



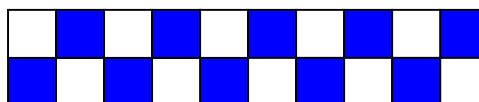
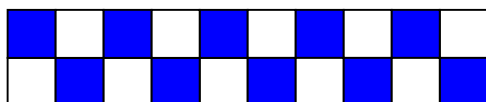
Die Hälfte färben

Darum geht es:

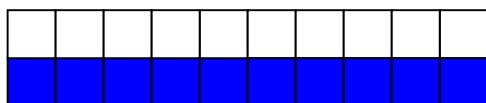
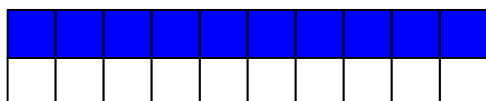
Der Auftrag, die Hälfte eines Zahlenfeldes geschickt zu färben, erfordert die Beschäftigung mit geometrischen Mustern. Dabei kann die Symmetrie als Mittel zur Problemlösung hilfreich sein. Unter Nutzung von Spiegelungen und Verschiebungen können aus einem gefundenen Muster weitere entwickelt werden.

Zwanzigerfeld:

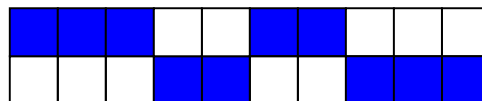
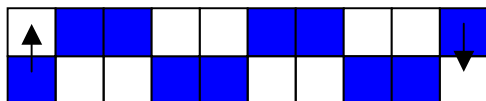
Beispiel: Achsenspiegelung vertikal:



Beispiel: Achsenspiegelung horizontal:



Beispiel: Verschiebung innerhalb des Musters



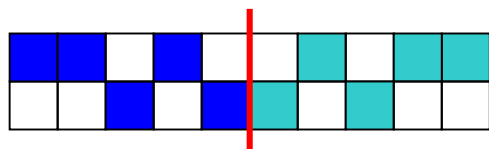
LP NRW S. 64
**Raum und Form –
Symmetrie**
Schuleingangsphase

Die Sch. ...
überprüfen einfache
ebene Figuren auf
Achsensymmetrie (z.B.
durch Klappen,
Durchstechen,
Spiegeln).

erzeugen
achsensymmetrische
Figuren mit ein oder
zwei Spiegelachsen
(z.B. Klecks-, Loch-,
Spiegelbilder).



Beispiel: Achsensymmetrie innerhalb eines Musters



Die Färbung kann sowohl an leeren als auch an beschrifteten Zahlentafeln ausgeführt werden. Es wird empfohlen, im ersten Jahr der Schuleingangsphase mit den leeren Zahlentafeln zu arbeiten, um den Schwerpunkt auf die „schönen“ Muster zu legen. Eine Beschreibung und Erklärung der Färbung durch die Hinzunahme der Zahlen im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe oder zu einem späteren Zeitpunkt regt dann dazu an, sich stärker auch mit den Eigenschaften der Zahlen in den gefärbten Feldern zu beschäftigen und die entstandenen Muster umfassender zu beschreiben. Insgesamt stellt die Beschreibung der Muster eine anspruchsvolle Herausforderung für die Kinder dar.

Zum Zwanzigerfeld sind u.a. folgende Beschreibungen denkbar:

- Einfärben der oberen / unteren Reihe
- Einfärben der ersten / letzten 5 Felder in jeder Reihe
- Einfärben der ersten / letzten 5 Felder in der oberen /unteren Reihe
- Einfärben einzelner Felder im Wechsel
- ...
- Einfärben aller geraden / ungeraden Zahlen
- Einfärben der geraden/ungeraden Einerzahlen und ungeraden/ geraden Zehnerzahlen
- Einfärben der Zahlen 1-10 (obere Reihe) oder 11-20 (untere Reihe)
- Einfärben der Zahlen 1-5 und 16-20 / 6-10 und 11-15
- Einfärben der Zahlen 1-5 und 11-15 / 6-10 und 16-20
- Einfärben der Zahlen 1, 2, 13, 14, 5, 6, 17, 18, 9,10 / 11,12, 3, 4, 15, 16, 7, 8, 19, 20
- ...

LP NRW S. 59
Problemlösen/ kreativ sein

Die Sch. ...
probieren zunehmend
systematisch und
zielorientiert ...

überprüfen Ergebnisse
auf Angemessenheit,
finden und korrigieren
Fehler, vergleichen und
bewerten verschiedene
Lösungswege

LP NRW S. 60
Argumentieren

Die Sch. ...
stellen Vermutungen
(...) an und überprüfen
anhand von Beispielen
... erklären
Beziehungen und
Gesetzmäßigkeiten
anhand von Beispielen.

**Darstellen /
Kommunizieren**

Die Sch. ...
halten ihre
Arbeitsergebnisse und
Vorgehensweisen fest.



Hinweise zum unterrichtlichen Vorgehen:

Die Schülerinnen und Schüler sollten möglichst bereits unterrichtliche Erfahrungen zur Symmetrie (siehe Lehrplanbezug) gemacht haben.

Grunderfahrungen: -falten (Klecksbilder, Faltschnitte) -spiegeln (auch mehrfach) -Dinge bewegen (klappen, drehen, verschieben)

Ausgangspunkt der Überlegungen kann ein Zwanzigerfeld sein, bei dem bereits die Hälfte der Felder gefärbt ist. Nach Klärung des Begriffs „Hälfte“ und Beschreibung des Musters können erste Vorschläge der Kinder gesammelt oder auch ein „schönes Muster“ gemeinsam erstellt oder angefangen werden.

Die Kinder erhalten Arbeitsauftrag 1 und leere Zwanzigerfelder.

Das Muster kann zunächst mit Plättchen auf dem Zwanzigerfeld gelegt und dann übertragen werden. Dieses Vorgehen legt nahe, durch systematisches Verändern (Verschieben der Plättchen) weitere Lösungen zu finden.

Die Kinder färben jeweils die Hälfte der Felder ein und wählen ein oder zwei besondere Muster aus. Diese werden als Grundlage für die anschließende Reflexion auf ein größeres Zwanzigerfeld übertragen.

Als Zusatzaufgabe kann eine Beschreibung des Musters angefertigt werden (AB 1 unterer Teil).

Im anschließenden Reflexionsgespräch können einzelne Muster vorgestellt und eine „geschickte“ Vorgehensweise besprochen werden. Es kann eine erste Sortierung vorgenommen werden („Partner finden“) und der Blick der Kinder auf Symmetrien fokussiert werden.

In einer / in weiteren Unterrichtsstunde(n) soll die Fragestellung „Partner finden“ bzw. das Finden weiterer Lösungen durch Klappen oder Spiegeln in den Mittelpunkt gestellt werden(AB 2a oder 2b). Dabei wird der Fokus noch stärker auf ein Vorgehen unter Nutzung von Symmetriephänomenen gerichtet.

präsentieren ihre Lösungswege und stellen sie nachvollziehbar dar

bearbeiten komplexere Aufgabenstellungen gemeinsam, treffen Verabredungen.

übertragen eine Darstellung in eine andere.



AB 1 (Forscherauftrag)

Die Hälfte färben

Piko hat die **Hälfte** der Felder auf dem Zwanzigerfeld blau gefärbt. Dabei ist ein schönes Muster entstanden.

2	4	6	8	10
11	13	15	17	19

Forscherauftrag

- Färbe immer die **Hälfte** der Felder auf dem Zwanzigerfeld.
- Achte darauf, dass **schöne Muster** entstehen!
- Wie kannst du geschickt neue Muster finden?

Leg die Muster zuerst auf Plättchen!

AB 1 (unterer Teil)

Suche dir eins von deinen Mustern aus und beschreibe es!

Dieses Muster habe ich ausgesucht!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

AB 2a

Muster-Paare

Diese beiden Muster gehören zusammen - sie sind ein Muster-Paar. Kannst du das erklären?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

- Hier ist immer ein Muster eingezeichnet. Färbe das 2. Zwanzigerfeld so, dass ein Muster-Paar entsteht.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

- Schau dir noch einmal deine gefundenen Muster an! Kannst du eigene Muster-Paare zeichnen?

AB 2b

Muster-Paare

- Schau dir noch einmal deine gefundenen Muster an.
- Kannst du auch solche „Muster-Paare“ finden?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



Weiterführend kann mit den gefundenen Mustern der Frage nachgegangen werden, ob die Addition der Zahlen auf den gefärbten Feldern als Summe auch die Hälfte der Gesamtsumme ergibt (AB 3). Dabei wird das geschickte Addieren mehrerer Summanden geübt. Im Bereich der prozessbezogenen Kompetenzen wird insbesondere das Argumentieren weiterentwickelt, wenn die Schülerinnen und Schüler an den unterschiedlichen Ergebnissen forschen und mithilfe der Zahlbeziehungen erste Begründungen finden (AB4, AB 5). Einige Lösungen (es lassen sich noch viele weitere Muster finden) sind im Lehrmaterial „Lösungen“ zusammengestellt.

LP NRW S. 62
Zahlen und Operationen

Die Sch. ...

verfügen über Kenntnisse und Fertigkeiten beim schnellen Kopfrechnen

lösen Additionsaufgaben (...) unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien

nutzen Zahlbeziehungen (...) und Rechengesetze (...) für vorteilhaftes Rechnen

LP NRW S. 63

Die Sch...

nutzen aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen eine Strategie des Zahlenrechnens

AB 3

Rechnen mit den Mustern am Zwanzigerfeld

Wenn du alle Zahlen im Zwanzigerfeld addierst, erhältst du als Ergebnis die Zahl 210.

Forscherfrage

Piko behauptet:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

„Wenn ich die Zahlen in den gefärbten Feldern addiere, erhalte ich immer als Ergebnis die Hälfte von 210.“

Überprüfe Pikos Behauptung mit deinen gefundenen Mustern!

Tipps für deine Forschungen:

- Wähle einige deiner Muster aus und berechne die Summen (AB 4).
- Schreibe auf, was dir an den Ergebnissen auffällt (AB 4).

* Schreibe einen Forscherbericht:

- Du kannst ein Muster erklären, bei dem du als Summe die Hälfte von 210 oder 105 erhältst.
- Du kannst ein Muster erklären, bei dem du eine kleinere oder größere Summe als 105 erhältst.
- Du kannst zwei Muster mit gleichem Ergebnis beschreiben und erklären.

AB 4

Wähle einige Muster aus und berechne die Summe der Zahlen in den gefärbten Feldern!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: _____

Diese Ergebnisse habe ich gefunden:

Das fällt mir an den Ergebnissen aus:



Beispiel: Im unteren Muster kommen 10 Zehner hinzu; die Summe ist deshalb um 100 größer.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: 55

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: 155

Beispiel: Die Veränderungen heben sich gegenseitig auf; die Summe bleibt gleich.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: 105

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Summe: 105

In den Klassen 3 und 4 kann die oben beschriebene Aktivität (Die Hälfte färben) an der Hundertertafel durchgeführt werden. Dabei kann die Beschreibung der Muster stärker in den Blick genommen werden. Folgende Beschreibungen (geometrisch / arithmetisch) sind u.a. denkbar:

- Einfärben jeder 2. Zeile / Spalte
- Einfärben der ersten 5 (Zeilen / Spalten) / der letzten 5 (Zeilen / Spalten)
- Einfärben jeweils der ersten 5, in der zweiten Spalte der letzten 5 Felder (im Wechsel)
-
- Einfärben aller geraden Zahlen
- Einfärben der 50 größten Zahlen
- Einfärben der Zahlen mit geradem Zehner
-

AB 1 (oberer Teil): Arbeitsauftrag

AB 1 (unterer Teil): Mögliche Anschlussaufträge:

Die Hälfte färben

Piko hat die Hälfte der Felder auf der Hundertertafel gefärbt. Dabei ist ein schönes Muster entstanden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Färbe immer die Hälfte der Felder auf der Hundertertafel.
2. Achte darauf, dass **schöne Muster** entstehen! Man soll auf einen Blick erkennen, dass die Hälfte der Zahlenfelder gefärbt ist.
3. Wie kannst du geschickt neue Muster finden?


So kannst du mit deinen Mustern an der Hundertertafel weiter arbeiten!

1. Beschreibe die Muster an deinen Hundertertafeln (AB 2).
2. Färbe ein Muster auf der Hundertertafel nach der Beschreibung eines anderen Kindes (AB 3).
3. Suche Muster, die zusammen gehören (AB 4).

* Färbe ein Viertel der Felder an der Hundertertafel unterschiedlich.



AB 2: Muster beschreiben

 - Die Hälfte färben -

Wie bist du vorgegangen?
Beschreibe einige deiner Muster!


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

AB 3: Muster nach Beschreibung einfärben

Ich habe die ersten fünf Zeilen der Hunderttafel gefärbt. Das ist die Hälfte der Zahlen!



1. Färbe das Hundertfeld so, wie Piko es beschrieben hat.

Pikos Muster an der Hunderttafel:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Färbe jetzt ein Muster so, wie es ein Kind aus deiner Klasse beschrieben hat.

Beschreibung:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

AB 4: Symmetrien nutzen

Muster-Paare

1. Diese beiden Muster gehören zusammen. Erkläre, warum sie ein „Muster-Paar“ sind.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Kannst du in deinen Mustern auch „Muster-Paare“ finden?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Literatur:

Hirt / Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Seelze 2008, S. 196-202

Info: Link im Informationsmaterial „Die Hälfte färben“

LP NRW S. 64
Raum und Form –
Symmetrie
Ende Klasse 4:
Die Sch. ...
überprüfen komplexere
ebene Figuren auf
Achsensymmetrie und
ziehen die
Symmetrieeigenschafte
n wie Längentreue und
Abstandstreue zur
Begründung heran.

erzeugen komplexere
symmetrische Figuren
(...) und nutzen dabei
die Eigenschaften der
Achsensymmetrie.