



Haus 2: Kontinuität von Klasse 1 bis 6



3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Lehrplan GS

1+2	Zahlen und Operationen
	Raum und Form
	Größen und Messen
	Daten, Häufigkeiten Wahrscheinlichkeiten

Kernlehrpläne SI

	Arithmetik/ Algebra
	Funktionen
	Geometrie
	Stochastik

Mar 2011 © PUK AS (<http://www.pukas.de/mar>)

28

Modul 2.1

Langfristiger Kompetenzaufbau aufgezeigt an ausgewählten Unterrichtsinhalten





Hinweise zu den Lizenzbedingungen



Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Von der Weitergabe ausgenommen sind Fotos, die erkennbar reale Personen zeigen.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.



Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen





Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen





1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik

Beitrag des Faches Mathematik zum Bildungs- und Erziehungsauftrag

„Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt aus ihnen **grundlegende mathematische Kompetenzen**. Auf diese Weise wird die Grundlage für das **Mathematiklernen in den weiterführenden Schulen** und für die **lebenslange Auseinandersetzung** mit mathematischen Anforderungen des täglichen Lebens geschaffen.“

Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in NRW 2008
LP Mathematik, S.55





1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik

„Die Auswahl und Behandlung eines Themas an einer bestimmten Stelle des Curriculums soll nicht ad hoc, sondern so erfolgen, **dass auf einem höheren Niveau ein Ausbau möglich** wird. Zu vermeiden sind vordergründige didaktische Lösungen, die später ein Umdenken erforderlich machen.“

(formuliert nach E.Wittmann, Grundfragen des Mathematikunterrichts)





1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik

„Lernen und damit auch Unterricht sollte so angelegt werden, dass sich

das Wissen aus einfachsten Regeln und Mustern entwickelt, die weiter gelten.

Diese Muster sollten dem Lernenden bewusst gemacht werden, damit sie für weiteres Lernen wirksam werden.“

Didaktisches Permanenzprinzip



Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept





1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik



Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept

„Die für den modernen Mathematikunterricht geforderte Kultur des Beobachtens, Entdeckens, Problemlösens und Beschreiben klappt umso besser, je mehr sich der Lernende **an immer wieder kehrenden einfachen Regeln und Mustern orientieren kann**, die auch bestehen bleiben und immer wieder verwendet werden können (Denkökonomie).“





1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik



**Muster und Strukturen als
fachliches Grundkonzept**

„Insofern besteht ein äußerst

enger Zusammenhang zwischen der Entwicklung
inhaltsbezogener und allgemein mathematischer
Kompetenzen.“





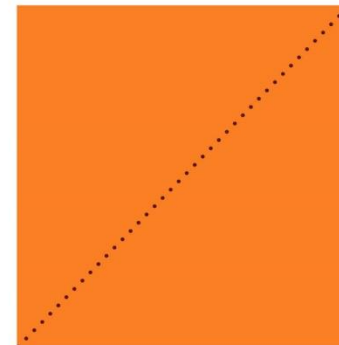
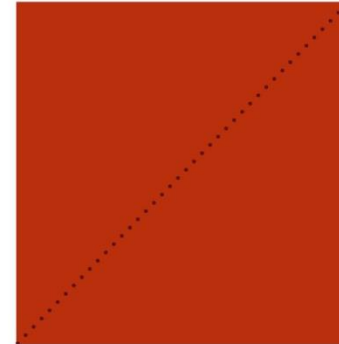
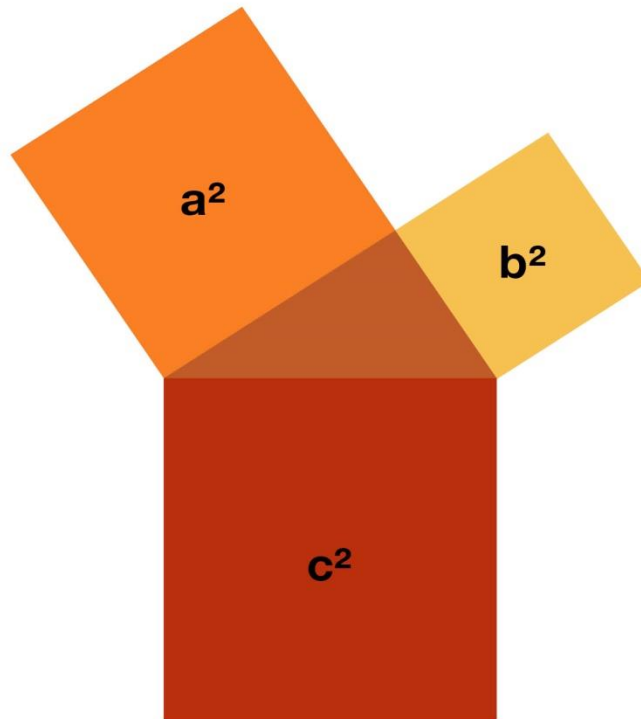
Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. **Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras**
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen





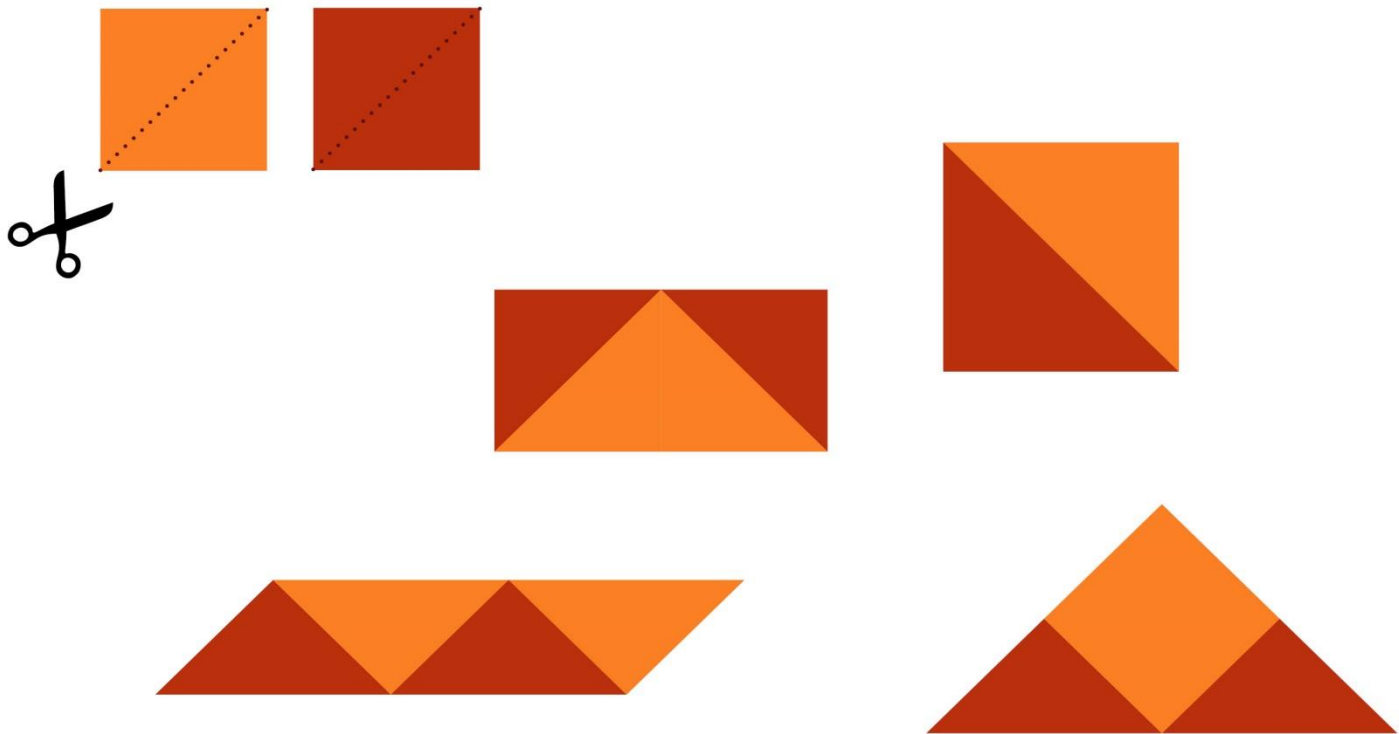
2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras





2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

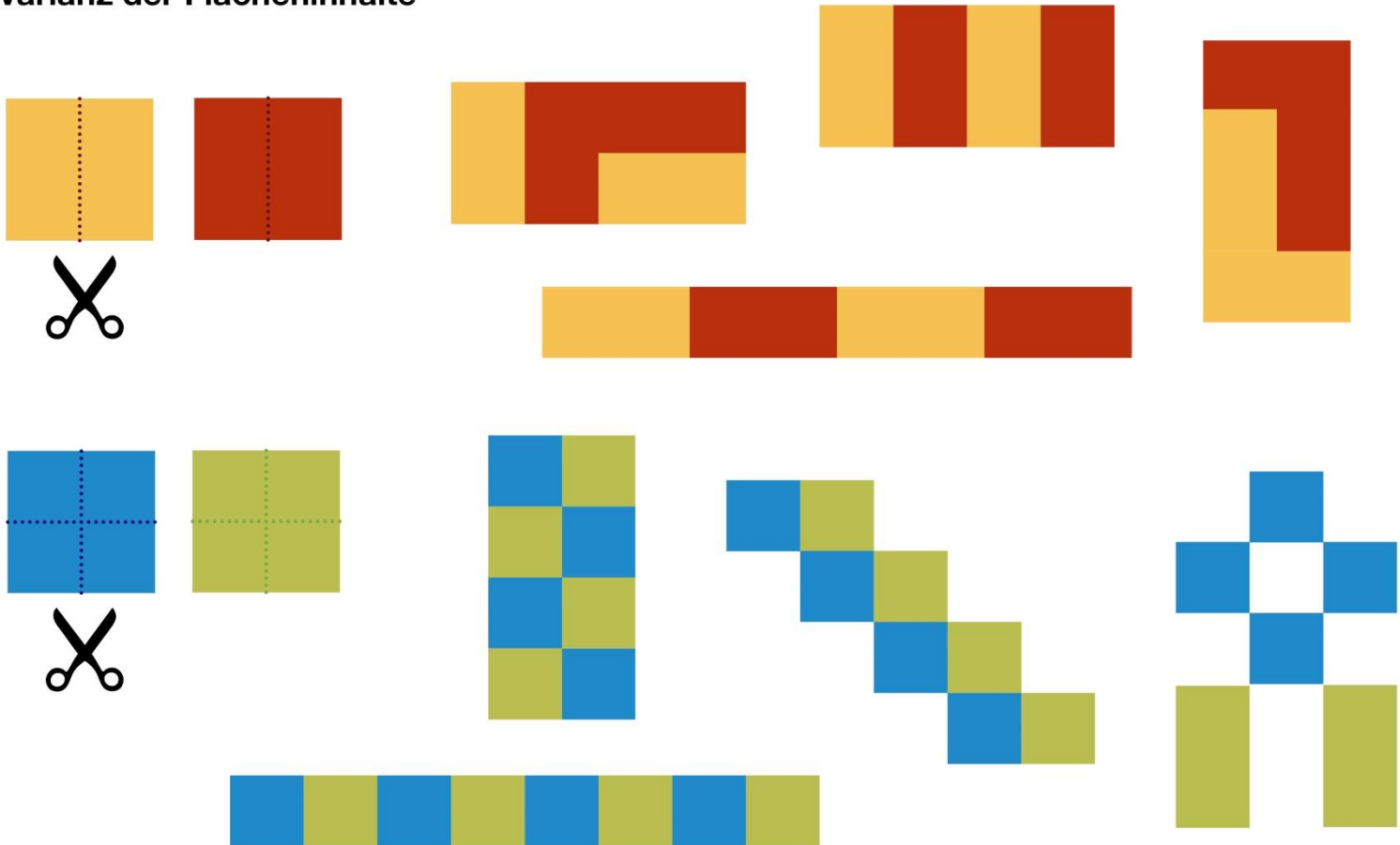
Operation Zerlegen und (Neu-) Zusammensetzen





2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

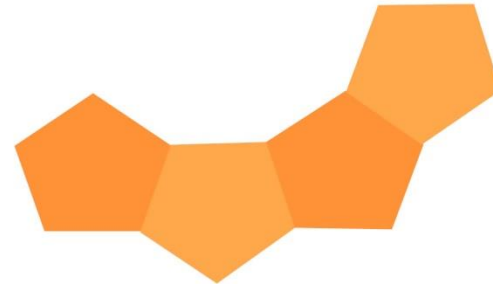
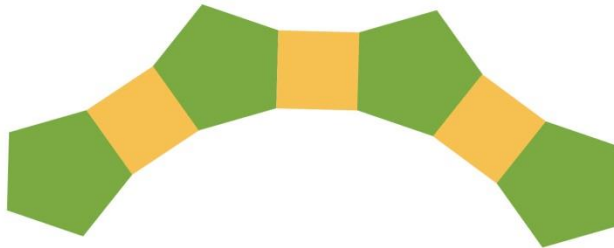
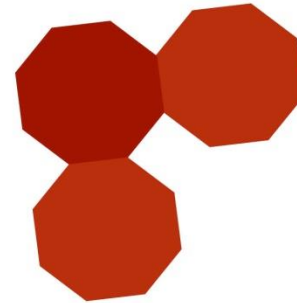
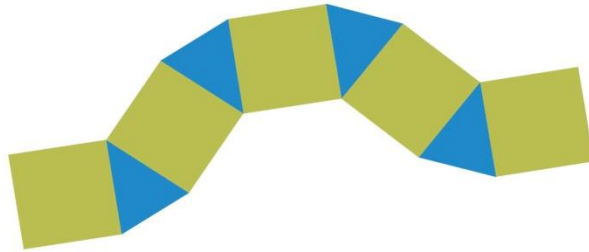
Invarianz der Flächeninhalte





2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

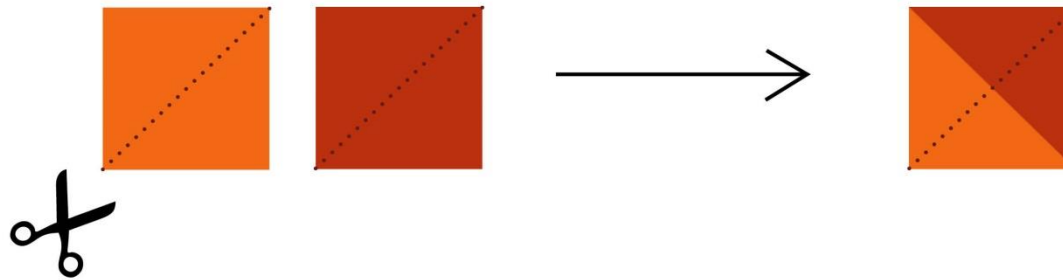
Passung / Winkelsumme



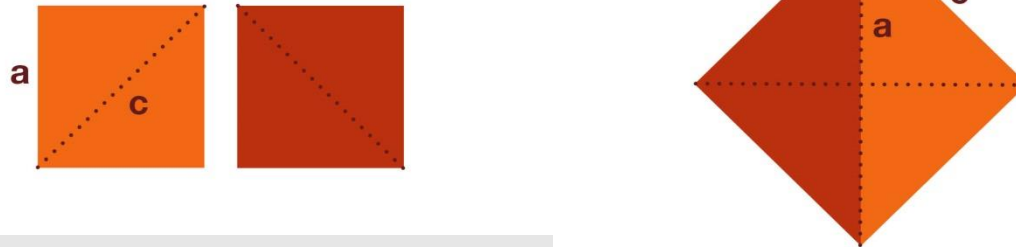


2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

falten, schneiden, legen



Wie lang ist die Diagonale im Quadrat?



Spezialfall des Satz von Pythagoras

$$c^2 = 2a^2$$

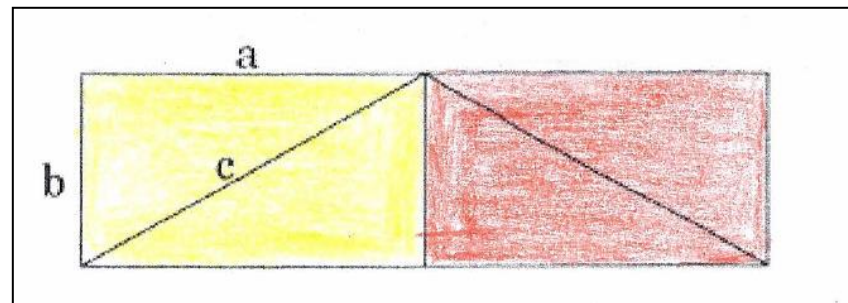
$$c = \sqrt{2a^2}$$





2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

Forscherfrage
Wie lang ist die Diagonale im Rechteck?



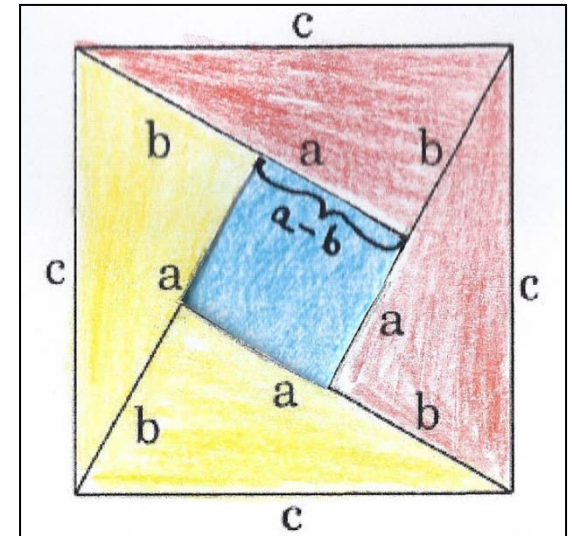
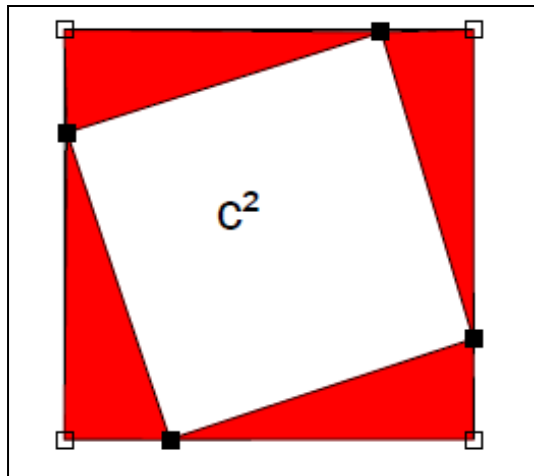
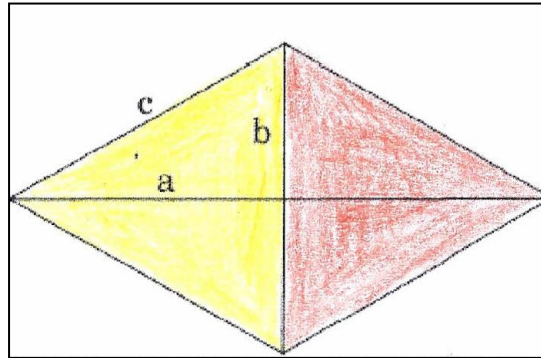
Lässt sich ebenfalls aus den vier Teilen ein Quadrat legen?





2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

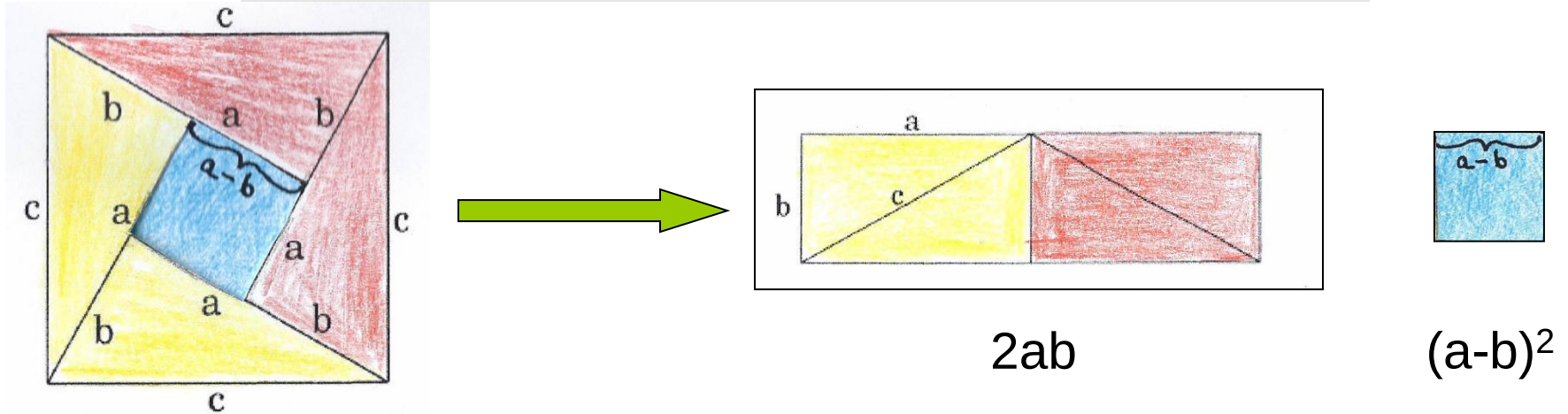
Lässt sich ebenfalls aus den vier Teilen
ein Quadrat legen?





2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

Lässt sich ebenfalls aus den vier Teilen
ein Quadrat legen?



$$\begin{aligned}c^2 &= 2ab + (a-b)^2 \\&= 2ab + a^2 - 2ab + b^2 \\&= a^2 + b^2 \\c &= \sqrt{a^2 + b^2}\end{aligned}$$





Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Aufgaben und Ziele

**Mathematiklernen durchgängig als konstruktiver,
entdeckender Prozess**

**...in komplexen Problemkontexten entdeckendes und
nacherfindendes Lernen ermöglichen**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Aufgaben und Ziele

**Muster und Strukturen (...) zur Verdeutlichung
zentraler mathematischer Grundideen**

**an zentralen mathematischen Leitideen (...) orientieren
(...) und sich auf Wesentliches zu konzentrieren**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Aufgaben und Ziele

Prozessbezogene Kompetenzen werden in der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.

Prozessbezogene Kompetenzen, (...) werden immer nur bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Prozessbezogene Kompetenzen

Lehrplan GS

	Problemlösen / kreativ sein
	Modellieren
	Argumentieren
	Darstellen / Kommunizieren

Kernlehrpläne SI

	Argumentieren/ Kommunizieren
	Problemlösen
	Modellieren
	Werkzeuge





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Problemlösen

**„relevante Informationen entnehmen“ und
„in eigenen Worten“ wiedergeben**

**„in eigenen Worten“ wiedergeben und
„relevante Größen“ entnehmen**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Problemlösen

„...probieren zunehmend systematisch und zielorientiert“ unter Auswahl „geeigneter mathematischer Regeln, Algorithmen und Werkzeuge“

**„Problemlösestrategien
,Beispiel finden‘, ,Überprüfen durch Probieren‘ “
unter Nutzung
„elementare mathematische Regeln und Verfahren“
anwenden**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Problemlösen

**„Ergebnisse auf ihre Angemessenheit“
überprüfen und verschiedene Lösungswege
„vergleichen und bewerten“**

**„Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche
Problemstellung“ deuten und Lösungswege
„vergleichen und bewerten“**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Lehrplan GS

1+2	Zahlen und Operationen
	Raum und Form
	Größen und Messen
	Daten, Häufigkeiten Wahrscheinlichkeiten

Kernlehrpläne SI

	Arithmetik/ Algebra
	Funktionen
	Geometrie
	Stochastik





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Zahlen und Operationen

Arithmetik / Algebra (Ende Jg. 6/8)

Zahldarstellung strukturiert:
„Prinzip der Bündelung, Stellenwertschreibweise“;
„Ordnen und Vergleichen von Zahlen“

Zahldarstellung:
„Zahlengerade, Zifferndarstellung, Stellenwerte,
Wortform“;
Zahlen **„ordnen und vergleichen“**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Zahlen und Operationen

Arithmetik / Algebra (Ende Jg. 6/8)

**„mit Material, bildlich, symbolisch und sprachlich
hin und her“**

**„handelnd, zeichnerisch (...), durch Zahlensymbole
und als Punkte auf der Zahlengerade“**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Zahlen und Operationen

Arithmetik / Algebra (Ende Jg. 6/8)

„... nutzen Zahlbeziehungen und Rechengesetze“

**„untersuchen Muster und Beziehungen
bei Zahlen und Figuren“**





3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Fazit

Der Lehrplan Mathematik für die Grundschule und die Kernlehrpläne für die Sekundarstufe I legen die Grundlage für eine kontinuierliche Arbeit über die einzelne Schulformen hinaus.

Dies zeigt sich besonders in ...

- **den Grundsätzen der Unterrichtsgestaltung**
- **der Orientierung an zentralen Leitideen**
- **der Verzahnung von Inhalten und Prozessen**
- **der Orientierung an Kompetenzen**
- **den aufgeführten Bereichen und Schwerpunkten**





Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen





4. Additionen mit Reihenfolgenzahlen

Summen aufeinander folgender natürlicher Zahlen



$$3+4+5+6=\underline{18}$$

$$4+5+6+7=\underline{22}$$

$$5+6+7+8=\underline{26}$$

$$6+7+8+9=\underline{30}$$

$$7+8+9+10=\underline{34}$$

$$11+12=\underline{23}$$

$$11+12+13=\underline{36}$$

$$11+12+13+14=\underline{50}$$

$$11+12+13+14+15=\underline{65}$$

$$11+12+13+14+15+16=\underline{81}$$





4. Additionen mit Reihenfolgenzahlen

Aktivität:

Finden Sie möglichst alle Additionsaufgaben mit Reihenfolgezahlen, deren Ergebnis kleiner oder gleich 25 ist.

- Wie sind Sie vorgegangen?
- Welche Auffälligkeiten, Muster oder Strukturen haben Sie entdeckt?
- Woran machen Sie fest, ob Sie alle Aufgaben gefunden haben?
- Markieren Sie Ihre Entdeckungen mit farbigen Stiften, Pfeilen, ...
- Sie können bei der Bearbeitung die Tippkarten benutzen.





4. Additionen mit Reihenfolgenzahlen

Durchführung einer Mathekonzferenz

Arbeiten Sie bitte zunächst allein und beachten Sie die Hinweise auf dem Plakat zu den Mathekonzferenzen!

Melden sie sich zu einer Mathekonzferenz an und führen Sie sie mit maximal 4 Teilnehmerinnen / Teilnehmern durch.

Führen Sie bitte ein Ergebnisprotokoll.

Bereiten Sie eine Vorstellung im Plenum vor.





4. Additionen mit Reihenfolgezahlen

Alle möglichen Summen:

	2 Summanden	3 Summanden	4 Summanden	5 Summanden	6 Summanden
1					
2					
3	1+2				
4					
5	2+3				
6		1+2+3			
7	3+4				
8					
9	4+5	2+3+4			
10			1+2+3+4		
11	5+6				
12		3+4+5			
13	6+7				
14			2+3+4+5		
15	7+8	4+5+6		1+2+3+4+5	
16					
17	8+9	5+6+7	3+4+5+6		
18					
19	9+10				
20				2+3+4+5+6	
21	10+11	6+7+8			1+2+3+4+5+6
22			4+5+6+7		
23	11+12				
24		7+8+9			
25	12+13			3+4+5+6+7	

↑
 2^n

3 •

2 •

5 •

3 •





Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

Aktivität:

- Überlegen Sie bitte (zu zweit oder in Ihrer Konferenzgruppe), welche Aufgabenstellungen sich aus dem Problemkontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“ für die Klassen 1-6 ableiten lassen.
- Halten Sie bitte Ihre Vorschläge auf freien Blättern fest (ein Vorschlag pro Blatt) .
- Bereiten Sie eine Vorstellung der Vorschläge vor.





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

1./2. Schuljahr – Zweiersummen

1)

a) Schreibe die Plusaufgabe



$$1 + 2$$



$$2 + 3$$



$$3 + 4$$



$$4 + 5$$

b) Wie geht es weiter?

Male noch 2 Punktbilder und schreibe die passende Plusaufgabe.



$$4 + 5$$



$$5 + 6$$



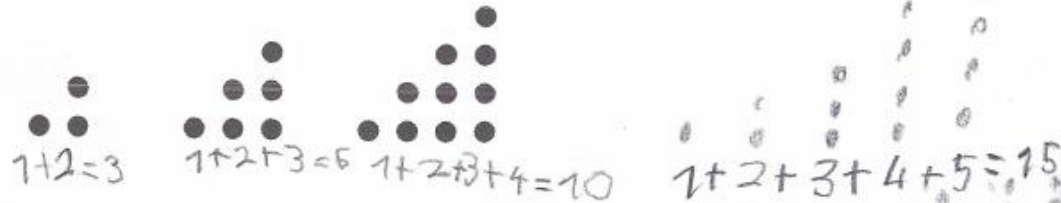


6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

1./2. Schuljahr – „Verlängern“

5)

a) Setze fort und male die nächsten 2 Punktbilder!



b) Rechne die Plusaufgaben zu den Punktbildern aus.

$$1 + 2 = \underline{3}$$

$$1 + 2 + 3 = \underline{6}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = \underline{10}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \underline{15}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \underline{21}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \underline{21}$$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

1./2. Schuljahr

6)

a) Setze das Päckchen fort. Wie weit kannst du schon rechnen?

$$3 + 4 = \underline{7}$$

$$3 + 4 + 5 = \underline{12}$$

$$3 + 4 + 5 + 6 = 18$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54$$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

1./2. Schuljahr – Dreiersummen – Mittelzahl

Rechne die Aufgaben aus und vergleiche.

Beschreibe: Was fällt dir auf?

$$1 + 2 + 3 = \underline{\quad}$$

$$2 + 3 + 4 = \underline{\quad}$$

$$3 + 4 + 5 = \underline{\quad}$$

$$4 + 5 + 6 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 3 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 4 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

- Kannst du das erklären?

Das ergebnis wird immer um
3 erhöht und die aufgabe erhöht
sich immer um 1

Das ist so weil die 1. zahl + 1
die mittlere zahl + 1 und die
3. zahl + 1.

Das ist die 3. reihe von 6 - 15





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

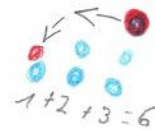
1./2. Schuljahr – Dreiersummen – Mittelzahl



$$2+3+4=9$$



$$3+3=9$$



Mann muss von der höchsten Zahl
1 wech nemen und in auf den tiefste
Zahl duhen.

Die Mittelzahl ist immer in der mitte
der mal.aufgabe.

Was wenn mann die oberezahl von der 3. zahl
nimmt und die auf die 1. Zahl schient

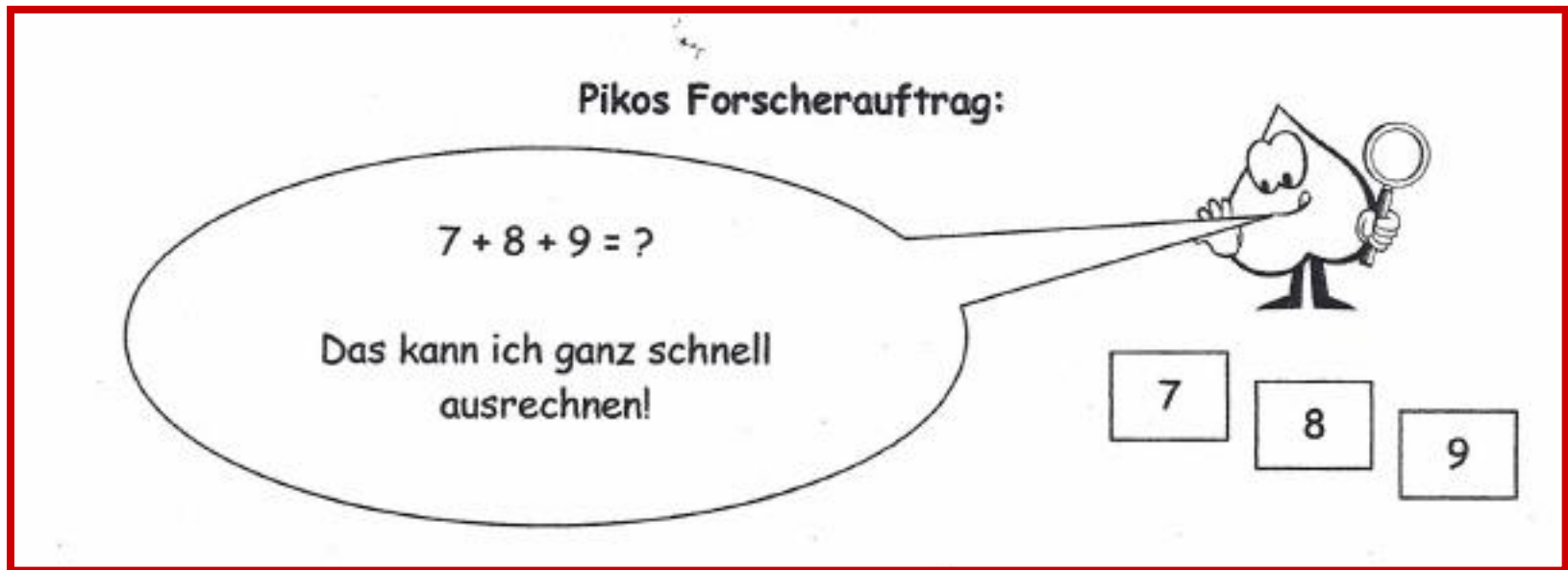
$$1+2+3=6 \quad 2+2+2=6$$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

Diese aufgabe kann * $\begin{array}{c} 1 \\ \text{---} \\ 1+2+3 \\ 2+2+2=6 \end{array}$

* ich ganz schnell rechnen
weil ich für für der 3 einen
1er zu der 1 das sind dann
 $2+2+2=6$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

Die Mittel Zahl hat
einen Trick sie ist
nicht ungeordnete Zahl
sondern die Trick Zahl





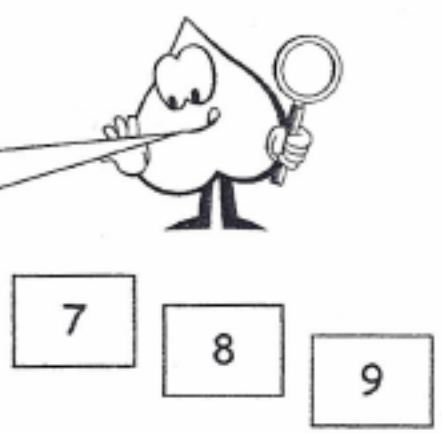
6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

Anna .

Pikos Forscherauftrag:

Wenn man 3 aufeinander folgende Zahlen addiert, kann man das Ergebnis immer durch 3 teilen!



7 8 9





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

$$\begin{array}{l} 1+2+3=6 \\ 2+3+4=9 \\ 3+4+5=12 \\ 4+5+6=15 \\ 5+6+7=18 \\ 6+7+8=21 \\ 7+8+9=24 \end{array}$$

Piko hat recht, weil die
Ergebnisse der 3er Reihe sind.





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

$$7+8+9=24$$

$$17+18+19=54$$

$$27+28+29=84$$

$$37+38+39=114$$

$$47+48+49=144$$

Wenn man von der 9 die 1 heraus
nimmt dann muss man praktisch
 $8+8+8$ rechnen.





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen: Protokoll einer Mathekonferenz

Protokoll der Mathe-Konferenz

😊
😊 😊

Namen der Konferenz-Teilnehmer: Elysa
Jonas N. Datum: 18.4.2011

 Matteo
Fabian

Unser Thema: ob es ein kurzes Träg. gibt.

Unsere Ergebnisse:
 $7+8+9=24; 3 \cdot 8, 8+9+10=27; 3 \cdot 9, 9+10+11=30; 3 \cdot 10$

Antwort: Das Ergebnis wird immer +3
gerechnet. Die Zahl in der Mitte wird mal
3 gerechnet. Korrekt!!!





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Transfer: Fünfer-/Siebenersummen

Trick

bei ungeraden Summen
muss man die mittlere Zahl mit der
Anzahl der aufeinander folgenden
Zahlen mal nehmen.

$$1+2+3+4+5+6+7=28$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$$

$$5 \cdot 9 = 45$$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Ergebnis der Additionen kleiner oder gleich 25

Protokoll der Mathe-Konferenz

😊
😊 😊 Marlon

Namen der Konferenz-Teilnehmer: Delia Datum: 5.5.11
Linda
Haluk

 Unser Thema: Reihnfolge zahlen bis 25.

Unsere Ergebnisse:
Wenn es zwei Reihnfolge zahlen sind dann
wird dass Ergebniss immer Plus 2 bei 3
Reihnfolge zahlen werden es immer +3 bei 4+4,
bei 5+5, bei 6+6 Es geht bis 8 zusammen
bei 0 geht es auch 7.





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

5./6. Schuljahr – Fünfersummen

1. $1+2+3+4+5=15$

$2+3+4+5+6=20$

$3+4+5+6+7=25$

$4+5+6+7+8=30$

$5+6+7+8+9=35$

$6+7+8+9+10=40$

$7+8+9+10+11=45$

$8+9+10+11+12=50$

$9+10+11+12+13=55$

$10+11+12+13+14=60$

$11+12+13+14+15=65$

2. Das Ergebnis wird immer
um 5 höher

3. Ja, der Trick geht so:
5 · den mittleren Summand

5. 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90,
95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160,
165, 170, 175, 180, 185, 190

alle diese Zahlen sind aus der fünfer Reihe





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

5./6. Schuljahr – Kann man die 45 auch auf zwei verschiedene Arten darstellen?

Ja weil $45 = 5 \cdot 9$

mittlere Zahl 5

$$1 + 2 + 3 + 4 + \underline{5} + 6 + 7 + 8 + 9$$

mittlere Zahl 9

$$+ 7 + 8 + \underline{9} + 10 + 11 + \cancel{12}$$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

5./6. Schuljahr – Ergebnis der Additionen kleiner oder gleich 25

$1+2=3$ $1+2+3=6$ $1+2+3+4=10$ $1+2+3+4+5=15$ $1+2+3+4+5+6=21$	$2+3=5$ $2+3+4=9$ $2+3+4+5=14$ $2+3+4+5+6=20$	$3+4=7$ $3+4+5=12$ $3+4+5+6=18$ $3+4+5+6+7=25$	
$4+5=9$ $4+5+6=15$ $4+5+6+7=22$	$5+6=11$ $5+6+7=18$	$6+7=13$ $6+7+8=21$	$7+8=15$ $7+8+9=24$
$8+9=17$	$9+10=19$	$10+11=21$	

Protokoll der Mathe-Konferenz

😊
😊😊

Namen der Konferenz-Teilnehmer: Lena S. Datum: 11.5.2004
Saskia O.
Nicklas L.

Unser Thema: Rechenwege

Unsere Ergebnisse:
Wir finden Saskias Rechenart und
Rechenwege am besten weil sie
sehr übersichtlich ist.



6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

7./8. Schuljahr – Dreiersummen

Nicole: Mit den Rechnungen ist nicht bewiesen, dass alle Summen von drei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen durch drei teilbar sind. Hier eine richtige Lösung: Man erhält die Summe auch, wenn man den mittleren Summanden mit 3 multipliziert, also sind die Summen immer ein Vielfaches von 3.

Die Zahlen rechts und links sind immer die Zahl in der Mitte + 1 bzw. - 1. Daraus kann man sagen, dass die Summe immer 3 · die Zahl in der Mitte ist.

$$(n-1) + n + (n+1) = 3n$$





6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

9. Schuljahr – Welche natürlichen Zahlen lassen sich als Summe von aufeinander folgenden Zahlen darstellen?

Theorie ins Wasser gefallen... (17+8+9)
 Als ich bemerkte, dass es ja auch Zahlenreihenfolgen mit nur 2 Summanden gibt, hätte ich die Vorderseite beinahe durchgestrichen. Da sich somit alle ungeraden Zahlen in eine solche 2-er-Reihe zerlegen lassen (bsp: $19 \cdot 2 = 9 \cdot 5 \rightarrow 19 = 9 + 10$
 allgem: ungerade $z \cdot 2 = \dots, 5 \rightarrow \text{auf-1-fabrunden}$)
 und auch einige geraden, muss ich von Neuem beginnen.

Schülerdokumente aus:

Schelldorfer, R.: Summendarstellungen von Zahlen,
 in: PM Heft 17, 2007, S. 26

Nennen wir nochmals die Teilbarkeit:

$$12 = 3 + 4 + 5$$

Jetzt teile ich 12 durch ihren ungeraden Faktor (also 3, das ergibt die Zahl der Summanden) und das Ergebnis ($\cdot 4$) ist dann der mittlere Wert der 3 Zahlen:
 $\rightarrow \dots + 4 \dots$. Da es eine Reihenfolge sein muss, setze ich logischerweise für " $\dots$ " $3 \vee 5 \rightarrow 12 = 3 + 4 + 5$
 Das geht mit allen Zahlen, die einen ungeraden Faktor haben! (2 unger. Faktoren $\rightarrow$ 2 Lösungen) (z.B. 15)

AAA! (ich hatte schon ein Aha-Erlebnis!)

Nur es nur gerade Faktoren $\rightarrow$ keine Zahlenreihenfolge!

$4 \cdot 4 = 16$ geht nicht! $2 \cdot 4 = 8$ geht nicht!

⚠ $20 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ hat zwar die Teiler $2/10$, aber auch $4 \cdot 5 \rightarrow 5$ ungerade!

Das "Warum" ist jetzt einfach zu beantworten.

$$12 = 4 + 4 + 4 \quad (3 \cdot 4)$$

$\swarrow$ $\downarrow$ $\searrow$
 $-1, -2, -3, \dots$ Hilfe bleibt $+1, +2, +3, \dots$





Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. **Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele**
7. Schlussbemerkungen





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Entdeckerpäckchen

„Aus der Grundschule können wir lernen, wie Päckchenrechnen und intelligentes Mathematiktreiben mit einer zentralen didaktischen Idee verbunden werden können.“

Susanne Prediger, 2008
Muster in Päckchen.
In: Zeitschrift Mathematik 5-10





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Entdeckerpäckchen

1.-4. Schuljahr

Rechne aus. Setze fort.

$13 + 6 = \underline{\quad}$

$12 + 8 = \underline{\quad}$

$11 + 10 = \underline{\quad}$

$10 + 12 = \underline{\quad}$

Beschreibe: Was fällt dir auf?

*Begründe: Warum ist das so?



Welche Aufgaben musst du einsetzen,
damit aus den Päckchen Entdecker-Päckchen werden?

$12 + 53 = \underline{\quad}$

$11 + 54 = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$9 + 56 = \underline{\quad}$

$27 + 45 = \underline{\quad}$

$30 + 43 = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$36 + 39 = \underline{\quad}$

$35 + 61 = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$39 + 57 = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$160:8=\underline{\quad}$

$152:8=\underline{\quad}$

$144:8=\underline{\quad}$

$136:8=\underline{\quad}$

$128:8=\underline{\quad}$

$1089 \cdot 55 = \underline{\quad}$

$1089 \cdot 64 = \underline{\quad}$

$1089 \cdot 73 = \underline{\quad}$

$1089 \cdot 82 = \underline{\quad}$

$1089 \cdot 91 = \underline{\quad}$





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Entdeckerpäckchen

Beispiel Addieren von Dezimalzahlen (6.Klasse)

$$10,2 + 7,6 = 17,8$$

$$9,3 + 7,5 = 16,8$$

$$8,4 + 7,4 = 15,8$$

$$7,5 + 7,3 = 14,8$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

Was fällt Dir auf? Wie geht das Päckchen weiter? Warum?

Beispiel Rechnen mit negativen Zahlen (Klasse 7)

$$19 - 3 = 16$$

$$16 - 2 = 14$$

$$13 - 1 = 12$$

$$10 - 0 = 10$$

$$7 - (-1) = 8$$

$$4 - (-2) = 6$$

$$3 \cdot (-5) = -15$$

$$2 \cdot (-5) = -10$$

$$1 \cdot (-5) = -5$$

$$0 \cdot (-5) = 0$$

$$(-1) \cdot (-5) = 5$$

$$(-2) \cdot (-5) = 10$$

Setze die Päckchen mindestens 3 Aufgaben weiter fort.

Beispiele aus:

Susanne Prediger, 2008: Muster in Päckchen.

In: Zeitschrift Mathematik 5-10





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Entdeckerpäckchen

Verschiedene Arbeitsaufträge

$$10,2 + 7,6 = 17,8$$

$$9,3 + 7,5 = 16,8$$

$$8,4 + 7,4 = 15,8$$

$$7,5 + 7,3 =$$

Was fällt dir auf?

Die erste Einerzahl wird immer eins weniger, die Zahl nach dem Komma eins mehr, und bei der zweiten Zahl wird die Zahl hinter dem Komma eins weniger. Im Ergebnis wird die Einerzahl eins mehr.

Setze das Päckchen mit mindestens 3 Aufgaben fort.

$$\begin{array}{r} 7,5 \\ + 7,6 \\ \hline 15,1 \end{array}$$

Wie lautet die 10. Aufgabe?

$$1,2 + 6,6 = 7,8$$

Erfinde selbst ein Muster.

$$3,5 + 5,5 = 9,0$$

$$3,6 + 5,6 = 9,2$$

$$3,7 + 5,7 = 9,4$$

$$3,8 + 5,8 = 9,6$$

$$3,9 + 5,9 =$$

Wende das Muster auf eine andere Aufgabe an.

$$20 + 5,3 = 25,3$$

$$19,1 + 5,2 = 24,3$$

$$18,2 + 5,1 = 23,3$$

$$17,3 + 5,0 = 22,3$$

Begründe das Muster.

Erst wird es immer 0,9 weniger, dann 0,1 weniger, das macht zusammen immer eins weniger.

Hier stimmt etwas nicht.
Repariere das Muster.

$$10,2 + 7,6 = 17,8$$

$$7,5 + 7,3 = 14,8$$

$$6,6 + 7,2 = 13,8$$

$$5,7 + 7,1 = 12,8$$





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Magische Quadrate

1./2. Schuljahr – Magische Quadrate mit 3x3 Zahlen

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Trage die fehlenden Zahlen ein

2		
	5	1
	3	

4	3	8
2		6

		4
1		9





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Magische Quadrate

1./2. Schuljahr – Magische Quadrate mit 3x3 Zahlen

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Untersuchung von Veränderungen der Zahlen in den magischen Quadraten

+ 1

5	10	3
4	6	8
9	2	7

-1

3	8	1
2	4	6
7	0	5

addieren

8	18	4
6	10	14
16	2	12





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Magische Quadrate

3./4. Schuljahr – Magische Quadrate mit 4x4 Zahlen: Das Dürerquadrat

Finden und Berechnen von
„magischen Summen“

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Berechne die Summen der Felder in
den gleichen Farben.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Färbe immer 4 Felder mit
der Summe 34 in der
gleichen Farbe. Schreibe
die Aufgaben auf.





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Magische Quadrate

4.-6. Schuljahr – Magische Quadrate mit 5x5 Zahlen

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Untersuche weitere Zusammenhänge:

- Dividiere die magische Summe durch 5 und vergleiche mit der Zahl im Zentrum des Quadrates. Erkläre das Ergebnis.
- Erfinde ein Quadrat mit der magischen Summe 80 (300) oder einer von dir bestimmten magischen Summe.
- Welche magische Summe ergibt sich mit den Zahlen 3, 7, 11, 15, ... 99?
- Stimmt es, dass die Summe aller 25 Zahlen 25mal so groß ist wie die Zahl im Zentrum?

Hirt/Wälti: Lernumgebungen im
Mathematikunterricht, Seelze 2008, S.107





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Magische Quadrate

7./8. Schuljahr

Wie kann man aus einem Zahlenquadrat ein neues Zahlenquadrat konstruieren?

Addiere zu jeder Zahl des folgenden Zahlenquadrats

a) die Zahl 1, b) die Zahl 2, c) die Zahl 3.

Ergibt sich jeweils ein neues Zahlenquadrat?

Wenn ja, um wie viel nimmt die ursprüngliche Summe jeweils zu?

3	1	5
5	3	1
1	5	3

Vermutung:

Addiert man zu jeder Zahl eines gegebenen Zahlenquadrats dieselbe natürliche Zahl k , erhält man ein neues Zahlenquadrat, dessen Summe um $3k$ größer ist als die Summe des ursprünglichen Quadrats.





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Magische Quadrate

7./8. Schuljahr

Wie kann man aus einem Zahlenquadrat ein neues Zahlenquadrat konstruieren?

Um diese Vermutung zu beweisen, führen wir für jedes Feld eine Variable ein.

Ursprüngliches Quadrat:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Neues Quadrat:

a+k	b+k	c+k
d+k	e+k	f+k
g+k	h+k	i+k

Wir bezeichnen die Summe des ursprünglichen Quadrats mit S . Die Summe der ersten Zeile des neuen Quadrats beträgt

$$\begin{aligned} S' &= (a + k) + (b + k) + (c + k) \\ &= a + b + c + k + k + k \\ &= S + 3k \end{aligned}$$

Auf dieselbe Weise kannst du zeigen, dass auch alle anderen Zeilensummen sowie die Spalten- und Diagonalsummen des neuen Quadrats gleich $S + 3k$ sind. Man erhält also wieder ein Zahlenquadrat mit der neuen Summe $S' = S + 3k$.

Günther Malle: Mathe-Welt. In: Mathematik lehren/Heft 110, S. 13





6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Reisen mit dem Zug

**„Um die Kinder im Modellieren
und Konkretisieren zu üben (...)
bedarf es auch hier eines
langfristigen kumulativen
Aufbaus der entsprechenden
Kompetenzen.“**

Sybille Schütte: Qualität im Mathematikunterricht
der Grundschule sichern, München 2008, S. 153





Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen
Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit
Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für
unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. **Schlussbemerkungen**





7. Schlussbemerkungen

Lernbedingungen für einen langfristigen Kompetenzaufbau

„Erfahrungen erfolgreicher Lehrkräfte und ihrer Schüler
und die Ergebnisse verschiedener Studien
(Helmke/Hosenfeld/Leuders/Gudjons)
stützen folgende Merkmale eines effektiven Unterrichts (...),
die insbesondere auch einem
langfristigen Kompetenzaufbau
dienlich sind:





7. Schlussbemerkungen

Lernbedingungen für einen langfristigen Kompetenzaufbau

Zieltransparenz für die
Lernenden mit klaren
Informationen über
Leistungserwartungen

Klare
Strukturierung des
Unterrichts

Schaffen von
Lerngelegenheiten für
Selbsteinschätzungen (...) für das individuelle und zunehmend eigenverantwortliche Schließen von Lücken (...)

Effektiver Umgang
mit der Lernzeit mit
einem
professionellen
Klassenraummanage-
-ment





7. Schlussbemerkungen

Lernbedingungen für einen langfristigen Kompetenzaufbau

Kognitive Aktivierung im Unterricht mit Wechsel der Sozial- und Arbeitsformen

Lernumgebungen (...) sollten eine langfristige Arbeitsplanung unterstützen, die den roten Faden durch das neue Gebiet sichert.

Ein positives Unterrichtsklima mit einer lernförderlichen Arbeitsatmosphäre sowohl für Lernschwache als auch für Leistungsstarke und einer entsprechenden Gesprächs- und Feedbackkultur.





Haus 2: Modul 2.1

Fortbildungsmaterial

- Präsentation
- Moderationspfad
- Sachinfos (1. Reihenfolgezahlen / 2. Kontinuität)
- Teilnehmermaterial

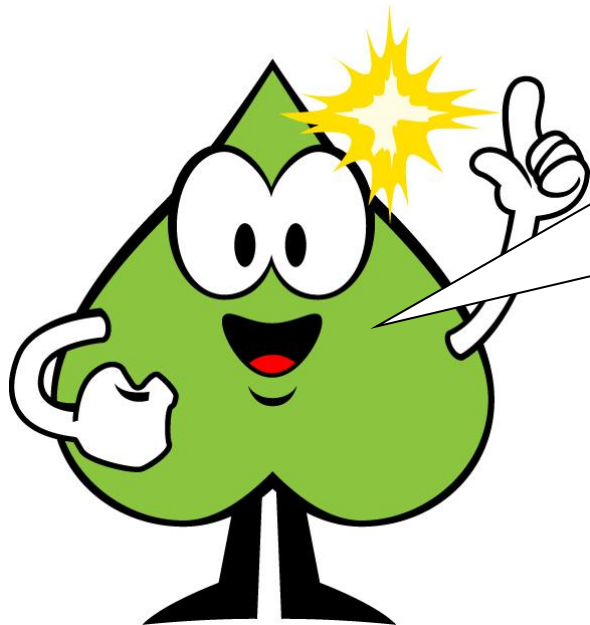
Unterrichtsmaterial

- Schülermaterial zu Reihenfolgezahlen für unterschiedliche Schuljahre
- Hinweise zur Unterrichtsdurchführung

Informationsmaterial

- Links: RFZ im Gymnasium, Zahlenmauern in der Sekundarstufe, Entdeckerpäckchen in der Sekundarstufe
- Literaturhinweise





Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!

