



## Vierersummen in Zahlenfeldern

### Darum geht es:

Auf dem Zwanzigerfeld und der Hundertertafel lassen sich Muster geometrisch und arithmetisch deuten. Die Aufgabenstellung, Vierersummen mit gleichem Ergebnis zu finden und die entsprechenden Zahlenfelder einzufärben, kann am Zwanzigerfeld, an Ausschnitten aus der Hundertertafel, an der Hundertertafel sowie am Tausenderbuch kontinuierlich ab Klasse 2 verfolgt werden. Dabei können viele Lösungen unter Beachtung von Symmetrien geschickt gefunden werden. Aus einer Lösung lassen sich durch Drehung oder Spiegelung weitere finden. Gleichzeitig werden bei den durchzuführenden Additionen Zahl- und Aufgabenbeziehungen sowie Gesetzmäßigkeiten erkannt und genutzt.

### Zwanzigerfeld: (ab Klasse 2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

### Geometrische Aspekte:

Abb. 1: Achsensymmetrie innerhalb des Musters

Abb. 2: Spiegelung an der horizontalen Symmetrieachse

Abb. 3: Verschiebung einzelner Felder

### Zahlbeziehungen:

Abb. 1 und 2:

Die Zahlen in den beiden roten Feldern der oberen Reihe werden um 1 kleiner bzw. größer; die Zahlen in den beiden roten Feldern der unteren Reihe werden um 1 größer bzw. kleiner => das Ergebnis bleibt gleich

Abb. 3:

Die Zahlen in den beiden roten Feldern der oberen Reihe bleiben konstant; die Zahl im ersten roten Feld der unteren Reihe wird um 1 größer; die Zahl im zweiten roten Feld wird um 1 kleiner => das Ergebnis bleibt gleich.



Für die Summe 42 lassen sich viele weitere Vierermuster auf dem Zwanzigerfeld finden (Lehrmaterial Lösungen\_Vierersummen\_20er). In der unterrichtlichen Durchführung kann mit einem Muster, das zur Problemstellung mit Magnetplättchen auf dem großen 20er-Feld markiert ist, begonnen werden. Dabei kann schon ein geschicktes Vorgehen initiiert werden:

- Berechnung der Summe unter Nutzung des Kommutativgesetzes der Addition:  $19+1+10+12=42$
- Gespräch über das schöne Muster: Kongruenz
- Erzeugung weiterer Muster durch Kongruenzabbildung
- Erzeugung weiterer Muster durch gegengleiches Verschieben einzelner Felder

Zur Bearbeitung erhalten die Kinder das Zwanzigerfeld und Wendepplättchen, ein Arbeitsblatt mit Zwanzigerfeldern, auf dem die Lösungen eingetragen werden sowie AB 1.

Vier bunte Felder im Zwanzigerfeld

Piko hat in einem Zwanzigerfeld vier Felder gefärbt und die Zahlen addiert. Das Ergebnis ist 42.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

**Forscherauftrag**

Suche noch andere Möglichkeiten, vier Felder zu färben.  
Achte wieder, darauf, dass schöne Muster entstehen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Lege das Muster zuerst mit Plättchen!


In der Arbeitsphase können einzelne Kinder aufgefordert werden, gefundene Muster auf größere Zwanzigerfelder zu übertragen. Diese sind dann Grundlage einer ersten Reflexion, deren Schwerpunkt ein



Gespräch über Vorgehensweisen beim Finden der Muster und deren Beschreibung sein kann. Ebenso kann ein „geschicktes“ Vorgehen unter Ausnutzung von Symmetrien angedacht und in der nächsten Unterrichtsstunde bei der Produktion weiterer Vierersummen sowohl in der Arbeits- als auch in der Reflexionsphase in den Fokus genommen werden.

In einer weiteren Unterrichtsstunde können die Kinder aus gefundenen Mustern zwei frei auswählen und beschreiben (AB 2). Schwerpunkt der Reflexion können dann die Vorschläge der Kinder zur Beantwortung der Frage, warum die Summen gleich sind, sein. Damit wird der Schwerpunkt auf die Zahlbeziehungen gelegt.

## AB 2

Forscherbericht 

Suche dir zwei Muster mit der Vierersumme 42 aus!

Mein erstes Muster:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Beschreibung: \_\_\_\_\_

Mein zweites Muster:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Beschreibung: \_\_\_\_\_

Kannst du erklären, warum das Ergebnis bei beiden Mustern gleich ist?

Diese Wörter können dir helfen:  
gerade Zahl - ungerade Zahl - obere Reihe - untere Reihe  
kleiner - größer - weniger - mehr

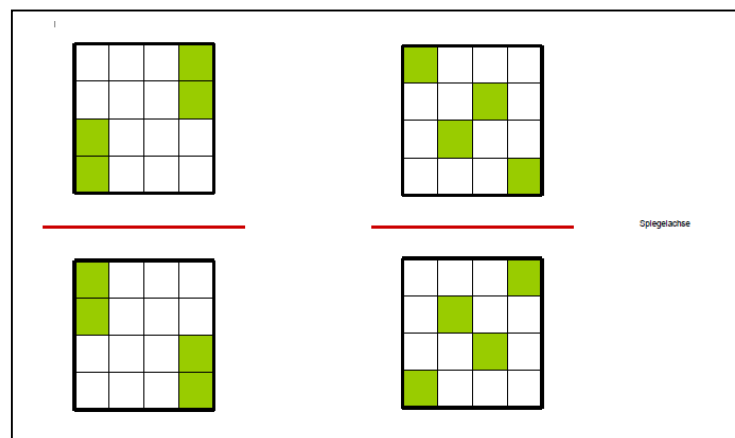
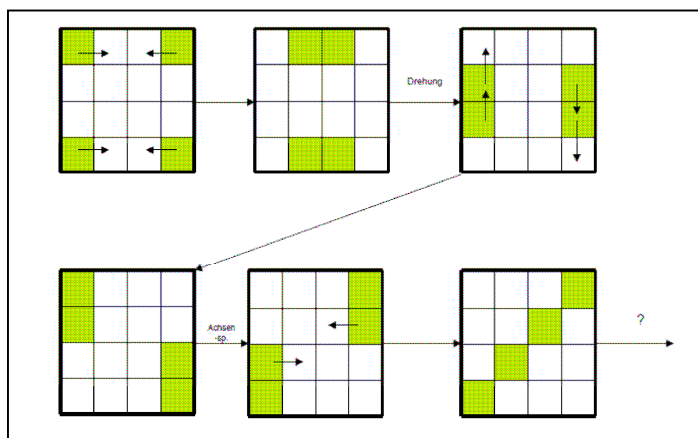


### Hundertertafel (Ausschnitte) (3.-5. Schuljahr)

Die oben beschriebene Aufgabenstellung lässt sich auf die Hundertertafel übertragen. Dabei können Ausschnitte aus der Hundertertafel ( z.B. 4x4 – Quadrate) zur Bearbeitung gewählt werden.

„Die regelmäßige Struktur des Zahlenquadrates legt die Nutzung von Gesetzmäßigkeiten nahe: Wenn ein Plättchen um 1 Feld (2, 3 Felder) nach unten (+10, +20, +30) verschoben wird, muss ein anderes Plättchen „als Ausgleich“ um 1 Feld (2, 3 Felder) nach oben (-10, -20, -30) verschoben werden. Ähnliches gilt für Verschiebungen in den Zeilen: nach rechts: +1 (+2, +3), nach links: -1 (-2, -3). Das Gesetz von der Konstanz der Summe kommt hierbei zum Tragen.“ (Lernaufgabe MSW)

Ebenso können Symmetrien genutzt werden, um aus einer gefundenen Lösung weitere Lösungen zu finden:



Unterrichtlich kann in ähnlicher Weise vorgegangen werden wie beim Einsatz des Zwanzigerfeldes, wobei der Schwerpunkt des geschickten Nutzens einer gefundenen Lösung zum Finden weiterer Lösungen noch stärker Berücksichtigung finden sollte. Dafür sind folgende Arbeitsblätter vorgesehen:

AB 1: Forscherauftrag

AB 2: Ausschnitt zum Legen mit Plättchen und zum Übertragen



AB 3: Weitere Forscheraufträge:

- Übertragung der Entdeckungen auf einen anderen 4x4-Ausschnitt
- Transfer auf einen 3x3-Ausschnitt (AB 4)
- Eigene Forscheridee (AB 5: Forscherbericht)

AB 1

AB 2

AB 3

Vierersummen in Ausschnitten aus der Hundertertafel

Piko hat in diesem Zahlenquadrat vier Felder gefärbt und addiert. Als Summe dieser vier Zahlen erhält er 126.

15	16	17	18
25	26	27	28
35	36	37	38
45	46	47	48

**Forscherauftrag**

1. Suche nach weiteren Möglichkeiten, in diesem Ausschnitt die Summe 126 zu erhalten.
2. Achte darauf, dass schöne Muster entstehen.

\* Wie kannst du geschickt vorgehen, um weitere Lösungen zu finden?

Lege zuerst mit Plättchen und färbe dann die Felder!

Lege das Muster zuerst mit Plättchen in das große Feld. Zeichne es dann im kleinen Feld ein.

15	16	17	18
25	26	27	28
35	36	37	38
45	46	47	48

Pikos Forscherideen

**Forscheridee**  
Zeige, wie du geschickt (z.B. durch Spiegeln oder Drehen) aus einem gefundenen 4er-Muster neue Muster finden kannst.

**Forscheridee**  
Überprüfe, ob deine gefundenen 4er-Muster auch in einem anderen 4x4-Ausschnitt der Hundertertafel zu gleichen Summen führen.

**Forscheridee**  
Forsche, ob du auch in 3x3-Ausschnitten Vierersummen finden kannst.

Meine Forscheridee

Anmerkung: Weitere Hinweise zur Durchführung in den Informationen zur Lernaufgabe (Link im Informationsmaterial zu Haus 2)



### Hundertertafel (ab Klasse 5)

Ueli Hirt und Beat Wälti beschreiben eine Lernumgebung zu Aufgabenstellungen mit Vierersummen, in der die gesamte Hundertertafel (Tausendertafel) zur Verfügung steht.

Im Folgenden werden die Vorschläge zur Hundertertafel vorgestellt. Weitere Infos können dem PDF-Dokument „Symmetrien auf der Hundertertafel“ entnommen werden (Lehrermaterial).

Ausgangspunkt der Überlegungen können vier Summanden der Summe 100 sein (im Beispiel 4, 6, 44, 46), die an der Hundertertafel mit Magnetplättchen farbig markiert sind. Über geschicktes Verschieben der Magnete kann eine weitere Lösung / können weitere Lösungen gefunden werden. In einem nächsten Schritt werden die Felder mit gleichen Farben verbunden. Es entstehen Parallelogramme, deren Diagonalen sich in der Mittelzahl 25 schneiden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**Vierersummen auf der Hundertertafel**

Piko hat in der Hundertertafel vier Felder gefärbt und addiert. Als Summe dieser vier Zahlen erhält er 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**Forscherauftrag**

- Suche geschickt weitere Möglichkeiten, die Summe 100 mit vier Zahlen zu erreichen.
- Zeichne die Möglichkeiten farbig ein.
- Vergleiche deine Ergebnisse mit einem Partner.

\* Verbinde gleich gefärbte Zahlen mit Linien und beschreibe die Figuren.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

AB 1



Nach dem Austausch über AB 1 können die Schülerinnen und Schüler Überlegungen dazu anstellen, wie sich die Summen verändern, wenn die gezeichneten Parallelelogramme vertikal oder horizontal verschoben werden (Folgauftrag 1) oder ihre Entdeckungen auf eine weitere Vierersumme übertragen bzw. daran überprüfen (Folgauftrag 2)

### Folgauftrag 1

### Folgauftrag 2

Folgauftrag 1

Untersuche, wie sich die Summen verändern, wenn du das Parallelogramm auf der Hundertertafel verschiebst.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Folgauftrag 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Finde zu diesen vier Summanden geschickt passende Felder mit dem gleichen Ergebnis und färbe sie ein.
- Verbinde wieder gleichgefärbte Felder mit Linien.
- Was fällt dir an den entstandenen Figuren auf?
- Untersuche auch, was passiert, wenn du das Parallelogramm verschiebst.

Im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe bilden die Schülerinnen und Schüler eigene Vierersummen und beschreiben die entstandenen Parallelelogramme und Schnittpunkte der Diagonalen (AB 2)




1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

AB 2

Vierersummen auf der Hundertertafel



Kannst du ein eigenes schönes Muster zu den Vierersummen auf der Hundertertafel finden?

**Forscherauftrag**

1. Färbe ein eigenes schönes Muster mit vier Zahlen auf der Hundertertafel und berechne die Summe.
2. Suche geschickt weitere Möglichkeiten zur gleichen Summe und färbe die Felder mit einer anderen Farbe.
3. Verbinde gleich gefärbte Zahlen mit Linien.
4. Schreibe einen Forscherbericht:
  - a. Wie bist du vorgegangen?
  - b. Welche Figur ist entstanden?
  - c. In welchem Punkt schneiden sich die Diagonalen?
  - d. Gibt es einen Zusammenhang zwischen diesem Schnittpunkt und der in 1. berechneten Summe?
5. Vergleiche deine Forschungsergebnisse mit einem Partner oder in einer Mathekonferenz.

AB 2

**Anmerkung:**  
*Es können noch weitere Forscheraufträge bereit gehalten werden:  
 Welche Summen zwischen 60 und 80 lassen sich so erreichen?  
 Welches ist die kleinste / die größte Summe, die man auf diese Weise erreichen kann?  
 Färbe ein schönes Muster mit acht Zahlen und berechne die Summe. Finde auch hier weitere Möglichkeiten.*





Bei Aufgabe 3 entsteht in jedem Fall ein Parallelogramm, häufig auch ein Rechteck oder Quadrat. Es werden vier Fälle unterschieden:  
 Der Schnittpunkt der Diagonalen liegt in einem Zahlenfeld, in der Mitte von vier Feldern, zwischen zwei nebeneinanderliegenden Zahlenfeldern oder zwischen zwei untereinanderliegenden Zahlenfeldern (Abbildungen Lernumgebungen S. 75,76).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Die Zahlenmuster mit vier Summanden können auf die Tausendertafel übertragen werden.

301	302	303	304	305	306	307	308	309	310
311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370
371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

$\begin{array}{r} 342 \\ 343 \\ 345 \\ 346 \\ \hline 1376 \end{array}$	$\begin{array}{r} 324 \\ 334 \\ 354 \\ 364 \\ \hline 1376 \end{array}$	$\begin{array}{r} 322 \\ 333 \\ 355 \\ 366 \\ \hline 1376 \end{array}$	$\begin{array}{r} 326 \\ 335 \\ 353 \\ 362 \\ \hline 1376 \end{array}$
--	--	--	--

Literatur: Hirt, Ueli. Wälti, Beat: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Seelze 2008, S. 74-85