Schuljahr vorgesehenen Tausenderraum zu verlassen (Abb. 7). So stellte *Achim* sich beispielsweise die Aufgabe *5432-2345*, die er am Rechenstreifen durch schrittweise Subtraktion löste (5432–2000–300–40–3) und dann in der symbolischen Darstellung etwas verkürzt notierte. *Stephan* bearbeitete das Problem, 21mal die 500 und einmal die 600 zu summieren; diese Rechenanforderung bewältigte er, indem er jeweils zwei 500er-Bögen zeichnete und begleitend in 1000er-Schritten zählte. Den letzten Sprung gestaltete er bewußt etwas größer und kennzeichnete ihn durch die Angabe der Zahl 600. *Markus* schließlich erfand für seine Mitschüler die Aufgabe 990+1001, die er dann selbst auf dem Aufgabenblatt durch schrittweise Addition (990+1000+1) löste. Sein an sich selbst gerichteter Kommentar lautete: «Markus, deine Aufgabe war viel zu leicht. Das muß ich dir mal sagen, genau.»

4. «Rechne wie ...» – Anwendung von Rechenstrategien

Die Grundidee des Rechnens auf eigenen Wegen besteht darin, die unterschiedlich ausgeprägten Kompetenzen der Schüler im Lehr-/Lernprozeß zu nutzen. Daß die Schüler bestimmte Lernziele erreichen sollen, steht dazu in keinem Widerspruch. Sie sollten dazu angeregt werden, sich die durch die Lehrpläne vorgeschriebenen Wissenselemente, Fertigkeiten und Fähigkeiten anzueignen, ohne dabei allerdings von ihrer singulären Basis entfremdet zu werden (vgl. GALLIN/RUF 1993). Das bedeutete auch, als elegant und effizient geltende Rechenwege explizit zu thematisieren und als Lehrperson indirekt zu favorisieren; die Schüler sollten allerdings nicht zu deren Nutzung *verpflichtet* werden.

Die Integration anderer Rechenwege in das eigene Strategienpotential erfolgte dadurch, daß in der Lerngruppe zu beobachtende und als geeignet erscheinende Vorgehensweisen ausgewählt und bei einer Reihe von Aufgaben nachvollzogen wurden. Beispielsweise sollten die Schüler so rechnen wie *Ferit*, der in den vorangegangenen Unterrichtsstunden beim Auftreten von schwellennahen Summanden bzw. Subtrahenden mehrfach eine Hilfsaufgabe benutzt hatte, also etwa *128+96* durch *128+100–4* gelöst hatte. Die Schüler – hier Jennifer – sollten diese Vorgehensweise dann u. a. bei den Aufgaben *237+96* sowie *439+98* anwenden (Abb. 8).

Die Kinder konnten jedoch nicht nur die Rechenwege anderer Schüler verstehen, sondern auch über deren Nutzung reflektieren. In Rechen-

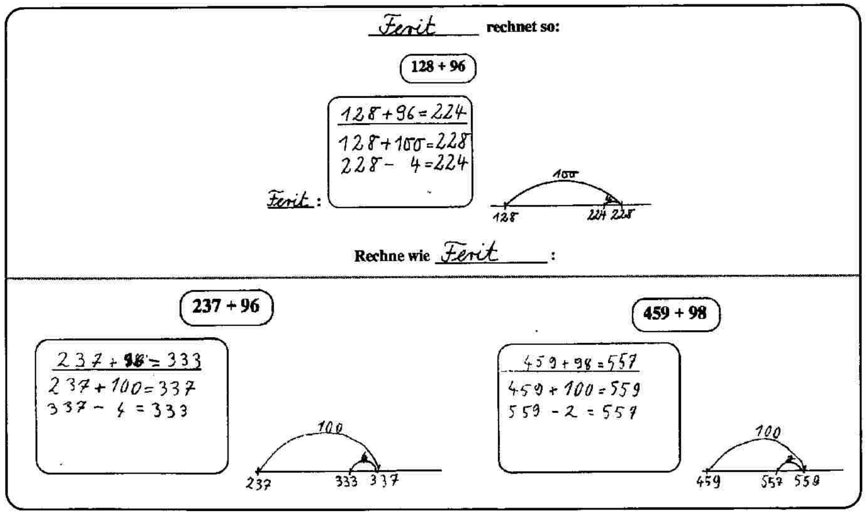

Abb. 8: Jennifer rechnet wie Ferit

konferenzen sowie im Unterrichtsgespräch erarbeiteten sie dabei u. a., daß bestimmte Kinder bestimmte Rechenstrategien vorzogen – z. B. immer abzogen, auch wenn eine Ergänzungsaufgabe gestellt wurde, oder unabhängig von der Zahlengröße stets «glatte Zahlen» als Zwischenergebnisse nutzten. Neben solchen individuellen Präferenzen wurde auch die Tatsache diskutiert, daß bestimmte Aufgabenstrukturen bestimmte Rechenwege nahelegten. So wurde beispielsweise erkannt, daß es Summanden gibt, die «nah an einer glatten Zahl» sind, und andererseits auch solche, bei denen sich Ferits Strategie nur schwerlich anbietet. Des weiteren wurde thematisiert, daß bei bestimmten Aufgaben ein schrittweises Vorgehen, beginnend beim Hunderter («Rechne wie Angela»; bzw. entsprechend für die Subtraktion: «Rechne wie Jasmin») geschickt zu sein scheint, «weil man dann schon fast das Ergebnis hat» (*Jasmin*). Einige Schüler wiesen zudem darauf hin, daß es geschickt sein kann, Aufgaben, die sich durch eine geringe Differenz auszeichnen («Rechne wie Marc André»), durch Ergänzen zu lösen (432–427 durch Berechnung von 427+5=432).

5. «Rechne geschickt!» – Bewertung von Rechenstrategien

In der fünften Einheit sollte die Reflexion über die Vor- und Nachteile der verschiedenen Rechenstrategien noch einmal explizit im Vordergrund stehen. Hierzu bekamen die Schüler Aufgaben gestellt, die die schrittweise Addition bzw. Subtraktion (im Beispiel: 2. bzw. 3.), das Ergänzen (wenn Minuend und Subtrahend nahe beieinander lagen, 4.) bzw. die Nutzung einer Hilfsaufgabe (1., 5. bzw. 6.) nahelegen sollten, jedoch nicht unbedingt mit diesen Strategien gelöst werden mußten (Abb. 9).

1. 472 + 398 = 870 472+400=872 872- 2= 870	2. 267 - 178 = 89 267-100 = 167 167-70 = 97 97 - 8 = 89	3. 134 + 128 = 262 134+ 100 = 234 234+20 = 254 254+8 = 262
4. 907 - 884 = 23 884 + $\boxed{23}$ = 907 884 + 6 = 890 890+ 10=900 900 + 7 = 907	5. 379 - 99 = 280 379 - 100 = 279 279 + 1 = 280	6. 882 - 598 = 284 882-600=282 282+2=284

Abb. 9: Angela rechnet geschickt

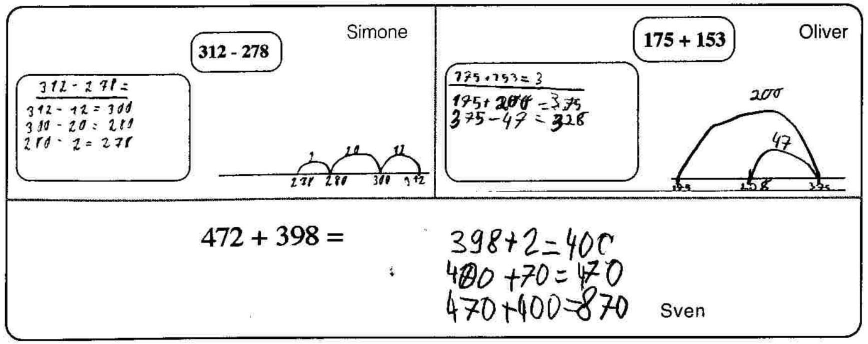

Abb. 10: Lösungswege von Simone, Oliver und Sven

So entwickelten die Kinder innerhalb dieser Reihe auch andere Strategien, die keineswegs eines Bewußtseins für «geschicktes» Vorgehen entbehrten (Abb. 10). Während *Simone* bei der kontextfrei gestellten Aufgabe 312–278 den Subtrahenden als zu bestimmende Differenz einsetzte und somit zu einer Art «rückwärtigem Ergänzen» gelangte, verwendete *Oliver* auch bei Additionsaufgaben, deren Summanden nicht als «schwellennah» zu bezeichnen waren, die Strategie «Hilfsaufgabe», da es ihm – wie er auf Nachfrage angab – leicht fiel, die Differenz zum Ausgangssummanden zu bestimmen und zu subtrahieren.

Svens «Erfindung» bestand darin, die Summanden zu vertauschen; er hatte erkannt, daß sich die Einer durch Addition zu einem «glatten Zehner» verbinden, was hier durch Auffüllen zu der Zwischensumme *400* führt. Dann addierte er die Zehner und schließlich die Hunderter des ersten Summanden (398+2+70+400).

6. «So haben wir gerechnet» – Reflexion der Unterrichtsreihe

Eine Rückbesinnung über Art und Wert des neuen Wissens sollte Bestandteil jeden Unterrichts sein, da auf diesem Wege sowohl die Schüler als auch die Lehrerin die behandelten Inhalte und die benutzten Methoden mit einem höheren Maß an Bewußtheit verfolgen können. Zum Abschluß dieser Unterrichtsreihe fertigten die Schüler jeweils ein «Rechentagebuch der Klasse 3» für die Klasse 2 und für interessierte Eltern an, in dem sie ihre Erfahrungen und Lernerfolge verschriftlichten.

Das *Rechentagebuch der Klasse 3* beinhaltete neben auf den Schmuckblättern gesammelten, individuellen Rechenstrategien der Schüler bei bestimmten Aufgaben (vgl. 2. und 3. Einheit) auch ausgewählte Schülerdokumente zu den «Rechne wie ...»- und den «Rechne geschickt»- Aufgabenstellungen. Die Schüler schrieben zudem eine adressatenbezogene Einleitung, gestalteten ein Deckblatt und nahmen außerdem eine Reihe von Knobel-Aufgaben auf. In der Einleitung für den 2. Jahrgang schrieb Kristina: «Liebe Klasse 2a! Wir haben lange Zeit mit dem Rechenstreifen gerechnet. Wenn man schlau rechnen will und die Zahlen nah zusammen liegen, dann könnte man die Umkehraufgabe bilden! Und wenn die Zahlen weit auseinander liegen, dann ist es schlau, erst Hunderter, Zehner und dann Einer zu rechnen! Rechenkonferenzen haben wir auch gemacht. Wir haben viel gelacht.» Diesem Text fügte sie die Zeichnung eines Rechenstreifens an, an dem die Aufgabe 128+96 mit der Strategie «Hilfsaufgabe» gelöst worden war.

In den einleitenden Erklärungen der Fassung für die Eltern reflektierte Patrizia über die Unterrichtsreihe: «Liebe Eltern der Klasse 3! Wir haben ein Rechentagebuch entwickelt. Wir haben sehr viele Blätter gesammelt. Die Lösung war einfach, wir haben den Rechenstreifen dazu benutzt. Zum Beispiel 275+155. ((Es folgt die Angabe der Lösung mit Hilfe des Rechenstreifens.)) So geht der Rechenstreifen. Wir haben auch Blätter bekommen, wo wir eine Plus- oder Minusaufgabe hinschreiben sollten, und jemand hat sie

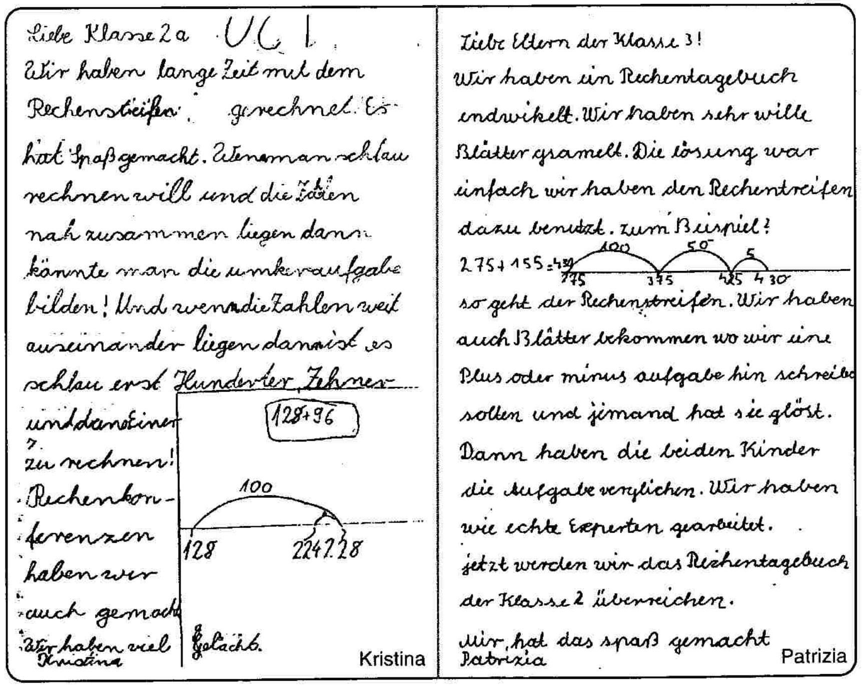

Abb. 11: Kristinas und Patrizias Briefe

gelöst. Dann haben die beiden Kinder die Aufgabe verglichen. Wir haben wie echte Experten gearbeitet. Jetzt werden wir das Rechentagebuch der Klasse 2 überreichen. Mir hat das Spaß gemacht.»

Schlußbemerkung

«Einheitslehrgänge sichern Vergleichbarkeit allenfalls im Verhalten, nicht jedoch im Denken», so hat Brügelmann (1986, S. 9) einen Unterricht kritisiert, bei dem alle Schüler stromlinienförmig im Klein- und Gleichschritt von einem Lernatom zum nächsten geführt werden. Mit dem vorliegenden Beitrag wollten wir im Gegensatz hierzu ein Beispiel für einen offenen Mathematikunterricht geben, der die Denkwege der Schüler zu einem wesentlichen, wenngleich natürlich nicht zum einzigen Bezugspunkt macht: Denn *Offenheit* sollte nicht in *Beliebigkeit* münden, sondern stets auch mit *Zielbewußtheit* verschränkt werden.

Literatur

Brügelmann, H.: Die Schrift entdecken. Beobachtungshilfen und methodische Ideen für einen offenen Anfangsunterricht im Lesen und Schreiben. Konstanz: Faude 1986

Gallin, P./Ruf, U.: Sprache und Mathematik. Ein Bericht aus der Praxis. In: Journal für Mathematik-Didaktik. 14. Jg., H. 1/1993, S. 3-33

Höhtker, B./Selter, Ch.: Von der Hunderterkette zum leeren Zahlenstrahl. Orientierungsübungen im Hunderterraum. In: Müller, G. N./Wittmann, E. Ch. (Hg.): Mit Kindern rechnen. Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Arithmetikunterricht. Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule 1995, S. 122-137

Krauthausen, G.: Für die stärkere Betonung des halbschriftlichen Rechnens. In: Grundschule. 27. Jg., H. 5/1995, S. 14-18

Selter, Ch.: Eigene Wege zum Einmaleins. In: Grundschule. 27. Jg., H. 5/1995, S. 10-13

Spiegel, H.: Rechnen auf eigenen Wegen. In: Grundschulunterricht. 40. Jg., H. 10/1993, S. 5-7

Spitta, G. (Mod.): Themenheft «Schreibkonferenzen. Kinder verändern ihre Schreibstrategien». Die Grundschulzeitschrift. H. 61/1993

Sundermann, B./Selter, Ch.: Halbschriftliche Addition und Subtraktion im Tausenderraum (I): Die Rechenmethoden der Schüler. In: Grundschulunterricht. 42. Jg., H. 1/1995, S. 22-25

Dies.: Halbschriftliche Addition und Subtraktion im Tausenderraum (II): Auf dem Weg vom «Singulären» zum «Regulären». In: Grundschulunterricht. 42. Jg., H. 2/1995a, S. 30-32

Treffers, A. (1991): Didactical background of a mathematics program for primary education. In: Streefland, L. (Hg.): Realistic mathematics education in primary school. Utrecht: Freudenthal institute, S. 21-56