



Haus 10: Beurteilen und Rückmelden

Profi-Mathearbeiten - prozessbezogen, offen und informativ

Wozu überhaupt Mathematikarbeiten?

Ich schreibe Mathematikarbeiten
weil ich dann sitzen bleiben kann
wenn ich schlechte Noten kriege.

Mathematikarbeiten können grundsätzlich zwei Funktionen erfüllen.

Zum einen können sie im Dienste der Überprüfung und der nachfolgenden Selektion geschrieben werden. Nicht wenige der herkömmlichen Arbeiten fragen meist nur leicht abprüfbare Kenntnisse und Fertigkeiten aus dem Bereich Zahlen und Operationen ab.

Sie sind nicht selten ergebnisorientiert und nicht prozessbezogen. Wenn der Lösungsweg in die Bewertung einbezogen wird, geht es häufig darum, dass die Kinder einen ganz bestimmten Weg wählen, der eingeübt wurde. Es steht den Kindern nicht offen, wie sie die Aufgabe bearbeiten. Veranschaulichen lässt sich dies nach Sundermann und Selter (2011) an nebenstehendem Würfel, der aus acht kleineren Würfeln besteht. Mathematikarbeiten im oben genannten Sinne würden dabei dem links, oben und vorne liegenden Würfel (nicht prozessbezogen, nicht offen, nicht informativ) zugeordnet werden müssen.

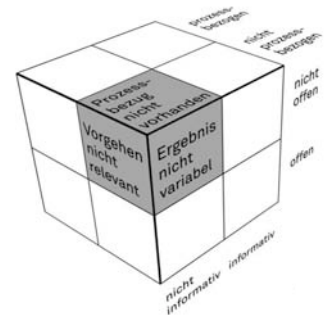
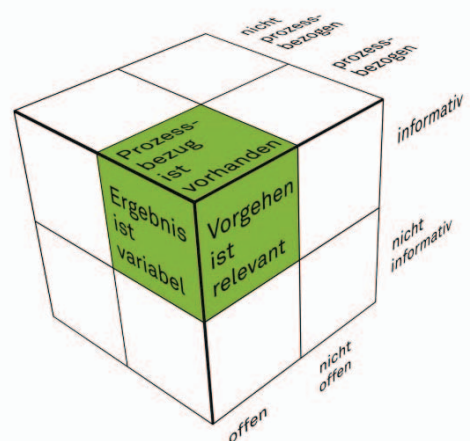


Abb. aus Sundermann & Selter 2011, S.75

Andererseits können Mathematikarbeiten dazu dienen, dass Lehrpersonen mehr vom Denken der Schülerinnen und Schüler erfahren, auch um sie nachfolgend im weiteren Lernprozess unterstützen zu können. Durch die Auswertung der Mathematikarbeit sollte dabei die Lehrkraft erkennen können, in welchen Bereichen einzelne Kinder gefördert und gefordert werden sollten. Außerdem wird ihr so eine Rückschau auf den bisherigen Unterricht ermöglicht und die Planung des zukünftigen Unterrichtes bzw. das Ergreifen spezieller Förder- und Fördermaßnahmen für einzelne Kinder erleichtert.

Wenn Mathematikarbeiten in diesem Sinne fungieren sollen, ist es notwendig, dass sie, so wie der Lehrplan es fordert, komplexe fachbezogene Kompetenzen überprüfen, damit sie aufschlussreiche Informationen über die gesamten mathematischen Kompetenzen der Kinder liefern können.

Daher ist es notwendig, dass der Lösungsprozess sichtbar wird. Das Ergebnis alleine verrät zu wenig über die Vorgehens- und Denkweisen der Kinder. Es ist nicht so wichtig, wie viele Fehler das Kind macht, sondern welche Fehler es macht und welche Kompetenzen und Defizite das Kind hat. Zudem müssen die Aufgaben offene Herangehensweisen der Kinder zulassen, da die individuelle Nutzung und Auswahl von Lösungsprozessen Einblick in die Kompetenzen der Kinder zulässt. Hierzu sind offene, informative und prozessbezogene Aufgaben notwendig.





Eine Mathematikarbeit in diesem Sinne würde dann in dem oben vorgestellten Würfel (vgl. Seite 1 oben) der entgegen gesetzten und vorteilhaften Ecke zugeordnet werden können. In der vorstehenden Abbildung (vgl. Seite 1 unten) wurde diese Ecke sichtbar nach vorne gedreht.

Profi-Aufgaben

Aber wie lässt sich eine solche Mathematikarbeit konzipieren?

Im Folgenden soll aufgezeigt werden, wie sich **prozessbezogen**, **offene** und **informative** Aufgaben, kurz: **Profi-Aufgaben**, - auch für Mathematikarbeiten - erkennen und entwickeln lassen.

Selter (2000) nennt acht Bausteine und gibt Beispiele für sog. *informative Aufgabenstellungen*, die den Kindern die Gelegenheit geben, ihre Kompetenzen zu zeigen und der Lehrperson Einblicke in das authentische Denken der Kinder gestatten, mit deren Hilfe sie geeignete Fördermaßnahmen für ihre Schüler/innen entwickeln sowie ihren eigenen Unterricht überprüfen und weiterentwickeln kann. Im Folgenden werden diese acht Bausteine durch Beispiele erläutert.

8 Bausteine für informative Aufgaben

1. Platz für Nebenrechnungen und Notizen
2. Vorgehensweisen erläutern
3. Offenere Aufgaben bezüglich der Vorgehensweise
4. Wahlaufgaben
5. Eigenproduktionen
6. Verschiedene Kontexte
7. Beziehungsreiche Aufgaben
8. Hilfsaufgaben

1. Platz für Nebenrechnungen und Notizen

Nebenrechnungen und Notizen der Kinder können der Lehrkraft helfen, Aufschluss über die Vorgehensweise zu erhalten. Zum einen sollte daher den Kindern immer ausreichend Platz für ihre Nebenrechnungen und Notizen zur Verfügung stehen, zum anderen sollten sie besonders dazu angeregt werden, ihre Gedanken aufzuschreiben, da sie sonst viele wertvolle Informationen für sich, unzugänglich für die Lehrperson, in ihrem Kopf aufbewahren.

Wären in den nachstehenden Beispielen zu der Aufgabe $83-46$ die Nebenrechnungen, wie sonst üblich, auf einem zerknüllten Schmierblatt im Papierkorb gelandet, wären der Lehrerin wertvolle Informationen verloren gegangen. Durch die Aufzeichnungen erfährt sie, wie Lisa, Manel, Marta und Niklas, und das sind nur 4 von 27 Kindern, die alle den gleichen Mathematikunterricht bei ihr genossen haben, zu ihren Lösungen gelangten.

Handwritten student solutions for the problem $83-46$:

- LISA:** $83-40=43$, $43-6=37$
- Manel:** $83-46=37$, $8-4=4$, $3-6$, $13-6=7$, $8-5=3$
- Marta:** $83-46=37$, $83-6=77$, $77-40=37$
- Niklas:** $83-46=37$, "Habe ich gerade gerechnet und man sie erst die E danach die Z"

Nur durch die Analyse von Lösungswegen kann die Lehrkraft mit den Kindern über geeignete und ungeeignete Wege ins Gespräch kommen und erkennen, in welchen Situationen welche Kinder welche Lösungswege anwenden. An diesen Beispielen kann man gut erkennen, dass sich keines der Kinder verrechnet, aber wohl, dass Marta beim Untereinanderrechnen zu einem falschen Er-



gebnis kam, da sie jeweils die kleinere von der größeren Ziffer abzog, ohne darauf zu achten, ob sie zum Minuend oder zum Subtrahend gehört. Durch diese Erkenntnis konnte die Lehrerin gemeinsam mit Marta klären, warum diese Vorgehensweise nicht zum richtigen Ergebnis führen kann. Marta konnte daraufhin selbstständig – und v. a. für sie verständlich – einen richtigen Lösungsweg entwickeln.

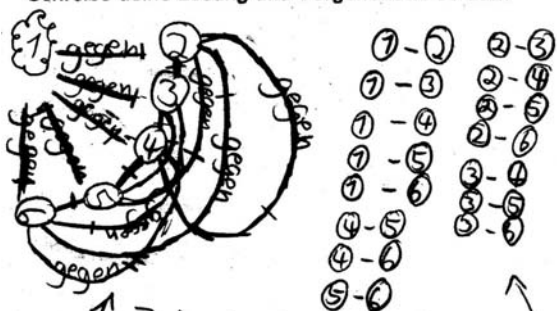
2. Vorgehensweisen erläutern

Wenn die Kinder an geeigneten Stellen ihre Vorgehensweisen beschreiben bzw. erläutern sollen, erkennt die Lehrerin oder der Lehrer oft erst, dass das Kind mehr leistet, als lediglich die Aufgaben auszurechnen. Die Qualität der Bearbeitung einer Rechenaufgabe wird oft höher, wenn durch die Beschreibungen deutlich wird, dass das Kind sich Rechengesetze und Zahlbeziehungen zunutze

macht, um zur Lösung einer Aufgabe zu gelangen. So erkennt man im rechten Beispiel, dass Daniel die Aufgaben nicht einfach ausrechnet, sondern ihre Beziehungen untereinander erkannte und geschickt ausnutzte.

6 Mannschaften nehmen an einem Fußballturnier teil.
Jede Mannschaft spielt gegen jede andere.
Wie viele Spiele gibt es?

Schreibe deine Lösung und Vorgehensweise auf!



Ich habe zuerst das gemacht dann die Linien gezählt ^{was waren} weil ich mir nicht sicher bin habe ich mir noch etwas anderes gemacht dann auch gezählt, es war 15. Nun war ich mir sicher. Es gibt 15 Spiele.

4. Diese 5 Aufgaben gehören zusammen.

Rechne die leichteste Aufgabe zuerst und mache ein Kreuz hinter die Aufgabe. Berechne dann die anderen Aufgaben. Rechne schlaul

$$\begin{array}{l} 6 \cdot 21 = \underline{126} \\ 12 \cdot 21 = \underline{252} \\ 10 \cdot 21 = \underline{210} \\ 5 \cdot 21 = \underline{105} \\ 11 \cdot 21 = \underline{231} \end{array}$$

Wie hängen die Aufgaben zusammen?

Wie hast du die Ergebnisse der 5 Aufgaben berechnet?

Ich habe (nach) paar Tricks gemacht. Was bei der Aufgabe $6 \cdot 21 = 126$ die andere war nur das doppelte.

Außerdem erlauben solche Beschreibungen interessante Einblicke in die Denkweisen und den Lösungsprozess des Kindes. In dem linken Aufgabenbeispiel verfolgte Rui Ping zunächst die Lösung durch eine Art Baumdiagramm und kam durch die Addition der Linien bereits zu einem richtigen Ergebnis. Obwohl sie sich im Original ihre Darstellung durch Farben kenntlich gemacht hatte, traute sie ihrem Lösungsweg nicht ganz und sicherte sich ab, indem sie einen weiteren Lösungsweg verfolgte und zu dem gleichen Ergebnis kam.

3. Offeneren Aufgaben bezüglich der Vorgehensweise

Aufgaben sollten wenn möglich so gestellt werden, dass die Kinder diese auf ihrem individuellen Kompetenzniveau und mit ihren individuellen Zugangs- und Vorgehensweisen lösen können. Dadurch erfährt die Lehrkraft mehr über die Kompetenzen und Denkweisen der Kinder.

Bei den nachstehenden Schülerlösungen gelangten die drei Kinder einer jahrgangsheterogenen Klasse auf unterschiedlichen Lösungswegen zu ihrem Ergebnis. Alle drei benannten zunächst die vier Freunde aus der Aufgabe mit konkreten Namen aus ihrem Umfeld.

In der linken Bearbeitung von Lia wurden die Händedrucke bildlich durch eine Art Wegenetz dargestellt. Leider wurde eine falsche Schlussfolgerung gezogen. Hätte sie die Diagonalen mit in die Berechnung einbezogen, die sie zunächst gezeichnet hatte, hätte sie das richtige Ergebnis erhalten.



das Ergebnis ergibt ein also 4

4 Freunde haben sich verabredet. Zur Begrüßung gibt jeder jedem die Hand. **6**
Wie viele Händedrucke gibt es?

Schreibe deine Lösung und Vorgehensweise auf!

Freund 1 heißt Caroline
Freund 2 heißt Mayer
Freund 3 heißt Ayla
Freund 4 heißt Maria

Carolin gibt Mayer, Ayla und Maria die Hand das sind schon mal 3 Händedrucke. Dann gibt noch Mayer Ayla und Maria die Hand, das sind 2 Händedrucke. Dann muß nur noch Ayla Maria die Hand geben. Das war 1 Händedruck. Das sind 6 Händedrucke!

Bei der mittleren Bearbeitung zeichnete Fabian die vier Personen und zählte für sich als ersten Händedruck den zwischen Lisa und Onur. Danach gaben sich in seiner Vorstellung Neha und Onur den zweiten Händedruck, dann Onur und er selbst usw.. Auf diese Weise ging er jede Person durch und erhielt mit der letzten Zahl, die er verteilte, seine (richtige) Ergebniszahl.

In der rechten Bearbeitung von Caroline wurden zunächst die vier Freunde benannt und anschließend wurden von Freund 1 an alle Händedrucke zwischen den Personen ‚abgearbeitet‘. Am Ende zählte sie alle Händedrucke zum richtigen Ergebnis zusammen.

4. Wahlaufgaben

Die Kinder sollten hin und wieder die Möglichkeit haben, zwischen allen oder einem Teil der Aufgaben wählen zu dürfen. Dabei können die Aufgaben sowohl in ihrem Schwierigkeitsgrad oder in ihrer Darstellung variieren.

Die Aufgaben könnten auch verschieden angelegt sein. Die Auswahl des Kindes lässt auf seine Vorlieben und Kompetenzen schließen.

Denkbar ist auch, dass die Kinder sich nicht nur bei jeder Aufgabe zwischen zwei Angeboten entscheiden können, sondern auch aus dem gesamten Aufgabenpool selber eine Auswahl treffen dürfen. So könnten beispielsweise neun Aufgaben angeboten werden, von denen die Kinder aber nur sechs bearbeiten müssen.

3a) Würfelgebäude

Aus wie vielen Würfeln besteht dieses Gebäude?:

Tipp:
Du kannst das Gebäude auch mit Würfeln nachbauen.

Wie hast du die Anzahl der Würfel bestimmt?
Beschreibe deine Vorgehensweise!:

3b) Würfelgebäude

Aus wie vielen Würfeln besteht dieses Gebäude?:

Wie hast du die Anzahl der Würfel bestimmt?
Beschreibe deine Vorgehensweise!:

5. Eigenproduktionen

Durch das Produzieren eigener Aufgaben innerhalb eines vorgegebenen Rahmens wird den Kindern Gelegenheit gegeben, mehr von ihren individuellen Kompetenzen zu zeigen. Hierbei kann zum Beispiel deutlich werden, inwieweit Kinder die vorgegebene Aufgabe durchdringen, ob sie Muster fortführen können, über ein gesichertes Operationsverständnis verfügen, in welchen Zahlenräumen sie sich bewegen

3. Erfinde mindestens 5 schwere Malaufgaben. Das Ergebnis soll immer größer als 100 sein.

5 · 28 = 140
5 · 82 = 410
5 · 88 = 440
5 · 45 = 225
5 · 35 = 175

Schreibe zu der Rechenaufgabe eine Rechengeschichte.

$56 - 17 = 39$

Ein Hadog fet Kajva hat 56 hotdogs erfer-
kufft in weniger als 1 Stunde
17 hotdogs wifile hate
vnrh



und welche Aufgaben sie bevorzugen. An Onurs Rechengeschichte beispielsweise erkennt man, dass er durchaus Vorstellungen mit der Rechenaufgabe verbindet.

6. Verschiedene Kontexte

Aufschlussreich ist es auch, die gleichen Aufgaben in verschiedenen Kontexten zu stellen. Hier zeigt sich, dass der Kontext oftmals darüber entscheidet, ob ein Kind eine Aufgabe erfolgreich bearbeiten kann oder nicht.

So ist oft zu beobachten, dass Kinder mit sprachlichen Schwierigkeiten oder mangelndem Operationsverständnis eine Rechenaufgabe als Zahlensatz erfolgreich lösen können, während sie bei der Bearbeitung der gleichen Aufgabe als Textaufgabe versagen.

Einigen Kindern hilft eine Situationsvorgabe in Text- oder Bildform aber auch, eine Aufgabe zu lösen, während sie bei der bloßen Rechenaufgabe zu keinem korrekten Ergebnis gelangen können.

1. Rechne die Aufgaben aus. Schreibe deinen Rechenweg auf. Kennst du noch einen anderen Rechenweg? Schreibe ihn auf!	
So rechne ich:	So kann ich es anders rechnen:
a) $212+314+88=$	a) $212+314+88=$
3. Anna möchte sich ihr Traumfahrrad und einen Fahrradhelm kaufen. Das Fahrrad kostet 498 Euro, der Helm 29,95 Euro. Auf ihrem Sparbuch hat sie 314 Euro. In ihrer Sparbüchse hat sie 212 Euro gespart. Zum Geburtstag bekommt sie noch 88 Euro geschenkt.	

Diese 5 Aufgaben gehören zusammen.
Rechne die leichteste Aufgabe zuerst und mache ein Kreuz hinter die Aufgabe.
Berechne dann die anderen Aufgaben.

4	· 27 =	708 X
8	· 27 =	216 X
16	· 27 =	2862 ?
5	· 27 =	735 X
10	· 27 =	270 X

Wieso hat diese Zahl irgendwie nichts mit dem zwei Zahlen da oben zu tun?

Wie hängen die Aufgaben zusammen?
Wie hast du die Ergebnisse der 5 Aufgaben berechnet?

Hinter steht immer 27.
 $4+4=8+8=76$ / Diese Aufgabe hat das Doppelte von $4=8$ und das Doppelte von $8=76$.
 $5+5=10$ das ist das Doppelte von 5 . Es ist immer $\cdot 27$.
 $108+108=216$ also auch das Doppelte, $735+735=270$ das ist auch das Doppelte.

7. Beziehungsreiche Aufgaben

Durch die Verwendung von zusammenhängenden Aufgaben, z.B. in Form von sogenannten ‚Entdecker-Päckchen‘ bzw. ‚Schönen Päckchen‘, ist zu erfahren, inwieweit Kinder die Beziehungen zwischen den Aufgaben wahrnehmen und ob sie sich diese zunutze machen können.

An Marias Bearbeitung erkennt man sehr deutlich, dass sie sich der Beziehungen zwischen den Aufgaben bewusst ist. Aufgrund der Analyse ihrer Nebenrechnungen wurde der Lehrperson zudem deutlich, dass sie die Ergebnisse dennoch einzeln berechnet hatte.

Die Frage blieb, warum sie aufgrund ihrer Erkenntnisse nicht das Ergebnis der mittleren Aufgabe verändern konnte. Die Lehrerin suchte daher das Gespräch mit ihr: Maria stellte in Frage, warum das Ergebnis nicht mit den anderen beiden in Beziehung steht, aber sie vertraute in diesem Moment mehr ihrer schriftlichen Lösung als ihren mündlichen Rechenkompetenzen.

8. Hilfsaufgaben

Hilfsaufgaben können dem Kind als Orientierung dienen und zu einem besseren Verständnis der Aufgabenstellung beitragen. Die Lehrkraft kann daran erkennen, ob das Kind diese Orientierung beachtet, versteht und nutzt.

Setze die Zahlenfolgen fort. Schreibe die passende Rechenregel auf.

3, 5, 8, 10, 13, 15, 18, 20, 23
Rechenregel: Addiere immer abwechselnd die Zahlen 2 und 3.
29, 28, 27, _____, _____, _____, _____, _____, 20
Rechenregel:

Zur Nutzung der Bausteine

Von diesen acht Bausteinen müssen natürlich nicht in jeder Arbeit alle verwendet werden. Es können allerdings auch in einer einzigen Aufgabe mehrere Bausteine zur Geltung kommen.



Der nebenstehende Ausschnitt aus einer „Profi-Mathearbeit“ zeigt, dass Quentin bei der Aufgabe 2 eine beziehungsreiche Aufgabe bearbeitete, bei der er auch zu Eigenproduktionen (die Aufgabenreihe fortzusetzen und aufzuschreiben, was ihm aufgefallen ist und dies zu begründen) ange-regt wurde. Zudem stand Quentin immer ausreichend Platz für Nebenrechnungen und Notizen in Form von Zusatzpapier zur Verfügung, falls der Platz auf dem Aufgabenblatt nicht ausreichte - was er hier aber nicht nutzte.

Die weiterführenden Anforderungen sind durch ein Sternchen markiert. Hieran zeigt sich, dass es sich hier um eine differenzierte Arbeit im Sinne des modifizierten Sternchenaufgaben-Modells handelt (vgl. Haus 10, UM, „Klassenarbeiten: Immer differenziert“).

2. Schriftliche Addition.
Rechne und setze fort.

1 1 4	2 1 5	3 1 6	4 1 7	5 1 8	6 1 9
+ 7 5 6	+ 6 5 5	+ 5 5 4	+ 4 5 3	+ 3 5 2	+ 2 5 1
8 7 0	8 7 0	8 7 0	8 7 0	8 7 0	8 7 0 ✓

Was fällt dir auf? es kommt immer 870 raus. Weil oben ist es
*Begründe. immer +101 unten ist es immer -101. Und 101-101=
0 und deswegen ändert sich nichts. ✓
Super!

Ich kann ...	☆	☺	☹	☒	Du kannst...	☆	☺	☹	☒
... das Aufgabenpöckchen richtig fortsetzen.		X			... das Aufgabenpöckchen richtig fortsetzen.		X		
... die Aufgaben richtig schriftlich ausrechnen.		X			... die Aufgaben richtig schriftlich ausrechnen.		X		
... viele Auffälligkeiten entdecken und beschreiben.		X			... viele Auffälligkeiten entdecken und beschreiben.		X		
... Erklärungen für diese Auffälligkeiten finden und aufschreiben.	X				... Erklärungen für diese Auffälligkeiten finden und aufschreiben.	X			

Bewertung von Profi-Mathematikarbeiten

Bei der Bewertung der Mathematikarbeiten empfiehlt sich eine aufgabenbezogene Bewertung. Dies kann natürlich durch Punktevergabe geschehen. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung eines Smileysystems (vgl. hierzu auch Haus 10 – FM – Modul 10.2 sowie Haus 10 – UM – ‚Klassenarbeiten einführen‘ – 6. Einheit), so wie es auch in der vorstehenden Aufgabe, die Quentin bearbeitet hatte, zum Einsatz kam.

Der lachende Smiley steht für das Erreichen der grundlegenden Anforderungen, in Noten würde das der Zensur ‚befriedigend‘ entsprechen. Zwei Kreuze (als Zensur: ‚sehr gut‘) oder ein Kreuz im Sternchenbereich (als Zensur: ‚gut‘) kann das Kind dann erreichen, wenn es die weiterführenden Anforderungen bearbeitet.

Wie an der Einschätzung der Lehrerin in der rechten Hälfte des Rückmelde-Kastens zu erkennen ist, hat Quentin jeweils die maximal zu erreichende Einschätzung bei dieser Aufgabe erhalten. Quentin selbst hatte sich bei der weiterführenden Anforderung – in der linken Hälfte des Rückmeldekastens - mit nur einem Kreuz eingeschätzt.

Die Bearbeitung der weiterführenden Anforderungen darf nicht zu einer Abwertung führen, daher kann sie auch nur mit gut oder sehr gut bewertet werden: Kinder, die die weiterführende Anforderung nicht oder so fehlerhaft bearbeiten, dass sie mit einer Nichtbearbeitung gleichgesetzt werden kann, werden hier nicht eingeschätzt, daher sind diese Beurteilungsbereiche geschwärzt.

Durch die aufgabenbezogene Bewertung mittels des Rückmelde-Kastens wird den Kindern transparent, was von ihnen bei der jeweiligen Aufgabe erwartet wird und was grundlegende und was weiterführende Anforderungen sind. Durch die Einschätzung der Lehrkraft wird ihnen klar, was sie konnten und wo sie noch Förderbedarf haben. Wenn die Lehrkraft anschließend mit den Kindern Übungen zum Weiterlernen abspricht (vgl. Haus 10 – UM – ‚Mathearbeiten einführen‘ – 7. und 8. Einheit), kann die Mathematikarbeit auch der Leistungsfeststellung im Sinne der Grundlage für individuelle Förderung dienen.

Literatur

- Mayer, Insa (2005): Kompetenzen und Klassenarbeiten im Mathematikunterricht. In: Sasse, Ada & Renate Valtin (Hg.): Lesen lehren. Berlin: dgls, S.90 – 104.
- Selter, Christoph (2000): Informative Aufgaben zur Leistungsfeststellung. In: Die Grundschulzeit-schrift, H. 135/136, S.26 – 29.
- Sundermann, Beate & Christoph Selter (³2011): Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen.