



Haus 5: Themenbezogene Individualisierung

Infopapier

Flexibles Rechnen

Ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts – nicht nur in der Grundschule – besteht darin, dass die Schülerinnen und Schüler lernen, Rechenanforderungen mit einem gewissen Maß an *Flexibilität* zu bewältigen (vgl. Lehrplan Mathematik 2008, S. 63).

Methoden des Rechnens

Bekanntlich unterscheidet man zwischen *mündlichem* Rechnen, bei dem sämtliche Schritte zur Lösung einer Aufgabe ohne Notation erfolgen, *halbschriftlichem* Rechnen, bei dem die Teilrechnungen aufgeschrieben, sowie *schriftlichem* Rechnen, bei dem die Ergebnisse nach festgelegten Regeln (Algorithmen) ziffernweise ermittelt werden (vgl. auch Haus 5, IM: Elterninfos „Verschiedene Rechenmethoden“ und UM: „Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen“). Alle drei Methoden haben ihre Vor- und Nachteile. Schülerinnen und Schüler sollten im Verlauf der Grundschulzeit lernen, sie abhängig vom Zahlenmaterial, aber auch von eigenen Präferenzen *flexibel* einsetzen zu können.

1 Leitideen für den Unterricht

- Das *mündliche* und das *halbschriftliche Rechnen* werden sowohl für lebensweltliche Erfordernisse als auch für den weiterführenden Mathematikunterricht als *zentrale Rechenmethoden* angesehen. Die Normalverfahren des schriftlichen Rechnens sind nach wie vor bedeutsam, ihre Beherrschung gilt allerdings nicht mehr als „Krönung“ des Unterrichts, so wie es früher einmal gewesen ist. Verständnis ist dabei genauso wichtig wie Sicherheit.
- Als echte Konkurrenz für das schriftliche Rechnen und seine Ökonomie wird neben dem mündlichen (keine Notizen, hoher Merkaufwand) und dem halbschriftlichen Rechnen (vollständige Notation der Rechenwege, hoher Schreibaufwand) eine *informelle Arithmetik* etabliert, bei der lediglich Zwischenergebnisse oder Teilrechnungen notiert werden.
- Die Schüler(innen) werden zum Nachdenken über die Eignung der Methoden für bestimmte Rechenanforderungen angeregt. Neben 'objektiven' Kriterien – wie Zahlbeziehungen oder Zahlengröße – sind dabei auch 'subjektive' Kriterien relevant – wie individuelle Präferenzen oder Lernmöglichkeiten.

2 Unterrichtsbeispiel: Im Kopf oder schriftlich?

Bei dem folgenden, schwerpunktmäßig auf die dritte Leitidee bezogenen Unterrichtsbeispiel sollten die Kinder entscheiden, *welche* Aufgaben sie *warum* mündlich bzw. schriftlich rechneten.

Zunächst wurden den Kindern folgende fünf Aufgaben zur Addition im Zahlenraum bis 1000 präsentiert.

1) $278+199$ 2) $340+250$ 3) $280+200$ 4) $138+133$ 5) $721+247$

Die Schülerinnen und Schüler sollten im Unterrichtsgespräch für sich begründet bzw. für andere nachvollziehbar entscheiden, welche der folgenden Aufgaben sie im Kopf bzw. schriftlich rechnen würden. Kriterien, die hier genannt wurden, waren Nullen an der Einer- bzw. der Zehnerstelle ("glatte Zahlen"), die Anzahl der Überträge oder die Nähe zu einer 'glatten Zahl'.

Entscheide selbst: im Kopf oder schriftlich?

Dann erhielten die Schülerinnen und Schüler zehn weitere Aufgaben, die sie allein oder in Partnerarbeit lösten. Sie sollten dabei jeweils entscheiden, ob sie schriftlich oder mündlich rechneten. Da manche Kinder dazu neigten, sämtliche Aufgaben entweder so oder so zu rechnen, gab es eine Zusatzbedingung: Jeweils mindestens zwei Aufgaben waren im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen.

1) $700+ 35$ 2) $249+250$ 3) $342+ 98$ 4) $476+238$ 5) $589+212$
6) $500+ 98$ 7) $480+370$ 8) $720+ 35$ 9) $235+678$ 10) $320+460$



Dabei ergaben sich erwartungsgemäß unterschiedliche Verteilungen: Kinder, die jeweils die Hälfte der Aufgaben mit einer Methode lösten, solche, die fast alles schriftlich, aber auch solche, die nahezu alles im Kopf rechneten.

1) 735	6) 598		
2) 499		7) 480	
3) $\begin{array}{r} 342 \\ +198 \\ \hline 440 \end{array}$		$\begin{array}{r} 370 \\ 850 \end{array}$	
4) $\begin{array}{r} 476 \\ +238 \\ \hline 714 \end{array}$	8) 755	9) $\begin{array}{r} 678 \\ +235 \\ \hline 913 \end{array}$	
5) $\begin{array}{r} 589 \\ +212 \\ \hline 801 \end{array}$	10) $\begin{array}{r} 320 \\ +460 \\ \hline 780 \end{array}$		

Warum im Kopf, warum schriftlich?

Die Schülerinnen und Schüler wurden auch gebeten, aufzuschreiben, *warum* sie welche Aufgaben mit welcher Methode gerechnet hatten. Die beiden Kommentare von Nadine und Victor verdeutlichen, dass einige Kinder eher global antworteten, während andere schon recht differenzierte Aufgabekriterien als Entscheidungsgrundlage benannten.

Selbstverständlich wäre es auch möglich gewesen, die Kinder diese Äußerungen vollständig oder auch teilweise mündlich machen zu lassen, denn es geht im Unterricht ja sowohl um die Schulung der mündlichen als auch der schriftlichen Ausdrucksfähigkeit.

NADINE

Du hast mindestens 2 Aufgaben im Kopf gerechnet. Welche sind das?
WARUM hast du sie im Kopf gerechnet?

Ich habe die Nr. 1 im Kopf gerechnet denn wenn man hinten nullen stehen und man dann etwas dazuzählt geht es leichter. Wenn man es schriftlich macht dauert es auch länger.

1) Ich habe 7 Aufgaben im Kopf gerechnet aber auch 3 schriftlich. Ich habe jetzt gemerkt, dass es nicht immer gut ist im Kopf zu rechnen.

2) Ich finde diese 3 Aufgaben sehr schwer weil ich nicht mit den hohen Zahlen zu recht komme.

Stelle deine Arbeit vor

Im Anschluss an die Phase der Einzel- bzw. Partnerarbeit präsentierten und diskutierten die Schülerinnen und Schüler ihre Vorgehensweisen und ihre Texte in kleineren Gruppen (Mathe-Konferenzen; vgl. Haus 8) und überarbeiteten diese ggf. anschließend. Ausgewählte Aspekte wurden danach auch im Plenum besprochen.

Erfinde eigene Aufgaben

Abschließend sollten die Kinder fünf Aufgaben, die sich gut für das Kopfrechnen, und fünf weitere, die sich gut für das schriftliche Rechnen eignen, erfinden. Diese Eigenproduktionen erforderten noch einmal aus einer anderen Perspektive das Nachdenken über Aufgabenmerkmale, aber auch über eigene Präferenzen.



im Kopf

- 1) $200 + 300 = 500$
- 2) $401 + 37 = 438$
- 3) $150 + 140 = 290$
- 4) $127 + 700 = 827$
- 5) $150 + 149 = 299$

schriftlich

$\begin{array}{r} 1) 237 \\ + 588 \\ \hline 825 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3) 483 \\ + 216 \\ \hline 699 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5) 153 \\ + 264 \\ \hline 417 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2) 478 \\ + 478 \\ \hline 956 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4) 421 \\ + 358 \\ + 107 \\ \hline 886 \end{array}$
--	--

3 Schlussbemerkungen

Die Schulung des flexiblen Rechnens bedarf der individuellen und der gemeinsamen Reflexion über die eigenen und andere mögliche Rechenwege. Die *Meta-Betrachtung* der gegebenen Aufgaben spielt dabei eine zentrale Rolle. Der Rechenprozess muss verlangsamt werden. Das Motto zur Initiation dieser Meta-Betrachtung lautet daher: „Erst schauen. Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“



PIKOs Tipp (in: Haus 5, UM, Lehrermaterial)

Wichtig ist die *Reflexion über die getroffenen Entscheidungen* in allen Phasen des Unterrichtes (in der ICH-, der DU- und der WIR-Phase (vgl. Haus 5)). Dies kann durch Impulse angeregt werden, wie z.B. „Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet / findest du leichter? Warum?“, „Welche Aufgaben hast du schriftlich gerechnet / findest du schwieriger? Warum?“, „Haben sie etwas gemeinsam? Was?“ (vgl. Impulskarten, im UM: Lehrermaterial).



Genauso wichtig wie das Nachdenken *über* das flexible Rechnen ist aber auch die regelmäßige Übung *im* flexiblen Rechnen, um schließlich über das richtige Mischungsverhältnis von *Reflexion* und *Routine* verfügen zu können.

Notwendig für solches flexibles Rechnen sind zweifelsohne unmittelbar abrufbare Kenntnisse (wie die Aufgaben des Einspluseins) und schnell ausführbare Fertigkeiten (wie das Ergänzen zur nächsten Stufenzahl), die auf anschauungsgestützten Vorstellungen von Zahlen und Rechenoperationen aufbauen (vgl. Lehrplan, S. 62: „Schnelles Kopfrechnen“; vgl. auch: „Blitzrechen“-Material von Müller und Wittmann aus dem Programm „mathe 2000“ (<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/mathe2000/neu.html>) und Infopapier zu den Blitzrechen-Plakaten in Haus 3, UM: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-3-unterrichts-material/blitzrechen-plakate/das-zaehlt-in-mathe-kopie.html#Informations-Papier>).

Das bedeutet allerdings nicht, dass flexibles Rechnen erst am Ende der Grundschulzeit angestrebt werden sollte. Die Entwicklung des *flexiblen* und des *schnellen* (Kopf-)Rechnens müssen vom 1. Schuljahr an Hand in Hand gehen.

Anmerkung

Bei diesem Papier handelt es sich in weiten Teilen um eine verkürzte Fassung des Manuskripts für einen Hauptvortrag von Christoph Selter anlässlich der Bundestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik im Jahr 2003 in Dortmund (vollständiges Papier in: Haus 5, IM).