



# Moderationspfad

Haus 2 - FM - Modul 2.2

Darstellungsmittel für Grundschule und Sek. I

Die Durchführungszeit des vollständigen Moduls beläuft sich auf ca. drei Zeitstunden (inkl. Pause).

Zeit	Kommentar	Material
2'	<p><b>Folie 1: Begrüßung, Einführung ins Thema</b></p> <p>Das Bild zeigt eine Schülerlösung, bei der die Schülerinnen und Schüler Aufgabenpärchen bearbeiteten, die jeweils aus Quadratzahlaufgaben und aus Aufgaben bestanden, bei denen ausgehend von den Quadratzahlaufgaben jeweils der erste Faktor um 1 vergrößert und der zweite um 1 vermindert wird. Dieses Schülerdokument findet sich auch auf der letzten Folie der Präsentation, bei der abschließend der Zusammenhang mit der dritten binomischen Formel aufgezeigt wird.</p>	Laptop / Beamer/ Präsentation
5'	<p><b>Folien 2 - 4: Darstellungsformen und Darstellungsmittel</b></p> <p>Die <b>Folien 2 – 4</b> erinnern daran, dass es drei Darstellungsformen gibt (in roter Farbe: Handlungen, bildliche Darstellungen), die bewusst nicht als Darstellungsebenen bezeichnet werden, denn der Begriff ‚Ebenen‘ suggeriert eine Hierarchie, die nacheinander zu durchlaufen ist (erst Handlungen, dann bildliche Darstellungen, dann symbolische Darstellungen). Natürlich gibt diese Reihenfolge eine wichtige Orientierung für den Lernprozess. Genauso zentral ist aber auch die kontinuierliche Vernetzung der Darstellungsformen (vgl. <b>Folie 6</b>). Die verschiedenen Darstellungsformen werden durch unterschiedliche Darstellungsmittel repräsentiert, die wiederum der Übersicht halber in sechs Kategorien zusammengefasst werden können (in blau: Naturmaterial etc.). Diese werden auf den Folien jeweils am Beispiel der Aufgabe 4+3 illustriert.</p>	<p>Folie 2</p>  <p>1. Darstellungsformen und Darstellungsmittel</p> <p><b>Erinnerung:</b> Mathematische Sachverhalte können in unterschiedlichen <b>Darstellungsformen</b> mit Hilfe von unterschiedlichen <b>Darstellungsmitteln</b> repräsentiert werden, durch ...</p> <p>Naturmaterial      Handlungen an      oder      didaktischem Material</p> <p>September 2011 © PIK AS (<a href="http://www.pikas.uni-dortmund.de/">http://www.pikas.uni-dortmund.de/</a>)</p>

3' **Folien 5 - 6: Darstellungsformen und Darstellungsmittel**  
 Die **Folien 5 – 6** verdeutlichen die Wichtigkeit der Interaktion der Darstellungsformen und der Darstellungsmittel. Dieses Prinzip soll dazu beitragen, dass eine tragfähige Verständnisgrundlage geschaffen wird und symbolische Darstellungen nicht als einzige Bezugsbasis fungieren.

**Folie 6**  
 1. Darstellungsformen und Darstellungsmittel

September 2011 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

20' **Folien 7 - 9: Ambivalenz von Darstellungsmitteln**  
 Die Aktivität auf **Folie 7** soll dazu anregen, dass die TN sich der Schwierigkeit bewusstwerden, dass – in diesem Fall: bildliche – Darstellungen nicht notwendiger Weise eindeutig interpretierbar sind. Die **Folien 8 und 9** geben Beispiel-Lösungen aus anderen Fortbildungen dar, die genutzt werden können, wenn nicht ausgewählte Lösungen der TN diskutiert werden sollen. Es hat sich bewährt, im Plenum einige Beispiele zur Diskussion zu stellen (welches ist die am besten, welches die am wenigsten geeignete Darstellung? Warum?). In der Diskussion wird nicht nur deutlich, dass die bildlichen Darstellungen nicht aus sich heraus sprechen, sondern auch, dass es schwierig ist, bildliche Darstellungen zu kreieren, die möglichst leicht verständlich sind.

**Folie 9**  
 2. Ambivalenz von Darstellungsmitteln

September 2011 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

15' **Folien 10 - 13: Ambivalenz von Darstellungsmitteln**  
 Die Aktivität auf **Folie 10** greift diese Einsichten auf und konkretisiert sie an Beispielen aus dem ersten Schuljahr. Die Prozentsätze der versuchten (blau) und der richtigen (rot) Lösungen entstammen einer Untersuchung aus dem Jahr 1981 von Schipper und Hülshoff, die in der Grundaussage immer noch aktuell ist, da sie bislang in ähnlicher Form nicht wieder durchgeführt worden ist. Die hohen/niedrigen Prozentsätze sind zum Teil sicherlich erwartungswidrig, aber dadurch erklärbar, dass Anfang der 80er-Jahre andere Veranschaulichungen in den Schulbüchern genutzt wurden. Die Untersuchung fand Ende des ersten Schuljahres statt. Somit zeigt sie nicht nur auf, dass die Bedeutung bildlicher Darstellungen erlernt werden *muss*, sondern auch, dass deren Bedeutung auch erlernt werden *kann*. Dieses wird auf **Folie 13** noch einmal zusammengefasst.

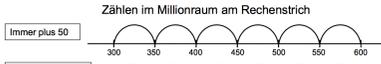
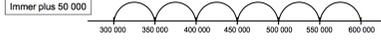
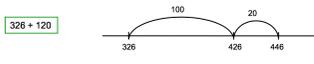
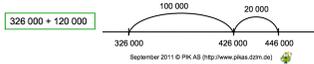
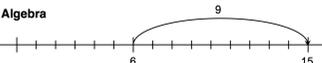
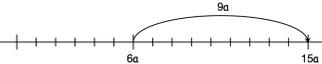
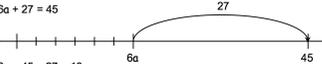
**Folie 10**  
 2. Ambivalenz von De

„Schreibe zu jedem Bild die passende Rechenaufgabe!“

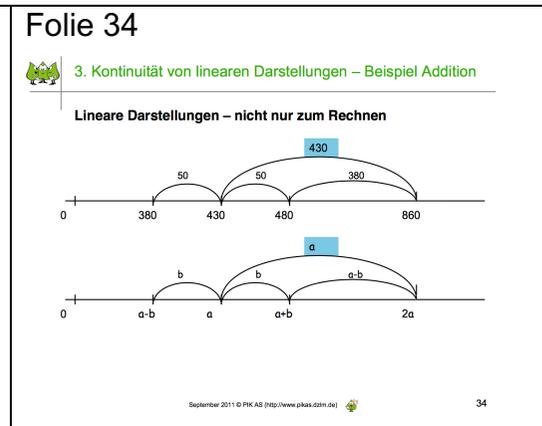
Veranschaulichung	Prozentsatz wer-richtig hat-100% gelöst	Veranschaulichung	Prozentsatz wer-richtig hat-100% gelöst
1.	100%	8.	100%
2.	100%	9.	100%
3.	100%	10.	100%
4.	100%	11.	100%
5.	100%	12.	100%
6.	100%	13.	100%
7.	100%	14.	100%

a) Schreiben Sie zu jeder Veranschaulichung die passende(n) Rechenaufgabe(n).  
 b) Vermuten Sie für jede Veranschaulichung, wie viel Prozent der Erstklässlerinnen und Erstklässler am Ende des Schuljahres die passende Rechenaufgabe notiert haben.0

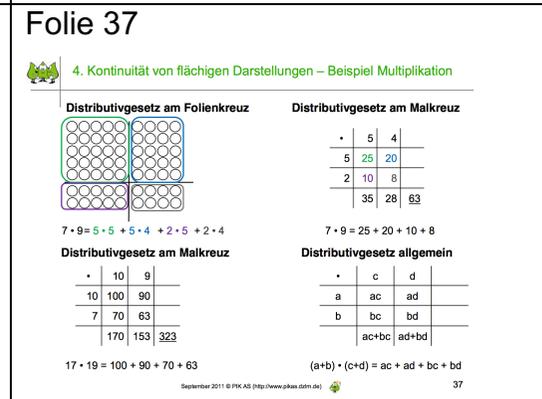
Quelle: Schipper, W. & Hülshoff, A. (1984). Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? In: Grundschule, 16 (4)

<p>20'</p>	<p><b>Folien 14 - 16: Ambivalenz von Darstellungsmitteln</b></p> <p>Die <b>Folie 14</b> regt die TN an, sich über Auswahlkriterien guter (nicht-symbolischer) Darstellungsmittel auszutauschen. Die Auflistung auf <b>Folie 15</b> kann in der sich anschließenden Plenumsphase ergänzend oder abgleichend hinzugezogen werden. Die weiteren Aktivitäten sollen darüber hinaus auf die folgenden Folien der Präsentation vorbereiten. Die Möglichkeiten, Darstellungsmittel zu klassifizieren, sind vielfältig. Im Kontext dieser Präsentation wurde die Einteilung in lineare und in flächige Darstellungsmittel gewählt, deren Kontinuität im Weiteren anhand von Aktivitäten von der Vorschule bis in die Klasse 8 erarbeitet werden kann. Dabei wurde eine exemplarische Konzentration auf die Addition (für die linearen) und die Multiplikation (für die flächigen Darstellungsmittel) vorgenommen. Übertragungen auf die anderen Rechenoperationen sind natürlich denkbar.</p>	<p>Folie 16</p> <p> 2. Ambivalenz von Darstellungsmitteln</p> <p>Ein Unterscheidungsmerkmal</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lineare Darstellungen</b> am Beispiel der Addition (ausführlich; vgl. Wittmann/Müller 1990/1992; HB prod. RÜ; Treffers/de Moor 1989ff.: Proeve van een National Programma)</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Flächige Darstellungen</b> am Beispiel der Multiplikation (überblicksartig; vgl. Wittmann/Müller 1990/1992; Müller 1997: Von Punktmustern zu quadratischen Gleichungen)</li> </ul>  <p><small>September 2011 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)</small> <span style="float: right;">16</span></p>
<p>20'</p>	<p><b>Folien 17 - 22: Kontinuität von linearen Darstellungen – Beispiel Addition</b></p> <p>Die <b>Folien 17-22</b> zeigen anhand von Beispielen aus der Vorschule (<b>Folie 17</b>), des 1. Schuljahres (<b>Folie 18</b>), des 2. Schuljahres (<b>Folie 19</b>), des 3. (<b>Folien 20 u. 21</b>) und des 4. Schuljahres (<b>Folie 22</b>) anhand von ähnlichen Beispielen auf, wie lineare Darstellungen zur Repräsentation von Additionen verwendet werden können (s. dazu auch Rechenstrichplakat im IM zu H2). Wichtig dabei ist die Nutzung von Analogien zwischen verschiedenen Zahlräumen, die man am z.B. am Rechenstrich gut erkennen kann. Die zwischen geschaltete Aktivität auf <b>Folie 20</b> (Rechnen Sie <math>326+199</math> nach verschiedenen halbschriftlichen Strategien am Rechenstrich) soll dafür sensibilisieren, dass sich die Strategie ‚Stellenwerte extra‘ (<math>300+100</math>; <math>20+90</math>; <math>6+9</math>; ...) am Rechenstrich nicht darstellen lässt. Neben den linearen werden bei der Addition also auch flächige Darstellungen benötigt.</p>	<p>Folie 22</p> <p> 3. Kontinuität von linearen Darstellungen – Beispiel Addition</p> <p>Millionraum</p> <p>Zählen im Millionraum am Rechenstrich</p>   <p>Rechnen im Millionraum am Rechenstrich</p>   <p><small>September 2011 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)</small> <span style="float: right;">22</span></p>
<p>20'</p>	<p><b>Folien 23 - 31: Kontinuität von linearen Darstellungen – Beispiel Addition</b></p> <p>Die <b>Folie 23</b> regt die TN dazu an, sich zu überlegen, wie lineare Darstellungen bzw. konkret der Rechenstrich für die bildlichen Darstellungen in anderen Themengebieten genutzt werden kann. Der doppelte Rechenstrich (<b>Folien 28 und 29</b>) eignet sich zur Veranschaulichung von Verhältnissen und Prozenten (Wenn 4 10% sind, wie viel Prozent sind dann 40? Wenn 40 100% sind, wie viel Prozent sind dann 4? Wie viel 60? etc.). Auch hier gilt natürlich, dass flächige Darstellungen, wie etwa ein Hunderter-Punktfeld, ebenfalls heran gezogen werden sollten.</p>	<p>Folie 31</p> <p> 3. Kontinuität von linearen Darstellungen – Beispiel Addition</p> <p>Algebra</p>   <p><math>6a + 27 = 45</math></p>  <p><math>6a = 45 - 27 = 18</math> <math>a = 3</math></p> <p><small>September 2011 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)</small> <span style="float: right;">31</span></p>

15' **Folien 32 - 34: Kontinuität von linearen Darstellungen – Beispiel Addition**  
 Die **Folien 32 – 34** sollen schließlich deutlich machen, dass lineare Darstellungen nicht nur zum Rechnen, sondern auch zum Entdecken, Beschreiben, Begründen herangezogen werden können. Die TN sollen zunächst selbst die Aufgaben für Schülerinnen und Schüler bearbeiten und dabei nach Möglichkeit den Rechenstrich einbeziehen. Die **Folie 33** verdeutlicht in zunehmender Abstraktion, dass beim Algorithmus, der den Aufgaben a) bis c) zugrunde liegt, stets das Doppelte der zweiten Zahl die Differenz ausmachen muss. **Folie 34** verdeutlicht, dass  $2a$  herauskommen muss, wenn man  $(a-b)$  zu  $(a+b)$  addiert (Aufgabe d)). Natürlich kann man das auch ohne Rechenstrich ermitteln, indem allein mit Buchstaben gerechnet wird. Aber im Sinne besseren Verständnisses sollte man auch die Darstellung am Rechenstrich verstehen.



15' **Folien 35 - 37: Kontinuität von flächigen Darstellungen – Beispiel Multiplikation**  
 Die **Folien 35 – 37** zeigen sowohl an konkreten Beispielen als auch in allgemeiner Form auf, wie die Multiplikation, das Kommutativgesetz der Multiplikation und das Distributivgesetz mit Hilfe von flächigen Darstellungen visualisiert werden können. Das Malkreuz könnte auch dazu genutzt werden, schwierige algebraische Ausdrücke wie  $(2a+5b) \cdot (4a^2+3b^3)$  übersichtlich zu berechnen.



15' **Folien 38 - 41: Kontinuität von flächigen Darstellungen – Beispiel Multiplikation**  
 Die **Folien 38 – 40** zeigen in Erweiterung der vorangehenden Folien, wie die drei Binomischen Formeln mit Hilfe von flächigen Darstellungen visualisiert und somit besser verstanden werden können, als wenn lediglich Buchstaben-Zeichenfolgen auswendig gelernt werden. Nach Vorstellung der **Folie 38** kann eine Aktivität der TN darin bestehen, die 2. und die 3. Binomische Formel analog zu visualisieren.  
 Nachdem die Präsentation im 8. Schuljahr ‚angekommen ist‘, wird durch die **Folie 41** der Rückbezug zur Grundschulmathematik deutlich, handelt es sich beim Vergleich von  $a^2$  und  $(a+1) \cdot (a-1)$  doch um nichts anderes als um die Vorbereitung (aus der Sicht des Grundschülers) bzw. der Anwendung (aus der Sicht des Achtklässlers) der 3. Binomischen Formel.

