



## 2. Einheit: „Wir erklären mit Forschermitteln, warum diese Päckchen Entdecker-Päckchen heißen!“ –

### Nonverbale Darstellungsmittel als Instrument und Dokument des Lösungsprozesses

Die Kinder bearbeiten einige „Entdecker-Päckchen“ und lernen sog. „Forschermittel“ kennen und nutzen, um eine Begründung für den Namen dieser Päckchen zu entwickeln.

Die Lehrperson kann hier die in der Eingangsstandortbestimmung festgestellten Ideen der Kinder aufgreifen und/oder den Kindern die sog. „Forschermittel“ vorstellen, also das Markieren von Auffälligkeiten durch verschiedene Farben und/oder Pfeile sowie das Begründen erkannter Zusammenhänge durch das kindgerechte „Beweisen“ mit Hilfe von Plättchen anregen.

#### ZIELE

Durch Markieren vom Rechnen zum Entdecken und Beschreiben: Erkennen, Beschreiben und Begründen der zugrunde liegenden Struktur (Fortsetzbarkeit des Musters) unter besonderer Berücksichtigung nonverbaler Darstellungsmittel als Instrument (Markieren, um zu entdecken) und Dokument (Markieren, um Anderen erklären zu können) des Lösungsprozesses.

Die Kinder sollten am Ende der Einheit reflektieren, dass Entdecker-Päckchen immer ein Muster aufweisen, das sich fortsetzen lassen kann. Dazu sollen sie Forschermittel (Farben, Pfeile, Plättchen) kennen und nutzen lernen.

#### ZEIT

2 – 4 Schulstunden (abhängig von den erhobenen Vorkenntnissen der Kinder; vgl. Erläuterungen zu möglichen Fördergruppen in der Unterrichtsplanung (Langfassung) zur 1. Einheit).

#### DARUM GEHT ES

##### AB 1 „Entdecker-Päckchen 2“

*Anmerkung:* Um Entdeckungen zu erleichtern und entdeckte Muster mit Plättchen leicht veranschaulichen zu können, wurde bewusst der Zahlenraum bis 20 gewählt.



#### Schuljahr 2, 3

(mit variiertem Zahlenmaterial ist auch ein Einsatz in Klasse 1 und 4 möglich)

#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt Zahlenrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren

#### Kinder sprechen über...

... Zahlbeziehungen und  
Zahlenfolgen

... „Forschermittel“

#### Material

Schüler

\* Deckblatt „Forscherheft“



### Aufgabe 1

Konstanz der Summe (gleiches Ergebnis aufgrund der gegensinnigen Veränderung beider Summanden um 1).

Die Kinder sollen a) das Päckchen berechnen und b) beschreiben (mit Worten, Farben oder Zeichnungen (Pfeilen; vgl. auch Tipp 1 und 2)), was ihnen auffällt.

*\*Weiterführende Anforderung:* Die Kinder sollen c) versuchen, aufzuschreiben oder/und aufzumalen (ggf. unter Nutzung von Wendeplättchen), welche Begründung es für diese Auffälligkeit gibt (vgl. Tipp 3).

### Aufgabe 2

Wie bei Aufgabe 1. Es wurde bewusst zweimal die gleiche Entdeckung hintereinander gestellt, um in der Reflexionsphase zwei Beispiele für das Beweisen der Konstanz der Summe zur Verfügung zu haben (s.u.: „So kann es gehen – Schlussphase/Reflexion“).

### Aufgabe 3

Der erste Summand erhöht sich um 1, der zweite Summand bleibt gleich, also erhöht sich auch die Summe um 1.

*Grundanforderung:* Die Kinder sollen a) das Päckchen berechnen, b) fortsetzen und beschreiben (mit Worten, Farben oder Zeichnungen (Pfeilen)), was ihnen auffällt.

*\*Weiterführende Anforderung:* Die Kinder sollen c) versuchen aufzuschreiben, welche Begründung es für diese Auffälligkeit gibt.

### AB „Forscherbericht“

Die Kinder sollen dazu angeregt werden, anhand der konkreten Beispiele oder bereits verallgemeinernd darüber nachzudenken, warum diese Päckchen „Entdecker-Päckchen“ heißen. Hierzu können sie Wörter bzw. Sätze formulieren oder/und Zeichnungen anfertigen (dieses AB steht daher in einer Fassung mit und in einer Fassung ohne Lineatur zur Verfügung).

Ggf. können Sie den Kindern auf dem AB oder an der Tafel einen möglichen Satzanfang als Hilfe anbieten (z.B. „Diese Päckchen heißen Entdecker-Päckchen, weil...“).

### Weiterführende Anforderungen (AB 2 - 5)

AB 2 und 3 bieten zusätzliche Aufgaben, die sowohl höhere Rechenanforderungen an die Kinder stellen als auch zu analogen Eigenproduktionen auffordern. Letztere können die Kinder auch auf dem AB 5 erstellen. Besonders motivierend ist dies, wenn sie ihr selbst erstelltes Arbeitsblatt (bzw. die auf diesem formulierten Aufgaben) einem

- EP 2 AB1
- verschiedenfarbige Stifte
- Wendeplättchen
- \* Tippkarten 1 – 3
- \* EP 2 AB 2, 3, 4, 5, Rechenheft

### Lehrperson

- \* Reihenverlauf-Themenleine
- bunte Kreiden
- \* Material für Wortplakat „Unsere Forschermittel“ (großformatige Papierstreifen)
- \* großformatige Demonstrations-Wendeplättchen

AB 1

**Entdecker-Päckchen 2**

Rechne aus. Setze fort. $9 + 1 = \underline{\quad}$ $8 + 2 = \underline{\quad}$ $7 + 3 = \underline{\quad}$ $6 + 4 = \underline{\quad}$  $\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$	Beschreibe: Was fällt dir auf? *Begründe: Warum ist das so?
Rechne aus. Setze fort. $6 + 2 = \underline{\quad}$ $5 + 3 = \underline{\quad}$ $4 + 4 = \underline{\quad}$ $3 + 5 = \underline{\quad}$  $\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$	Beschreibe: Was fällt dir auf? *Begründe: Warum ist das so?
Rechne aus. Setze fort. $2 + 4 = \underline{\quad}$ $3 + 4 = \underline{\quad}$ $4 + 4 = \underline{\quad}$ $5 + 4 = \underline{\quad}$  $\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$	Beschreibe: Was fällt dir auf? *Begründe: Warum ist das so?

EP 2 AB 1



anderen Kind zur Lösung geben können (vgl. dazu auch die Unterrichtsplanung zur 4. Einheit).

Das AB 4 regt auf zusätzliche Weise dazu an, im Sinne des Forscherauftrags wahrzunehmen, dass sich Entdecker-Päckchen durch ein fortsetzbares Muster auszeichnen: Vier der sechs Päckchen enthalten jeweils einen Fehler im Muster, der von den Kindern „repariert“ werden sollte (vgl. Wittmann/Müller 2004: „Schöne Päckchen?“, in: Das Zahlenbuch 1, S. 50).

### SO KANN ES GEHEN

(vgl. Demonstrations-Video im Informations-Material)

#### Problemstellung/Leitfragen

##### Transparenz über die 2. Einheit

Den Kindern sollte wiederum zunächst *Prozestransparenz* gegeben werden, z.B. nach der Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine): „Wir wollen heute/in den nächsten Stunden genauer erforschen, warum diese Päckchen Entdecker-Päckchen heißen! Und dazu wollen wir Forschermittel benutzen!“

##### Problemstellung

Die Lehrperson präsentiert an der Tafel die drei Aufgabenserien des Arbeitsblattes (EP 2 AB 1) und gibt den Kindern die Gelegenheit, erste Entdeckungen und Vermutungen zu äußern, um ihnen anschließend das (analoge) Arbeitsblatt zu zeigen. Im Folgenden gibt sie *Zieltransparenz*, indem sie den „Forscherauftrag“ für diese Einheit erklärt, z.B. „Kannst du erklären, warum diese Päckchen Entdecker-Päckchen heißen? Zeichne oder schreibe deine Erklärung so auf, dass die anderen Kinder dich verstehen können!“ und zeigt den Forscherbericht (AB Forscherbericht). Ggf. weist sie hier auf die weiteren Arbeitsblätter (AB 2 – 5) hin.

In der Praxis hat es sich bewährt, den Beginn der Arbeitsphase flexibel zu gestalten: Kinder die bereits Ideen haben, können sich an ihren Arbeitsplatz begeben; Kinder, die noch keine Regelmäßigkeit erkennen (das können z.B. Kinder der Leistungsgruppe 1 sein; vgl. Unterrichtsplanung 1. Einheit - Langfassung) bzw. die noch Ideen benötigen, sammeln gemeinsam mit der Lehrperson solche; hier kann die Lehrperson auch ggf. das Markieren (Nutzen von „Forschermitteln“) anregen und auf die Tipps (1 und 2) hinweisen.

Zudem kann es hilfreich sein, den Blick der Kinder auf die Senkrechte zu lenken (z.B. mit einer Schablone („Muster-Prüfer-Brille“), die jeweils den fokussierten Blick auf die ersten Zahlen des Päckchens konzentriert oder mit einem Blatt, das den Rest der Aufgabe abdeckt).

#### Arbeitsphase

Die Sozialform kann in dieser Einheit frei gestellt werden (Einzel-, Partner- oder/und Gruppenarbeit). Die Lehrperson gibt individuelle Hilfestellungen und weist ggf. auf die (z.B. auf dem Mathetisch ausliegenden) Tippkarten und die

Forscherbericht von \_\_\_\_\_

Kannst du erklären, warum diese Päckchen Entdecker-Päckchen heißen?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Forscherbericht von \_\_\_\_\_

Kannst du erklären, warum diese Päckchen Entdecker-Päckchen heißen?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

EP 2 AB Forscherbericht

Markiere mit Farben.

$6 + 1 = 7$   
 $5 + 2 = 7$   
 $4 + 3 = 7$

Was fällt dir auf?

Tipp 1

Tippkarte am äußeren Rand ausstecken, an der mittleren Linie falten und kleben.



weiterführenden Anforderungen hin.

Zum Ende der Arbeitsphase hin können einige Kinder bereits die Aufgaben an der Tafel ausrechnen, um die Unterrichtszeit in der Reflexionsphase effizienter nutzen zu können (da der Schwerpunkt dieser Einheit nicht auf dem Ausbau der reinen Rechenkompetenzen, sondern auf dem Entdecken, Beschreiben und ggf. Begründen von Mustern liegt). Hier hat es sich als günstig erwiesen, leistungsschwächere und weniger mitteilsame Kinder zu bitten, diese Aufgabe zu übernehmen, um auch deren Leistungen öffentlich zu würdigen und sie in ihrem Selbstbewusstsein zu stärken.

Je nach Stand der Vorkenntnisse kann es sinnvoll sein, nach ca. 10- bis 15-minütiger Arbeitsphase eine **Zwischenreflexion** durchzuführen, in der die Kinder erste Entdeckungen vorstellen können. In der Praxis hat es sich als hilfreich erwiesen, ggf. am Tafelbild das Markieren anzuregen (z.B. „Hat jemand Tipps, die er den anderen Kindern vorstellen möchte?“) und den Begriff „Forschermittel“ inhaltlich zu klären. Dies kann durch das begleitende Erstellen eines Wort-Plakates erfolgen, auf dem die von den Kindern genannten bzw. von der Lehrperson eingeführten Begriffe schriftlich fixiert werden, z.B.: „Unsere Forschermittel: Pfeile, Farben, Plättchen“.



Wenn eine solche Zwischenreflexion durchgeführt wurde, sollten die Kinder anschließend die Gelegenheit erhalten, die dort gewonnenen Erkenntnisse bei weiteren Aufgaben (auch bei selbst erfundenen Entdecker-Päckchen) anzuwenden. Ggf. sollten die Kinder einige Minuten vor Abschluss der Arbeitsphase noch einmal an den zu erstellenden Forscherbericht erinnert werden.

### Differenzierung

Um den Kindern ein erfolgreiches Bearbeiten des Forscherauftrages zu ermöglichen, können sie auf drei Tipps zurückgreifen:

Zur Beantwortung der Frage „Was fällt dir auf?“

Markiere mit Pfeilen.

$$\begin{array}{r} 6 + 1 = 7 \\ 5 + 2 = 7 \\ 4 + 3 = 7 \end{array}$$

Was fällt dir auf?

Tipps 2

Topkante am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

Du kannst Plättchen nutzen, um zu erklären, was dir auffällt.

$$\begin{array}{l} 6 + 1 = 7 \\ 5 + 2 = 7 \\ 4 + 3 = 7 \end{array}$$

Warum ist das so?

Tipps 3

Topkante am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.



Tipp 1: „Markiere mit Farben.“

Tipp 2: „Markiere mit Pfeilen.“

Die Begründung der Entdeckungen ist jeweils als weiterführende Anforderung (\*-Aufgabe) ausgewiesen.

Auch zur Beantwortung der Frage: „Warum ist das so?“ liegt eine Tippkarte vor:

Tipp 3: „Du kannst Plättchen nutzen, um zu erklären, was dir auffällt.“

Weiterführend können die AB 2 – 5 eingesetzt werden (s.o.: „Darum geht es“) und Entdecker-Päckchen im Heft erfunden - und die zugrunde liegenden Muster mit Forschermitteln oder/und Worten beschrieben - werden.

### Schlussphase / Reflexion

Für die Förderung der fachlichen Kompetenzen ist es unerlässlich, mit den Kindern über ihr Mathematiktreiben zu reden. Insofern kommt der Reflexionsphase eine besondere Bedeutung zu.

Hier sollte auf jeden Fall *inhaltlich* reflektiert werden:

Um die Schreibmotivation zu erhalten und die Arbeit des Verfassens eines Forscherberichtes zu würdigen, ist es wichtig, dass in der Reflexionsphase einige Kinder die Gelegenheit erhalten, diesen vorzulesen. Darüber hinaus sollten die Kinder ihre Entdeckungen am Tafelbild verdeutlichen können, um nicht nur zu hören, sondern auch zu sehen, was die anderen Kinder gedacht und entdeckt haben und wie sie diese Gedanken und Entdeckungen darstellen und ggf. visualisieren. Ggf. können einzelne Kinder oder „Forscherteams“ auch mittels der Plättchen die Begründung für die Ergebnisgleichheit der ersten Aufgabe darlegen. Falls dies nicht der Fall ist, sollte die Lehrperson diese Aufgabe übernehmen, um den Kindern anschließend das Angebot zu machen, bei der zweiten Aufgabe analog zu verfahren und das Verfahren des „Beweisens“ mit Plättchen auch bei der dritten Aufgabe zu erproben.

Abschließend kann mit den Kindern auch auf der Metaebene *methodisch* der Umgang mit den Forschermitteln selbst reflektiert werden, um ihnen den instrumentellen Charakter dieser – als Angebote zur Erweiterung ihrer „mathematischen Mündigkeit“ - bewusst zu machen und damit ihre Methodenkompetenz auszubauen (z.B.: „Wir haben mit Forschermitteln gearbeitet. Was hat dir geholfen? Was nicht? Warum?“).

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens können Sie als Überleitung zu den Folgestunden (vgl. 3. Einheit: „Wir werden Profis für gute Beschreibungen“) die Reflexionsphase damit beschließen, dass Sie mit den Kindern erste wichtige Wörter zur Beschreibung von Entdeckungen an den Entdecker-Päckchen auf großformatigen Papierstreifen (damit Sie diese später mit den Kindern auch noch umordnen können) und einem Plakat festhalten (z.B.: „Wenn wir unsere Entdeckungen so aufschreiben wollen, dass andere Kinder uns gut verstehen, brauchen wir möglichst viele passende Wörter. Diese wollen wir in einem Wortspeicher sammeln.“) oder mit Hilfe der Themenleine diesen Ausblick geben.

Entdecker-Päckchen 2 AB 2\*

Rechne aus. Setze fort. Beschreibe: Was fällt dir auf?  
\*Begründe: Warum ist das so?

13 + 6 = \_\_\_\_\_  
12 + 8 = \_\_\_\_\_  
11 + 10 = \_\_\_\_\_  
10 + 12 = \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

Rechne aus. Setze fort. Beschreibe: Was fällt dir auf?  
\*Begründe: Warum ist das so?

65 + 33 = \_\_\_\_\_  
55 + 44 = \_\_\_\_\_  
45 + 55 = \_\_\_\_\_  
35 + 66 = \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

Erfinde selbst ein Entdecker-Päckchen. Beschreibe dein Muster.

EP 2 AB 2

Entdecker-Päckchen 2 AB 4

Überlege bei jedem Päckchen:  
Ist es ein Entdecker-Päckchen? Ja oder nein? Kreuze passend an.

Wenn nein: Mache aus dem Päckchen ein Entdecker-Päckchen.

8 + 1 = _____ 7 + 2 = _____ 6 + 3 = _____ 4 + 4 = _____ Entdecker-Päckchen: <input type="radio"/> ja <input type="radio"/> nein	3 + 5 = _____ 4 + 6 = _____ 5 + 5 = _____ 6 + 5 = _____ Entdecker-Päckchen: <input type="radio"/> ja <input type="radio"/> nein
2 + 9 = _____ 4 + 7 = _____ 6 + 5 = _____ 8 + 3 = _____ Entdecker-Päckchen: <input type="radio"/> ja <input type="radio"/> nein	11 + 8 = _____ 9 + 11 = _____ 7 + 13 = _____ 5 + 15 = _____ Entdecker-Päckchen: <input type="radio"/> ja <input type="radio"/> nein
26 + 40 = _____ 37 + 29 = _____ 48 + 18 = _____ 59 + 7 = _____ Entdecker-Päckchen: <input type="radio"/> ja <input type="radio"/> nein	71 + 18 = _____ 58 + 30 = _____ 35 + 42 = _____ 12 + 54 = _____ Entdecker-Päckchen: <input type="radio"/> ja <input type="radio"/> nein

EP 2 AB 4



### Weiterarbeit

Um die Arbeit mit den Forschermitteln üben zu können, können Sie anschließend allen Kindern die Gelegenheit dazu geben, sämtliche AB der zweiten Einheit zu bearbeiten bzw. zusätzlich im Heft selbst Entdecker-Päckchen zu erfinden und die jeweils zugrunde liegenden Muster mit Worten oder Forschermitteln zu beschreiben (\*und zu begründen).

Insbesondere die Auseinandersetzung mit „gestörten“ Entdecker-Päckchen bietet sich an (vgl. AB 4: „Entdecker-Päckchen? Ja oder nein?“) - also Aufgabenserien, in denen eine Aufgabe „nicht in das Muster passt“ - um die Besonderheit der Entdecker-Päckchen als beziehungshaltige Aufgabenserien nachhaltig deutlich zu machen. Die Kinder sollten überlegen, was verändert werden muss, um die „Störung“ zu beheben und ein „Entdecker-Päckchen“ aus diesem Päckchen zu machen.

Auch hierzu können (vorzugsweise adressatenbezogen) analoge Eigenproduktionen erstellt werden.

Die Kinder können ihre AB zu einem „Forscherheft“ zusammenstellen, wenn Sie ihnen Heftstreifen und das Deckblatt zur Verfügung stellen.



Deckblatt



### Literaturtipps

„Entdecker-Päckchen“: Weitere Anregungen für die Klassen 1 – 4 finden Sie z.B. in Haus 1, Informations-Material („Üben und Entdecken“) und in:

HIRT, Ueli & Beat WÄLTI (2008): Strukturierte Päckchen. In: Diess.: Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Seelze: Kallmeyer/Klett, S. 54 – 64

„Markieren“

LINK, Michael (2008): Zahlenmuster beschreiben. Zwischen individuellen Ausdrucksweisen und normierter Fachsprache. Workshop zum 18. Symposium mathe 2000 (Download unter: <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/mathe2000/pdf/Symp18/link.pdf>)

„Verbalisieren und Reflektieren mit Kindern“ (vgl. Haus 8)

MAAK, Angela (2003): So geht's: Zusammen über Mathe sprechen. Mathematik mit Kindern erarbeiten. Mülheim: Verlag an der Ruhr