



Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Julias Hilfsaufgabe

$$\begin{array}{l} 14 + 2 = 16 \quad \checkmark \\ 14 + 22 = 63 \quad / \\ 14 + 42 = 65 \quad / \\ 14 + 62 = 67 \quad / \end{array}$$

Februar 2014 © PPK AS (<http://www.pikas.dzlm.de>)

8

Modul 3.4 Entwicklung des Stellenwertverständnisses





Ziel

Die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses unterstützen

Dafür ist notwendig:

- Mögliche Hürden bei dieser Entwicklung kennen und erkennen.
- Unterstützungsmaßnahmen kennen und anwenden können.
- Angemessenes Anschauungsmaterial auswählen und einsetzen.



Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.4

- 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?**
- 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden**
- 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen**
- 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen**



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

**Woran erkennen Sie im
(Förder-)Unterricht Probleme
Beim Stellenwertverständnis?**



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Ein kleiner Versuch...

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets wären
Zahlworte: 1=a, 2=b, ...

Die Zahlen sind in einem Stellenwertsystem geordnet (deshalb
brauchen wir noch die Null: 0=0). Die letzte Ziffer des
Systems ist „k“.

Normale deutsche Sprechweise

dg: „ge-und-dezig“

f0: „eff-zig“

- Wie heißt die Zahl nach „k“?
- Wie heißt die Zahl vor „b0“?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Ein kleiner Versuch...

Bitte lesen Sie gemeinsam die folgenden Zahlen:

kf ed bh ji ij

Bitte schreiben Sie die diktierten Zahlen:

lf ga bd db ka

Welche Zahl ist größer...?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Fünf Fallbeispiele...

- Kommen Ihnen die Probleme bekannt vor?
- Haben Sie eine Idee, warum diese Probleme auftreten können?
- Haben Sie schon Ideen, wie Sie diesen Problemen begegnen können?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Julias Hilfsaufgabe

$$14 + 2 = 16 \quad \checkmark$$

$$14 + 22 = 63 \quad \text{!}$$

$$14 + 42 = 65 \quad \text{!}$$

$$14 + 62 = 67 \quad \text{!}$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

M: Da brauch ich den Rechenrahmen, damit kann ich das.

I stellt M den Rechenrahmen hin.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

Zuerst schiebt Marlen drei volle Reihen und wartet einige Sekunden.

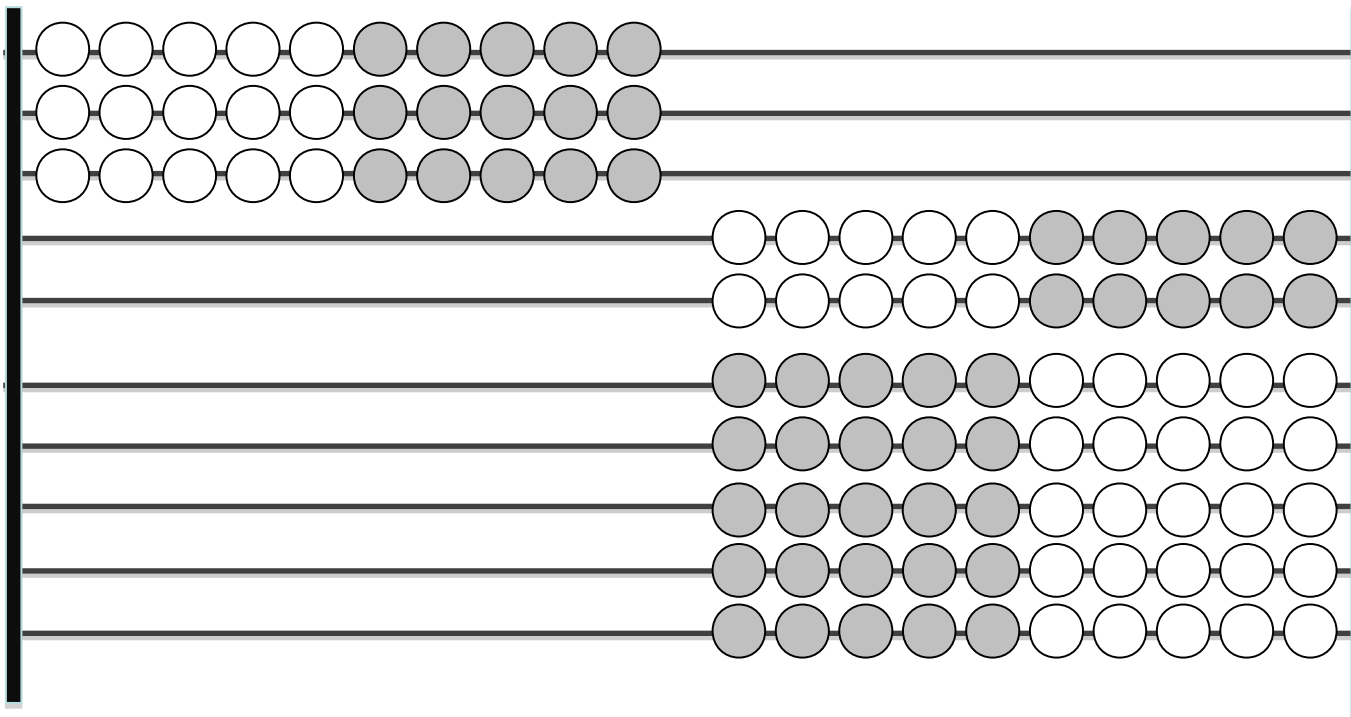
Dann schiebt sie weiter:



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$



M: (*schaut einige Sekunden auf das Material*) Achtundneunzig, äh umgekehrt, neunundachtzig.

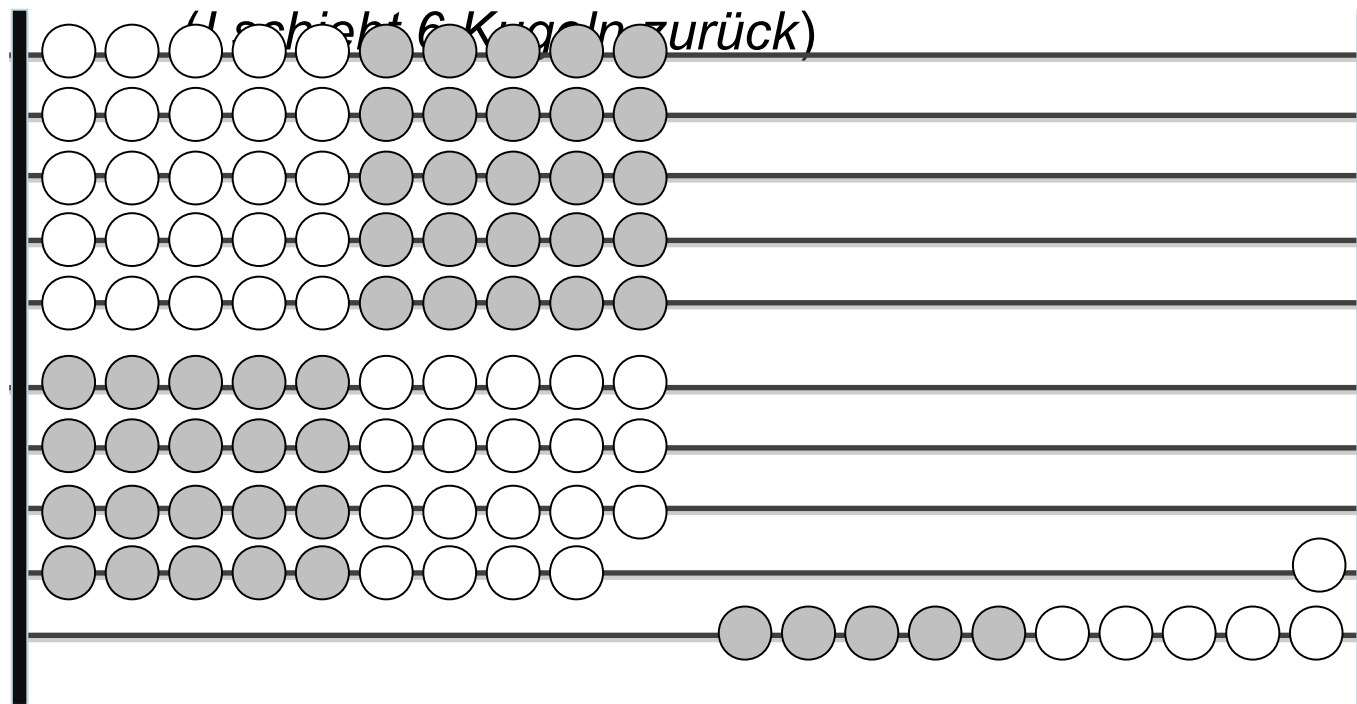


1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

I: Aha... Erklär nochmal..., du hast zuerst diese Zahl eingestellt.



I: Wie heißt diese Zahl?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

M: Achtunddreißig, ne, umgekehrt...

I: Wie heißt die Zahl, die jetzt eingestellt ist?

M: Ich hab jetzt nicht verstanden jetzt, achtunddreißig oder dreiundachtzig?

I: Ich hab achtunddreißig gesagt, und was ist das?
(*deutet auf das Material*)

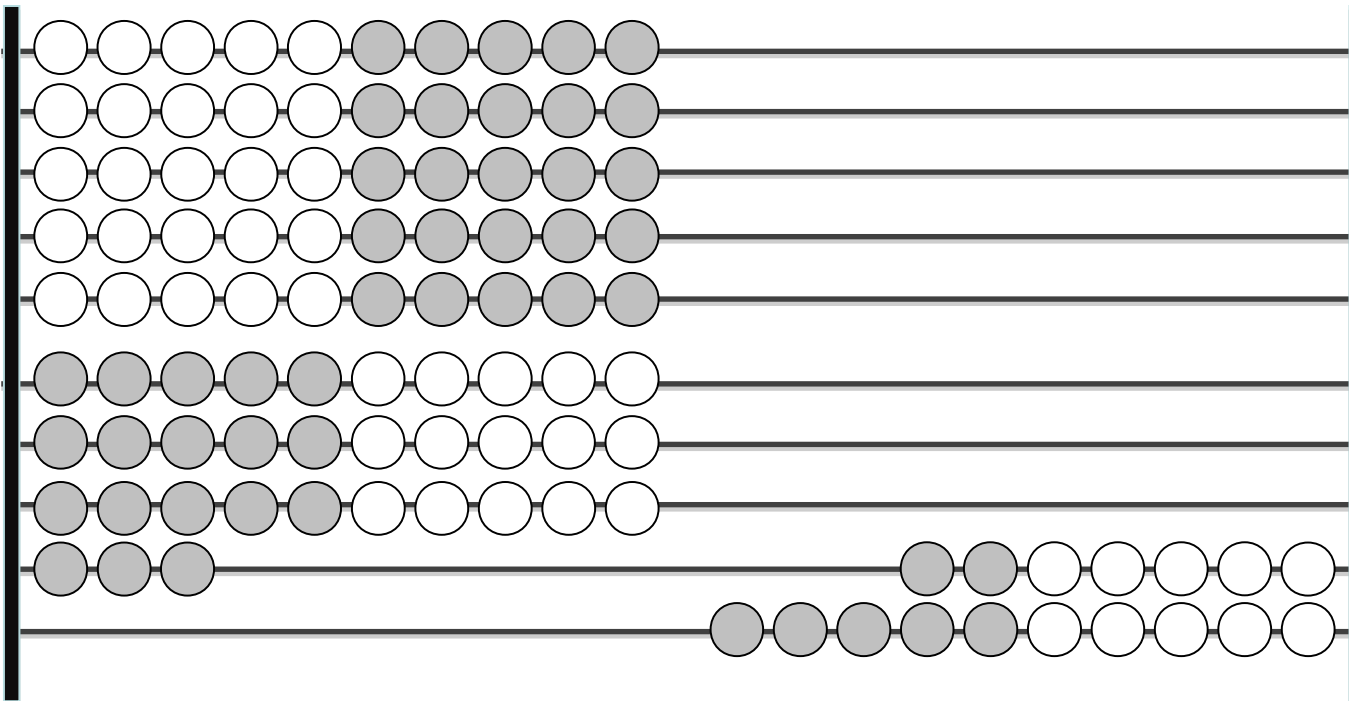
Marlen beginnt wortlos erneut zu schieben.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$



I: Ok nochmal: $38+6$

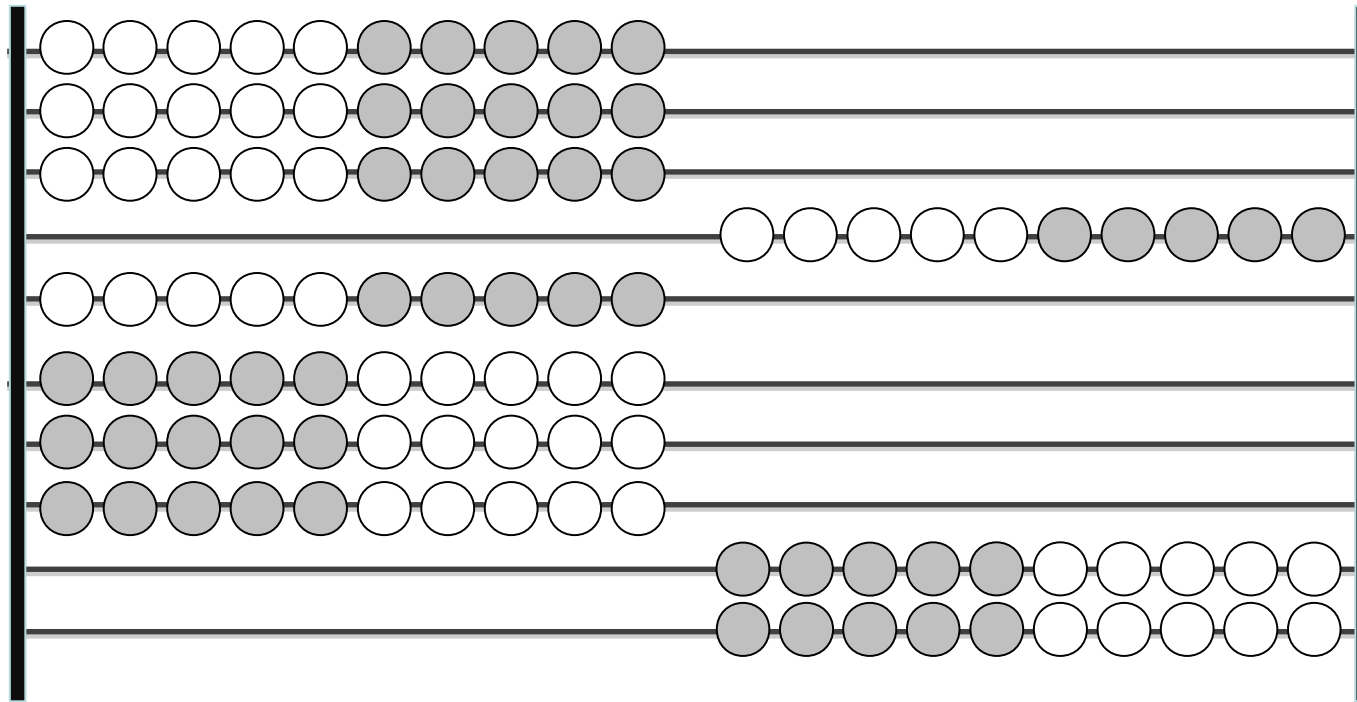


1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

Marlen schiebt weiter...



Marlen wartet, I wiederholt die Aufgabe erneut.

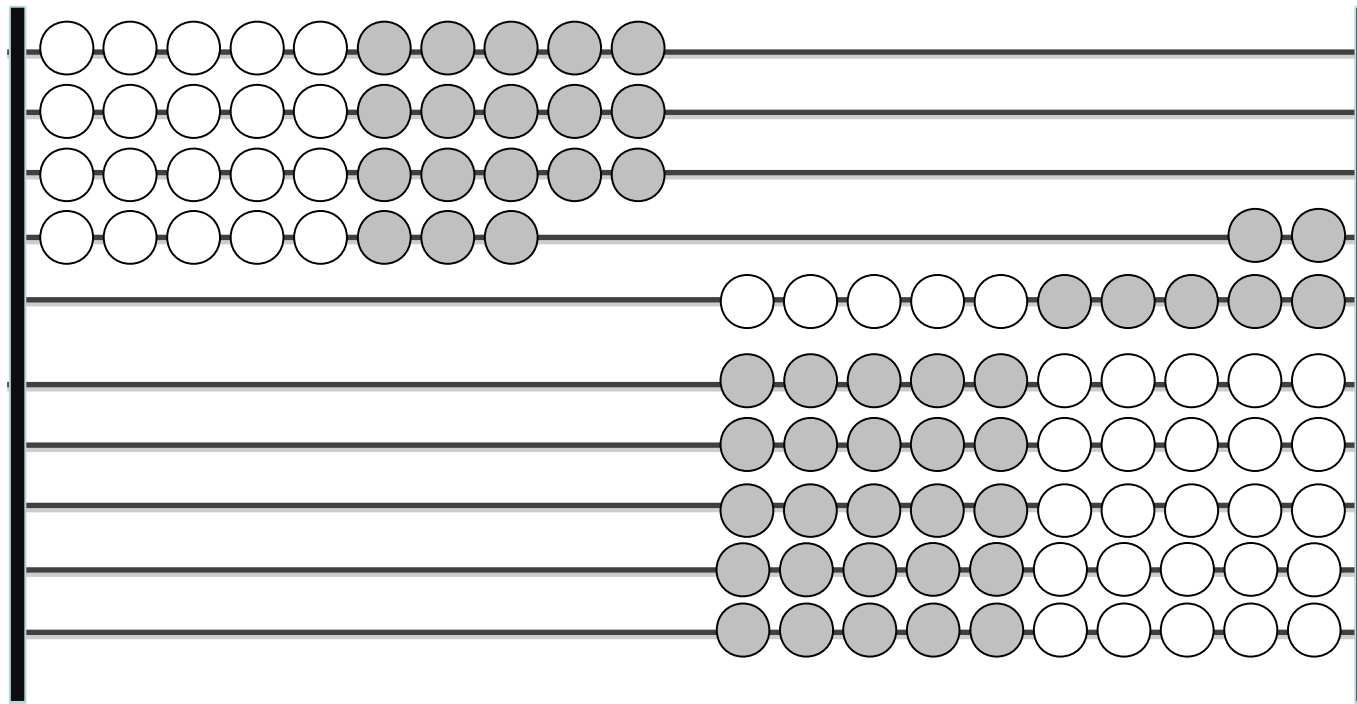


1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

Marlen schiebt...



M: ... Vier... und...vierzig.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

Zuerst eine Fehleranalyse:

$$82 - 36 = 14$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

I: Schreib mal auf: zweiundachtzig minus sechsunddreißig.

Timo schreibt korrekt von links nach rechts und macht keine Zahlendreher:

$$82 - 36$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

T: Sechs minus zwei gleich... fünf, äh vier.

Notiert die 4.

$$82 - 36 =$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

T: Drei minus zwei gleich eins.

Notiert die 1 vor der 4.

$$87 - 36 = 4$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Lea und das Zahlendiktat

Vierundfünfzig

Achtundachtzig

Siebzig

Sechzig

Einundsechzig

Siebenundsechzig

Dreiundzwanzig

Siebzehn

Einundsiebzig

Siebenundsechzig



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Paul und die 50 und die 30

Am Rechenrahmen sind drei volle Reihen eingestellt

I: Und, wie viele sind das?

P: (laut und deutlich) Dreizehn!

I: Und wie viele sind es, bis hier in der Mitte die Farbe wechselt?

P: (laut und deutlich) Fünfzehn!



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Fünf Fallbeispiele...

Nur ein kleiner Ausschnitt aus der Vielfalt möglicher Probleme beim Stellenwertverständnis

Wie kann es zu solchen Problemen kommen?

- Entwicklung des Stellenwertverständnisses
- Hürden bei dieser Entwicklung



2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Entwicklung des Stellenwertverständnis

Drei Prinzipien liegen dem Stellenwertsystem zugrunde

(vgl. z. B. Padberg & Benz, 2011)

Bildung der Stellenwerte

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung

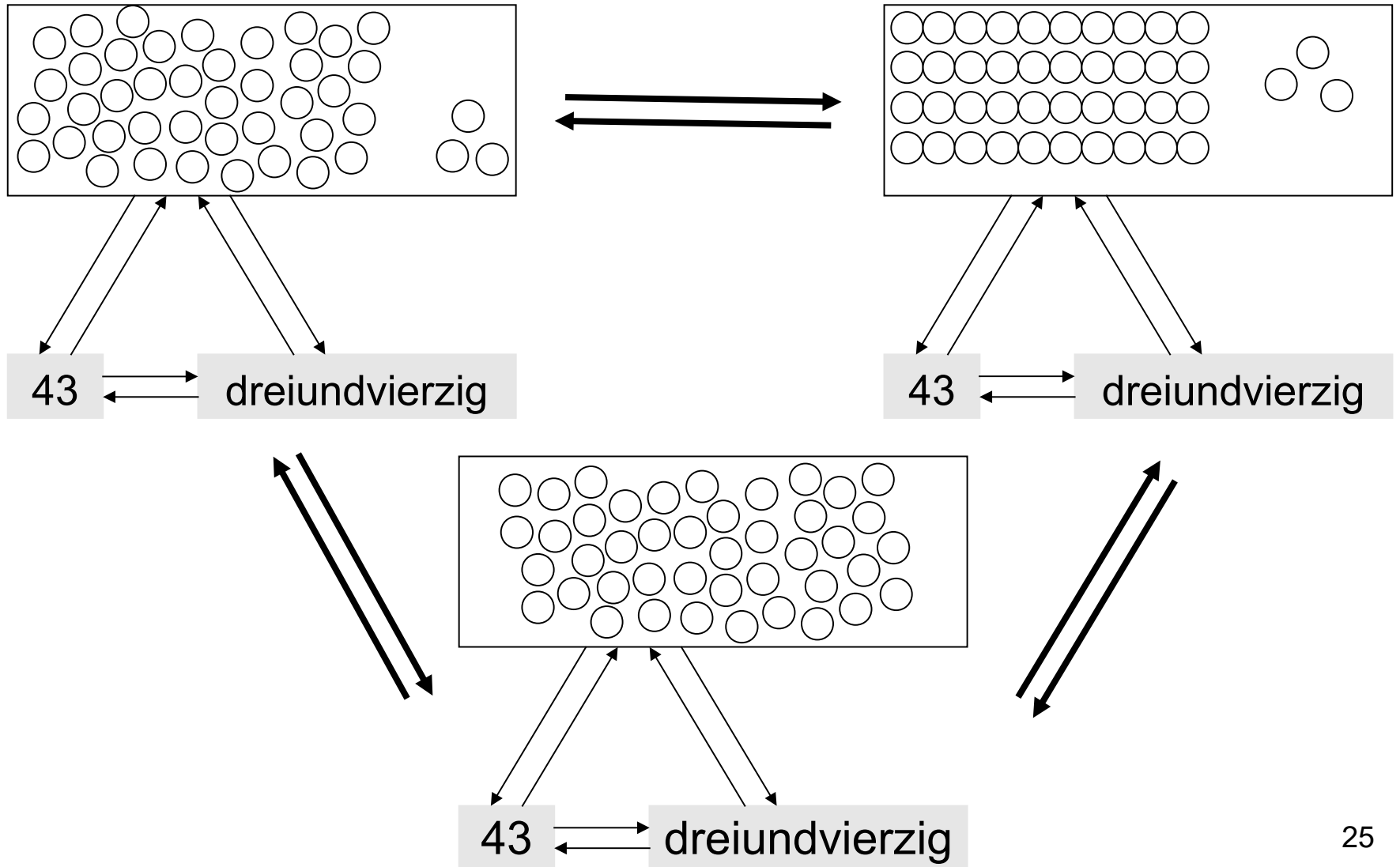
Notation von Zahlen

- Prinzip des Stellenwerts
- Prinzip des Zahlenwerts



2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Entwicklung des Stellenwertverständnisses





2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Stellenwertverständnis: Zahlwörter

Zahlwortbildung im Vergleich:

Koreanisch

„Anzahl der Zehner“ – „Zehn“ – „Anzahl der Einer“

z.B. 75: Sieben – Zehn – Fünf

Deutsch

„Anzahl der Einer“ – „und“ – „Anzahl der Zehner“ – „zig“

z.B. 43: Drei – und – Vier – zig

Welches ist eigentlich das erste Zahlwort, das nach dieser Regel gebildet wird?

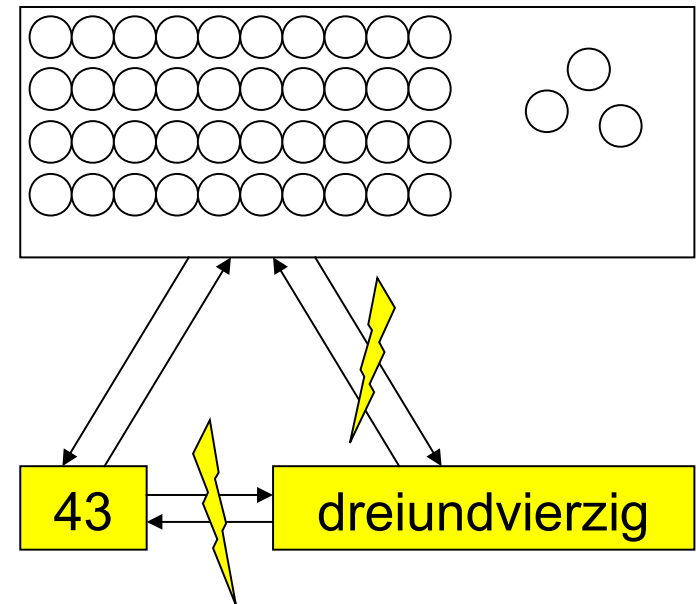


2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Stellenwertverständnis: Zahlwörter

Risikofaktoren

- Elf, Zwölf
- Inverse Sprechweise
- - zig
- Sieben-und-Zehn
- Drei-mal-Hundert
- Silben und Laute „verschlucken“



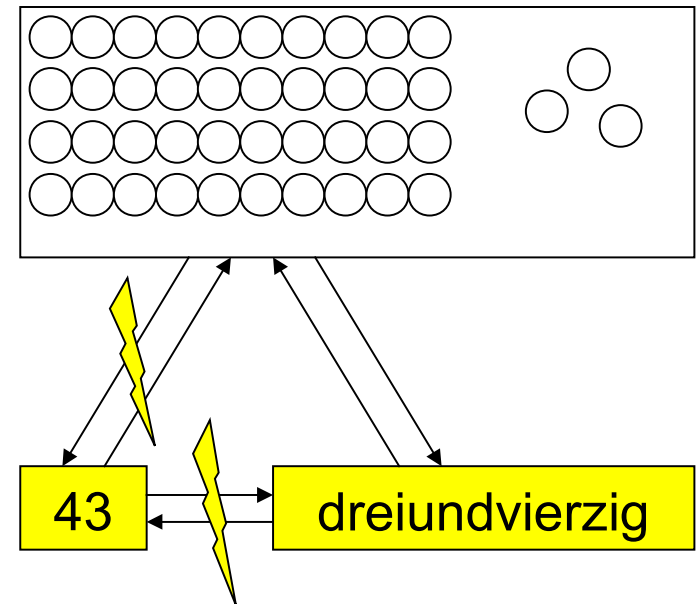


2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Stellenwertverständnis: Zahlen lesen und schreiben

Risikofaktoren

- Konvention 52, 502, 250
- Abstraktionsgrad 748
- Leserichtung vs. Schreibrichtung
- Rechts/Links unsicher
- Problematischer Tipp: Inverse Schreibweise



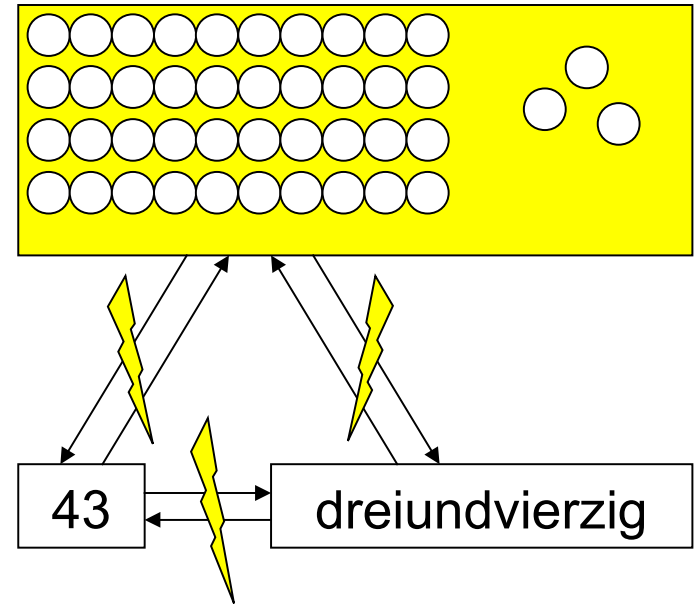


3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Sebastian:

„Das Doppelte von fünfundzwanzig
ist vierhundert.“





3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

I: „Was ist denn das Doppelte von Fünfundzwanzig“?

S: „Das wusst ich mal auswendig, aber jetzt nicht mehr. Kann ich den Rechenrahmen haben?“

I: „Versuch mir erstmal zu erklären, was du am Rechenrahmen einstellen würdest.“

S: „Zuerst oben fünfundzwanzig und dann dadrunter nochmal fünfundzwanzig.“



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

I: „Und... Kannst du dir jetzt im Kopf vorstellen, wie viel das insgesamt ist?“

S: „Nee...“

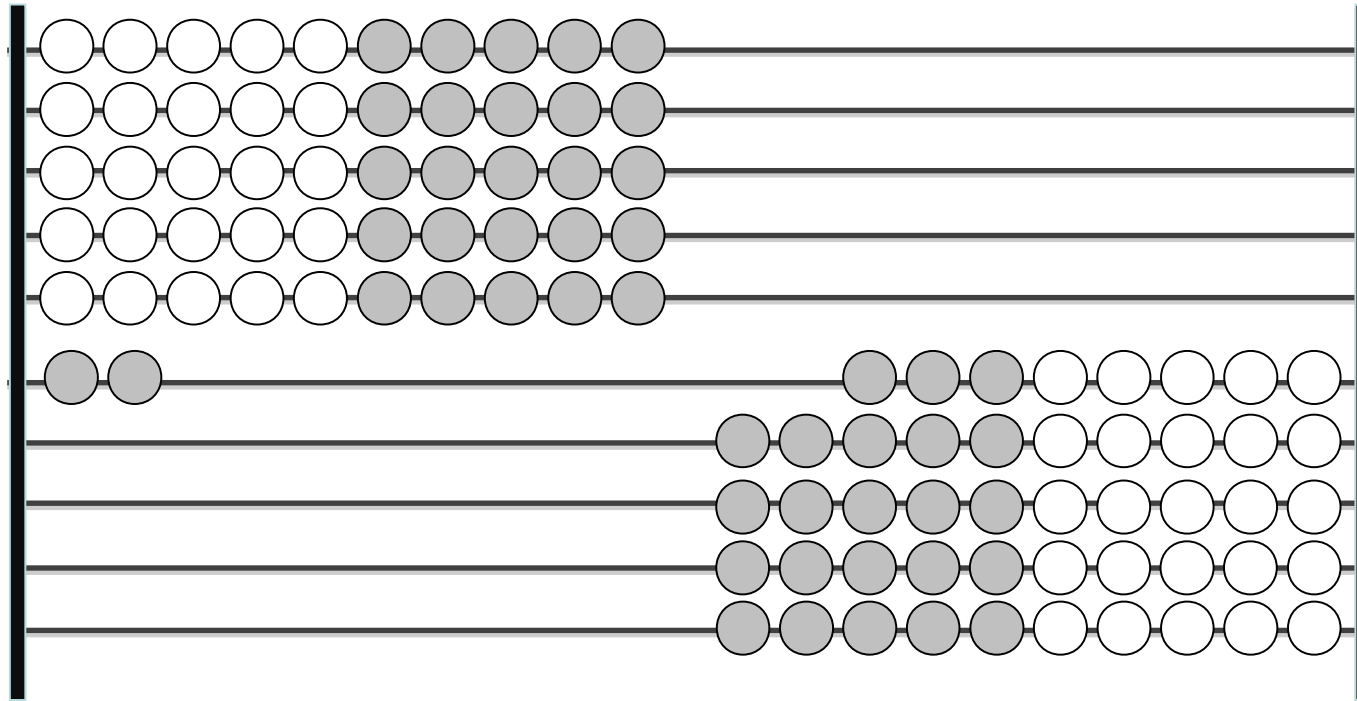
I gibt Sebastian den Rechenrahmen.

Die erste Zahl, die Sebastian einstellt ist diese:



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



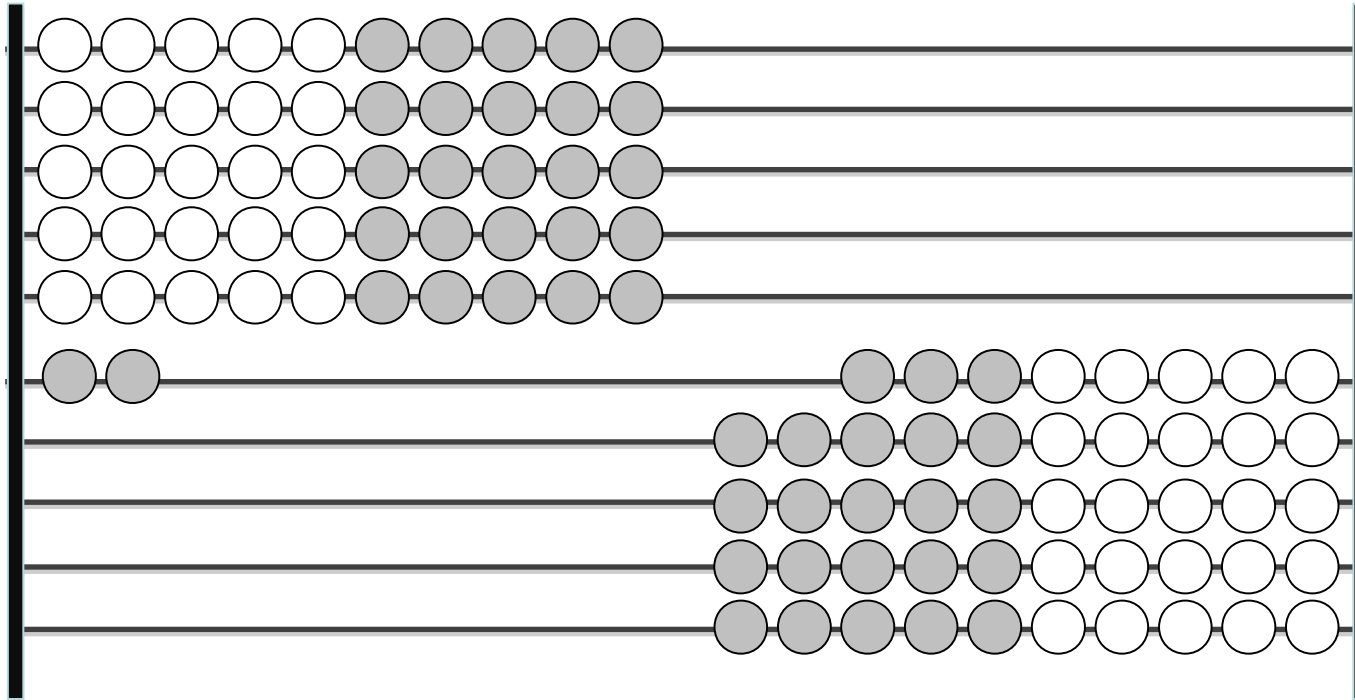
S: „Das sind schonmal fünfundzwanzig. Und jetzt nochmal...“

Er schiebt weiter.



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



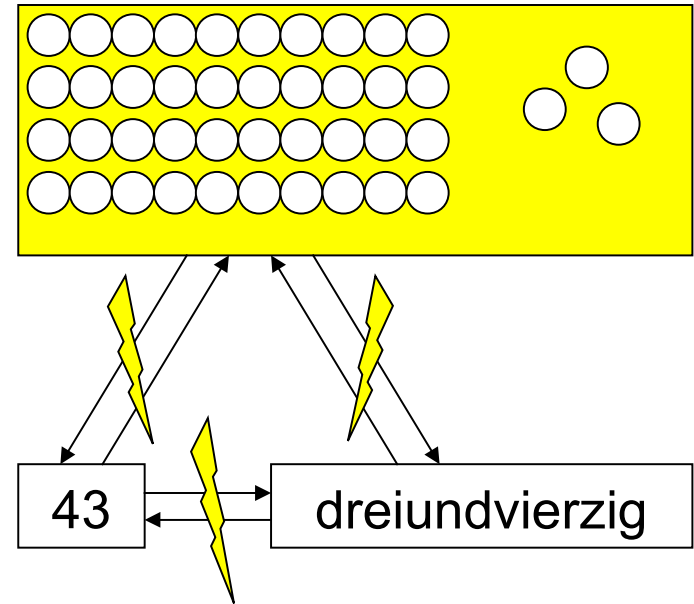
S: „Und dann noch zwei und zwei, sind vier dazu. Also vierhundert.“



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

- Mengendarstellung als *Indikator* für Probleme beim Stellenwertverständnis.
- Material nicht automatisch hilfreich.





4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Indizien für Probleme beim SWV

- Zahlendreher
- Ziffernweises Rechnen
- Inverse oder „auffällige“ Schreibweise
- Probleme beim Einhalten der Konvention (beim Schreiben oder Sprechen von Zahlen)
- Bündelungen werden nicht vorgenommen bzw. beachtet
- Strukturierte Mengendarstellung bzw. die Auffassung strukturierter Mengen bereitet Probleme



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

- Sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen (allgemein)
- Geeignete (und weniger geeignete) Materialien
- Unterstützungsmaßnahmen für die Beispiele



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

- Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten durchführen und nachvollziehen
- Zusammenhänge zwischen Wort, Zeichen und Menge herstellen
- Inverse Sprechweise thematisieren
- Unregelmäßige Sprechweise thematisieren
- Zahlendreher am Material klären
- Keine inverse Schreibweise vorgeben
- Stellenweise Notation klären



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

Anschauungsmaterial

- Unstrukturiertes Material zum Bündeln
- Mehrsystemblöcke
- Stellenwerttafel (zum Legen und zum Schreiben)
- *Keinen* Zahlenstrahl
- *Keine* Hundertertafel
(kein Bündeln und Entbündeln möglich, vorrangig ordinale Auffassung von Zahlen, keine Klärung der Schreibweise möglich)



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

Anschauungsmaterial

- Hundertertafel dient schwachen Schülern vor allem als (zählende) Lösungshilfe
- Bündeln und Entbündeln nicht möglich
- Der Rechenschritt „plus Zehner“ kann *nicht* gehandelt werden
- Der Unterschied zwischen Zehner und Einer bleibt ggf. unklar
(einzelne Schritte in bestimmte Richtungen)
- Die Richtung des Arbeitsmittels ist existentiell (und verwirrend:
runter bedeutet mehr)



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

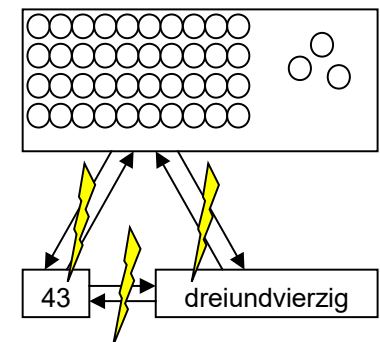
- Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)
- Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)
- Timo (rechnet ziffernweise extra)
- Lea (Zahlendiktat)
- Paul (dreißig und dreizehn)



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)

- Erneute prozessorientierte Nachfragen („Rechne nochmal laut vor“)
- Sprechweise am geeigneten Material klären (z. B. Mehrsystemblöcke, Bündelung von unstrukturiertem Material)
- Materialgestützte Klärung der Sprech- und Schreibweise
- Materialgestützte Klärung der Bedeutung der Position der Ziffern
im Zahlzeichen

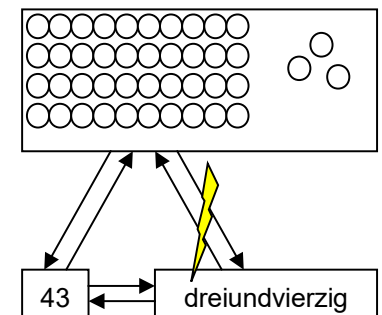




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)

- Thematisierung des Zahlendrehers und der inversen Sprechweise am Material
- Materialgestützte Klärung der Kommutativität im Wort drei-und-vierzig
- Übersetzung zwischen Wort und Material klären
- Zusammensetzung des Zahlwortes klären (Übergangsvokabular: drei-und-vierzig, vierzig-und-drei, vier Zehner und drei)

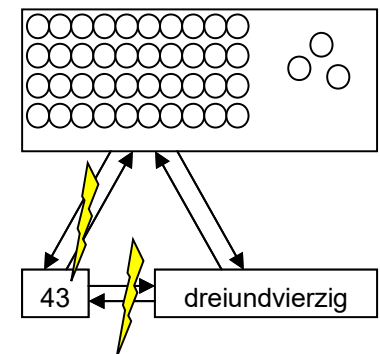




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Timo (rechnet ziffernweise extra)

- Bündelung und Entbündelung
- Sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern
- Zahlauffassung und -darstellung an Mehrsystemblöcke und Stellenwerttafel
- Materialgestützte Rechenoperationen (ZE +/- Z und ZE +/- E)
- Materialgestützte Klärung der Positionen im Zahlzeichen

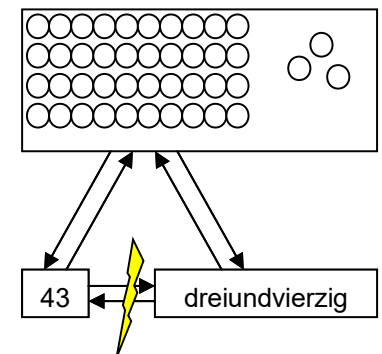




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Lea (Zahlendiktat)

- Materialgestützte Reflexion der deutschen Sprechweise
- Materialgestützte Klärung der Schreibweise
- Sicherheit beim Hören von Zahlen
- Sprech- und Hörtraining
- Taschenrechnerdiktat

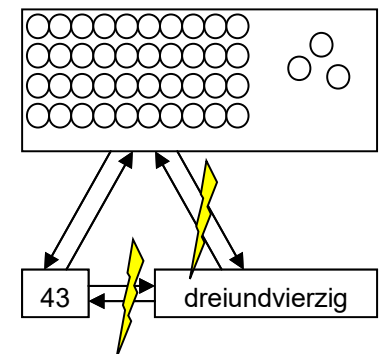




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Paul (dreizehn und dreißig)

- Materialgestützte Klärung der der Konventionen der Sprechweise
- Manche Regeln der Sprechweise können nicht entdeckt, sondern sollten gemeinsam geklärt werden





Zusammenfassung

- Das Stellenwertprinzip und die Schreib- und Sprechweise von Zahlen bergen große Herausforderungen
- Lernhürden thematisieren und nicht umschiffen
- Materialhandlungen und Übersetzungen sind unerlässlich



1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

Aktivität:



1. Spielen Sie das Spiel „Hamstern“ mehrere Runden.
2. Überlegen Sie gemeinsam, welche Möglichkeiten dieses Spiel in Hinblick auf den weiteren Kompetenzaufbau und Differenzierungsmaßnahmen bietet.



Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!





Hinweise zu den Lizenzbedingungen



Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können zum Zweck der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.