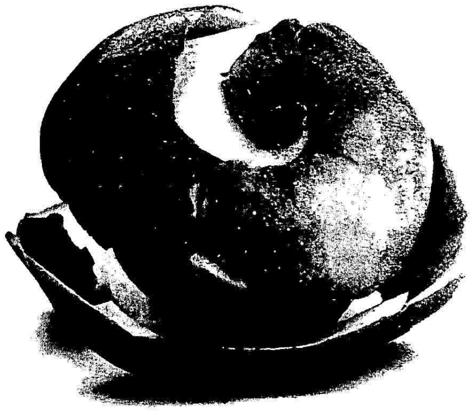
Flexibles Rechnen statt Normierung auf Normalverfahren!



ADRI TREFFERS ZUM 65. GEBURTSTAG

CHRISTOPH SELTER

Unlängst hospitierte ich mit Studierenden in einem 1. Schuljahr. Der Lehrer zeigte uns eine Unterrichtsstunde, in der Plusaufgaben im Zahlenraum bis 20 auszurechnen waren. Dabei ergab sich folgender Dialog zwischen ihm und Timo:

L.: Was ist 9 + 4?

T.: Wenn es 10 wären, wären es 14, weil 5 + 5 ist ja 10, und 4 dazu ist 14, aber es ist ja 5 + 4 ... *(wird von L. unterbrochen).*

L.: Wer kann es dem Timo noch mal erklären?

Sch.: Du musst rechnen 9 + 1 = 10, und dann noch die 3 dazu, macht 13!

L.: Hast du es verstanden, Timo?

T.: *(nickt, wirkt wenig überzeugt)*

Einige Minuten später in der gemeinsamen Nachbesprechung der Stunde:

L.: Timo hat große Schwierigkeiten in Mathematik. Manchmal glaube ich, er hört mir nicht richtig zu.

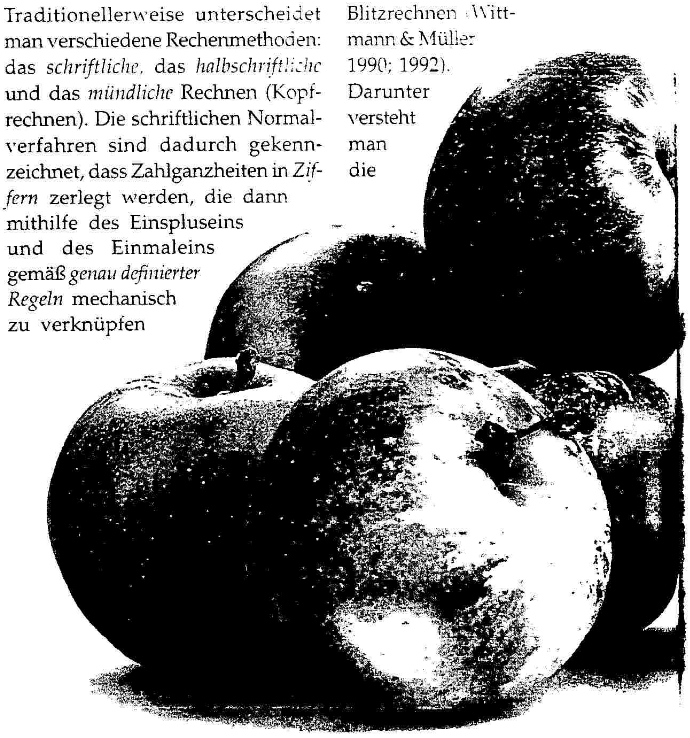
Wie man einen Haufen Äpfel auf viele verschiedene, auch unkonventionelle Weisen zerlegen kann, ...

Verkehrte Welt? Ist es nicht der Lehrer, der hier nicht richtig zuhört und Timos Überlegung (10 + 4 = 14, also ist 9 + 4 = 13) nicht erfasst? Ich vermute, dass sich Episoden wie diese leider vergleichsweise häufig ereignen, und ich befürchte, dass es das keinesfalls seltene Schicksal der sog. schwachen Schüler ist, dass ihre – aus der Erwachsenensicht – unkonventionell erscheinenden, eigenen Rechenwege nicht immer in ihrer Originalität erkannt werden (vgl. Kasten unten links). Stattdessen kommt der durch die Lehrperson vertretenen Methode oft Monopolcharakter zu – wie das Beispiel von Timo bei der Zehnerergänzung zeigt, auch schon lange, bevor die schriftlichen Normalverfahren behandelt werden.

Verschiedene Rechenmethoden

Traditionellerweise unterscheidet man verschiedene Rechenmethoden: das *schriftliche*, das *halbschriftliche* und das *mündliche* Rechnen (Kopfrechnen). Die schriftlichen Normalverfahren sind dadurch gekennzeichnet, dass Zahlganzheiten in *Ziffern* zerlegt werden, die dann mithilfe des Einspluseins und des Einmaleins gemäß *genau definierter Regeln* mechanisch zu verknüpfen sind (in der Regel an der Einerstelle beginnend, d. h. von *klein nach groß*).

Man kann die schriftlichen Standardalgorithmen auch als Methoden des *Ziffern*rechnens bezeichnen und sie gegenüber denen des *Zahlen*rechnens abgrenzen, ein Begriff, der das halbschriftliche Rechnen (mit Aufzeichnungen unterschiedlicher Ausführlichkeit) und die nicht automatisierten Bereiche des mündlichen Rechnens (keine Notizen) zusammenfassend charakterisiert. Kennzeichnend hierfür ist generell, dass die Schüler mit (zerlegten) *Zahlganzheiten* nach *nicht determinierten* Vorgehensweisen operieren (in der Regel beim größten Stellenwert beginnend, d. h. von *groß nach klein*). Grundlage sowohl des Ziffern- als auch des Zahlenrechnens ist das sog. Blitzrechnen (Wittmann & Müller 1990; 1992). Darunter versteht man die



EIN UNKONVENTIONELLER RECHENWEG

In einem 4. Schuljahr wurde in einer Klassenarbeit die folgende Aufgabe gestellt: „Der Apotheker füllt 1,750 kg Salmiakpastillen in Tüten zu je 50 g. Wie viele Tüten erhält er?" Verstehen Sie, wie Annika gedacht hat?

1,750 kg : 50 g

$2 \cdot 7 = 14$
$1 \cdot 1 = 1$
$2 \cdot 10 = \underline{20}$
35

Antwort: Der Apotheker erhält 35 Tüten.

Zunächst dachte die Lehrerin, Annika hätte die Lösung abgeschrieben ...

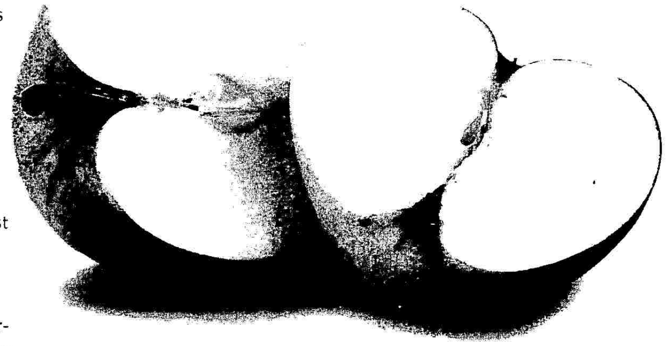
Aus: Selter & Spiegel 1997, S. 11

automatisierten ($8 \cdot 9 = 72$) und die quasi-automatisierten ($72 : 9 = 8$, weil $8 \cdot 9 = 72$) Bereiche des Kopfrechnens.

Für die Aufgabe 342 + 599 beispielsweise existiert nun eine Fülle von verschiedenen Möglichkeiten des Zahlenrechnens, aber nur – legt man unsere Lehrpläne zugrunde – ein einziges Verfahren des Ziffernrechnens. Wie die Rechnungen zeigen, verwenden Kinder dabei bisweilen durchaus Mischformen, bei denen sie einen Teil der Aufgabe durch Zahlen-, einen anderen durch Ziffernrechnen bewältigen (s. S. 8).

Darüber hinaus sind Entscheidungen über die verwendete Rechenmethode nicht immer eindeutig zu treffen. Auch wenn es beispielsweise so aussieht, als habe ein Kind 3 + 5 = 8 – also ziffernweise – gerechnet, kann es durchaus sein, dass es den Weg des Zahlenrechnens gegangen ist (300 + 500 = 800), aber die Schreibfigur auf das Notwendige reduziert hat (Beispiel 12). Andersherum: Nicht wenige Kinder schreiben zwar Aufgabe und Ergebnis in eine Zeile, sodass man auf die Verwendung einer Kopfrechenmethode schließen könnte, gehen aber ziffernweise von hinten nach vorne vor und gelangen mithilfe des (vollständig im Kopf ausgeführten) schriftlichen Normalverfahrens zum Ziel (möglicherweise beim Beispiel 4).

Auch wenn Schüler bisweilen solche Mischformen verwenden und die Grenzen zwischen verschiedenen Rechenmethoden verschwimmen mögen, so ist es doch wichtig, nochmals auf die erwähnten grundlegenden Unterschiede zwischen Ziffern- und Zahlenrechnen hinzuweisen. Denn es sollte nicht der Eindruck entstehen, es gäbe einen *bruchlosen* Übergang vom einen zum anderen. Wir begegnen hier zwei fundamental verschiedenen Denkweisen, die zwar von den Schülern zueinander in Beziehung gesetzt werden können und sollten, die aber nicht organisch auseinander hervorgehen.



Es ist im Übrigen nach meiner Einschätzung nicht zutreffend, dass das Ziffernrechnen prinzipiell immer ein verständnisloses Ausführen von Algorithmen ist, und dass den Kindern das Zahlenrechnen per se leichter fällt (vgl. hierzu etwa Bauer 1998, 189f., oder Radatz u. a. 1998, 76ff.). Letzteres mag für die selbst entwickelten Rechenmethoden, muss aber nicht notwendigerweise für die (zunächst fremden) halbschriftlichen bzw. mündlichen Vorgehensweisen des Schulbuchs oder der Mitschüler gelten. Kinder brauchen ggf. einige Zeit, um diese zu durchdringen.

Wie sieht nun eine Gewichtung der Rechenmethoden innerhalb verschiedener Unterrichtskonzeptionen aus (vgl. Krauthausen 1993; Wittmann/Müller 1992)? Die eine (manchmal als traditionell bezeichnete) Sichtweise lässt sich idealtypisch wie folgt umschreiben: Das Kopfrechnen wird als notwendige Pflichtübung gesehen, die der schnellen Automatisierung und der Verfügbarhaltung von Rechensätzen dienen soll. Das halbschriftliche Rechnen wird häufig auf ein einziges Standardverfahren pro Grundrechenart reduziert und gilt als unelegante Durchgangsstation zur möglichst raschen Einführung der schriftlichen Algorithmen. Diese gelten als die „Krönung" des Rechenunterrichts, da sie Schnelligkeit, Sicherheit und Effizienz suggerieren. Charakteristisch für diese Konzeption ist die durchgängige Vorherrschaft der Normalverfahren: die Normalverfahren des schriftlichen Rechnens als Höhepunkt, die des halbschriftlichen Rechnens als Vorbereitung und die des mündlichen Rechnens als Grundlage (vgl. das beschriebene Beispiel von Timo und der Zehnerergänzung).

Fotos (4): Minkus

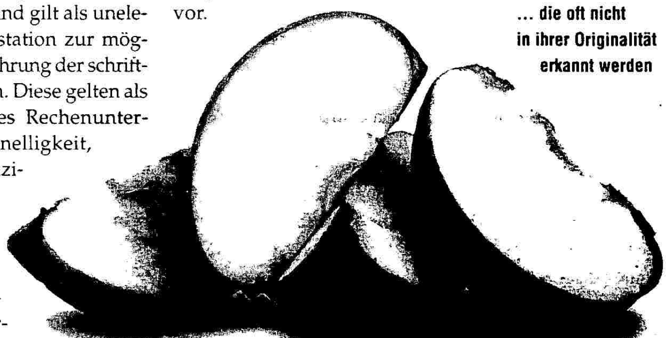
Flexibles Rechnen

Eine andere Konzeption, die in den Beiträgen dieses Hefts zum Ausdruck kommen soll, bemüht sich um Flexibilität statt Normierung – eine im Übrigen keineswegs neue Forderung (vgl. Kästen S. 8 u. 9; Selter 1997a). Was verbirgt sich hinter diesem Postulat?

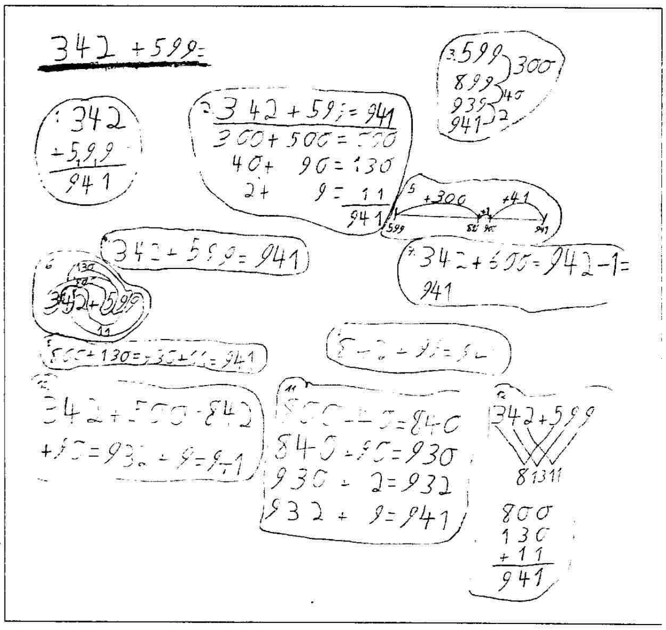
... so existieren ebenso für eine Rechenaufgabe eine Fülle von verschiedenen Lösungsmöglichkeiten, ...

Flexibilität statt Normierung bedeutet zum ersten eine deutliche Aufwertung des Zahlenrechnens und eine Relativierung des Stellenwerts des Ziffernrechnens. Das Ziffernrechnen ist nicht *die*, sondern *eine* Rechenmethode unter mehreren. Die Normalverfahren des schriftlichen Rechnens stellen hier also nicht länger das Herzstück des Arithmetikunterrichts der Grundschule dar. In einer ganzen Reihe von Ländern – z. B. in den Niederlanden – findet man im Übrigen eine solche Gewichtung bereits vor.

... die oft nicht in ihrer Originalität erkannt werden



Kinder wählen beim Lösen der Aufgaben ganz unterschiedliche Rechenmethoden



„Flexibilität" beim Rechnen heißt jedoch nicht, dass nun jede Aufgabe mit Methoden des Zahlenrechnens angegangen werden soll. Zwar ist es beispielsweise bei Aufgaben wie 150 + 324 + 250, 501 – 499, 19 · 200 oder 6003 : 3 sinnvoll, eine Methode des (geschickten) Zahlenrechnens anzuwenden. Aber natürlich sind bei anderen Aufgaben die Standardmethoden die geeigneteren. Flexible Rechner sind in der Lage, jeweils entscheiden zu können, welche Rechenmethode zweckmäßigerweise angewendet werden sollte (schriftlich, halbschriftlich, mündlich). Um nicht missverstanden zu werden: Darunter ist nicht ein unnötig langes Reflektieren über Aufgabenstruktur und mögliche Lösungswege zu verstehen, sondern eine intuitiv zu treffende, aber gleichwohl auf Erfahrung beruhende, individuelle Entscheidung (vgl. den Beitrag von Höhtker/Selter).

FLEXIBILITÄT STATT NORMIERUNG

„Ein Rechenunterricht, der Normalverfahren anstrebt, ist ... eine pädagogische Versündigung. ... Durch Normalverfahren werden die Kinder an mechanisches Tun gewöhnt, auch dort, wo die Besonderheit des Einzelfalls Beachtung erheischt, d. h. sie werden zu Bürokraten, zu Maschinen, zum Schema F erzogen. ... Ein selbständiges Suchen, Finden und Verstehen mehrerer Lösungswege, das müssen wir an die Stelle der alten Normalverfahren setzen; es ist wirklich ein Zauberstab, dies Wörtchen: Wer kann es anders?"

Aus: Kühnel, J. (1930): Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht. Leipzig, S. 63ff.

Dabei sollte man stets bedenken, dass auch das Zahlenrechnen leicht in mechanistische Verfahren abgleiten kann, die die Schüler unverstanden reproduzieren (und so ggf. als höhere Rechenanforderungen empfinden). Da dieses nicht besser ist als die Normierung auf die schriftlichen Verfahren, bedarf es eines tiefer greifenden Wandels! Daher beinhaltet der Begriff des flexiblen Rechnens insbesondere die Forderung, auch das mündliche und das halbschriftliche Rechnen von der Knute der Normalverfahren zu befreien und für eine Vielfalt möglicher Lösungswege einzutreten (vgl. die Beiträge von Gerdiken und Schwätzer).

Der Begriff des flexiblen Rechnens soll des Weiteren ausdrücken, dass man bei ein und derselben Rechenanforderung durchaus zwischen verschiedenen Methoden wechseln kann.

Da Schüler nicht selten bei ihren informellen Rechenmethoden so vorgehen, sollte auch die Schule diese Fähigkeit fördern. Bei der Aufgabe 381 + 378 + 19 + 567 beispielsweise kann es durchaus sinnvoll sein, zunächst im Kopf den ersten und den dritten Summanden zusammenzufassen und dann den Rest schriftlich zu addieren.

Schließlich meint flexibles Rechnen auch die Kompetenz, bei entsprechenden Aufgabenstellungen Methoden des verständigen Vereinfachens der Zahlenwerte und daran anschließend des Überschlagrechnens zu nutzen, um in einem ausgewogenen Verhältnis von hinreichender Genauigkeit und sinnvoller Ungenauigkeit zu realistischen und relevanten Ergebnissen zu kommen (vgl. die Beiträge von Peter-Koop und Dannhorn).

Der Begriff des flexiblen Rechnens sollte nun allerdings nicht dahingehend missverstanden werden, dass angestrebt wird, jede Aufgabe – an Erwachsenenmaßstäben gemessen – möglichst geschickt zu lösen. Denn es sollte stets bedacht werden, dass nicht nur Aufgabenstruktur und -kontext die Wahl der Vorgehensweise beeinflussen können, sondern auch persönliche Neigungen und Fähigkeiten.

Warum flexibles Rechnen?

Sicheres Ausführenkönnen der Algorithmen ist nach wie vor ein wichtiges Ziel, aber es steht in der Konzeption des flexiblen Rechnens nicht mehr derartig im Vordergrund. Dieser Relativierung des Stellenwerts de Normalverfahren werden vermutlich viele Lehrpersonen und Eltern aus nachvollziehbaren Gründen (z. B. „Druck" der weiterführenden Schulen, eigene Lernbiographie) mit Skepsis begegnen und stattdessen die schnelle Behandlung der Standardverfahren einfordern.

Als Argumentationshilfe möchte ich daher abschließend ausführen, warum im Unterricht – nicht nur der Grundschule – das flexible Rechnen und in diesem Zusammenhang speziell das Zahlenrechnen stärker betont werden sollten (vgl. auch Treffers & de Moor 1990; Schipper 1990). So weisen die Resultate einer ganzen Reihe von empirischen Untersuchungen in diese Richtung.

Brown (1981) hat in eindrucksvoller Weise aufgezeigt, dass sich die (schriftlichen) Normalverfahren trotz intensiver Behandlung für die Schüler oft auf „Regeln ohne Sinn" reduzieren. Des Weiteren hat sie herausgearbeitet, dass deren Rechenleistungen z. T. weit hinter der zurückbleiben, was wünschenswert ist bzw. was man erwarten würde. Damit soll nicht der Abschaffung der Normalverfahren das Wort geredet werden, sondern es soll deutlich werden, dass ein Unterricht, der Standardmethoden in den Vordergrund stellt, nicht per se so erfolgreich ist, wie es oft behauptet wird.

Schlimmer noch: Normalverfahren scheinen das Vertrauen in andere Rechenmethoden fundamental zu erschüttern (vgl. S. 10). So bekamen Schüler in einem Test Aufgaben gestellt, die sie mithilfe des schriftlichen Algorithmus lösen sollten. Für jedes Kind wurden dann alle falschen Lösungen nochmals in einem individuell konzipierten Kopfrechentest zusammengestellt. Denjenigen Schülern, die schriftlich fehlerhaft, aber im Kopf korrekt gerechnet hatte, sagte man dann, eine der beiden Lösungen sei falsch gewesen. Fast ausnahmslos äußerten die Kinder daraufhin, dabei müsse es sich um die Kopfrechenlösung handeln (Davis/McKnight 1980).

Dieses Ergebnis ist besonders interessant, da eine Reihe von empirischen Erhebungen belegt, dass *außerhalb* der Schule häufig nicht die in der Schule gelernten Standardverfahren eingesetzt werden (vgl. z. B. Ginsburg 1977, Hart 1981 oder Fitzgerald 1981). Reys & Reys (1986, S. 4f.) sprechen sogar davon, dass dieses bei mehr als 50% der Alltagsanforderungen der Fall sei. Hier werden häufig situationsabhängig spezifische Methoden des Kopfrechnens oder des halbschriftlichen Rechnens verwendet. Es gilt m. E., diese nicht-algorithmische „Alltagsmathematik" stärker mit dem schulischen Rechnen in Beziehung zu setzen.

Allerdings bleibt auch festzuhalten, dass offensichtlich die schwächeren, unsicheren Kinder im schulischen Kontext eher ein schulisches Normalverfahren anwenden als ihre Mitschüler (vgl. schon Jones 1975). Gute Kopfrechner bzw. Überschlagsrechner hingegen verfügen über viele Strategien, die sie situationsgebunden auswählen (Sowder 1992). Besonders deutlich wird dieses bei den sog. Rechenwundern: Diese gehen in der Regel gerade nicht mechanisch – wie ein Computer – vor, sondern wechseln flexibel zwischen verschiedenen Strategien hin- und her (Hope 1985) (vgl. Kasten S. 11).

(Un-)Flexibilität scheint also ein Kennzeichen von (mangelnder) Rechenkompetenz zu sein. Die Frage, ob nun flexibles Rechnen *langfristig* zu einer Steigerung der Rechenleistungen aller Schüler führt, kann man pauschal so nicht beantworten. Aber es gibt Fingerzeige, dass ein solcher Unterricht unter dem Strich erfolgreicher sein kann – nicht nur, was die Rechenleistungen anbelangt.

Bisweilen wird behauptet, man überfordere die Kinder mit der Konzeption des flexiblen Rechnens. Deren Rechenkompetenzen – insbesondere die der Schwächeren – würden leiden, wenn man sie nicht in die gespurte Loipe der Normalverfahren setze. Ein in den Niederlanden durchgeführtes Forschungsvorhaben mit 275 Schülern hat jedoch aufgezeigt, dass die Rechenleistungen der Kinder in Klassen, in denen das flexible Rechnen unterstützt wurde, keineswegs schlechter, sondern sogar geringfügig besser waren als in denjenigen Klassen, in denen sich die Schüler über lange Zeit hinweg zunächst mit einem Normalverfahren des halbschriftlichen Rechnens befassten (Selter 1997). Diese Untersuchung ist m. E. deshalb besonders wertvoll, weil an ihr sowohl Wissenschaftler und Lehrer beteiligt waren, die das flexible Rechnen vertraten, als auch solche, die den sog. Normalverfahren eine zentrale Funktion beimaßen.

Diese und eine Reihe nicht angeführter empirischer Forschungsergebnisse stehen im Einklang mit theoretischen Erwägungen, die ebenfalls für eine stärkere Betonung des flexiblen Rechnens, speziell des Zahlenrechnens, sprechen.

◆ *Mathematische Gründe*

Die Mathematik wird von vielen Menschen als Ansammlung von unverständlichen Fakten und geheimnisvollen Regeln angesehen. Dass

EINE SCHULBUCHSEITE AUS DEN 20ER JAHREN

„Wer kriegt es richtig heraus?"

38 + 45 =

92.
a) Fritz rechnet so: 30 + 40 = ; 8 + 5 = ; 70 + 13 =
b) Paul rechnet so: 38 + 40 = ; + 5 =
c) Ernst rechnet so: 38 + 5 = ; + 40 =
d) Max so: 38 + 2 = ; + 43 =
e) Martha so: 45 + 5 = ; + 33 =
f) Elfriede rechnet: 40 + 45 = ; − 2 =
g) Kurt rechnet: 38 + 50 = ; − 5 =
h) Willi: 2 · 45 = ; − 7 =
i) Walter: 40 + 40 = ; + 3 =

47 + 58 =

93.
a) Fritz rechnet so: 40 + 50 = ; 7 + 8 = ; wie geht es weiter?
b) Paul: 47 + 50 = ; + =
c) Ernst: 47 + 8 = ; + =
d) Max: 47 + 3 = ; + =
e) Martha: 58 + 2 = ; + =
f) Elfriede: 50 + 58 = ; − =
g) Kurt: 47 + 60 = ; − =
h) Willi: 2 · 50 = ; + =
i) Walter: 50 + 60 = ; − =

39 + 54 =

94. a) Rechne wie Fritz! b) wie Paul! c) wie Ernst!
d) wie Max! e) Rechne wie Martha! f) wie Elfriede!
g) wie Kurt! h) Wie würde Willi rechnen? i) wie Walter?

Aus: Thieme & Schlosser (1929): Rechenübungen für Volksschulen. Heft 3, S. 12.

NORMALVERFAHREN LÜGEN NICHT

In Schilda, der berühmten Stadt, lebten sieben Schildbauern. Weil Schildbauern aber ebenfalls Bürger sind, haben sie auch Anteil an der Weisheit und Erleuchtung der Schildbürger. Diese Weisheit brauchen sie nämlich, um 28 Zentner Kartoffeln ehrlich unter sich zu verteilen, ehrlich und gleich, so wie sie sich ehrlich und gleich die Arbeit geteilt hatten. Nach langer Zeit des Nachdenkens sagt schließlich der Gescheiteste unter ihnen, der Wendelin: „Ich hab's!" Er nimmt ein dickes Stück Kreide und rechnet's vor, so wie er's einst vom Schulmeister gelernt hat:

28 : 7 = 13	„8 durch 7 ist 1" – „Ist eins", bekräftigen
<u>7</u>	die Sechs.
21	„1 mal 7 ist 7" – „Ist sieben", und er
<u>21</u>	schreibt die 7 darunter.

Nun zieht er ab: „7 von 8 ist 1" – „Ist eins."
„0 von 2 ist 2" – „Ist zwei."

Nun wird wieder geteilt, 21 : 7, und das ist 3; denn 3 mal 7 ist 21, so, darunter und abgezogen: *Es geht auf!* Also ist es richtig!
Alle atmen auf, bis sich der Siebenklug räuspert. Er habe keinen Zweifel an den Zahlen, aber 13 Zentner wären doch ein bisschen viel, wenn er sich's recht überdenke. Der Leberecht kommt auf den schlauen Gedanken, die Probe zu machen: Wenn 28 : 7 = 13 sei, dann müsse auch 13 · 7 = 28 sein. So rechnet's der Leberecht vor:

<u>13 · 7</u>	„3 mal 7 ist 21" – „Einundzwanzig", bekräftigen wieder
21	alle Sechs,
<u>7</u>	„7 mal 1 ist 7" – „Ist sieben."
28	„Strich darunter und zusammengezählt: 28!"

Es stimmt! Die Spannung löst sich. Allein der Siebenklug zweifelt immer noch. Und so geht er selbst an die Tafel und brummelt vor sich hin:
„Wenn wir alle sieben je 13 Zentner kriegen, dann muss das zusammen 28 Zentner ergeben:

der	1. kriegt	13	Zentner
	2.	13	
	3.	13	
	4.	13	
	5.	13	
	6.	13	
und, der	<u>7.</u> kriegt	<u>13</u>	
macht	28	21	
		<u>7</u>	
	macht	28	

Sprachlos starrt er auf das Ergebnis: Jetzt hat er selbst gerechnet, und es stimmt! *Geteilt* stimmt's, *vervielfacht* stimmt's, und *zusammengezählt* stimmt's auch, also stimmt's!! Und links macht's ebenfalls 28, also stimmt's noch einmal!!!

Nach: Menninger, K.: Ali Baba und die 39 Kamele. Aulis: Köln 1992.

dieses Bild auch schon in der Grundschule entsteht, hängt stark damit zusammen, dass bereits hier Mathematik nicht selten mit dem gehorsamen Befolgen von Normalverfahren gleichgesetzt wird. Versteht man Mathematik jedoch nicht als Fertigprodukt, sondern als menschliche Aktivität, kann sich der Mathematikunterricht nicht auf Automatisieren und Regelrechnen gemäß Vorschriften reduzieren, sondern muss Offenheit und Raum für eigenständiges Denken geben.

◆ *Lernpsychologische Gründe*
Kinder sind häufig in der Lage, eigene Rechenwege zu finden, die zwar teilweise mühsamer und fehleranfälliger zu sein scheinen als die Normalverfahren, die für sie aber mit Bedeutung verknüpft sind. Dieses eigene Denken in der Schule darf nicht vorschnell durch das (unverstandene) Befolgen eines Normalverfahrens ersetzt werden. Die Rechenmethoden der Schüler bleiben dann ohne Beziehung zu diesen vorgeschriebenen Standardmethoden. Die Konzeption des flexiblen Rechnens hingegen sieht vor, die Methoden der Schüler – im Vertrauen auf deren Kompetenzen – nicht zu ignorieren, sondern in die Vielfalt der Rechenwege zu integrieren, zu denen selbstverständlich neben anderen auch diejenigen gehören, die gemeinhin als Normalverfahren bezeichnet werden.

◆ *Gesellschaftliche Gründe*
Unbestrittenerweise geht die Anzahl von Anwendungssituationen der schriftlichen Verfahren zurück (Plunkett 1987). Dieses bedeutet allerdings nicht, dass das Rechnenkönnen weniger wichtig wird: Unser Leben ist ganz im Gegenteil wie nie zuvor von Zahlen beherrscht, und es gilt, diese zunehmende Komplexität mit Methoden des flexiblen Rechnens verständig zu durchschauen. Gefordert wird daher vielerortens ein Mehr an mathematischer Mündigkeit. Der mathematisch mündige Bürger ist flexibler Rechner, kein Rechen-Auto-Math.

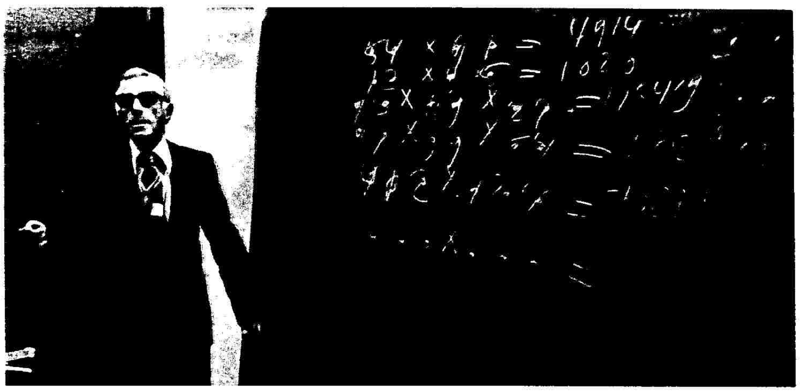
◆ *Grundschulpädagogische Gründe*
Der Grundschule kommen bekanntlich als prägender, weil erster Stätte unterrichtlichen Lernens essenzielle Aufgaben zu, wie die Lernfreude der Kinder zu erhalten und zu kultivieren, ihre Selbstständigkeit, Kooperations- und Demokratiefähigkeit fördernd zu unterstützen, ihre Kreativität weiterzuentwickeln und vieles andere mehr. Es wird jedoch schwer, diese Ziele zu erreichen, wenn der Mathematikunterricht hiervon ausgespart wird und das sichere Beschreiten von vorgeschriebenen Standard-Lösungswegen als dessen zentraler Auftrag angesehen wird. Auch im Rechenunterricht sollten die Schüler als kreative und produktive Kinder wahrgenommen werden, die eigene Wege gehen können.

Bei alledem sollten wir uns allerdings keinen Illusionen hingeben. Unseren Schulen und ihren Konzeptionen von Bildung und Erziehung bläst momentan ein eisiger Wind ins Gesicht. Der (angebliche) Qualitätsverfall des Mathematikunterrichts hat über die Medien sogar die öffentliche Diskussion erreicht: „Mathe in Germany“ hat das Qualitätssiegel „Made in Germany“ offensichtlich nicht verdient.

Gefordert wird in diesem Zusammenhang – z. T. recht massiv – die Einführung von „Qualitätskontrollen“ zur Sicherung der „Qualitätsstandards“ (Stichwort Vergleichsarbeiten). Wenn sich diese für die Grundschule allerdings darauf konzentrieren oder gar reduzieren würden, wie sicher und geläufig die Normalverfahren am Ende der Primarstufe beherrscht werden, dürfte die Forderung nach mehr Flexibilität beim Rechnen wohl kaum durchsetzbar sein.

Qualität ist weit mehr als das, was nach testpsychologischen Kriterien als messbar gilt – wie dieses etwa für das Ausführen eines Algorithmus der Fall ist. Mathematikdidaktik und Grundschulpädagogik stehen daher vor der gewaltigen Aufgabe, gemeinsam an der Entwicklung geeigneter *eigener* Standards für die Qualität von Mathematikunterricht zu arbeiten. ■

FLEXIBLES RECHNEN IN PERFEKTION



Wim Klein zog 1975 die 23. Wurzel aus einer 200-stelligen Zahl in knapp 10 Minuten – im Kopf!!

Aus: Smith, S. B.: The great mental calculators. New York: Columbia Press 1983.

RECHENWUNDER

Rechenwunder wie der Niederländer Wim Klein besitzen einerseits ein reichhaltiges Wissen über Zahlen und ihre Beziehungen zueinander: „Zahlen sind meine Freunde. Wenn Sie die Zahl 3844 sehen, dann ist es für Sie nur eine 3, eine 8 und zwei Vieren. Ich aber sage: „Hi, 62^2.“ Andererseits verfügen sie über eine unglaubliche Flexibilität: „Stellen Sie sich vor, Sie haben einen Schlüsselbund mit 500 Schlüsseln. An jedem Schlüsselloch, vor dem Sie stehen, müssen Sie sich schnell entscheiden, welchen Schlüssel Sie nehmen. Beim Rechnen ist es genauso.“

Einige Beispiele von der Kopfrechenkunst Wim Kleins gefällig? Die folgenden Aufgaben berechnete er jeweils in Sekundenschnelle wie folgt. Verstehen Sie seine Vorgehensweisen?

$283 \cdot 657 = (470 - 187) \cdot (470 + 187) = 220900 - 34969 = 185931$

$283 \cdot 542 = 283 \cdot 271 \cdot 2 = (277 + 6) \cdot (277 - 6) \cdot 2 = 76693 \cdot 2 = 153386$

$3658 \cdot 153 = (62 \cdot 9) \cdot (59 \cdot 17) = 558 \cdot 1003 = 559674$

Aus: Smith, S. B.: The great mental calculators. New York: Columbia Press 1983.

WIE WÜRDEST DU DIE FOLGENDE AUFGABE RECHNEN?

(Angaben in %; Befragte: 13-Jährige in den USA, 1983)

Aufgabe	im Kopf	im Heft	mit Taschenr.	keine Antwort
$4 \cdot 99$	44	39	16	1
$945 \cdot 1000$	38	31	31	
$2800 : 40$	31	45	23	1

Aus: Reys, R. (1985): Teaching Mental Computation Skills. In: Arithmetic Teacher, Nov., S. 15.

Literatur

Bauer, L. (1998): Schriftliches Rechnen nach Normalverfahren – wertloses Auslaufmodell oder überdauernde Relevanz? In: Journal für Mathematik-Didaktik. H. 2/3, S. 179–200.
Brown, M. (1981): Number operations. In: K. Hart (Hrsg.): Children's Understanding of Mathematics: 11–16. London: Murray, S. 23–47.
Davis, R. & C. McKnight (1980): The influence of semantic content on algorithmic behavior. In: Journal of Children's Mathematical Behavior. 3. Jg., H. 1, S. 39–87.
Fitzgerald, A. (1981): Mathematics in Employment: 16–18. Bath: University.
Ginsburg, H. (1977): Children's Arithmetic. New York: Van Nostrand.
Hart, K. (1981, Hg.): Children's Understanding of Mathematics: 11–16. London: Murray.
Hope, J. (1985): Unravelling the mysteries of expert mental calculation. In: Educational Studies in Mathematics. 16. Jg., S. 355–374.
Jones, D. A. (1975): Don't just mark the answer – have a look at the method. In: Mathematics in School. 4. Jg., H. 3, S. 29–31.
Krauthausen, G. (1993): Kopfrechnen, halbschriftliches Rechnen, schriftliche Normalverfahren, Taschenrechner: Für eine Neubestimmung des Stellenwerts der vier Rechenmethoden. In: Journal für Mathematik-Didaktik. H.3/4, S. 189–219.
Plunkett, St. (1987): Wie weit müssen die Schüler heute noch die schriftlichen Rechenverfahren beherrschen? In: mathematik lehren. H. 21, S. 43–46.
Radatz, H. u. a. (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.
Reys, B. & R. Reys (1986): Mental Computation and Computational Estimation – their time has come. In: The Arithmetic Teacher. 33. Jg., März, S. 4–5.
Schipper, W. (1990): Kopfrechnen: Mathematik im Kopf. In: Die Grundschulzeitschrift. H. 31, S. 22–23.
Schipper, W. (1998, Mod.): Schriftliche Rechenverfahren. Die Grundschulzeitschrift, H. 119.
Selter, Ch. (1997): Argumente für das Rechnen auf eigenen Wegen. In: Die Grundschulzeitschrift. H. 110, S. 54–55.
Selter, Ch. (1997a): Schulpädagogik und Fachdidaktik: Zur Aktualität des Werks von Johannes Kühnel (1869-1928). Bochum: Brockmeyer.
Selter, Ch. & H. Spiegel (1997): Wie Kinder rechnen. Leipzig: Klett.
Sowder, J. (1992): Estimation and number sense. In: D. Grouws (Hrsg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan, S. 371–389.
Treffers, A./de Moor, E. (1990): Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2: Basisvaardigheden en cijferen. Tilburg: Zwijsen.
Wittmann, E. Ch. & G. N. Müller (1990; 1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1; Band 2. Stuttgart: Klett.