

Zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr

Michael GAIDOSCHIK

1. Ausgangslage und Forschungsinteresse

Die mathematik-fachdidaktische Forschung beschäftigt sich spätestens seit Beginn der 1990er Jahre verstärkt mit „besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens“ (SCHIPPER 2003, S. 105). Als ein Hauptbereich solcher Schwierigkeiten gilt weitgehend übereinstimmend „verfestigtes zählendes Rechnen“ im Bereich der „additiven Grundaufgaben“ (vgl. u.a. LORENZ & RADATZ 1993, S. 116 f.; SCHIPPER 2003, S. 109 f.). Darunter wird verstanden, dass Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 20 weit über das erste Schuljahr hinaus nicht durch Abruf gespeicherten Wissens, sondern zu einem hohen Anteil durch Zählstrategien gelöst werden.

Aufgrund des aufbauenden Charakters der Grundschulmathematik erschwert dauerhaftes Anwenden zählender Strategien im Bereich der Grundaufgaben nicht nur das *Rechnen* in höheren Zahlenräumen, sondern behindert das *mathematische* Lernen auf einer Vielzahl von Ebenen (vgl. dazu etwa GERSTER 1994, S. 45 f.): Es erschwert die grundlegende Einsicht in Zahlbeziehungen und -muster (Mathematik als „Wissenschaft von den Mustern“, DEVLIN 2002, S. 5), in das Stellenwertsystem, damit verbunden den Aufbau von „Zahlenraum“ und die Entwicklung dessen, was man in der neueren (auch neuropsychologischen) Literatur unscharf als „number sense“ („Zahlensinn“, LORENZ 2002, S. 67) bezeichnet.

Zu *Beginn* des Rechnen-Lernens ist zählendes Rechnen freilich die Normalität. Alle Kinder lösen Additionen und Subtraktionen zunächst (oft bereits vor Schuleintritt) überwiegend durch Zählstrategien (vgl. PADBERG 2005, S. 82 f.). Im weiteren Verlauf der Grundschule geben Kinder aber das zählende Rechnen in der Regel mehr und mehr auf. Im Zahlenraum bis 10, teilweise auch bis 20 erfolgt dies überwiegend durch direkten Abruf gespeicherter „arithmetischer Basisfakten“. Diese können ihrerseits mittels „operativer Strategien“ (vgl. RADATZ, SCHIPPER, DRÖGE, EBELING 1996, S. 82f.) für „Ableitungen“ („derived facts“, z.B. $3+4=7$, weil $3+3=6$) genutzt werden (vgl. CARPENTER & MOSER 1984, S. 181; GRAY 1991, S. 551).

Wenn nun der Übergang von zählenden zu nicht-zählenden Lösungsstrategien auch noch in höheren Schulstufen nicht eingetreten ist, so sprechen Fachdidaktiker/innen *im Nachhinein* von „verfestigtem zählenden Rechnen“. Es fehlen allerdings klare Angaben dazu, ab welchem Zeitpunkt diese Ex-post-Feststellung angebracht sei bzw. umgekehrt, bis wann (bis zu welchem Lebensalter bzw. welcher Schulstufe) der Übergang zu nicht-zählenden Strategien im

Normalfall erfolgt sein sollte. Deutsche Fachdidaktiker/innen sind sich zwar einig darin, dass die Automatisierung der Basisfakten zumindest im Zahlenraum bis 10 ein wichtiges Unterrichtsziel bereits des ersten Schuljahres darstellt (vgl. etwa GERSTER 1994, S. 46; RADATZ u.a. 1996, S. 83; SCHIPPER 2005, S. 7). Es existieren bis dato aber keine Studien darüber, ob bzw. bis zu welchem Grad dieses Ziel im deutschen Sprachraum üblicherweise erreicht wird.

Bei US-amerikanischen Schüler/innen ist zählendes Rechnen am Ende des ersten Schuljahres die bei weitem vorherrschende Lösungsstrategie (HENRY & BROWN 2008, S. 164 ff.; ähnlich bereits CARPENTER & MOSER 1984, S. 190 ff.). Die chinesischen Schüler/innen in der Vergleichsstudie von GEARY, BOW-THOMAS, LIU & SIEGLER lösten dagegen am Ende des ersten Schuljahres 91% der additiven Grundaufgaben im Zahlenraum bis 20 durch Faktenabruf, weitere 6% durch Ableitung (GEARY u.a. 1996, S. 2034). Auch andere Studien machen deutlich, dass die Entwicklung von Rechenstrategien nicht nur individuell (mit großen Unterschieden zwischen in dieser Hinsicht leistungsstarken und leistungsschwachen Schüler/innen; vgl. etwa GEARY & BROWN 1991; GRAY 1991), sondern auch national höchst unterschiedlich verläuft (vgl. etwa CAMPBELL & XUE 2001; FUSON & KWON 1992).

Es scheint plausibel, dass die beträchtlichen nationalen Unterschiede in der Häufigkeit, mit der Kinder bereits im ersten Schuljahr das zählende Rechnen überwinden, vor allem auch auf nationale Unterschiede der Didaktik und Methodik des arithmetischen Anfangsunterrichts zurückzuführen sind. Für China wird eine starke Tradition berichtet, den Kindern im Unterricht früh und gezielt nicht-zählende Lösungsstrategien zu vermitteln (vgl. SUN & ZHANG 2001; ähnlich in Südkorea, vgl. FUSON & KWON 1992, und Japan, vgl. HATANO 1982). Im Gegensatz dazu ist es in den USA im Mathematikunterricht zumindest der beiden ersten Schulstufen verbreitete Praxis, Kinder gezielt zu (weiter-)zählenden Lösungsstrategien anzuhalten (vgl. CARPENTER & MOSER 1984, S. 186 f.; HENRY & BROWN 2008, S. 178).

GEARY u.a. vermuten, dass (neben anderen Faktoren) gerade auch das durch den Unterricht in China geförderte wiederholte Lösen von Aufgaben durch Ableitungsstrategien die Ausbildung von Aufgabe-Antwort-Assoziationen im Gedächtnis der von ihnen untersuchten chinesischen Kinder gefördert und damit zu deren frühem Auswendigwissen beigetragen habe (GEARY u.a. 1996, S. 2042). In dieselbe Richtung einer förderlichen Wirkung des Ableitens auf das Automatisieren weist eine Reihe von US-amerikanischen Unterrichtsexperimenten (vgl. etwa STEINBERG 1985; THORNTON 1978). Deshalb, vor allem aber auch wegen der Bedeutung des Ableitens als Anwendung arithmetischer Gesetze hat sich in der Fachdidaktik die Überzeugung durchgesetzt, dass dem Erarbeiten von Ableitungsstrategien im arithmetischen Erstun-

terricht besondere Aufmerksamkeit gebührt (vgl. etwa BAROODY 2006; GERSTER 2009, S. 262 ff.; PADBERG 2005, S. 84; WITTMANN & MÜLLER 1994, S. 43 ff.).

Vor diesem Hintergrund verfolgt das hier vorgestellte Forschungsprojekt zwei Hauptinteressen: Zum einen wird zum ersten Mal auch für die *österreichische* Schulwirklichkeit an einer repräsentativen Stichprobe erhoben, in welchen Varianten und Häufigkeiten Kinder schon zu Beginn ihres ersten Schuljahres Lösungsstrategien für additive Grundaufgaben mitbringen und in welchen Varianten und Häufigkeiten sie diese im Laufe des ersten Schuljahres weiter entwickeln oder beibehalten. Dies wird ins Verhältnis gesetzt zu parallel erhobenen Kennwerten der Didaktik und Methodik des Arithmetikunterrichts, den diese Kinder im Laufe ihres ersten Schuljahres erfahren. Angestrebt wird also eine Erhebung des *Status Quo des Arithmetikunterrichts im ersten Schuljahr* bezüglich „Input“ (Wie weit entsprechen Didaktik und Methodik des Arithmetikunterrichts den diesbezüglichen Empfehlungen der aktuellen Fachdidaktik?) und „Output“ (Wie weit erreichen die so unterrichteten Kinder die von der aktuellen Fachdidaktik mit Bezug auf Rechenstrategien formulierten Ziele?). Zum anderen geht es der Studie um die möglichst detailreiche *qualitativ-explorative Erforschung der Entwicklung von Ableitungsstrategien* im Bereich der additiven Grundaufgaben, wozu bislang auch international nur wenig empirische Forschungsarbeit geleistet wurde.

2. Forschungsfragen und Hypothesen

2.1. Qualitative Fragestellungen

Hauptfragen im qualitativ-explorativen Teil der Studie sind:

- Welche zahlbezogenen Kenntnisse und Fertigkeiten weisen österreichische Kinder bereits zu Beginn ihres ersten Schuljahres auf? Welcher Anteil von Schulanfänger/inne/n ist bereits zu Schulbeginn in der Lage, Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 10 zu lösen? Mit welchen Strategien?
- Welche Strategien verwenden dieselben Kinder zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres bzw. am Ende ihres ersten Schuljahres bei Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 10 und 20?
- Lassen sich unter den Kindern im Laufe des ersten Schuljahres „Strategietypen“ identifizieren, also Gruppen von Kindern, die hinsichtlich der Entwicklung von Lösungsstrategien klar darstellbare Gemeinsamkeiten aufweisen?
- In welcher Beziehung stehen die Lösungsstrategien der Kinder zu jenen Strategien, die im Unterricht vermittelt werden?
- Wie weit entspricht dieser Unterricht didaktisch-methodischen Empfehlungen zur Gestaltung des arithmetischen Anfangsunterrichts, über die sich in den letzten zehn bis 15 Jah-

ren weitgehender Konsens innerhalb der aktuellen deutschsprachigen Fachdidaktik herausgebildet hat? (Die wesentlichen dieser Empfehlungen werden in Kapitel 4.1. ausgeführt; zum Beleg der diesbezüglichen Übereinstimmung innerhalb der deutschsprachigen Fachdidaktik vgl. GAIDOSCHIK 2010.)

2.2. Quantitative Fragestellungen

Im quantitativen Teil werden vor allem die folgenden Hypothesen einer statistischen Signifikanzprüfung unterzogen:

- Hypothese I: Es wird angenommen, dass Kinder im Verlauf des ersten Schuljahres einen umso höheren Anteil an additiven Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 durch Fakten nutzende, nicht-zählende Strategien lösen, je mehr strukturierte Zahldarstellungen sie zu Beginn des ersten Schuljahres quasi-simultan (also nicht-zählend, „auf einen Blick“; vgl. GERSTER 2009, S. 262 f.) erfassen (frühes *Zahlwissen* als „Prädiktor“ späterer Mathematikleistung, vgl. DORNHEIM 2008; KRAJEWSKI 2003; WEIBHAUPT, PEUCKER & WIRTZ 2006).
- Hypothese II: Es wird angenommen, dass Buben im Verlauf des ersten Schuljahres einen höheren Anteil an additiven Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 durch Fakten nutzende Strategien lösen als Mädchen (vgl. DORNHEIM 2008; KRAJEWSKI 2003).
- Hypothese III: Es wird angenommen, dass Kinder von Eltern mit höherem Bildungsgrad im Verlauf des ersten Schuljahres einen höheren Anteil an additiven Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 durch Fakten nutzende Strategien lösen als Kinder von Eltern mit niedrigerem Bildungsgrad (vgl. DORNHEIM 2008; KRAJEWSKI & SCHNEIDER 2006).
- Hypothese IV: Es wird angenommen, dass Kinder, die eine bestimmte additive Grundaufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch eine Ableitungsstrategie gelöst haben, dieselbe Aufgabe am Ende des ersten Schuljahres signifikant öfter durch direkten Wissensabruf lösen als Kinder, die diese Aufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch eine Zählstrategie gelöst haben (vgl. BARODY 2006; GEARY u.a. 1996; GRAY 1991; STEINBERG 1985).

3. Methodik

Den Fragestellungen gemäß kamen Methoden sowohl der quantitativen wie auch der qualitativen empirischen Forschung zum Einsatz:

- Die Erfassung der Rechenstrategieentwicklung erfolgte durch eine Längsschnittstudie. Dafür wurden anfangs 160, durchgehend 139 Kinder in je drei qualitativen Interviews („revidierte klinische Methode“ nach PIAGET, vgl. SELTER & SPIEGEL 1997, S. 100 ff.) zu Beginn, Mitte und gegen Ende ihres ersten Schuljahres beim Lösen von ausgewählten

Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 10 und 20 beobachtet und zu ihren Lösungsstrategien befragt. Zu Beginn des Schuljahres wurden zusätzlich zahlbezogene Vorkenntnisse der Schulanfänger/innen erhoben. Die Auswahl der Kinder erfolgte durch eine zweistufige Zufallsauswahl (Stufe 1: Zufallsauswahl von 20 Volksschulen aus der Gesamtliste niederösterreichischer Volksschulen; Stufe 2: Zufallsauswahl von je acht Erstklässler/inne/n aus diesen Schulen; vgl. ATTESLANDER 2003, S. 304 ff.). Auf Grundlage der im Verlauf der drei Interviews erfassten Rechenstrategien wurden in Anwendung der Methode der empirisch begründeten Typenbildung (vgl. BIKNER-AHSBAHS 2003; KELLE 1994; KELLE & KLUGE 1999) sechs Typen von Strategiepräferenzen abgeleitet.

- Die didaktisch-methodische Qualität des Mathematikunterrichts dieser Kinder konnte nur indirekt erfasst werden. Zum einen erfolgte eine qualitative Inhaltsanalyse (vgl. MAYRING 2002, S. 114 ff.; MAYRING 2003) der fünf im Unterricht der Kinder verwendeten Mathematik-Schulbücher. Zum anderen wurden die Lehrkräfte der Kinder in einem umfangreichen Fragebogen mit offenen und geschlossenen Fragen zur Gestaltung ihres Mathematikunterrichts im Allgemeinen, zum Umgang mit zählenden und nicht-zählenden Lösungsstrategien im Besonderen konfrontiert.
- Die statistische Hypothesenprüfung im quantitativen Teil der Studie erfolgte mittels univariater Kovarianzanalyse mit Messwiederholung nach dem Allgemeinen linearen Modell (Hypothese I bis III; vgl. RUDOLF & MÜLLER 2004, S. 75-101) bzw. mittels Chi-Quadrat-Tests (Hypothese IV; vgl. ZÖFEL 2003, S. 215, S. 179 ff.).

4. Ergebnisse

4.1. Qualitative Ergebnisse

Bezüglich des zahlbezogenen Wissens zu Schulbeginn kommt die vorliegende Studie zu ähnlichen Ergebnissen wie einschlägige Studien, die in jüngerer Vergangenheit in Deutschland und der Schweiz durchgeführt wurden (vgl. etwa HASEMANN 2003, S. 62; SCHMIDT & WEISER 1982) und die in der Kurzform als „oft beachtlich hoher Kenntnisstand bei beträchtlicher Heterogenität“ zusammengefasst werden können (näher dazu GAIDOSCHIK 2010).

Die *Darstellung der qualitativen Detailergebnisse zur Entwicklung der Rechenstrategien* von Beginn über Mitte bis zum Ende des ersten Schuljahres würde den Rahmen dieses Beitrags sprengen (vgl. dazu GAIDOSCHIK 2010). An dieser Stelle kann lediglich ein *Überblick über die sechs Typen* erfolgen, welche sich innerhalb der Kinder mit Bezug auf ihre Strategiepräferenzen am Ende des ersten Schuljahres empirisch begründen lassen. Die Charakterisierung erfolgt dabei jeweils als *Idealtypus* (vgl. BIKNER-ASBAHS 2003, S. 216):

- Typus „*Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten*“ (Häufigkeit innerhalb der Stichprobe: etwa 33%): Kinder dieses Typus lösen nicht-triviale additive Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 am Ende des ersten Schuljahres vorwiegend (d.h. zu mehr als zwei Drittel) durch Nutzung von Zahlenfakten, wobei direkter Faktenabruf überwiegt. (Als „trivial“ gewertet werden hier und im Folgenden die Verdoppelungsaufgaben und Aufgaben mit 1 als Summanden bzw. Subtrahenden.) Noch nicht automatisierte Aufgaben im Zahlenraum bis 10 lösen die Kinder dieses Typus durch Ableitungsstrategien. Auch Aufgaben mit Zehnerübergang werden von diesen Kindern mehrheitlich nicht-zählend gelöst.
- Typus „*Hohe Merkleistung ohne Ableitung*“ (Häufigkeit: etwa 2%): Kinder dieses Typus wissen die Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 am Ende des ersten Schuljahres vorwiegend auswendig, setzen aber daneben keine Ableitungsstrategien ein. Nicht automatisierte Aufgaben (etwa solche mit Zehnerübergang) werden also zählend gerechnet.
- Typus „*Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten*“ (Häufigkeit: etwa 24%): Kinder dieses Typus wissen am Ende des ersten Schuljahres weniger als ein Drittel der nicht-trivialen Aufgaben auswendig. Sie wenden *keine* Ableitungsstrategien an. Die nicht-trivialen Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 werden von diesen Kindern deshalb noch am Ende des ersten Schuljahres vorwiegend zählend gelöst.
- Typus „*Strategie-Mix mit hohem Anteil von Zählstrategien ohne Ableiten*“ (Häufigkeit: etwa 17%): Diese Kinder unterscheiden sich von jenen des Typus „Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten“ im Wesentlichen durch einen höheren Anteil von *nicht-zählenden Fingerstrategien* und einen entsprechend niedrigeren Anteil von fingergestützten Zählstrategien. Auch sie wissen weniger als ein Drittel der nicht-trivialen Aufgaben auswendig und wenden keine Ableitungsstrategien an.
- Typus „*Ableiten und persistierendes zählendes Rechnen*“ (Häufigkeit: etwa 20%): Diese Kinder kombinieren am Ende des ersten Schuljahres im Zahlenraum bis 10 Faktenabruf und Ableitungsstrategien mit Zählstrategien (letztere bei mindestens einem Drittel der Aufgaben).
- Typus „*Vorwiegend zählendes Rechnen mit Ableiten*“ (Häufigkeit: etwa 3%): Diese Kinder unterscheiden sich von jenen des Typus „Ableiten und persistierendes zählendes Rechnen“ im Wesentlichen dadurch, dass sie noch am Ende des ersten Schuljahres nur ganz wenige der nicht-trivialen Aufgaben im Zahlenraum bis 10 auswendig wissen und mehr als zwei Drittel zählend lösen. Daneben wenden aber auch diese Kinder Ableitungsstrategien an.

Zur näheren Interpretation dieser Typologie siehe Kapitel 5.

Die *Ergebnisse der qualitativen Inhaltsanalyse* der fünf in den teilnehmenden Klassen verwendeten Mathematik-Schulbücher (AG MATHEMATIK 2003; BRUNNER u.a. 2004; BUBLATH, FÜRNSTAHL & HÖNISCH u.a. 2005; EDER, JAROLIM & SCHÖN 2001; FRIEDL 2004) lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- In allen fünf Schulbüchern wird der Zahlenraum bis 10 kleinschrittig eingeführt – gegen die einhellige klare Empfehlung der aktuellen deutschsprachigen Fachdidaktik, zumindest den Zahlenraum bis 10 (wenn nicht bis 20) als Ganzheit zu behandeln (zur Empfehlung vgl. etwa PADBERG 2005, S. 29).
- Keines der Bücher ist in erkennbarer Weise dafür konzipiert, die von der aktuellen Fachdidaktik (der *Sache* nach einmütig) empfohlene Erarbeitung des Denkens von „Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen“ (GERSTER 2009, S. 267) wirksam zu unterstützen und auf dieser Basis nicht-zählende Rechenstrategien gezielt zu erarbeiten (vgl. dazu etwa GAIDOSCHIK 2007; GERSTER 1994, S. 47-62; GERSTER 2009, S. 262 ff.).
- In allen fünf Büchern wird gegen den einhelligen Rat der aktuellen Fachdidaktik (vgl. dazu etwa KRAUTHAUSEN & SCHERER 2007, S. 24 ff.) für den Zehnerübergang ausschließlich das so genannte „Teilschrittverfahren“ (Beispiel: $6+7$ wird in die Teilschritte $6+4$ und $10+3$ zerlegt) thematisiert und nicht auch alternative Verfahren wie etwa „Verdoppeln plus 1“ ($6+7$ als $6+6+1$) oder „Kraft der Fünf“ ($6+7$ als $5+5+1+2$).
- Keines der fünf Bücher liefert konsequent Anstöße und Anregungen dafür, dass Kinder über Rechenstrategien diskutieren und diese in Klassengesprächen erläutern und begründen (zur Bedeutung dieser gleichfalls einmütigen Empfehlung der aktuellen Fachdidaktik vgl. etwa SCHIPPER 2002, S. 137).
- In allen fünf Büchern werden die Kinder mit einer „Flut von grauen Päckchen und bunten Hunden“ (vgl. WITTMANN 1994) konfrontiert, also mit mehrheitlich *unstrukturierten* Übungsaufgaben – gegen den einmütigen klaren Rat der Fachdidaktik, dass im frühen Arithmetikunterricht vorrangig *operativ strukturiert* geübt werden sollte, dass also die Aufgaben innerhalb eines „Übungspäckchens“ jeweils in einem quantitativ-gesetzmäßigen Zusammenhang stehen sollten, der mit den Kinder herauszuarbeiten ist (vgl. KRAUTHAUSEN & SCHERER 2007, S. 124 f.; WITTMANN 1994).

Wesentliche Ergebnisse der Lehrer/innenbefragung sind die folgenden:

- Die Lehrer/innen haben sich in didaktisch-methodischer Hinsicht eng an dem von ihnen jeweils verwendeten Schulbuch orientiert. Die Bücher wurden in allen Klassen von der ersten bis zur letzten Seite (mit allenfalls marginalen Auslassungen) abgearbeitet.

- Zählendes Rechnen wurde in der Mehrheit der Klassen zumindest bis zum Ende des ersten Schulhalbjahres (und in zumindest sechs der 22 Klassen während des gesamten ersten Schuljahres) gezielt geübt.
- Ableitungsstrategien wurden (den Schulbüchern gemäß) weitgehend vernachlässigt.
- Dem Auswendiglernen von Grundaufgaben (welches in zumindest beschränktem Umfang auch unverzichtbare Grundlage für das Anwenden von Ableitungsstrategien ist) wurden nur von einer Minderheit (weniger als einem Drittel) der Lehrkräfte gezielte Maßnahmen im Unterricht und/oder zur Einbeziehung des häuslichen Übens gewidmet.

4.2. Quantitative Ergebnisse

Bezüglich der fünf im Kapitel 2.2. angeführten Hypothesen ergibt die Signifikanzprüfung das Folgende:

- Als statistisch signifikant abgesichert können gelten: Hypothese I (Kinder mit besserer Performanz in der Quasi-Simultanerfassung zu Schulbeginn lösen einen höheren Anteil von additiven Grundaufgaben nicht-zählend; $p < 0,001$), Hypothese II (Buben lösen einen höheren Anteil von Grundaufgaben nicht-zählend als Mädchen; $p = 0,008$) und Hypothese IV (Kinder, die eine bestimmte Aufgabe Mitte des Schuljahres abgeleitet haben, wissen dieselbe Aufgabe am Ende des Schuljahres signifikant häufiger auswendig als Kinder, die eine Aufgabe Mitte des Schuljahres zählend gelöst haben; $p < 0,001$).
- Für Hypothese III (Kinder von Eltern mit höherem Bildungsgrad lösen einen höheren Anteil an Grundaufgaben nicht-zählend als Kinder von Eltern mit niedrigerem Bildungsgrad) wird in der Varianzanalyse eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $p = 0,019$ ausgewiesen. Da die Stichprobe einzelne Bedingungen für eine robuste Varianzanalyse nicht erfüllte, wurde das Signifikanzniveau auf $p \leq 0,01$ herabgesetzt (vgl. dazu RUDOLF & MÜLLER 2004, S. 80; ZÖFEL 2003, S. 217). Daher kann für diese Hypothese lediglich die *Tendenz* einer Signifikanz beansprucht werden.

5. Interpretation und Diskussion

Betrachtet man die im Kapitel 4.1. zusammengefasste Typologie vor dem Hintergrund der im ersten Kapitel erwähnten, von der aktuellen deutschsprachigen Fachdidaktik einhellig vertretenen Zielvorgabe, dass *möglichst alle* Kinder *möglichst alle* additiven Aufgaben zumindest im Zahlenraum bis 10 im Laufe des ersten Schuljahres automatisieren sollten, dann wird deutlich, dass diese Zielvorgabe in den untersuchten Klassen *bei weitem nicht erreicht* wurde. Zugleich liefern die qualitative Inhaltsanalyse der im Unterricht dieser Klassen verwendeten Schulbücher und die Ergebnisse der Lehrer/innenbefragung deutliche Hinweise dafür, dass

der Arithmetikunterricht in diesen Klassen in zentralen Bereichen *nicht* den Empfehlungen entsprach, die von der aktuellen Fachdidaktik weitgehend übereinstimmend formuliert werden. Vor dem Hintergrund internationaler Vergleichsstudien (vgl. GEARY u.a. 1996, s.o.) erscheint es plausibel, dass diese Unterrichtsgestaltung maßgeblich dazu beigetragen hat, dass nur etwa ein Drittel der Kinder das von der aktuellen Fachdidaktik formulierte Ziel der Automatisierung im Zahlenraum bis 10 zumindest annähernd erreicht, aber ca. 27% der Kinder die Aufgaben im Zahlenraum bis 10 noch am Ende des ersten Schuljahres vorwiegend zählend lösen, mit absehbar negativen Konsequenzen für ihre weitere mathematische Entwicklung (vgl. LORENZ & RADATZ, S. 117). Die Studie war freilich nicht dafür konzipiert, den Einfluss bestimmter Unterrichtsmaßnahmen auf die Strategieentwicklung statistisch abzusichern.

In jedem Fall ist zu bedenken, dass die dargestellte Typologie keine allgemeinen Aussagen über *die* arithmetische Entwicklung *der* Kinder erlaubt, sondern eine Typologie der Strategieentwicklung *unter den oben charakterisierten, als ungünstig zu bewertenden Unterrichtsbedingungen* darstellt. Vor dem Hintergrund der statistisch abgesicherten Hypothese IV (siehe Kapitel 4.2.) lässt sich diese Typologie wie folgt näher interpretieren:

- Bei den arithmetisch leistungsstärksten Kindern, jenen des Typus „Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten“, hat vermutlich gerade das wiederholte (im Unterricht nicht geförderte, von diesen Kindern dennoch praktizierte) Ableiten von Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres im Sinne einer „Elaboration“ von Gedächtnisinhalten (vgl. SCHNEIDER & BÜTTNER 2008, S. 489) wesentlich dazu beigetragen, dass diese Kinder die additiven Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 am Ende des ersten Schuljahres vollständig oder zumindest weitestgehend automatisiert haben.
- Umgekehrt bei den Kindern des Typus „Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten“: Das völlige Fehlen von Ableitungen und das damit einhergehende Fehlen von Reflexivität beim Lösen additiver Grundaufgaben hat vermutlich wesentlich dazu beigetragen, dass sie am zählenden Rechnen hängen geblieben sind. Viele Kinder dieses Typus zeigen bei gezielter Befragung aber durchaus Einsicht in zumindest einzelne Ableitungszusammenhänge. Dass sie noch am Ende des ersten Schuljahres vorwiegend zählend rechnen, erlaubt also nicht den Rückschluss, dass sie mit Ableitungsstrategien kognitiv überfordert wären. Zu konstatieren ist lediglich, dass sie in einem Unterricht, in dem solche Strategien nicht gezielt erarbeitet werden (s.o.), diese *nicht selbstständig* entwickeln und *deshalb* (mangels Kompensation durch Merkleistung) auf zählendes Rechnen festgelegt blieben.
- Die Kinder des Typus „Hohe Merkleistung ohne Ableitung“ scheinen die additiven Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10 *ohne* eine vorgelagerte Phase des Ableitens im

Langzeitgedächtnis gespeichert zu haben. Ableiten scheint also zwar eine *günstige*, aber keine *notwendige* Bedingung für das Automatisieren darzustellen und zumindest in Einzelfällen durch Gedächtnisleistung kompensiert werden zu können. Freilich ist dieser Typus äußerst selten. Das erklärt sich vermutlich einerseits daraus, dass die besagte Kompensation *schwierig* ist. Andererseits werden solche kompensatorischen Anstrengungen im Unterricht im Bereich des kleinen Einspluseins (anders als beim kleinen Einmaleins) in Österreich wenig gefördert (vgl. Kapitel 4.1.).

- Die Kinder des Typus „*Ableiten und persistierendes zählendes Rechnen*“ wenden Ableitungsstrategien tendenziell eher bei Subtraktionen an, während sie nicht-triviale Additionen im Zahlenraum bis 10 tendenziell auch noch am Ende des ersten Schuljahres durch Weiterzählen vom größeren Summanden erledigen. Das ist nachvollziehbar im Sinne einer Ökonomie des rechnerischen Aufwands: Die Kontrolle über die Zähl Schritte ist beim Rückwärtszählen deutlich schwieriger als beim Weiterzählen. Gegen SIEGLER (2001, S. 383), aber im Einklang mit STEINBERG (1985, S. 347 f.) kann vermutet werden, dass gerade auch die Gewohnheit des mühelosen Weiterzählens beim Addieren im Zahlenraum bis 10 die Speicherung von Zahlenfakten im Langzeitgedächtnis behindert, weil dadurch die Reflexion der Gesamtaufgabe und von operativen Zusammenhängen unterbleibt. Der Mangel an gespeichertem Zahlwissen im Zahlenraum bis 10 führt dann aber dazu, dass diese Kinder am Ende des ersten Schuljahres auch nur über eingeschränkte Voraussetzungen für das nicht-zählende Lösen von Aufgaben mit Zehnerübergang verfügen.

Der statistisch signifikante Effekt, den die *Performanz in der Quasi-Simultanerfassung* zu Schulbeginn auf den Anteil hat, zu dem ein Kind im Laufe des ersten Schuljahres additive Grundaufgaben durch Rückgriff auf Zahlenfakten löst (Hypothese I), stellt eine fachdidaktisch bedeutsame Spezifikation des entwicklungspsychologischen Befundes dar, wonach das *Zahlwissen zu Schulbeginn* der bedeutsamste *Prädiktor späterer Mathematikleistungen* ist (vgl. DORNHEIM 2008): Das frühe Zahlwissen ist vermutlich gerade deshalb entscheidend, weil etwa das in der Quasi-Simultanerfassung vorbereitete *Verstehen von Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen* eine wesentliche Voraussetzung für die Überwindung zählender Rechenstrategien darstellt, wohingegen das sich mehr und mehr verfestigende zählende Rechnen die weitere arithmetische Entwicklung vielfältig behindert (s. Kapitel 1).

Wie aber lässt sich der statistisch abgesicherte Effekt der Geschlechtszugehörigkeit (Hypothese II) und der zumindest der Tendenz nach abgesicherte Effekt des Bildungsgrades der Eltern (Hypothese III) deuten? Eine am Datensatz der Längsschnittuntersuchung explorativ durchge-

fürte Signifikanzprüfung erbrachte (bei verschärftem Signifikanzniveau) zumindest die *Tendenz eines Effekts der Geschlechtszugehörigkeit* ($p=0,013$ in der multivariaten Varianzanalyse) sowie einen *signifikanten Effekt des Bildungsgrades* der Eltern ($p=0,006$) auf die beiden getesteten Komponenten des *Zahlwissens zu Schulbeginn* (Performanz im Vorwärtszählen und Quasi-Simultanerfassung), mit Vorteilen für Buben bzw. für Kinder von Eltern mit höherem Bildungsgrad (ähnliche Ergebnisse bei DORNHEIM 2008 und KRAJEWSKI & SCHNEIDER 2006). Da aber das Zahlwissen zu Schulbeginn seinerseits einen signifikanten Effekt auf die Entwicklung von Rechenstrategien hat (Hypothese I), erklärt sich die Tatsache, dass Buben bzw. Kinder von Eltern mit höherem Bildungsgrad am Ende des ersten Schuljahres signifikant mehr Aufgaben durch Rückgriff auf Zahlenfakten und daher nicht-zählend lösen als Mädchen bzw. Kinder von Eltern mit niedrigerem Bildungsgrad, zu einem wesentlichen Teil wohl schon alleine daraus, dass Mädchen und Kinder von Eltern mit niedrigerem Bildungsgrad zu Beginn ihres ersten Schuljahres ein geringeres Zahlwissen aufweisen (zu möglichen Ursachen dieser Unterschiede im frühen Zahlwissen vgl. DORNHEIM 2008, S. 508 f. und S. 521).

Dass aber das Zahlwissen, über das Kinder (Buben wie Mädchen) zu Schulbeginn verfügen, statistisch prädiziert, in welchem Ausmaß ihnen im Laufe des ersten Schuljahres die Überwindung des zählenden Rechnens gelingt, wirft die Frage nach der *Qualität des Arithmetikunterrichts* auf, dem diese Kinder ein Jahr lang ausgesetzt sind. Zu dieser Frage werden im qualitativen Teil dieser Studie zumindest erste Antworten gegeben (s.o.).

6. Ausblick

Als vordringlichste *pädagogische Konsequenz* lässt sich aus der vorliegenden Studie ableiten, dass Maßnahmen zur Steigerung der didaktisch-methodischen Qualität des Arithmetikunterrichts in österreichischen Volksschulen erforderlich sind, wenn künftig verhindert werden soll, dass wie derzeit ein beträchtlicher Teil der Kinder noch am Ende des ersten Schuljahres vorwiegend zählend rechnet und damit in seiner weiteren arithmetischen Entwicklung massiv beeinträchtigt ist. Diese Maßnahmen betreffen in erster Linie die *Aus- und Weiterbildung von Volksschullehrer/innen*, die auf Grundlage ihres Ausbildungsstandes derzeit in der Regel offenbar nicht in der Lage sind, den Arithmetikunterricht im ersten Schuljahr gemäß den Empfehlungen der aktuellen Mathematik-Fachdidaktik gestalten zu können. (Dass *alle* Lehrkräfte, die im Rahmen dieser Studie befragt wurden, erkennbar *nach bestem Wissen und Gewissen* und mit *hohem pädagogischen Engagement* unterrichtet haben, sei an dieser Stelle ausdrücklich festgehalten.)

Ergänzend dazu muss künftig sicher gestellt werden, dass Mathematik-Schulbücher, die vom Unterrichtsministerium als „für den Unterricht an Volksschulen geeignet“ approbiert werden,

in zentralen Fragen der Didaktik und Methodik den Empfehlungen der aktuellen fachdidaktischen Forschung entsprechen. Dies ist bei *keinem* der fünf Unterrichtswerke der Fall, die in den für diese Studie nach Zufallsprinzip ausgewählten Klassen verwendet wurden.

Die Studie macht zudem die Notwendigkeit verstärkter Bemühungen um die frühe mathematische Bildung bereits im Kindergartenalter deutlich, ebenso die Notwendigkeit von Maßnahmen, um Mädchen in höherem Maße als bisher für die (frühe) Beschäftigung mit mathematischen Inhalten zu interessieren.

Als *Desiderate künftiger Forschung* ergeben sich zum einen Längsschnittstudien, die die arithmetische Entwicklung über das erste Schuljahr hinaus verfolgen. Forschungsethisch vertretbar erscheinen solche Studien freilich nur dann, wenn sie als *Interventionsstudien im Interesse der teilnehmenden Kinder* konzipiert sind. Solche Studien sollten also zur Evaluation von Unterrichtsmaßnahmen dienen, bei denen Grund zur Annahme besteht, dass sie der arithmetischen Entwicklung der Kinder förderlich sind. Auf Basis der vorliegenden Studie gehören dazu jedenfalls Maßnahmen, die Kinder gezielt beim Entdecken und Anwenden von Ableitungsstrategien unterstützen (vgl. Hypothese IV). Zum anderen benötigen wir empirisch besser abgesichertes Wissen darüber, wie der Arithmetikunterricht (nicht nur, aber in besonderer Weise auch) in den einzelnen Phasen des ersten Schuljahres in didaktisch-methodischer Hinsicht tatsächlich abläuft, um die Effekte des Unterrichts auf die arithmetische Entwicklung einzelner Kinder besser beurteilen und den Unterricht auf dieser Basis im Interesse der Kinder weiterentwickeln zu können. Videobasierte Unterrichtsbeobachtung könnte in dieser Hinsicht vermutlich entscheidend mehr leisten als die eingeschränkten Mittel (Schulbuchanalyse, Lehrer/innenbefragung), die für die vorliegende Studie zur Verfügung standen.

Abstract

In einer Längsschnittstudie mit 139 niederösterreichischen Kindern aus 20 verschiedenen Volksschulen (Zufallsauswahl) wurde untersucht, welche Rechenstrategien Kinder zu Beginn ihres ersten Schuljahres bei Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 10 anwenden und auf welche Weise sie diese Strategien (dann auch im Zahlenraum bis 20) bis Mitte und schließlich bis zum Ende des ersten Schuljahres weiterentwickeln. Die in qualitativen Interviews erfassten Strategien wurden ins Verhältnis gesetzt einerseits zur Didaktik und Methodik des arithmetischen Erstunterrichts, den diese Kinder erfahren haben, andererseits zum zahlbezogenen Wissen zu Schulbeginn, zur Geschlechtszugehörigkeit der Kinder und zum Bildungsgrad ihrer Eltern. Die qualitative Auswertung mündet in der empirisch begründeten Bildung von sechs Typen von Strategiepräferenzen am Ende des ersten Schuljahres und macht

deutlich, dass nur etwa ein Drittel der Kinder das von der aktuellen deutschsprachigen Fachdidaktik für die Strategieentwicklung im ersten Schuljahr formulierte Ziel (Automatisierung im Zahlenraum bis 10) zumindest annähernd erreicht. Dabei wurde im Arithmetikunterricht dieser Kinder zentralen Empfehlungen der aktuellen Fachdidaktik nicht entsprochen, wie die qualitative Inhaltsanalyse der im Unterricht verwendeten Schulbücher und eine Lehrer/innenbefragung deutlich machen. Im quantitativen Teil der Arbeit konnten u.a. signifikante Effekte des frühen Zahlwissens, der Geschlechtszugehörigkeit und (der Tendenz nach) des Bildungsgrades der Eltern auf die Entwicklung der Rechenstrategien im ersten Schuljahr statistisch abgesichert werden.

Literatur

- AG MATHEMATIK (2003): Matheblitz 1. Wien: Jugend & Volk.
- ATTESLANDER, Peter (¹⁰2003): Methoden der empirischen Sozialforschung. Berlin und New York: Walter de Gruyter.
- BAROODY, Arthur J. (2006): Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. In: Teaching Children Mathematics, 13, No. 1, S. 22-31.
- BIKNER-AHSBAHS, Angelika (2003): Empirisch begründete Idealtypenbildung – Ein methodisches Prinzip zur Theoriekonstruktion in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 35, H. 5, S. 208-223.
- BRUNNER, Edith u.a. (2004): Zahlenreise 1. Mathematik für die 1. Schulstufe. Linz: Veritas-Verlag.
- BUBLATH, Helmut; FÜRNSTAHL, Gerlinde; HÖNISCH, Kurt u.a. (2005): Zahlen-Zug 1. Wien: Dorner.
- CARPENTER, Thomas P.; MOSER, James M. (1984): The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One Through Three. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 15, No. 3, S. 179-202.
- DEVLIN, Kevin (2002): Muster der Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- DORNHEIM, Dorothea (2008): Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin: Logos.
- EDER, Johann; JAROLIM, Franz; SCHÖN, Rudolf (2001): Mein erstes Mathematikbuch. Wien: Jugend & Volk.
- FRIEDL, Martina (2004): Funkelsteine 1 Mathematik. Wien: Dorner.
- FUSON, Karen C.; KWON, Youngshim (1992): Korean Children's Single-Digit Addition and Subtraction: Numbers Structured by Ten. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 23, No. 2, S. 148-165.
- GAIDOSCHIK, Michael (2010): Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres. Dissertation. Universität Wien.
- GAIDOSCHIK, Michael (2007): Rechenschwäche vorbeugen - Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: G&G.
- GEARY, David C.; BOW-THOMAS, Christine C.; FAN, Liu; SIEGLER, Robert S. (1996): Development of Arithmetical Competences in Chinese and American Children: Influence of Age, Language, and Schooling. In: Child Development, Vol. 67, S. 2022-2044.
- GEARY, David C.; BROWN, Sam C. (1991): Strategy Choice and Speed-of-Processing Differences in Gifted, Normal, and Mathematically Disabled Children. In: Developmental Psychology, Vol. 27, No. 3, S. 398-406.

- GERSTER, Hans-Dieter (2009): Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In: Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.) (²2009): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz, S. 248-268.
- GERSTER, Hans-Dieter (1994): Arithmetik im Anfangsunterricht. In: ABELE, Albrecht; KALMBACH, Herbert (Hg.): Handbuch zur Grundschulmathematik, 1. und 2. Schuljahr. Stuttgart: Klett, S. 35-102.
- GRAY, Edward M. (1991): An Analysis of Diverging Approaches to Simple Arithmetic: Preference and its Consequences. In: Educational Studies in Mathematics, 22, S. 551-574.
- HASEMANN, Klaus (2003): Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- HATANO, Giyoo (1982): Learning to Add and Subtract: A Japanese Perspective. In: Carpenter, Thomas P., Moser, James M.; Romberg, Thomas A. (Eds.): Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, S. 211-223.
- HENRY, Valerie J.; BROWN, Richard S. (2008): First-Grade Basic Facts: An Investigation into Teaching and Learning of an Accelerated, High-Demanding Memorization Standard. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 39, No. 2, S. 153-183.
- KELLE, Udo (1994): Empirisch begründete Theoriebildung. Zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
- KELLE, Udo; KLUGE, Susann (1999): Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung. Opladen: Leske und Budrich.
- KRAJEWSKI, Kristin (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovac.
- KRAJEWSKI, Kristin; SCHNEIDER, Wolfgang (2006): Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, Vol. 53, S. 246-262.
- KRAUTHAUSEN, Günter; SCHERER, Petra (³2007): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg – Berlin: Spektrum.
- LORENZ, Jens-Holger (2002): Das arithmetische Denken von Grundschulkindern. In: PETER-KOOP, Andrea (Hg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenerger, S. 59-81.
- LORENZ, Jens-Holger; RADATZ, Hendrik (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel.
- MAYRING, Philipp (⁸2003): Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Weinheim und Basel: Beltz.
- MAYRING, Philipp (⁵2002): Einführung in die qualitative Sozialforschung. Eine Anleitung zu qualitativem Denken. Weinheim und Basel: Beltz.
- PADBERG, Friedhelm (³2005): Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.
- RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm; DRÖGE, Rotraud; EBELING, Astrid (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht, 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.
- RUDOLF, Matthias; MÜLLER, Johannes (2004): Multivariate Verfahren. Eine praxisorientierte Einführung mit Anwendungsbeispielen in SPSS. Göttingen u.a.: Hogrefe.
- SCHIPPER, Wilhelm (2005): Schulische Intervention und Prävention bei Rechenstörungen. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 182, S. 6-10.
- SCHIPPER, Wilhelm (2003): Thesen und Empfehlungen für den schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. In: Lenart, Friederike; Holzer, Norbert; Schaupp, Hubert (Hg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie: Erkennung, Prävention, Förderung. Graz: Leykam, 2003, S. 103-121.
- SCHIPPER, Wilhelm (2002): „Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen.“ Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In: Peter-Koop, Andrea (Hg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenerger, S. 119-140.

- SCHMIDT, Siegbert; WEISER, Werner (1982): Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern: Zählen und der kardinale Aspekt natürlicher Zahlen. In: Journal für Mathematik-Didaktik, H. 2/3, S. 227-263.
- SCHNEIDER, Wolfgang; BÜTTNER, Gerhard (2008): Entwicklung des Gedächtnisses bei Kindern und Jugendlichen. In: Oerter, Rolf; Montada, Leo (2008): Entwicklungspsychologie. Weinheim, Basel: Beltz PVU, S. 480-501.
- SELTER, Christoph ; SPIEGEL, Hartmut (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett.
- SIEGLER, Robert S. (2001): Das Denken von Kindern. München – Wien: Oldenbourg Verlag.
- STEINBERG, Ruth M. (1985): Instruction on Derived Facts Strategies in Addition and Subtraction. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 16, No. 5, S. 337-355.
- SUN, Wei; ZHANG, Joanne Y. (2001): Teaching Addition and Subtraction Facts: A Chinese Perspective. In: Teaching Children Mathematics, Vol. 8, Issue 1, S. 28-31.
- THORNTON, Carol A. (1978): Emphasizing thinking strategies in basic fact instruction. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 9, S. 214-227.
- WEIßHAUPT, Steffi; PEUCKER, Sabine; WIRTZ, Markus (2006): Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, Vol. 53, H. 4, S. 236-245.
- WITTMANN, Erich Ch. (1994): Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (1994): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett, S. 157-171.
- WITTMANN, Erich Ch.; MÜLLER, Gerhard N. (1994): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett.
- ZÖFEL, Peter (2003): Statistik für Psychologen im Klartext. München: Pearson.

Keywords: Mathematik, Didaktik, Erstunterricht, Rechenschwäche, zählendes Rechnen

Zum Autor:

Mag. Michael Gaidoschik leitet die Rechenschwäche Institute Wien und Graz. Neben der mathematikspezifischen Förderung rechenschwacher Kinder und Jugendlicher ist er als fachdidaktischer Autor, als Referent in der Fortbildung von Lehrer/innen sowie an der PH Wien als Lehrbeauftragter in der Ausbildung im Bereich „Fachdidaktik der Grundschulmathematik“ tätig. Sein Arbeits- und Forschungsschwerpunkt liegt im Bereich „besondere Schwierigkeiten beim Erlernen der Grundschulmathematik“.

Mailadresse: michael.gaidoschik@chello.at