Eigenproduktionen im Mathematikunterricht

1 Was sind Eigenproduktionen?

Eigenproduktionen sind mündliche oder schriftliche Äußerungen, bei denen die Schüler selbst entscheiden können, wie sie vorgehen und/oder wie sie ihr Vorgehen bzw. dessen Ergebnisse darstellen. Sie zeichnen sich also durch Freiheit in der Wahl der *Vorgehensweise* und/oder Freiheit in der Wahl der *Darstellungsweise* aus (vgl. Selter 1995).

Wir wollen uns im Weiteren auf *schriftliche* Eigenproduktionen beschränken, die in Form von Texten, Zeichnungen, Rechenwegen und deren Misch- und Vorformen realisiert werden können. Mündliche Eigenproduktionen haben bisweilen den Vorteil, dass sie es den Kindern erlauben, sich leichter zu artikulieren. Insofern sind sie – je nach Aufgabenstellung und Schülerkompetenzen – manchmal den schriftlichen vorzuziehen.

Im Vergleich zum Mündlichen erlaubt es jedoch das Schriftliche allen Schülern, zu Wort zu kommen. Darüber hinaus sind dessen Produkte zeitunabhängig verfügbar. Schriftlichkeit ist dabei nicht mit einer verfrühten Einführung normierter symbolischer Darstellungen gleichzusetzen. Im Gegenteil sollen die Schüler stets diejenigen – auch noch so umständlich wirkenden – Notationsformen benutzen, die ihnen in der augenblicklichen Phase ihres Lernprozesses als angemessen erscheinen.

Eigenproduktionen müssen nicht in Einzelarbeit erzeugt werden, sondern können durchaus auch in Kooperation entstehen: Entscheidendes Kriterium ist dabei, dass die Schüler sich – sei es als einzelne, sei es als Gruppe – produktiv in den Lehr-/Lernprozess einbringen können. Idealtypischerweise sehen wir vier Typen von Eigenproduktionen. Die Schüler können dazu angeregt werden, …

- selbst Aufgaben zu erfinden (**Erfindungen**),
- Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen zu lösen (**Rechenwege**),
- Auffälligkeiten zu beschreiben und zu begründen (**Forscheraufgaben**) oder
- sich über den Lehr-/Lernprozess zu äußern (**Rückschau bzw. Ausblick**).

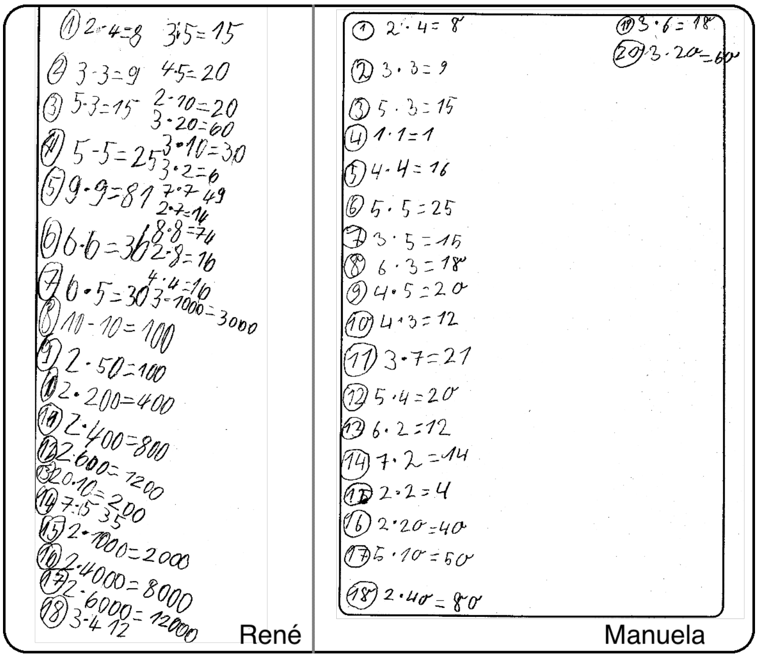
Unter dem bewusst weit gefassten Begriff Eigenproduktionen werden Dokumente in unterschiedlichen Erscheinungsformen verstanden. Zur Illustration geben wir im Folgenden für jeden der vier o. a. Typen ein Beispiel (vgl. auch Sundermann & Selter 2005 oder Hengartner 2006).

2 Erfindungen – oder: Was ich schon kann!

Schüler eines zweiten Schuljahres sollten diejenigen Malaufgaben notieren, deren Ergebnisse sie entweder bereits auswendig verfügbar hatten oder aber berechnen konnten.

René notierte hier siebenundzwanzig Aufgaben, darunter siebzehn aus dem Bereich des kleinen Einmaleins. Bei einer der von ihm angeführten sieben Quadratzahlaufgaben unterlief ihm der einzige Fehler: Er ermittelte das Ergebnis von *8·8* durch fortlaufende Addition von Achten und erhielt dabei – durch einen Irrtum beim Zehnerübergang (48+8=66) – das Resultat *74*. Bei *Renés* Eigenproduktion fällt auf, dass zwei aufeinander folgende Aufgaben bisweilen dasselbe Resultat aufwiesen oder aber durch Verdoppeln bzw. Halbieren auseinander hervorgingen. Außerdem ließen sich bisweilen zwischen den einzelnen Faktoren operative Zusammenhänge feststellen, die *René* auch explizit benannte – so etwa bei den Aufgaben 8 bis 11 bzw. 18 bis 20. Bemerkenswert ist zudem, dass er mit Hundertern bzw. Tausendern genauso wie mit Einern operierte, was ihn in die Lage versetzte, Produkte wie etwa *2·6000* (Nr. 17) in Analogie zu Aufgaben des kleinen Einmaleins korrekt zu lösen: „Zweimal die Sechstausend sind zwölftausend."

Manuela produzierte siebzehn Aufgaben – darunter *2·20=40*; *2·40=80* sowie *3·20=60* – ausnahmslos mit korrektem Resultat. Die Quadratzahlaufgaben *1·1* und *2·2* beherrschte sie nach eigener Aussage bereits auswendig, und die anderen Ergebnisse ermittelte sie entweder durch strukturiertes Zählen oder durch Analogieschlüsse: „2·20=40, weil 2·2=4." Insgesamt zeigte sich, daß nur ein Kind Schwierigkeiten hatte, selbst erfundene Malaufgaben zu produzieren; die anderen Schüler offenbarten – also bereits auch schon in der symbolischen Darstellungsform – ein gewisses Grundverständnis der Multiplikation.



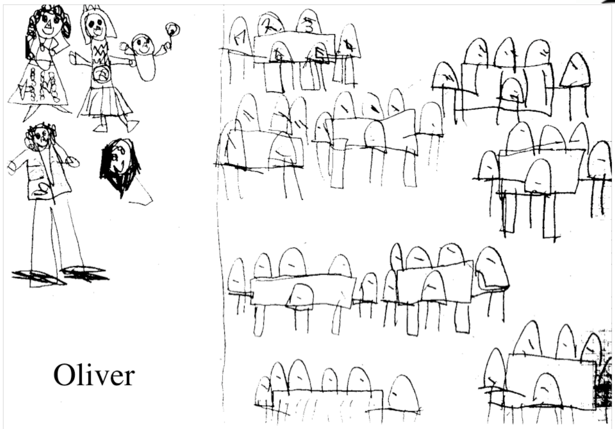
Die Eigenproduktionen – und das gilt auch für die folgenden drei Abschnitte, ohne dass wir darauf im Einzelnen wiederholt und detailliert hinweisen werden – sollten natürlich nicht nur um ihrer selbst willen erzeugt werden, sondern zur Vorbereitung, Planung bzw. Auswertung des Lehr-/Lernprozesses genutzt werden, hier etwa indem die Lehrerin die verschiedenen Dokumente hinsichtlich der (systematisch) notierten Rechenaufgaben sowie deren Korrektheit (die zu diesem Zeitpunkt ja noch gar nicht unbedingt erwartet werden kann) durchsieht, um zu sehen, über welche Kompetenzen einzelne Kinder bereits zu verfügen scheinen, oder indem die Kinder ihre Eigenproduktionen aushängen oder vorstellen bzw. die Eigenproduktionen von Mitschülerinnen und -schülern kennen lernen,

3 Rechenwege – oder: Wie viele Tische brauchen wir?

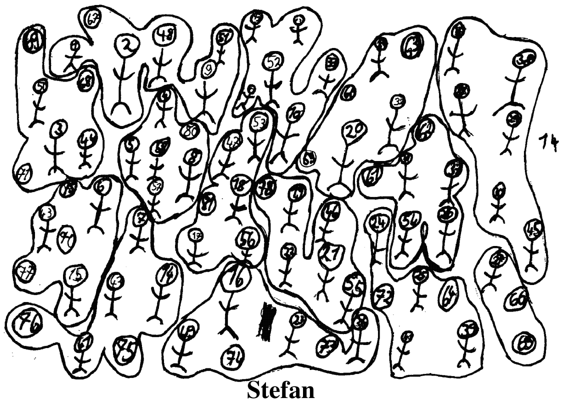
Eigenproduktionen können auch als ein geeignetes Medium gelten, um die Entwicklung eigener Vorgehensweisen zu *unterstützen* bzw. zu *dokumentieren* und um den Austausch darüber innerhalb der heterogenen Lerngruppe anzuregen. Als Beispiel hierfür möchten wir eine Aufgabe vorstellen, die wir Erstklässlern am Ende des Schuljahres vorgelegt haben (vgl. Spiegel & Selter 2003, S. 108 f.): *'Zu einem Elternabend kommen 81 Eltern. Es können immer 6 Eltern an einem Tisch sitzen. Wie viele Tische brauchen wir?'* Diese Aufgabe war aus mehreren Gründen eine sog. 'Überforderungsaufgabe'.

- Noch nicht alle Schülerinnen und Schüler bewegten sich sicher im Zahlenraum bis 100.
- Weder Multiplikation noch Division waren im Unterricht durchgenommen worden.
- Selbst wenn dieses der Fall gewesen wäre: Es handelte sich um eine Aufgabe 'jenseits' des sog. kleinen Einmaleins und
- um eine Geteiltaufgabe mit Rest.

In der überwiegenden Zahl der Fälle verstanden die Kinder diese 'Überforderung' als Herausforderung und entwickelten interessante und lehrreiche Lösungsansätze. Oliver begann, sehr detailreich Eltern zu zeichnen, wich davon aber relativ schnell wieder ab und zeichnete – perspektivisch (!) – Sechsertische. Nachdem er den neunten Tisch gezeichnet und mehrfach gezählt hatte, wie viele Eltern er so platzieren konnte, brach er ab. Festzuhalten ist aber, dass er über eine entwicklungsfähige Lösungsidee verfügte, und ein nachvollziehbares Resultat erhalten hätte, wäre er fortgefahren.

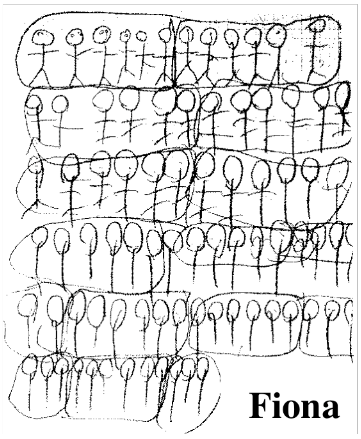


Oliver



Stefan

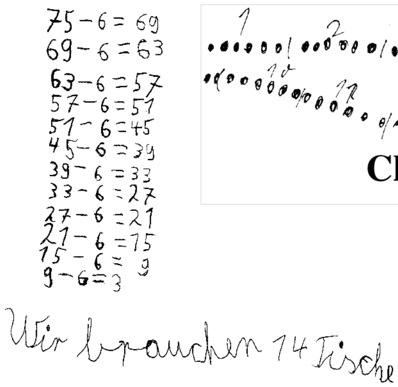
Stefan zeichnete 81 Eltern, zunächst als Strichmännchen, später nur noch als Kreise, die deren Köpfe darstellten. Diese nummerierte er von 1 bis 81 durch, bevor er jeweils sechs von ihnen einkreiste. So erhielt er 13 Gruppen mit jeweils sechs Eltern sowie eine Gruppe mit drei Personen. Das Ergebnis 14 notierte er schließlich rechts neben seiner Zeichnung. Fiona, Max – man beachte seinen Antwortsatz! –, Meike und Claudio strukturierten die einzelnen Personen noch deutlicher in Sechsergruppen und abstrahierten weiter vom Kontext.



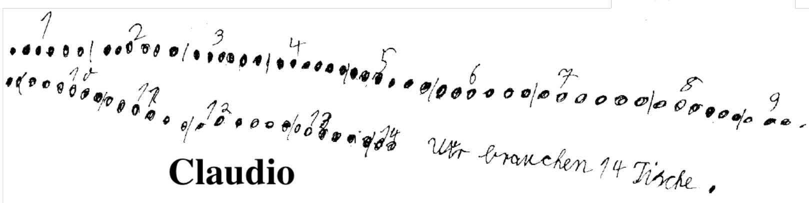
Fiona

Max

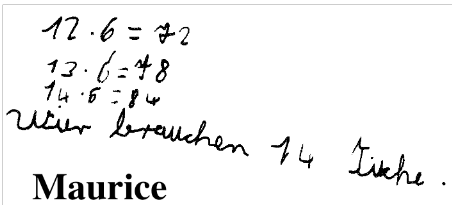
Meike



Patty



Claudio



Maurice

Patty fertigte keine Zeichnung an, sondern subtrahierte fortlaufend 6 – zunächst berechnete sie 81–6 im Kopf; die weiteren Rechnungen dokumentierte sie auf ihrem Blatt. Maurice schließlich löste die Aufgabe multiplikativ.

Auch hier bieten die unterschiedlichen Herangehensweisen der Kinder Möglichkeiten zum Lernen von- und miteinander. Aus der Forschung wissen wir, dass diese Heterogenität innerhalb eines Klassenzimmers, deren Bandbreite auch dadurch zu erklären ist, dass der 'freie Ausdruck' dieser Kinder von Beginn ihrer Schulzeit an gefordert und gefördert wurde, durchaus auch die Entwicklungsstufen des einzelnen Lerners bzw. der einzelnen Lernerin repräsentiert. Insofern bieten die verschiedenen Eigenproduktionen nicht nur Ankerpunkte für das Nachdenken über die eigenen Vorgehensweisen, sondern auch Anregungen für die Weiterentwicklung der Rechenwege der Mitschülerinnen und Mitschüler. Stefan kann beispielsweise von der Idee der strukturierten Zeichnungen von Fiona profitieren, diese wiederum von Claudios abstrakterer Darstellung, usw.

4 Forscheraufgaben – oder: Was fällt dir auf?

Eigenproduktionen können drittens aus der Auseinandersetzung mit sog. Forscheraufgaben erwachsen und diese weiter vorantreiben. Dabei verstehen wir unter Forscheraufgaben ein durchaus breites Spektrum, das von Mini-Erforschungen – wie Rechenpäckchen oder Aufgabenserien, die fortgesetzt werden sollen – bis hin zu größeren Aufgabenfeldern reicht, mit denen man sich über einen längeren Zeitraum und immer wieder mit jeweils unterschiedlichen Fragestellungen nähern kann (vgl. hierzu Selter 2004).

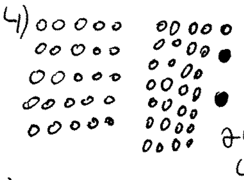
Bei den ‚Aufgabenpärchen' werden jeweils zwei Aufgaben zweier schöner Päckchen als zusammengehörig hervorgehoben, um die Aufmerksamkeit auf diese Beziehung zu lenken. ‚Aufgabenpärchen' kann man beispielsweise so wählen, dass jeweils zwei *Malaufgaben* miteinander zu vergleichen sind, bei denen die Faktoren der jeweils oben stehenden Aufgabe zur Konstruktion der unten stehenden gegensinnig um ‚1' verändert.

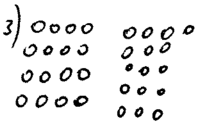
1.) 2 · 2 = 4
3 · 1 = 3
2.) 3 · 3 = 8
4 · 2 = 8
3.) 4 · 4 = 16
5 · 3 = 15
4.) 5 · 5 = 25
6 · 4 = 24
5.) 6 · 6 = 36
7 · 5 = 35
6.) 7 · 7 = 49
8 · 6 = 48

1. Die oberen Zahlen laufen immer z.B 7·7
2. In der unteren Reihe muß die linke zahl immer großer als die alerste linke sein und die rechte muß immer ~~&~~ ~~k~~ kleiner als die obere rechte sein.
3. Das obere ~~er~~ Ergebnis muß um eine Zahl großer sein als das untere.

Rebecca

1.) 2 · 2 = 4
3 · 1 = 3
2.) 3 · 3 = 9
4 · 2 = 8
3.) 4 · 4 = 16
5 · 3 = 15
4) 5 · 5 = 25
6 · 4 = 24
5) 6 · 6 = 36
7 · 5 = 35
6 7 · 7 = 49
8 · 6 = 48

4) 

3) 

Die oberen Zahlen lauten imer z.B 5·5
• In der ~~er~~ 2 Reie muß die 1 Zahl größer sein als die obere und ~~&~~ 2 andere muß immer kleiner sein
• Das obere ergebnis ist immer gröser als das andere
• Das Ergebnis und die Aufgabe sind immer um 1 größer oder um ein kleiner

Max

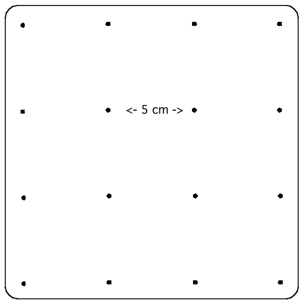
Hier kann eine Punktmusterdarstellung helfen, zu verstehen, warum sich stets die Differenz ‚1' ergibt (Abb. 5). Hierzu geht man jeweils von der quadratischen Anordnung aus – in den beiden von Max gewählten Beispielen also von ‚5·5' bzw. ‚4·4' –, nimmt die letzte, hier grau markierte Spalte weg und ordnet sie unterhalb der jeweils letzten Zeile des dadurch entstandenen ‚5·4' bzw. ‚4·3'-Rechtecks an. Da die Anzahl der Spalten um ‚1' vermindert worden ist, behält man dabei stets einen Punkt übrig. Damit Schüler solche Beweise führen bzw. verstehen können, bedarf es natürlich einer gewissen Übung.

Allerdings würden wir es zunächst einmal als vollkommen ausreichend ansehen, wenn Auffälligkeiten – und keineswegs nur die von der Lehrerin als besonders bedeutsam erachteten – entdeckt, zur Weiterführung der Serie benutzt und beschrieben würden.
Im Übrigen hat man mit der Beweisidee von Max eigentlich schon die Grundidee für einen Beweis der dritten Binomischen Formel: Man kann analog zeigen, dass n^2 dasselbe ist wie $(n+1)\cdot(n-1)+1$, und wenn man jeweils ein Plättchen entfernt, dass $n^2-1=(n-1)\cdot(n+1)$.

5 Rückschau – oder: Ich habe es so gemacht!

Eigenproduktionen können schließlich auch als Ausgangspunkt für die Reflexion über den Lehr-/Lernprozess fungieren. Dieser vierte Typ unterscheidet sich von den bisher beschriebenen dadurch, dass die Schüler angeregt werden, ihr Nachdenken über einen Lerninhalt bzw. über den eigenen Lernprozess auszudrücken. Die Schüler können beispielsweise gebeten werden, aufzuschreiben, was sie in den letzten Unterrichtsstunden gemacht bzw. gelernt haben oder welche Aktivitäten, didaktischen Maßnahmen bzw. Inhalte sie aus welchen Gründen als besonders schwer bzw. leicht zu bewältigen empfanden. Hierzu ein letztes Beispiel; zunächst sollen die vorbereitenden Aktivitäten vorgestellt werden.

Als Geobretter werden quadratische Holzbretter mit 3x3, 4x4 bzw. 5x5 eingeschlagenen Nägeln bezeichnet, an denen mit Hilfe von Gummibändern verschiedene Figuren oder Streckenzüge gespannt werden können.



Ein 4x4-Geobrett

Nachdem die Schüler eines zweiten Schuljahres zunächst einige Aktivitäten mit 4x4-Geobrettern durchgeführt hatten, um mit dessen Aufbau und Einsatzmöglichkeiten vertraut zu werden, eröffnete die Lehrerin ihnen die Möglichkeit, selbst ein Geobrett zu bauen. Hierzu stellte sie ihnen zwar das fehlende Material (Holzbretter, Nägel, Hämmer, Gummibänder), jedoch keine Schablone oder Bauanleitung zur Verfügung. Die bereits vorhandenen Geobretter durften allerdings als Vorlagen benutzt werden.

Mehrere Schüler wussten zunächst nicht, wie sie vorgehen sollten, holten sich dann aber Anregungen, indem sie das Tun der Mitschüler spontan beobachteten oder von der Lehrerin dazu angeregt wurden. Insgesamt ließen sich die folgenden fünf Vorgehensweisen beobachten, bei denen jeweils eine quadratische Schablone aus Papier oder Pappe mit 16 Nageleinschlagpunkten entstand. Diese wurde dann mit einem spitzen Gegenstand auf das herzustellende Geobrett übertragen, bevor dort schließlich die Nägel – ggf. mit Lehrerinnen-Hilfe – eingeschlagen wurden.

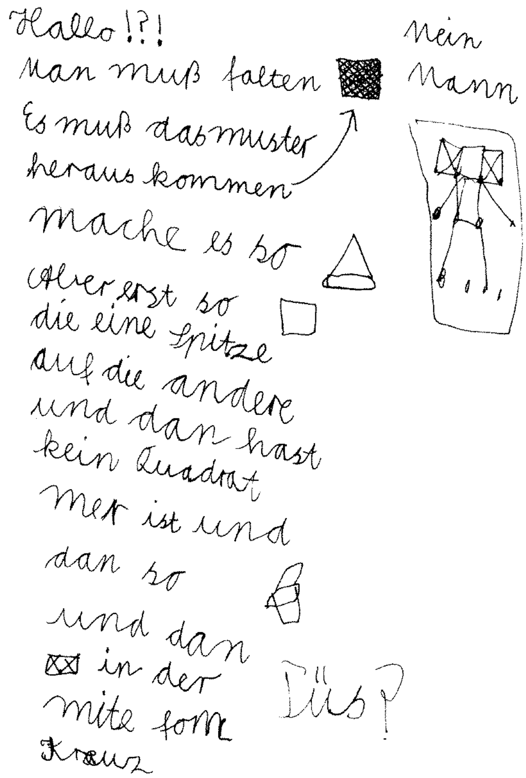
- *Zeichnen nach Augenmaß*: Einige Schüler malten die Nageleinschlagpunkte per Augenmaß auf ein Blatt auf. Das Ergebnis ihres Vorgehens kontrollierten sie anhand eines Vergleichs mit einem fertigen Geobrett und korrigierten soweit erforderlich. Nicht selten erwies sich diese Strategie jedoch als nicht leistungsfähig und wurde durch eine der folgenden Vorgehensweise abgelöst.
- *Messen und Zeichnen*: Die Bemaßungen eines Geobretts (incl. der Nageleinschlagpunkte) wurden mit Hilfe von Lineal oder Geodreieck ermittelt und auf Kästchenpapier übertragen.
- *Falten*: Ein quadratisches Blatt wurde je zweimal längs der horizontalen bzw. der vertikalen Mittellinie gefaltet, so dass ein Quadrat entstand, dessen Flächeninhalt ein Sechszehntel der ursprünglichen Quadrats beträgt. Nun wurde dieses kleine Quadrat zunächst gemäß der einen Diagonale gefaltet, wieder aufgeklappt, gemäß der anderen Diagonale gefaltet und dann vollständig entfaltet. Es entstand das ursprüngliche Quadrat, allerdings in 16 kleine Quadrate unterteilt, innerhalb derer jeweils zwei Linien die Diagonalen markieren. Deren Schnittpunkt wurde als Nageleinschlagpunkt markiert. Diese sehr elegante Methode hat einen Haken: Das Blatt muss ein ganz bestimmtes Maß haben (hier: 20cm x 20cm), damit das Geobrett genau die vorgegebene Bemaßung erhält. Die beiden Schüler, die diese Strategie verwendeten, haben intuitiv oder zufällig ein DIN-A 4-Blatt in ein quadratisches Blatt (21cm x 21 cm) verwandelt, so dass ihre Lösung schließlich zu einem recht guten Ergebnis führte.

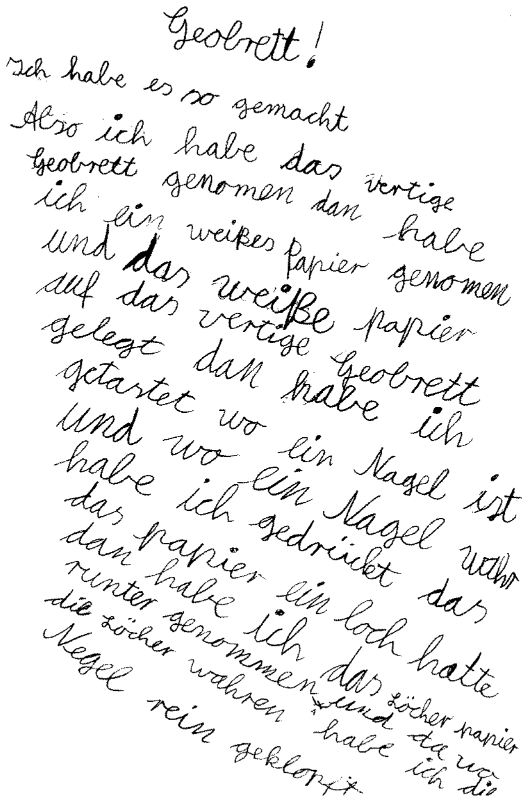
- *Durchdrücken*: Die meisten Schüler haben ein Blatt auf ein vorhandenes Brett gelegt und entweder mit einem Bleistift die Nagelspitzen unter dem Blatt markiert oder direkt mit ihnen ein kleines Loch in das Blatt geritzt.
- *Rechnen und Zeichnen*: Ein Schüler dividierte zunächst die 17 cm des gesamten Holzbretts, dann 15 cm (ohne je 1 cm Rand) durch 4, zeichnete die Punkte entsprechend auf, merkte dann aber, das die 15 cm durch 3 zu dividieren waren und korrigierte Rechnung und Zeichnung entsprechend.

Die Schüler haben in der Regel selbst entschieden, ob ihre Schablone und ihr Werk hinreichend genau und sauber hergestellt wurden und dann ggf. erforderliche Korrekturen vorgenommen.

Die meisten Kinder haben dann im weiteren Unterricht ihr selbst gebautes Geobrett verwendet; hierzu wurden bewusst solche Aktivitäten angeboten, bei denen keine übermäßige metrische Genauigkeit (z. B. exakt konstante Nägelabstände) erforderlich war.

Abschließend wurden die Kinder gebeten, ihre Vorgehensweise für andere Kinder zu verschriftlichen. Die so entstandenen Eigenproduktionen des vierten Typs wurden im Unterricht zusammen mit den selbst produzierten Geobrettern vorgestellt.





6 Argumente für den Einsatz von Eigenproduktionen

Die folgenden Argumente für deren Einbeziehung in den Unterrichtsprozess treffen daher nicht stets in gleichem Maße zu; zudem sind sie nicht strikt voneinander zu trennen. Aus der Perspektive der Lehrperson können Eigenproduktionen …

- Informationen über jeden einzelnen Schüler geben,
- zur Reflexion des Unterrichts und zu dessen Planung verwandt werden,
- von den Kindern selbst erstelltes Material für den weiteren Unterrichtsverlauf produzieren sowie
- offenere Formen der Leistungsfeststellung und -beurteilung unterstützen.

Mit Blick auf die Schülerinnen und Schüler können Eigenproduktionen …

- das Nachdenken über das eigene Vorgehen anregen,
- zu sozialer Interaktion und zu Kooperation Anlass geben,
- die Ausdrucksfähigkeit schulen sowie

- zur produktiven Mitgestaltung des Unterrichts beitragen

Der Einsatz von Eigenproduktionen wird unter Umständen nicht unmittelbar die Erwartungen erfüllen, die durch die schönen Beispiele dieses Artikels geweckt worden sind. In manchen Lerngruppen sind einige Schülerinnen und Schüler aus unterschiedlichen Gründen zunächst nur ansatzweise zu vergleichbarer mathematischer Produktivität fähig.

Wir warnen ausdrücklich davor, überhöhte Erwartungen zu hegen, die aufgrund der vorhandenen Heterogenität gar nicht von allen erfüllt werden können, oder die Kinder zu überfordern, indem man ihnen vergleichsweise unvermittelt ungewohnte Freiheiten offeriert. Um Schülerinnen und Schülern auch im Mathematikunterricht Produktivität zu ermöglichen, sollte man dieses entweder vom ersten Schultag an tun oder ihnen genügend Zeit einräumen, sich auf eine wandelnde Unterrichtskultur einzustellen, in der es normal ist, dass Eigenproduktionen mit unterschiedlichen Graden an Ausführlichkeit, Kreativität, Nachvollziehbarkeit oder Strukturiertheit entstehen.

So tragen Eigenproduktionen zur Öffnung des Mathematikunterrichts bei und stellen der 'Differenzierung von oben' das Konzept der 'Individualisierung von unten' gegenüber (Brinkmann & Brügelmann 1994). Zielsetzung ist es dabei, den Kindern mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zuzugestehen und sie als 'Sachverständige' für ihr eigenes Lernen ernster zu nehmen. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Freiräume, in denen sie (sich selbst) Aufgaben stellen und zwischen verschiedenen Aufgaben oder unterschiedlichen Formen der Bearbeitung und Dokumentation wählen können. Die Individualisierung erfolgt also während der Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung durch die Kinder selbst.

Das ist etwas anderes als eine Didaktik der zusätzlichen Förderprogramme. Und eine solche inhaltlich-didaktische Öffnung für das Denken der Kinder unterscheidet sich deutlich von einer methodisch-organisatorischen Öffnung von Unterricht, beispielsweise durch das häufig zu Unrecht automatisch als lernförderlich angesehene ‚Lernen an Stationen' (vgl. Sundermann & Selter 2000). Denn die Methode darf nicht wichtiger werden als der Inhalt. Anders formuliert: Entscheidendes Kriterium für lernförderliche Formen der Individualisierung ist die inhaltliche Substanz der einzelnen Aufgaben, nicht die Vielzahl der Aktivitäten.

7 Eigenproduktionen statt Detailkontrolle

In diesem Zusammenhang sind auch die folgenden Abschlussbemerkungen zu sehen. Richtlinien und Lehrpläne fordern bekanntlich, dass im Unterricht ausgehend von den unterschiedlichen Voraussetzungen individuelle Lernfortschritte gefördert und gleichzeitig verbindliche Anforderungen erreicht werden sollen. Die Rahmenbedingungen hierfür zu schaffen, ist eine notwendige und lohnenswerte Aufgabe.

Eine Ausrichtung des Unterrichts an den lernenden Individuen bei gleichzeitiger Orientierung an fachlichen Vorgaben wird sich aber vermutlich nicht wirklich auf breiter Basis durchsetzen können, wenn die Lehrerinnen und Lehrer im Bestreben, dieses zu gewährleisten, dauerhaft überfordert werden. Eine technokratische Sichtweise auf Lehren und Lernen, die die alleinige Verantwortung für das Gelingen von individuellen Lernprozessen den Lehrpersonen überträgt, hilft hier nicht weiter. Daher sollen abschließend zwei Thesen erläutert werden, die dazu beitragen können, Lehrerinnen und Lehrer zu entlasten und die Anforderungen auf das Machbare und Wünschenswerte hin auszurichten.

These 1: Es ist schwerlich möglich, den individuellen Lernstand jedes einzelnen Kindes stets detailliert zu diagnostizieren. Erstens fehlen im Unterrichtsalltag hierzu in der Regel die zeitlichen Ressourcen. Zweitens verfügen wir noch nicht über ein auf die breit angelegten Zielsetzungen des Mathematikunterrichts abgestimmtes Instrumentarium, das es den Kindern erlaubt zu zeigen, was sie wirklich können, statt lediglich deren Defizite zu erheben. Und drittens würde man selbst mit einem noch so ausgeklügelten Instrumentarium kein genaues Abbild dessen erhalten können, was wirklich in den Köpfen der Kinder vorgeht.

Gleichwohl ist offensichtlich, dass es sich förderlich auf das Gelingen von Lehr-Lernprozessen auswirkt, wenn die Lehrperson viel über die Standorte und Denkwege ihrer eigenen Schülerinnen und Schüler weiß. Insofern muss sie über verschiedene praktikable Verfahren verfügen, um das Wissen und Können der einzelnen Kinder angemessen einschätzen zu können (vgl. hierzu Sundermann & Selter 2006).

These 2: Es ist schwerlich möglich, kontinuierlich jedem einzelnen Kind seinem individuellen Lernstand angepasste Aufgaben zuzuweisen, die dessen Lernentwicklung optimal anregen. Auch hier fehlen in der Regel die zeitlichen Ressourcen und das mit vertretbarem Aufwand einsetzbare Material. Und selbst mit noch so gut durchdachten Aufgabenstellungen kann man Lernentwicklungen nicht vollständig determinieren.

Andererseits ist nachvollziehbar, dass ein gut überlegtes Aufgabenangebot die Wahrscheinlichkeit dafür erhöhen kann, dass Lernen in der intendierten Richtung stattfindet. Insofern sollten Aufgaben zum Einsatz kommen, die es den Schülern ermöglichen, ihre individuell unterschiedlichen Kompetenzen zum Ausdruck zu bringen, die individuell unterschiedlichen Kompetenzen der anderen wahrnehmen zu können und gemeinsam auf verschiedenen Niveaus von- und miteinander zu lernen. Solche Aufgaben bieten für alle Kinder einen Einstieg und eröffnen daran anschließend diverse Bearbeitungsmöglichkeiten für die unterschiedlich ausgeprägten Fähigkeiten.

Wittmann und Müller sprechen hier von ‚natürlicher Differenzierung' (vgl. auch Erichson 2004), die sie als *Ergänzung* der ‚äußeren' bzw. der ‚inneren' Differenzierung sehen, bei denen eine Lerngruppe in Teilgruppen aufgespalten wird, die unterschiedlich schwierige Aufgaben erhalten bzw. sie auf unterschiedlichen Niveaus und mit unterschiedlichen Hilfen lösen.

„Das ist eine Differenzierung vom Lehrer aus, da er den Kindern die Aufgaben und die Bearbeitungsform zuweist. Im Sinne des aktiv-entdeckenden und des sozialen Lernens bietet sich darüber hinaus eine Differenzierung *vom Kind aus* (*natürliche* Differenzierung) an: Die gesamte Lerngruppe erhält ein ganzheitliches Themenangebot, das Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeitsniveaus umfasst und verschiedene Wahlmöglichkeiten bietet. Die einzelnen Kinder können von diesem Angebot individuell Gebrauch machen. … Das Prinzip der natürlichen Differenzierung ist von allergrößter Bedeutung für die Lösung der wohl schwierigsten Aufgabe, der sich die Grundschule gegenüber sieht: Wie lässt sich die große Heterogenität der Voraussetzungen bei den Kindern bewältigen?

Der traditionelle Ansatz besteht darin, am ‚Punkt Null' zu beginnen und den Wissenserwerb der Kinder auf einem unteren bis mittleren Niveau klein- und gleichschrittig zu normieren. Dieser Ansatz, bei dem die Bedürfnisse der leistungsstarken Kinder völlig ignoriert werden, wurde und wird auch heute noch damit verteidigt, dass er den schwachen Kindern besonders entgegen komme. Nach heutigen Erkenntnissen führt er aber in eine Sachgasse, weil damit auch bei den schwachen Kindern genau das unterdrückt wird, worauf es beim Lernen entscheidend ankommt: *die individuellen Vorkenntnisse und Präferenzen der Kinder*" (Wittmann & Müller 2002, S. 11ff., Herv. im Orig.)

Literatur

Brinkmann, Erika & Hans Brügelmann (1994): Individualisierung 'von unten' statt 'Differenzierung 'von oben'. In: *Grundschulunterricht*, H. 2, S. 9-12.

Erichson, Christa (2004): Den Eifelturm erklimmen. Natürliche Differenzierung beim textbezogenen Sachrechnen. In: *Die Grundschulzeitschrift*, H. 171, S. 10-11.

Hengartner, Elmar (2006): *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht*. Zug (CH): Klett und Balmer.

Selter, Christoph (1995): Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht. In: Gerhard N. Müller & Erich Ch. Wittmann (Hg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule, S. 138-150.

Selter, Christoph (2004): *Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten: Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule*. Basispapier zum Modul 2 des BLK-Programms 'Sinus Grundschule'.

Spiegel, Hartmut & Christoph Selter (2003): *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer.

Sundermann, Beate & Christoph Selter (2000): Quattro Stagioni – Nachdenkliches zum Stationenlernen aus mathematikdidaktischer Perspektive. In: Friedrich Jahresheft 2000: Üben und Wiederholen, S. 110-113.

Sundermann, Beate & Christoph Selter (2005): Mit Eigenproduktionen individualisieren. In: Reinhold Christiani (Hg.): *Jahrgangsübergreifend unterrichten*. Berlin: Cornelsen Scriptor, S. 125-136.

Sundermann, Beate & Christoph Selter (2006): *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller (2002): *Lehrerband zum Zahlenbuch 3*. Leipzig: Klett.