




# Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten



 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

**Probleme beim Stellenwertverständnis**

Julias Hilfsaufgabe

$14 + 2 = 16$  ✓  
 $14 + 22 = 63$  ✓  
 $14 + 42 = 65$  ✓  
 $14 + 62 = 67$  ✓

Februar 2014 © PPK AS (<http://www.pkaas.dzfm.de>)

8

## Modul 3.4 Entwicklung des Stellenwertverständnisses





# Hinweise zu den Lizenzbedingungen



**Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.**

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Von der Weitergabe ausgenommen sind Fotos, die erkennbar reale Personen zeigen.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.



# Ziel

---

Die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses unterstützen

Dafür ist notwendig:

- Mögliche Hürden bei dieser Entwicklung kennen und erkennen.
- Unterstützungsmaßnahmen kennen und anwenden können.
- Angemessenes Anschauungsmaterial auswählen und einsetzen.



# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.4

---

- 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?**
- 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden**
- 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen**
- 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen**



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

**Woran erkennen Sie im  
(Förder-)Unterricht Probleme  
Beim Stellenwertverständnis?**



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Ein kleiner Versuch...

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets wären  
Zahlworte: 1=a, 2=b, ...

Die Zahlen sind in einem Stellenwertsystem geordnet (deshalb  
brauchen wir noch die Null: 0=0). Die letzte Ziffer des Systems ist  
„k“.

Normale deutsche Sprechweise

dg: „ge-und-dezig“

f0: „eff-zig“

- Wie heißt die Zahl nach „k“?
- Wie heißt die Zahl vor „b0“?



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

## Ein kleiner Versuch...

Bitte lesen Sie gemeinsam die folgenden Zahlen:

kf      ed      bh      ji      ij

Bitte schreiben Sie die diktierten Zahlen:

lf      ga      bd      db      ka

Welche Zahl ist größer...?



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Fünf Fallbeispiele...

- Kommen Ihnen die Probleme bekannt vor?
- Haben Sie eine Idee, warum diese Probleme auftreten können?
- Haben Sie schon Ideen, wie Sie diesen Problemen begegnen können?





# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Julias Hilfsaufgabe

$$14 + 2 = 16 \quad \checkmark$$

$$14 + 22 = 63 \quad \neq$$

$$14 + 42 = 65 \quad \neq$$

$$14 + 62 = 67 \quad \neq$$



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$

M: Da brauch ich den Rechenrahmen, damit kann ich das.

*I stellt M den Rechenrahmen hin.*



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$

*Zuerst schiebt Marlen drei volle Reihen und wartet einige Sekunden.*

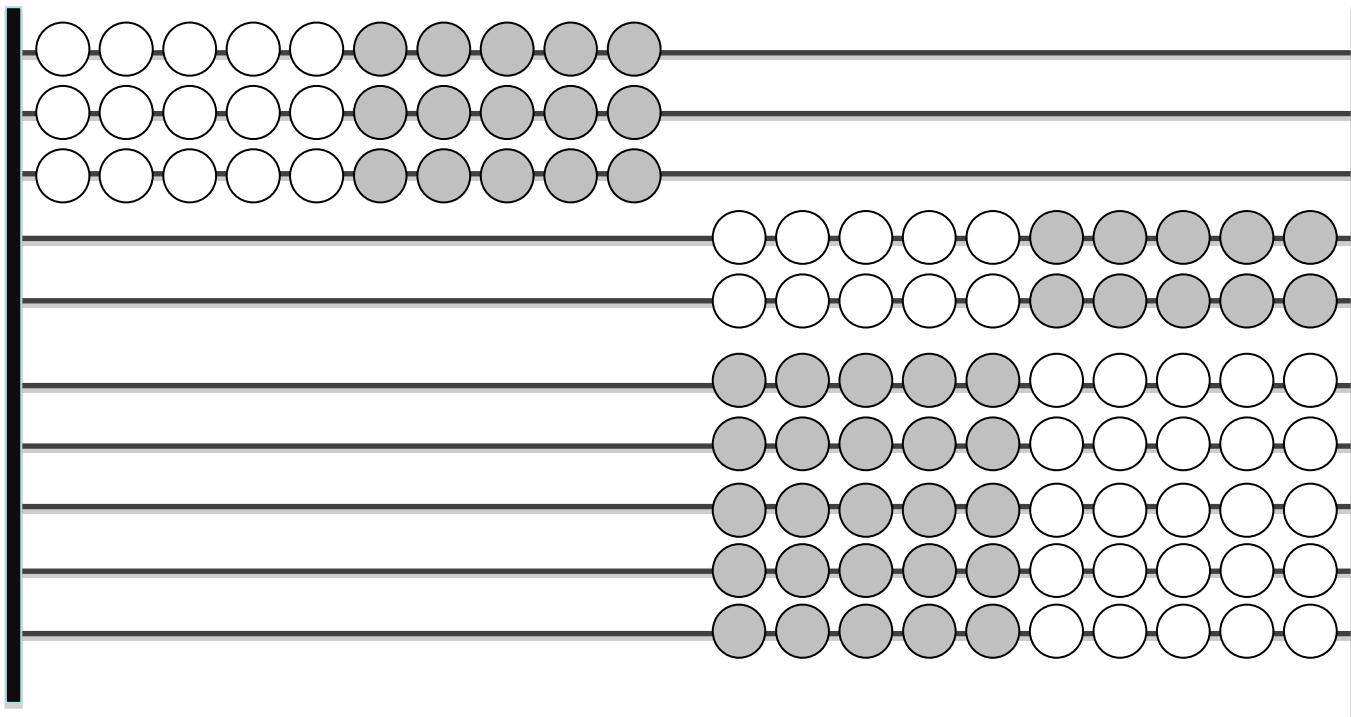
*Dann schiebt sie weiter:*



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$



M: (*schaut einige Sekunden auf das Material*) Achtundneunzig, äh umgekehrt, neunundachtzig.

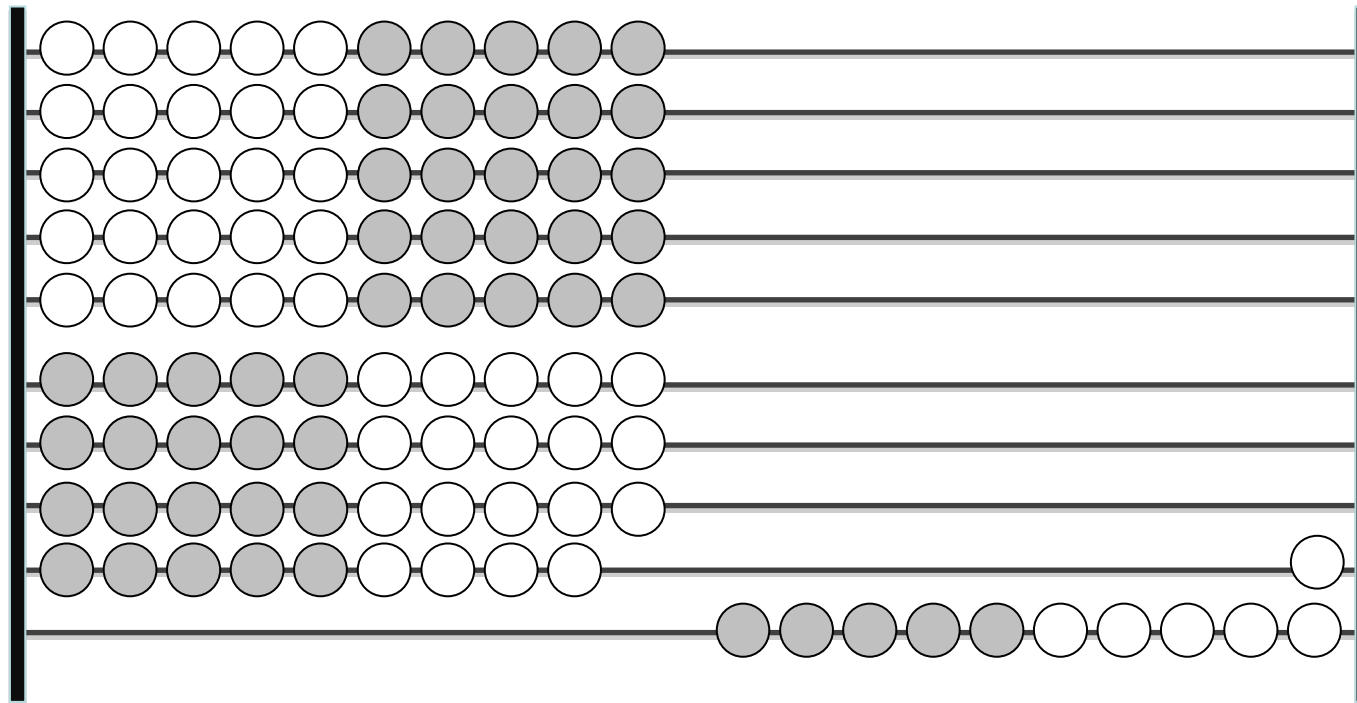


# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$

I: Aha... Erklär nochmal..., du hast zuerst diese Zahl eingestellt.  
(*I schiebt 6 Kugeln zurück*)



I: Wie heißt diese Zahl?



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$

M: Achtunddreißig, ne, umgekehrt...

I: Wie heißt die Zahl, die jetzt eingestellt ist?

M: Ich hab jetzt nicht verstanden jetzt, achtunddreißig oder dreiundachtzig?

I: Ich hab achtunddreißig gesagt, und was ist das?  
(*deutet auf das Material*)

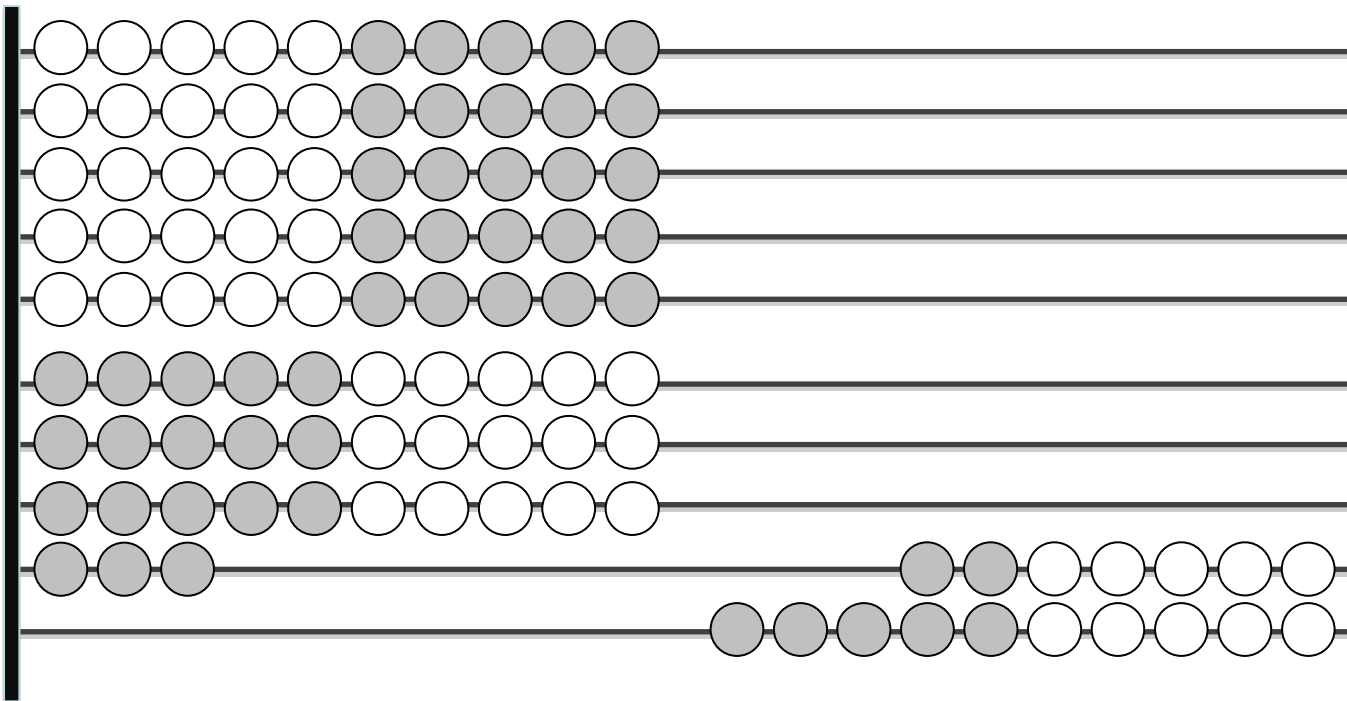
*Marlen beginnt wortlos erneut zu schieben.*



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$



I: Ok nochmal:  $38+6$

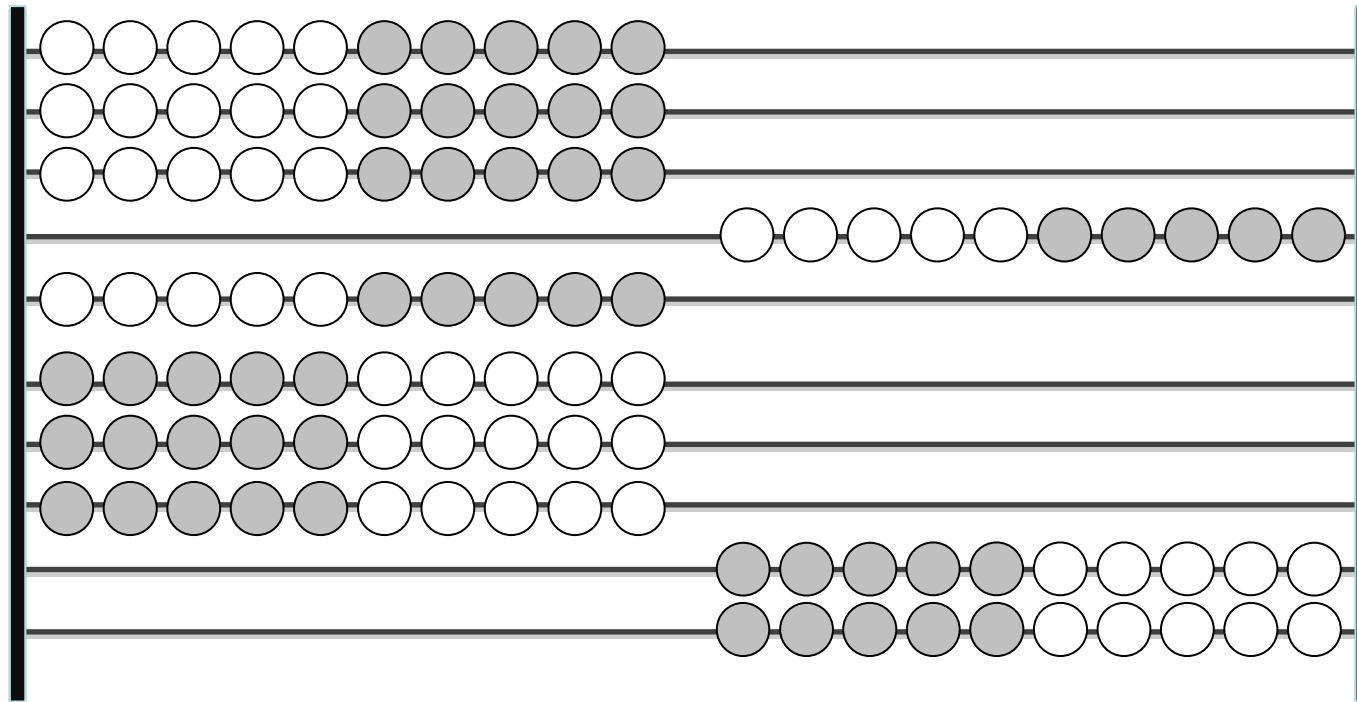


# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$

*Marlen schiebt weiter...*



*Marlen wartet, I wiederholt die Aufgabe erneut.*



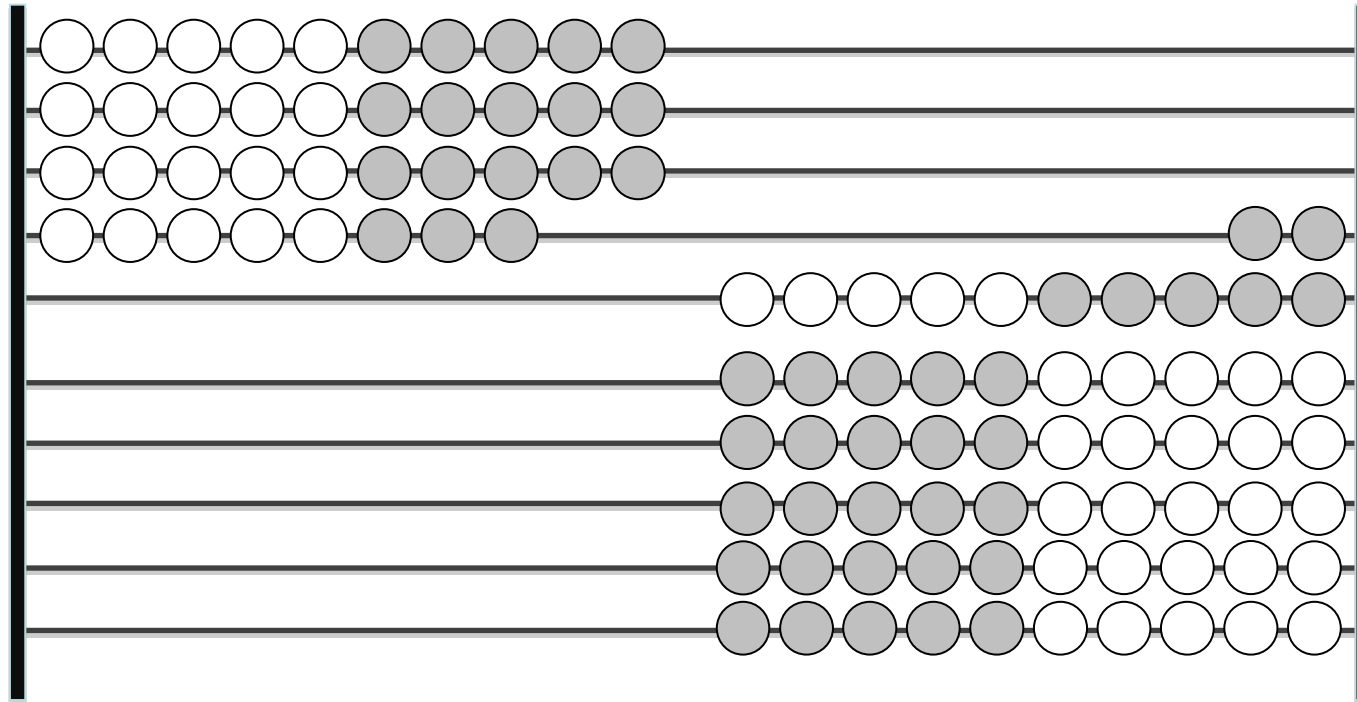


# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen:  $38+6$

*Marlen schiebt...*



M: ... Vier... und...vierzig.



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

Zuerst eine Fehleranalyse:

$$82 - 36 = 14$$



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

I: Schreib mal auf: zweiundachtzig minus sechsunddreißig.

*Timo schreibt korrekt von links nach rechts und macht keine Zahlendreher:*

$$82 - 36$$



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

T: Sechs minus zwei gleich... fünf, äh vier.

*Notiert die 4.*

$$82 - 36 =$$



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

T: Drei minus zwei gleich eins.

*Notiert die 1 vor der 4.*

$$82 - 36 = 4$$



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Lea und das Zahlendiktat

Vierundfünfzig

Achtundachtzig

Siebzig

Sechzig

Einundsechzig

Siebenundsechzig

Dreiundzwanzig

Siebzehn

Einundsiebzig

Siebenundsechzig



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

## Probleme beim Stellenwertverständnis

Paul und die 50 und die 30

Am Rechenrahmen sind drei volle Reihen eingestellt

I: Und, wie viele sind das?

P: (laut und deutlich) Dreizehn!

I: Und wie viele sind es, bis hier in der Mitte die Farbe wechselt?

P: (laut und deutlich) Fünfzehn!



# 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

---

## **Probleme beim Stellenwertverständnis**

Fünf Fallbeispiele...

Nur ein kleiner Ausschnitt aus der Vielfalt möglicher Probleme beim Stellenwertverständnis

Wie kann es zu solchen Problemen kommen?

- Entwicklung des Stellenwertverständnisses
- Hürden bei dieser Entwicklung





## 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

---

### **Entwicklung des Stellenwertverständnis**

Drei Prinzipien liegen dem Stellenwertsystem zugrunde

(vgl. z. B. Padberg & Benz, 2011)

Bildung der Stellenwerte

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung

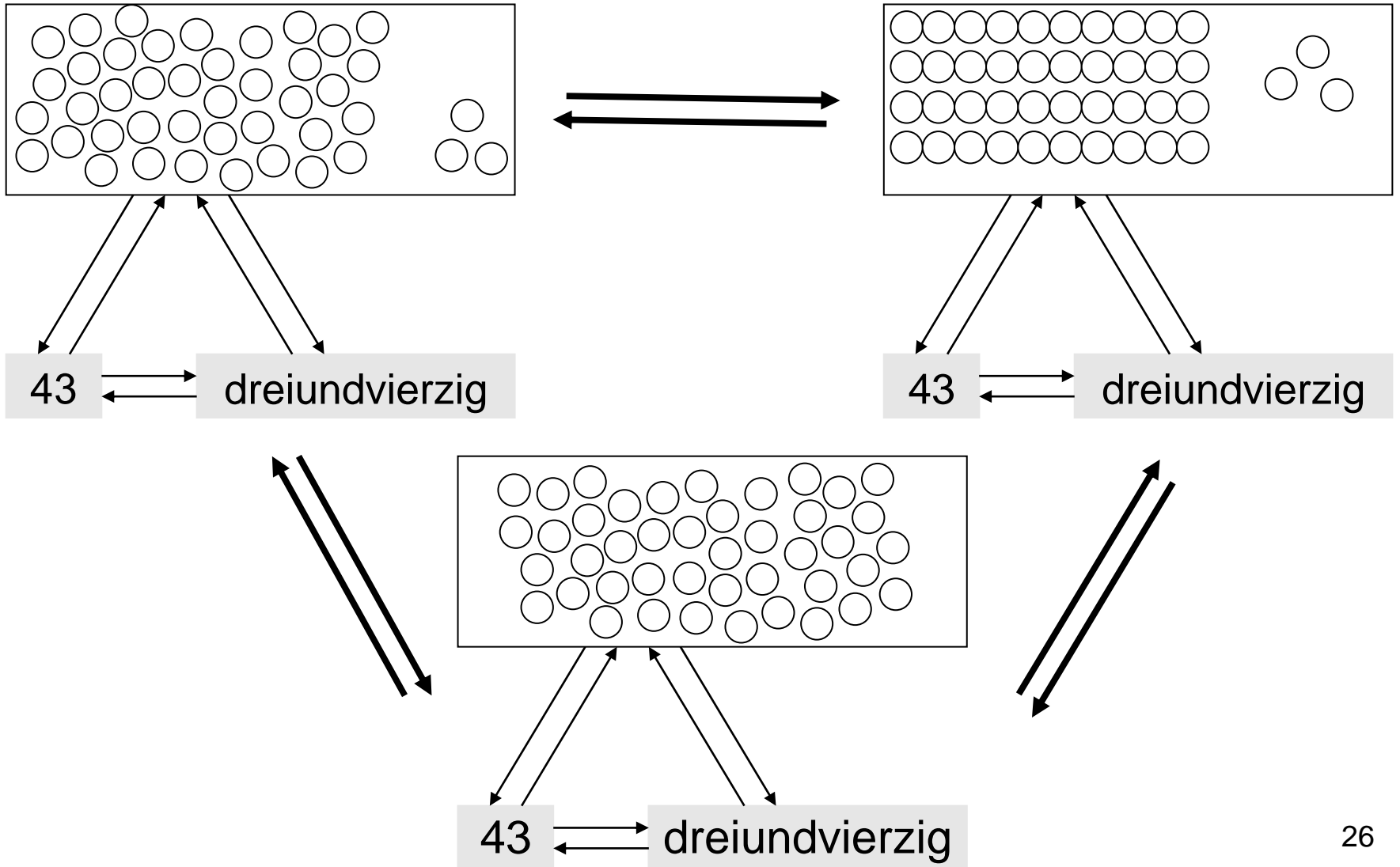
Notation von Zahlen

- Prinzip des Stellenwerts
- Prinzip des Zahlenwerts



## 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

### Entwicklung des Stellenwertverständnis





## 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

---

### **Stellenwertverständnis: Zahlwörter**

Zahlwortbildung im Vergleich:

Koreanisch

„Anzahl der Zehner“ – „Zehn“ – „Anzahl der Einer“

z.B. 75: Sieben – Zehn – Fünf

Deutsch

„Anzahl der Einer“ – „und“ – „Anzahl der Zehner“ – „zig“

z.B. 43: Drei – und – Vier – zig

Welches ist eigentlich das erste Zahlwort, das nach dieser Regel gebildet wird?

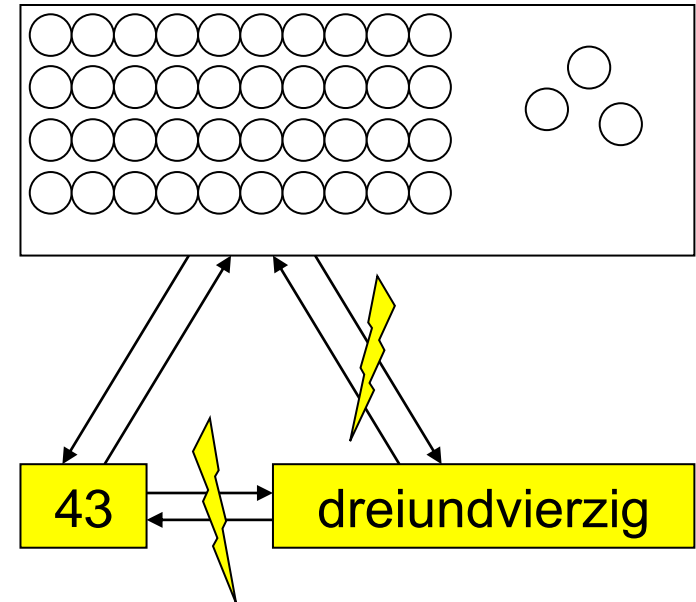


## 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

### Stellenwertverständnis: Zahlwörter

#### Risikofaktoren

- Elf, Zwölf
- Inverse Sprechweise
- - zig
- Sieben-und-Zehn
- Drei-mal-Hundert
- Silben und Laute „verschlucken“



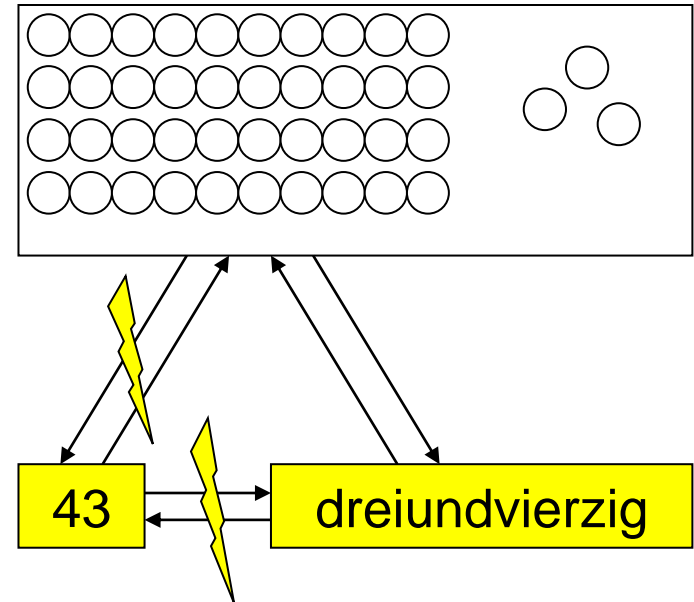


## 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

### Stellenwertverständnis: Zahlen lesen und schreiben

#### Risikofaktoren

- Konvention 52, 502, 250
- Abstraktionsgrad 748
- Leserichtung vs. Schreibrichtung
- Rechts/Links unsicher
- Problematischer Tipp: Inverse Schreibweise



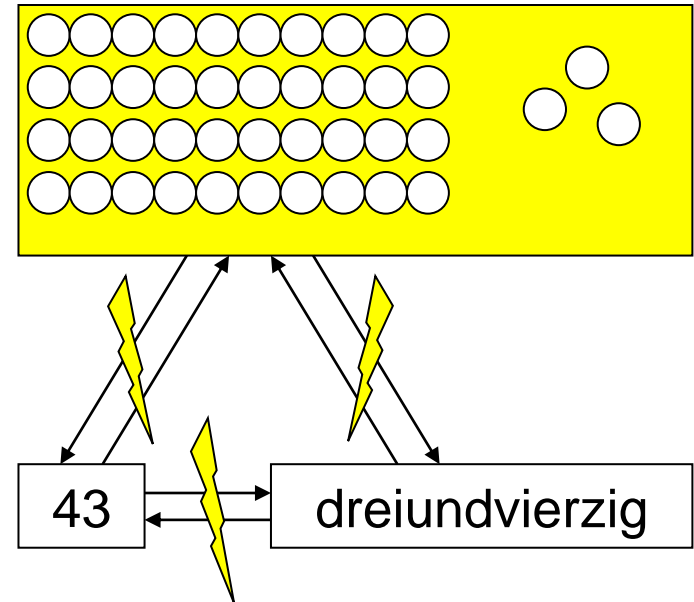


### 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

## Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Sebastian:

„Das Doppelte von fünfundzwanzig  
ist vierhundert.“





### 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

---

#### **Stellenwertverständnis: Mengendarstellung**

I: „Was ist denn das Doppelte von Fünfundzwanzig“?

S: „Das wusst ich mal auswendig, aber jetzt nicht mehr. Kann ich den Rechenrahmen haben?“

I: „Versuch mir erstmal zu erklären, was du am Rechenrahmen einstellen würdest.“

S: „Zuerst oben fünfundzwanzig und dann dadrunter nochmal fünfundzwanzig.“



### 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

---

#### **Stellenwertverständnis: Mengendarstellung**

I: „Und... Kannst du dir jetzt im Kopf vorstellen, wie viel das insgesamt ist?“

S: „Nee...“

*I gibt Sebastian den Rechenrahmen.*

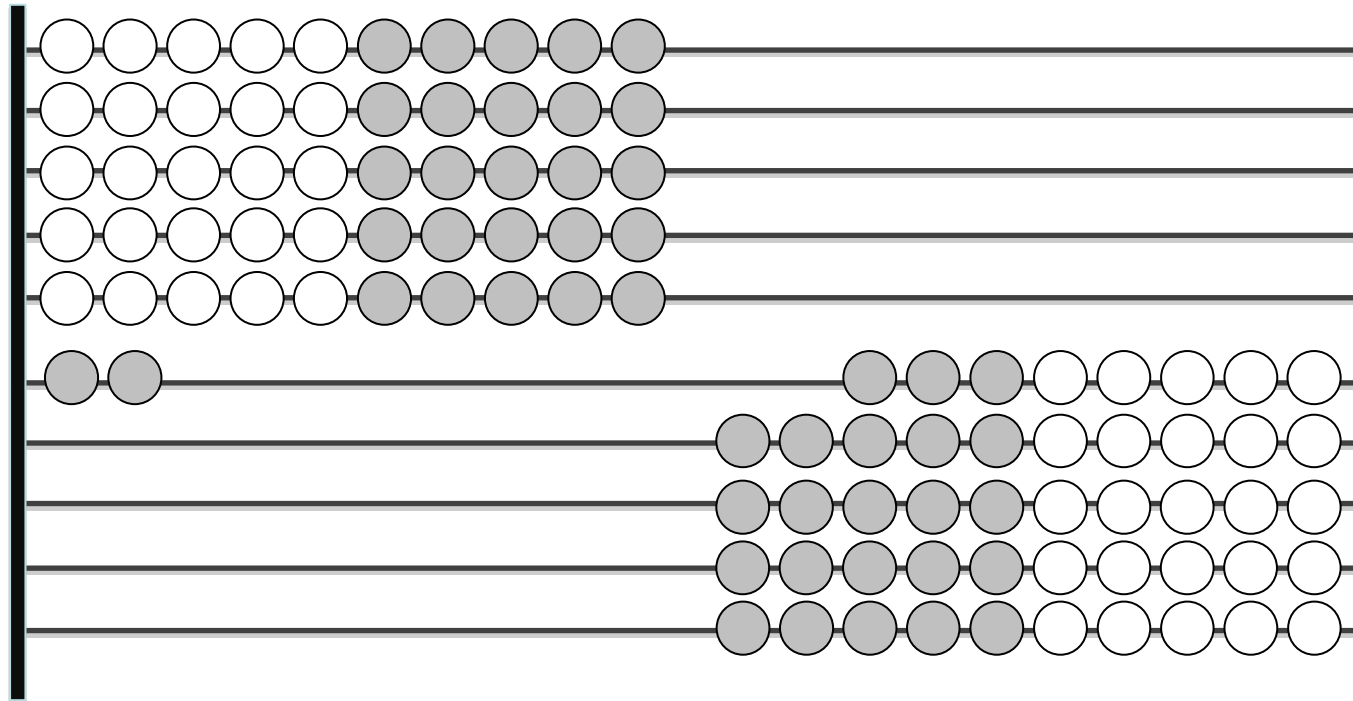
*Die erste Zahl, die Sebastian einstellt ist diese:*





### 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

#### Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



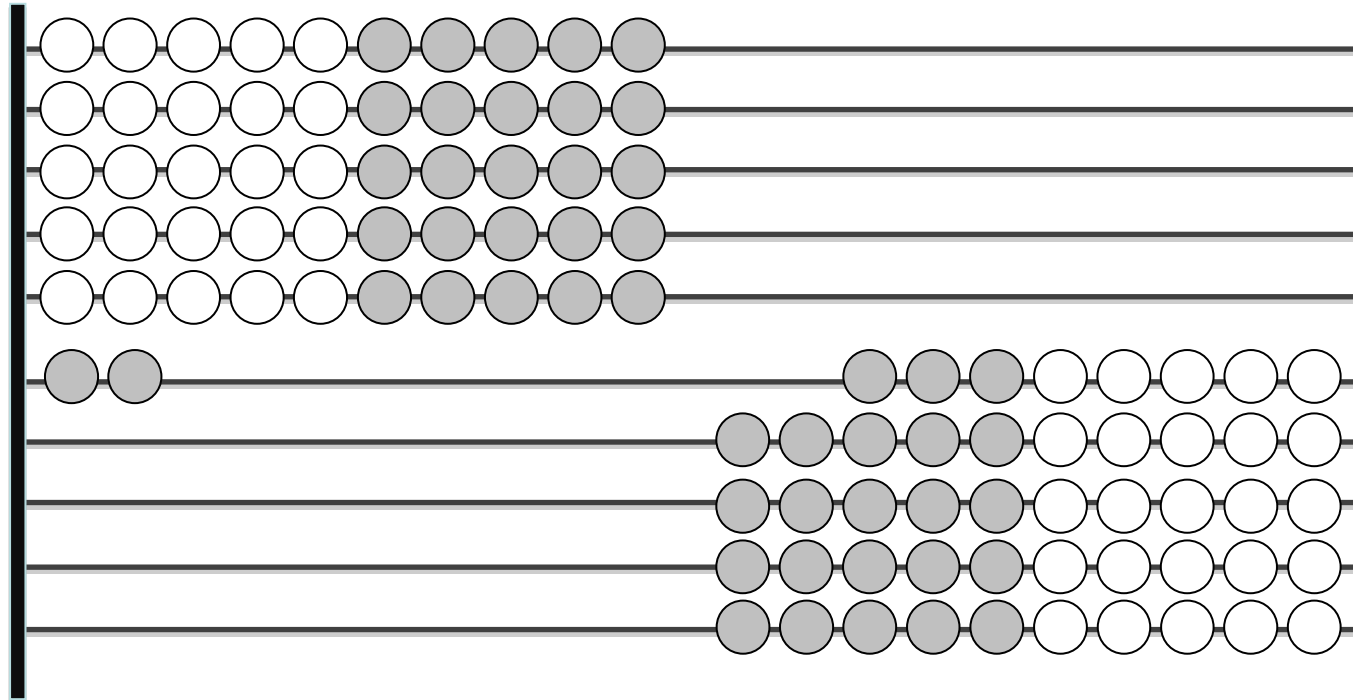
S: „Das sind schonmal fünfundzwanzig. Und jetzt nochmal...“

*Er schiebt weiter.*



### 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

#### Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



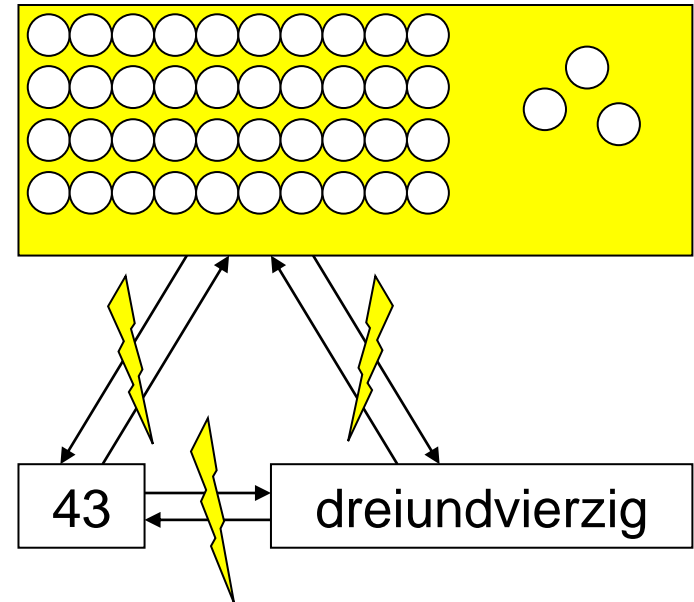
S: „Und dann noch zwei und zwei, sind vier dazu. Also vierhundert.“



### 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

#### Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

- Mengendarstellung als *Indikator* für Probleme beim Stellenwertverständnis.
- Material nicht automatisch hilfreich.





## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

---

### Indizien für Probleme beim SWV

- Zahlendreher
- Ziffernweises Rechnen
- Inverse oder „auffällige“ Schreibweise
- Probleme beim Einhalten der Konvention (beim Schreiben oder Sprechen von Zahlen)
- Bündelungen werden nicht vorgenommen bzw. beachtet
- Strukturierte Mengendarstellung bzw. die Auffassung strukturierter Mengen bereitet Probleme



## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

---

### **Förderung des Stellenwertverständnisses**

- Sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen (allgemein)
- Geeignete (und weniger geeignete) Materialien
- Unterstützungsmaßnahmen für die Beispiele



## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

---

### **Förderung des Stellenwertverständnisses**

- Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten durchführen und nachvollziehen
- Zusammenhänge zwischen Wort, Zeichen und Menge herstellen
- Inverse Sprechweise thematisieren
- Unregelmäßige Sprechweise thematisieren
- Zahlendreher am Material klären
- Keine inverse Schreibweise vorgeben
- Stellenweise Notation klären



## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

---

### Förderung des Stellenwertverständnisses

#### Anschauungsmaterial

- Unstrukturiertes Material zum Bündeln
  - Mehrsystemblöcke
  - Stellenwerttafel (zum Legen und zum Schreiben)
  - *Keinen* Zahlenstrahl
  - *Keine* Hundertertafel
- (kein Bündeln und Entbündeln möglich, vorrangig ordinale Auffassung von Zahlen, keine Klärung der Schreibweise möglich)



## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

---

### Förderung des Stellenwertverständnisses

#### Anschauungsmaterial

- Hundertertafel dient schwachen Schülern vor allem als (zählende) Lösungshilfe
- Bündeln und Entbündeln nicht möglich
- Der Rechenschritt „plus Zehner“ kann *nicht* gehandelt werden
- Der Unterschied zwischen Zehner und Einer bleibt ggf. unklar (einzelne Schritte in bestimmte Richtungen)
- Die Richtung des Arbeitsmittels ist existentiell (und verwirrend: runter bedeutet mehr)





## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

---

### **Gezielte Unterstützungsmaßnahmen**

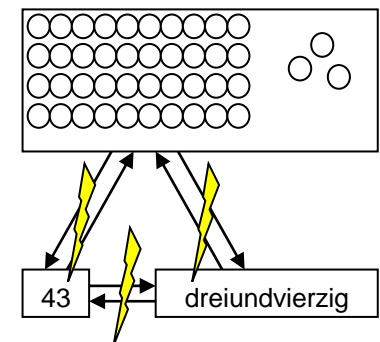
- Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)
- Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)
- Timo (rechnet ziffernweise extra)
- Lea (Zahlendiktat)
- Paul (dreißig und dreizehn)



## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

### Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)

- Erneute prozessorientierte Nachfragen („Rechne nochmal laut vor“)
- Sprechweise am geeigneten Material klären (z. B. Mehrsystemblöcke, Bündelung von unstrukturiertem Material)
- Materialgestützte Klärung der Sprech- und Schreibweise
- Materialgestützte Klärung der Bedeutung der Position der Ziffern im Zahlzeichen

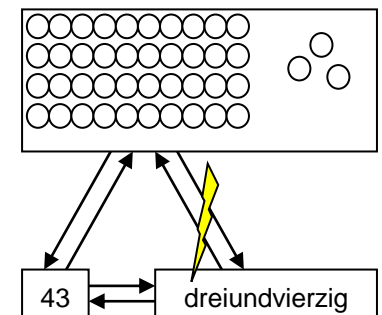




## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

### Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)

- Thematisierung des Zahlendrehers und der inversen Sprechweise am Material
- Materialgestützte Klärung der Kommutativität im Wort drei-und-vierzig
- Übersetzung zwischen Wort und Material klären
- Zusammensetzung des Zahlwortes klären (Übergangsvokabular: drei-und-vierzig, vierzig-und-drei, vier Zehner und drei)

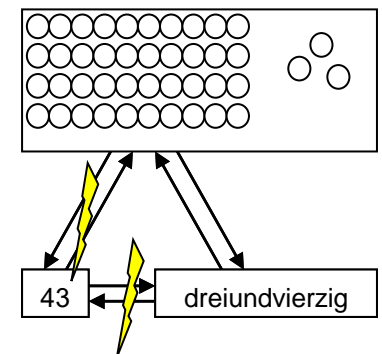




## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

### Timo (rechnet ziffernweise extra)

- Bündelung und Entbündelung
- Sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern
- Zahlauffassung und -darstellung an Mehrsystemblöcke und Stellenwerttafel
- Materialgestützte Rechenoperationen (ZE +/- Z und ZE +/- E)
- Materialgestützte Klärung der Positionen im Zahlzeichen

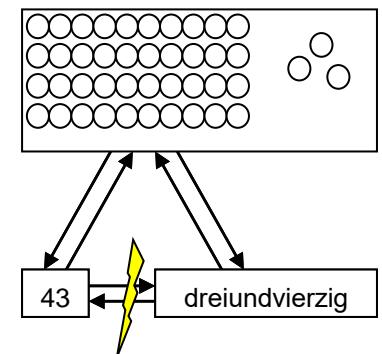




## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

### Lea (Zahlendiktat)

- Materialgestützte Reflexion der deutschen Sprechweise
- Materialgestützte Klärung der Schreibweise
- Sicherheit beim Hören von Zahlen
- Sprech- und Hörtraining
- Taschenrechnerdiktat

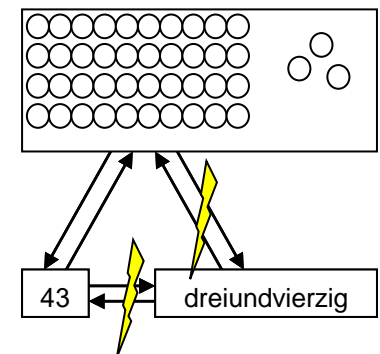




## 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

### Paul (dreizehn und dreißig)

- Materialgestützte Klärung der der Konventionen der Sprechweise
- Manche Regeln der Sprechweise können nicht entdeckt, sondern sollten gemeinsam geklärt werden





# Zusammenfassung

---

- Das Stellenwertprinzip und die Schreib- und Sprechweise von Zahlen bergen große Herausforderungen
- Lernhürden thematisieren und nicht umschiffen
- Materialhandlungen und Übersetzungen sind unerlässlich



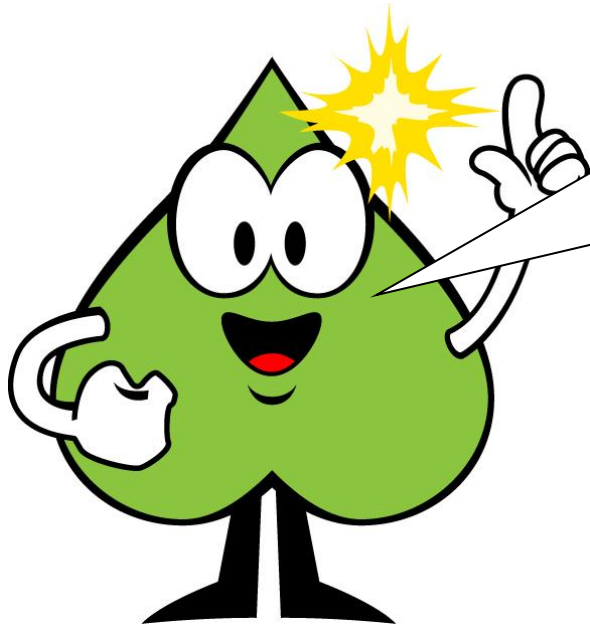
# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Aktivität:



1. Spielen Sie das Spiel „Hamstern“ mehrere Runden.
2. Überlegen Sie gemeinsam, welche Möglichkeiten dieses Spiel in Hinblick auf den weiteren Kompetenzaufbau und Differenzierungsmaßnahmen bietet.





Vielen Dank für  
Ihre  
Aufmerksamkeit!