



Digitale Medien im Mathematikunterricht

Leitideen und Anregungen für den Unterricht

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer, liebe Leserinnen und Leser,

das Thema „Fachlichkeit stärken“ hat in der jüngsten Vergangenheit durch die Ergebnisse der Bildungsstudien noch weiter an Bedeutung gewonnen. Dabei muss vor allem auch die Stärkung der Basiskompetenzen in den Blick genommen werden. Sie bilden die entscheidende Grundlage für eine erfolgreiche Bildungsbiografie und prägen den weiteren Lebensweg aller Schülerinnen und Schüler entscheidend mit.

Um die Basiskompetenzen nachhaltig zu stärken, bedarf es weiterer Anstrengungen, die individuelle Förderung jeder einzelnen Schülerin und jedes einzelnen Schülers zu gewährleisten. Dabei geht es nicht darum, dass jedes Kind durchgängig an einem eigenen Lerngegenstand arbeitet. Vielmehr sollte ein zentraler Unterrichtsgegenstand die gemeinsame Basis für ein differenziertes Unterrichtsangebot bilden.

Hier bietet der Einsatz digitaler Medien eine große Chance, diesem Anspruch besser gerecht zu werden. Es geht darum, die Vorteile digitaler Medien in Ergänzung zum klassischen Schulbuch für den Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler sinnvoll und geschickt zu nutzen.

Der Einsatz analoger Medien und Materialien spielt im Mathematikunterricht der Grundschule immer schon eine wichtige Rolle, z.B. zum Aufbau von Mengenvorstellungsbildern oder des Operationsverständnisses. Digitale Medien bieten die Möglichkeit, mathematische Phänomene als dy-

namische Prozesse darzustellen und eröffnen so insbesondere jungen Lernenden einen einfacheren Zugang zu komplexen mathematischen Lerngegenständen. Zudem kann der Einsatz digitaler Medien helfen, Verstehensprozesse zu unterstützen, er bietet vielfältige Möglichkeiten für das individualisierte Üben in allen Bereichen des Mathematikunterrichts.

Daher freue mich, dass Ihnen hiermit das dritte Heft aus der Handreichungsreihe „Mathematik Primarstufe kompakt“ mit dem Titel „Digitale Medien im Mathematikunterricht“ im Rahmen der Fachoffensive zur Verfügung gestellt werden kann. Dieses soll Sie dabei unterstützen, digitale Medien im Mathematikunterricht aus mathematikdidaktischer Sicht lernförderlich im Sinne des angestrebten Kompetenzerwerbs einzusetzen.

Damit stellen wir als Ministerium für Schule und Bildung Ihnen eine fachlich fundierte und wissenschaftsbasierte Grundlage als Unterstützung für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts zur Verfügung.

Die praxisnahen Inhalte der vorliegenden Handreichung veranschaulichen die Kriterien eines fachlich sinnvollen Einsatzes digitaler Medien im Mathematikunterricht: Hier werden Theorie und Praxis verknüpft und die Potenziale der „digitalen Welt“ in konkreten Fallbeispielen verdeutlicht.

Auch diese Handreichung wurde von einem Team von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern der Technischen Universität Dortmund und Lehrkräften aus Nordrhein-Westfalen gemeinsam entwickelt. Ich danke erneut allen Beteiligten für das hohe Engagement, mit dem sie ihr Expertenwissen und ihre Erfahrungen bei der Erstellung der Handreichung eingebracht haben.

Ihnen, liebe Leserinnen und Leser, wünsche ich bei der Umsetzung der Inhalte und Impulse in die Schulpraxis viel Erfolg.



IHRE DOROTHEE FELLER
Ministerin für Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Mathematikunterricht mit digitalen Medien

Immer mehr Grundschulen werden oder sind bereits mit digitalen Endgeräten ausgestattet, sodass Tablets und Co. in letzter Zeit auch im Mathematikunterricht zunehmend an Bedeutung gewinnen. Medien in verschiedensten Formen haben seit jeher eine große Bedeutung für das Mathematiklernen. Dabei sind Medien als Mittler zwischen dem Lerngegenstand – der Mathematik – und dem Kind zu verstehen. So werden physische Medien bzw. Materialien wie etwa Plättchen oder Würfelmaterial seit vielen Jahren gewinnbringend für das Mathematiklernen eingesetzt. Dabei ist der Einsatz von Medien immer mit Blick auf das anvisierte Ziel vor dem Hintergrund seiner Sinnhaftigkeit zu begründen.

Beim Einsatz digitaler Medien gelten die gleichen Grundsätze: Deren Einsatz ist immer dann zu rechtfertigen, wenn das Medium als Mittler zwischen Lernenden und dem mathematischen Lerngegenstand sinnvoll zum Einsatz kommen kann.

Diese vorliegende Handreichung ‚Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule‘ soll Lehrkräfte dabei begleiten und unterstützen, digitale Medien im Mathematikunterricht aus mathematikdidaktischer Sicht gewinnbringend einzusetzen. Sie ist angelehnt an Inhalte und Ideen des Projekts *PIKAS digi*, das im Jahr 2018 mit Unterstützung des Ministeriums für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen und der Deutsche Telekom Stiftung ins Leben gerufen wurde.

Allen (Fortbildungs-) Materialien, Unterrichtsideen und Appvorschlägen liegen Leitideen für den Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht (*Kapitel 1*) zugrunde, die beleuchten,

1. wie guter Mathematikunterricht mit digitalen Medien gestaltet werden kann,
2. wie sinnvoll mit digitalen Medien geübt werden kann,
3. wie besondere Potentiale digitaler Medien Verstehensprozesse unterstützen können und
4. wie die Förderung prozessbezogener Kompetenzen durch digitale Medien gelingen kann.

Um diese Leitideen zu konkretisieren, werden die Einsatzmöglichkeiten digitaler Medien für den Mathematikunterricht im Weiteren aus verschiedenen Perspektiven in den Blick genommen:

Während in *Kapitel 2* die Potentiale von Software und damit verschiedene Softwaretypen im Fokus

stehen, um Lehrkräften Hilfestellungen und Leitlinien bei der Auswahl von Apps und Programmen zu geben, wird in *Kapitel 3* näher auf den Bereich Lernvideos eingegangen. Hierbei werden verschiedene Typen von Videos erläutert sowie ihr Nutzen und Einsatzzweck thematisiert.

Die in *Kapitel 4* dargestellte Vernetzung der Mathematik mit informatischer Bildung zeigt Schnittstellen der beiden Bereiche auf. Es wird gezeigt, wie durch Verknüpfung ausgewählter Aspekte der Mathematik auch informatische Bildung im Mathematikunterricht gelingen kann, ohne den Blick für die Substanz mathematischer Inhalte aus den Augen zu verlieren.

Da der Einsatz digitaler Medien auch immer technische Herausforderungen mit sich bringt, werden in *Kapitel 5* Hinweise zum Einsatz diverser Tools gegeben und Vorschläge zur Unterrichtsorganisation gemacht. Aufgrund schneller technischer Fortschritte sind diese selbstverständlich nicht als allumfassend anzusehen. Die Zukunft wird weitere hilfreiche Werkzeuge mit sich bringen, sodass die in dieser Handreichung beschriebenen Möglichkeiten eher eine Momentaufnahme darstellen.

In *Kapitel 6* wird das vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen geförderte Projekt *divomath* vorgestellt, welches mit einer digitalen Lernumgebung die Förderung des Mathematikverständnisses von Schüler:innen fokussiert und vielfältige fachdidaktische Potentiale digitaler Medien berücksichtigt.

Wie Unterricht ganz konkret mit digitalen Medien durchgeführt wird, soll *Kapitel 7* näher beschreiben. Hier werden konkrete Unterrichtsideen dargestellt, zu denen auf *PIKAS digi* weitere Materialien bereitstehen.*

Mithilfe der Handreichung soll ein Überblick über wesentliche Aspekte des Bereichs „Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht“ gegeben werden. Die ausgewählten Aspekte sollen anregen und ermutigen Ideen selbst zu erproben und diese auf Grundlage der Leitideen zu entwickeln und umzusetzen.



Dortmund, im Juli 2024
Ihr Team von 'PIKAS digi'

* Viele der vorgeschlagenen Apps sind auf das Betriebssystem iOS beschränkt und kostenpflichtig. Dies stellt allerdings nicht den Grund für die Auswahl dar, sondern die Apps sind durch Berücksichtigung fachdidaktischer Kriterien und Potentiale, die den Verstehensaufbau unterstützen, für den Mathematikunterricht geeignet.

Inhaltsverzeichnis

GRÜßWORT	2
INTENTION UND KONZEPTION DER HANDREICHUNG	3
INHALTSVERZEICHNIS	5
1 LEITIDEEN	6
2 POTENTIALE VON SOFTWARE	9
3 LERNVIDEOS	18
4 INFORMATISCHE BILDUNG	23
5 UNTERSTÜTZUNG	28
6 DIVOMATH – VERSTEHENSORIENTIERTE LERNUMGEBUNG	34
7 UNTERRICHTSBEISPIELE	38
LITERATUR	56
IMPRESSUM	58

1 Leitideen

Beim Einsatz von Medien im Mathematikunterricht sollte konsequent von den Zielsetzungen eines guten Mathematikunterrichts ausgegangen werden. Zur Verfügung stehende Materialien und Medien zur Gestaltung von Unterricht werden dabei bewusst und zielgerichtet ausgewählt. Ob es sich hierbei um ein klassisches Lehrwerk, Zettel und Stift, ein didaktisches Material oder ein digitales Medium handelt – jede Auswahl sollte vor dem Hintergrund der anvisierten Ziele begründet getroffen werden. Die folgenden vier Leitideen können der Orientierung bei deren Auswahl dienen.

1.1 Guten Mathematikunterricht mit digitalen Medien gestalten

Planung, Durchführung und Reflexion des Unterrichts sollte sich an den für die Lernenden der Lerngruppe relevanten Kompetenzerwartungen sowie folgenden Merkmalen eines zeitgemäßen Mathematikunterrichts orientieren (MSB NRW, 2021, S. 73):

- Mathematiklernen als konstruktiver, entdeckender Prozess
- Einsatz ergiebiger Aufgabenstellungen auf unterschiedlichen Niveaus
- individuelle Auseinandersetzung sowie Austausch über fachliche Strukturen
- Anwendungs- und Strukturorientierung
- Verständnisorientierung
- Vernetzung verschiedener Darstellungsformen
- grundlegendes, vernetzendes, automatisierendes und entdeckendes Üben

Diese Merkmale sollten auch dann im Fokus stehen, wenn digitale Medien im Mathematikunterricht zum Einsatz kommen. Die Berücksichtigung besonderer Potentiale digitaler Medien (Kap. 2) kann zusätzlich dabei unterstützen, diese auszuwählen und fachdidaktisch zielgerichtet einzusetzen.

Zu beachten ist, dass jedes Medium einerseits als Hilfe für das Lernen fungieren kann. Andererseits stellt jedes Medium zugleich einen Lernstoff für den Lernenden dar (Schipper, 2005).

Diese Ambivalenz – Lernhilfe und Lernstoff – betrifft auch den Einsatz digitaler Medien. Auch hier ist es von besonderer Bedeutung, dass sich die Lehrkraft im Vorfeld mit den Potentialen ebenso

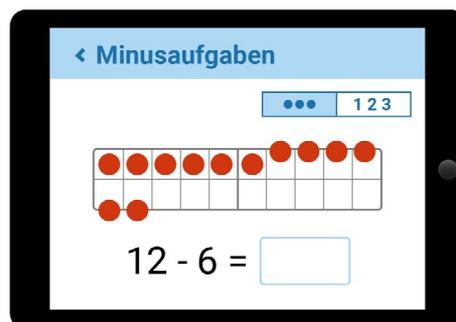
intensiv auseinandersetzt wie mit möglichen Einschränkungen. Nur so kann entschieden werden, inwieweit der Einsatz zielführend sein kann (Krauthausen & Lorenz, 2011). Grundsätzlich und perspektivisch sollte ein Zusammenspiel verschiedener analoger und digitaler Medien realisiert werden, um deren jeweilige spezifische Eigenschaften gewinnbringend nutzen zu können (Barzel & Schreiber, 2017).

1.2 Sinnvoll mit digitalen Medien üben

Wenn digitale Medien im Mathematikunterricht zum Üben eingesetzt werden sollen, ist es notwendig, die verschiedenen Typen des Übens zu kennen und im Lernprozess zielgerichtet einzusetzen. Auf dieser Grundlage sollten die Lehrkräfte dann entscheiden, an welcher Stelle im Übungsprozess der Einsatz von entsprechenden Apps sinnvoll erscheint.

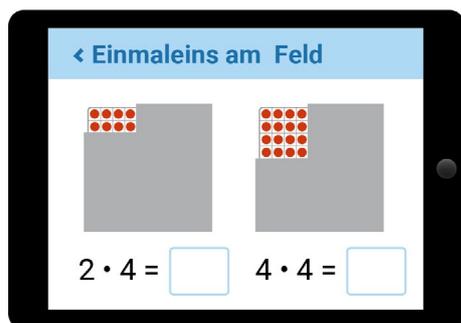
GRUNDLEGENDES ÜBEN

Beim grundlegenden Üben werden Grundvorstellungen aufgebaut. Dabei werden den Lernenden neben symbolischen Darstellungen auch ikonische Darstellungen angeboten (z. B. App *Blitzrechnen 1*, Minusaufgaben).



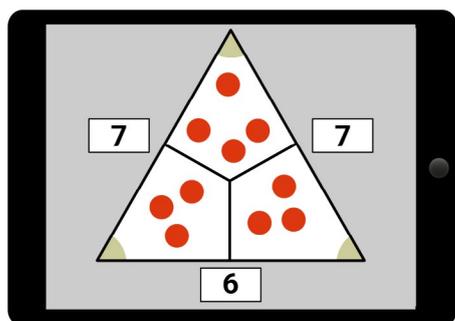
VERNETZENDES ÜBEN

Das Verständnis des neuen Lernstoffes und dessen Vernetzung mit dem bereits vorhandenen Wissen ist beim Üben zentral. Wenn Kinder Aufgabenbeziehungen beim Rechnen nutzen, indem sie auf bereits automatisierte Aufgaben zurückgreifen, sichern und vertiefen sie nicht nur ihr Wissen, sondern schulen dabei gleichzeitig auch ihre Geläufigkeit und Beweglichkeit (MSB NRW 2021, S. 73) (z. B. App *Blitzrechnen 2*, Einmalseins am Feld).



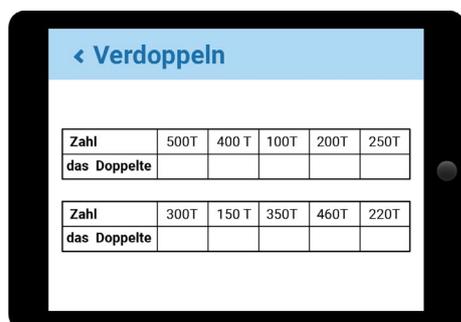
ENTDECKENDES ÜBEN

Substanzielle Übungsaufgaben ermöglichen es den Lernenden beim Üben Entdeckungen zu machen und zugleich beim Entdecken zu üben. Solche Übungen sollten darauf abzielen, die Einsicht der Lernenden in mathematische Zusammenhänge zu erweitern, um diese Erkenntnisse für das Weiterlernen nutzen zu können (Scherer & Moser Opitz, 2010) (z. B. App *Rechendreieck*).

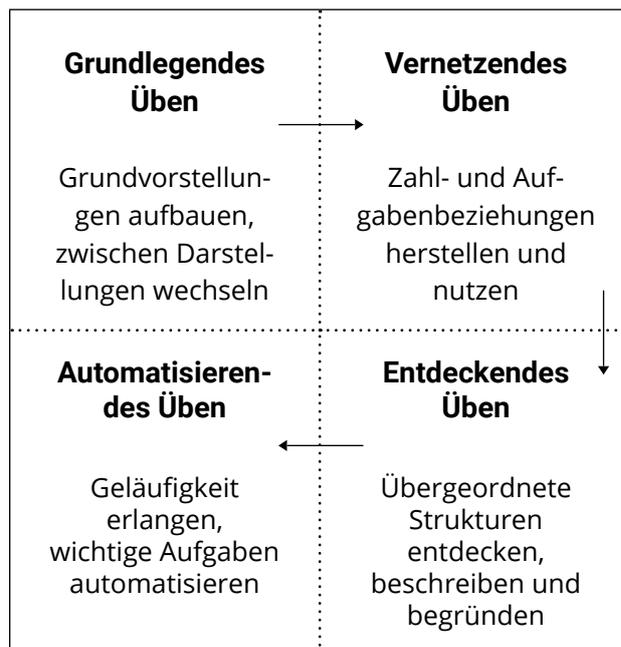


AUTOMATISIERENDES ÜBEN

Das abschließende, sichernde, automatisierende Üben sollte auf einer sicheren Verständnisgrundlage aufbauen. Auch wenn der Großteil der Programme bzw. Apps für den Mathematikunterricht sich vor allem dem Automatisieren widmet, ist zu beachten, dass solche Übungen allein nicht zu einem nachhaltigen Lernerfolg führen können (Ladel, 2017) (z. B. App *Blitzrechnen 4, Verdoppeln*).



In Kapitel 2 *Potentiale von Software* sind Kriterien aufgeführt, die zusätzlich bei der Auswahl unterstützen können.



1.3 Verstehensprozesse durch die Potentiale von Software unterstützen

Die Entwicklung von Verständnis gelingt vorrangig über den Aufbau von Konzepten und den damit verbundenen mentalen Vorstellungsbildern (Wartha & Schulz, 2018). Digitale Medien bieten in diesem Zusammenhang durch verschiedene fachdidaktische Potentiale manche Möglichkeiten, die ihre jeweiligen physischen Entsprechungen nicht ohne Weiteres bieten können.

Durch die *Vernetzung von Darstellungen* können verschiedene Darstellungen einerseits kompakt und synchron dargestellt werden. Andererseits passen sich die jeweils anderen Darstellungen automatisch an, sobald eine der vorliegenden Darstellungen verändert wird – sie sind miteinander vernetzt. Vergleichbares können physische Medien nicht ohne weiteres leisten (Ladel, 2009). Darüber hinaus können sie in einigen Lernsituationen eine passgenaue *virtuelle Darstellung von mentalen Operationen* leisten. So können bspw. Entbündelungen mit virtuellem Würfel-Material ohne den teilweise umständlichen Umweg des Umtauschens realisiert werden, was bei physischem Würfel-Material notwendig ist, aber nicht zwingend mit dem angestrebten mentalen Vorstellungsbild übereinstimmt (Sarama & Clements, 2009).

Neben den beiden genannten Potentialen bieten auch das *Umlagern von Denk- und Arbeitsprozessen*,

die *Strukturierung von Darstellungen* sowie das *informativ fachspezifische Zurückmelden* Chancen, Kinder beim Verstehen von Mathematik zu unterstützen.

Diese Potentiale werden in Kapitel 2 *Potentiale von Software* ausführlicher dargestellt und konkretisiert. Grundsätzlich gilt es jedoch zu berücksichtigen, dass das bloße Vorhandensein von Potentialen in Software nicht automatisch zu besserem Unterricht führen wird. Das Ausschöpfen der Potentiale wird erst dann gelingen können, wenn ein sinnvoller unterrichtlicher Rahmen geschaffen wurde.

1.4 Prozessbezogene Kompetenzen durch digitale Medien fördern

Im Mathematikunterricht sollen die Kinder neben den inhaltsbezogenen auch prozessbezogene Kompetenzen erwerben (KMK, 2022; MSB NRW, 2021). Da digitale Medien im Bereich der Grundschule vor allen Dingen ein Instrument der Darstellung von mathematischen Sachverhalten sind, kommt der prozessbezogenen Kompetenz des *Darstellens* sicherlich eine besondere Bedeutung zu.

Das *Darstellen* – auch aufgeschlüsselt in die Bereiche Verstehen, Verwenden und Vernetzen (MSB NRW, 2021 S. 78) – steht beim Lernen besonders im Fokus. Über das Verständnis der Darstellungen und den Wechsel zwischen Darstellungsebenen kann ein grundlegendes Verständnis von Inhalten aufgebaut werden, welches eine tragfähige Grundlage für das weitere Mathematiklernen ist. In diesem Bereich haben digitale Medien insbesondere bei der Vernetzung oder gar synchronen Darstellung verschiedener Darstellungsebenen ein großes Potential, welches es sich lohnt auszuschöpfen (*dazu auch Kap. 2*).

Auch andere prozessbezogene Kompetenzen können mit Hilfe von digitalen Medien gefördert werden. Ob Kommunikationsprozesse stattfinden, Probleme gelöst werden oder argumentiert wird, hängt nicht zuletzt von den Lehrenden und ihren Impulsen ab. Und dennoch: Viele digitale Medien können ein besonderer Anlass sein, sich gemeinsam über mathematische Phänomene gewinnbringend auszutauschen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten, Vermutungen anzustellen, Begründungen mittels digitaler Medien zu finden und zu überprüfen (*siehe Kap. 6*).



2 Potentiale von Software

„Die heute verfügbare Software-Technologie eröffnet dem Unterricht neue Wege, da man an digitalen Darstellungen Operationen ausführen lassen kann, die mit konkreten und zeichnerischen Darstellungen nicht möglich sind.“ (Wittmann, 2016)

Lernsoftware wird im Mathematikunterricht nicht erst seit der Verfügbarkeit von Apps und Tablet-Computern genutzt. Bereits seit Mitte der 1990er-Jahre mit der Veröffentlichung der Software *Blitzrechnen* (Krauthausen, 1997) fand Software mehr und mehr Anwendung in Grundschulklassen. Dabei weist vor allem Software mit erkennbarem fachdidaktischen Hintergrund Potentiale für das Mathematiklernen auf:

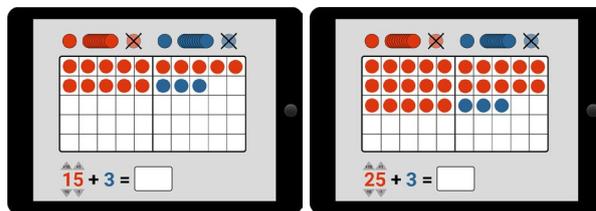
„Wir sprechen von einem Potential, wenn durch die Ausnutzung der besonderen Möglichkeiten des digitalen Tools, Grenzen des Analogen überwunden werden können und das Mathematiklernen durch die Berücksichtigung fachdidaktischer Aspekte unterstützt werden kann.“ (PIKAS digi, 2019; pikas-digi.dzlm.de/node/33)

Dementsprechend handelt es sich bei Potentialen um Features einer Software, die für den Mathematikunterricht vielversprechend erscheinen. Dass sie vielversprechend erscheinen, ist jedoch noch keineswegs ein Garant für eine sinnvolle Nutzung der Software im Sinne einer Ausschöpfung der Potentiale. Es bedarf einer passenden unterrichtlichen Rahmung, damit Lernende Software so nutzen, dass sich ein mathematischer Lernzuwachs einstellen kann. Ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit der Potentiale zu erheben, werden die nachfolgenden fünf mathematikdidaktischen Potentiale digitaler Medien in Anlehnung an Rink & Walter (2020, S. 17) illustriert:

(1) Darstellungen vernetzen

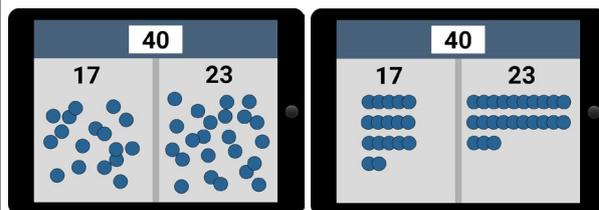
Das Potential *Darstellungen vernetzen* bedeutet, dass (unterschiedliche) enaktive, ikonische oder symbolische Darstellungen synchron dargeboten werden. Eine Veränderung einer Darstellung führt automatisch zu einer Veränderung der jeweils anderen verfügbaren Darstellung. Werden bspw. bei der App *Hunderterfeld* zehn rote Plättchen gleichzeitig hinzugefügt, verändert sich die symbolische

Darstellung des rot gesetzten Zahlzeichens automatisch um +10 (siehe Abb.).



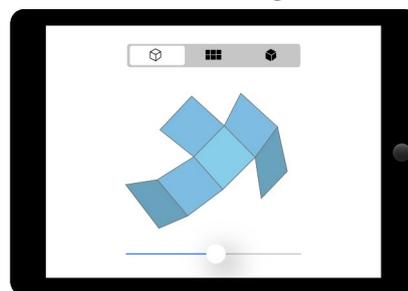
(2) Darstellungen strukturieren

Das Potential *Darstellungen strukturieren* ermöglicht es, ungeordnete Objekte automatisch oder auf Anfrage so zu strukturieren, dass eine quasi-simultane Erfassung ermöglicht wird. Wird eines der Zahlzeichen bei der App *Rechentablett* berührt, erfolgt eine Strukturierung der entsprechenden Plättchen nach der ‚Kraft der Fünf‘ bzw. ‚Kraft der Zehn‘ (siehe Abb., Krauthausen, 1995, S. 98).



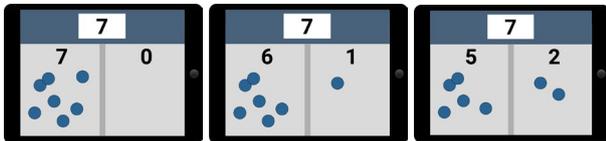
(3) Mentale Operationen virtuell darstellen

Das Potential *Mentale Operationen virtuell darstellen* bedeutet, dass an einer Software durchgeführte Handlungen passend zu intendierten gedanklichen Handlungen gestaltet sein können, sodass der Weg ‚von der Hand in den Kopf‘ unterstützt werden kann. Bei der Software *Klipp Klapp* kann hierzu bspw. ein Körpernetz mit einem Schieberegler an jeder beliebigen Stelle im Faltprozess ‚eingefroren‘ und von allen Seiten betrachtet werden (siehe Abb.), was während des Faltens mit einem Körpernetz aus Papier nur schwerlich möglich erscheint.



(4) Denk- und Arbeitsprozesse umlagern

Das Potential *Denk- und Arbeitsprozesse umlagern* zielt darauf ab, Routineaufgaben zeitweise an ein digitales Medium auszulagern, damit die Lernenden sich reichhaltige(re)n Aktivitäten widmen können. So werden bei der App *Rechentablett* nach dem Verschieben von Plättchen von einem in ein anderes Feld automatisch die jeweiligen Veränderungen (auch) durch Zahlensymbole angezeigt (siehe Abb.). Die Lernenden müssen somit nicht beim kalkülhaften Berechnen einzelner Aufgaben verweilen, sondern können sich direkt der Untersuchung operativer Zusammenhänge, wie z. B. dem gegenseitigen Verändern zweier Summanden, widmen.

**(5) Informativ fachspezifisch zurückmelden**

Durch das Potential *Informativ fachspezifisch zurückmelden* erhalten Lernende eine automatisierte Rückmeldung, die nicht ausschließlich am Produkt, sondern auch am Prozess der Kinder orientiert ist und zur selbstständigen individuellen Weiterarbeit anregt. So erhalten die Lernenden bei der Software *Stellenwerte üben* bspw. bei der inversen verbal-symbolischen Darstellung der Zahl 23 als ‚zwei-und-dreißig‘ die Rückmeldung, ihre Lösung sei ‚falsch‘. Jedoch nicht nur das: Die Software gibt auch an, welches Zahlwort verstanden wurde (‚32 verstanden‘).



Diese fünf Potentiale werden im Verlauf dieses Kapitels an weiteren Beispielen illustriert. Häufig wird der Einsatz von Software mit der Durchführung von Übungsphasen zum Abschluss von Lernprozessen assoziiert. Dass Software für weitaus mehr als nur für rein automatisierendes Üben nutzbar sein kann (Padberg & Benz, 2021, S. 338), wird in

diesem Abschnitt durch die Vorstellung von fünf verschiedenen Softwaretypen verdeutlicht:

- (2.1) Arbeitsmittel
- (2.2) Aufgabenformate
- (2.3) Üben
- (2.4) Knobeln
- (2.5) Weitere Softwaretypen

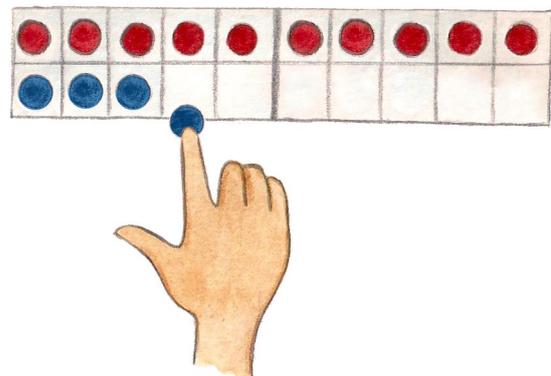
Somit werden zum einen die jeweiligen Softwaretypen an konkreten Beispielen dargestellt und zum anderen die jeweiligen implementierten Potentiale herausgearbeitet.

Viel der vorgestellten Software ist kostenpflichtig und auf das Betriebssystem iOS beschränkt. Die Softwareauswahl begründet sich hier allerdings dadurch, dass diese die fachdidaktischen Potentiale (*Kap. 2*) und die Leitideen (*Kap. 1*) berücksichtigen.

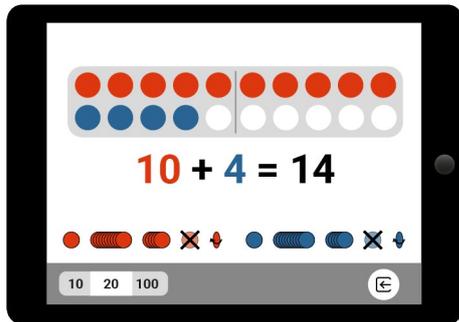
2.1 Arbeitsmittel

Arbeitsmittel sind im Mathematikunterricht der Grundschule in physischer Form allgegenwärtig. Das Spektrum verfügbarer Arbeitsmittel ist groß – angefangen etwa bei flächigen Arbeitsmitteln, wie den Rechenfeldern (Zehner-, Zwanziger- und Hunderterfeld) oder dem (Hunderter-)Rechenrahmen, bis hin zu linearen Arbeitsmitteln, wie dem (leeren) Zahlenstrahl oder Rechenkettens (für einen Überblick, s. Schipper, 2009).

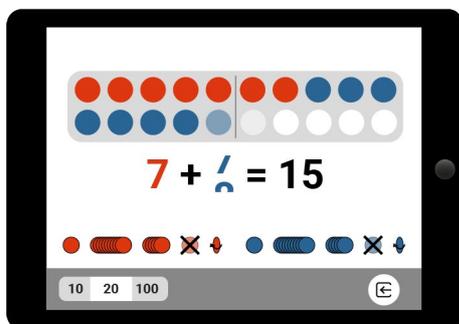
Mittlerweile gibt es zu einigen der verfügbaren physischen Arbeitsmittel virtuelle Entsprechungen. Diese scheinen sich auf den ersten Blick zunächst kaum voneinander zu unterscheiden. Tiefergehende Analysen offenbaren jedoch Unterschiede, die je nach Unterrichtsaktivität und Aufgabe die Vorgehensweisen der Kinder unterstützen bzw. erschweren können. Dementsprechend haben sowohl physische als auch virtuelle Arbeitsmittel ihre Berechtigung für den Mathematikunterricht – virtuelle Arbeitsmittel sollen physische Arbeitsmittel keineswegs ersetzen. Vielmehr gilt es, die Potentiale beider Arten von Arbeitsmitteln auszuschöpfen.



Vergleichen wir hierzu das physische Zwanzigerfeld und das in der App *Rechenfeld* auswählbare Zwanzigerfeld.



Gemeinsam haben beide Arbeitsmittel, dass verschiedenfarbige Plättchen in ein Raster mit je zwei Zeilen zu je zehn Plättchen positioniert werden können und dementsprechend eine strukturierte Darstellung vorliegt. Ein erster offenkundiger Unterschied besteht in der Verfügbarkeit von Zahlzeichen, also der nonverbal-symbolischen Darstellungsebene, am unteren Bildschirmrand. Werden rote oder blaue Plättchen hinzugefügt, ändern sich die Zahlzeichen automatisch – ohne Zutun des Nutzens. Umgekehrt wird die Anzahl der Plättchen automatisch verändert, sofern auf den Zahlzeichen nach unten (Zahl wird verringert) oder oben (Zahl wird erhöht) ‚gewischt‘ wird.

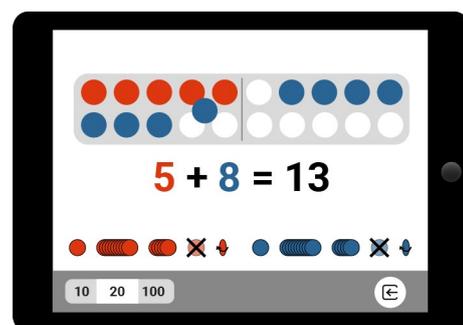


Das Potential *Darstellungen vernetzen* ist demnach im virtuellen Zwanzigerfeld implementiert. Vergleichbare Mechanismen können bei physischen Arbeitsmitteln nicht in dieser Art vorliegen. Die ausbleibende automatische Vernetzung von Darstellungen ist jedoch keineswegs als per se negativ für das mathematische Lernen einzustufen. Wenn Kinder die Übersetzung von Darstellungen selbstständig leisten sollen, kann es durchaus auch kontraproduktiv sein, den Kindern durchgehend alle verfügbaren Darstellungen sichtbar anzubieten: Um das Ergebnis von Additionsaufgaben zu bestimmen, neigen (einige) Kinder dazu, die Aufgaben mittels virtueller Plättchen am virtuellen Zwanzigerfeld darzustellen und das Ergebnis nicht

gedanklich oder unter Bezug zur erzeugten Plättchendarstellung zu bestimmen, sondern lediglich abzulesen (Walter, 2018, S. 167). Bei einer solchen Nutzung trägt ein virtuelles Rechenfeld nicht zur Entwicklung mentaler Vorstellungsbilder von Rechenstrategien bei.

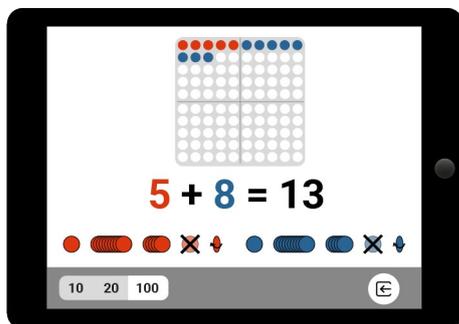
Wenn verschiedene Darstellungen für Kinder jedoch – wie verschiedene Studien belegen (bspw. Radatz, 1990, S. 7) – ‚getrennte Welten‘ darstellen, dann kann das Angebot vernetzter Darstellungen hilfreich sein, um deren Verwobenheit zu erkennen (Urff, 2014, S. 173ff). Die Bezüge zwischen Darstellungen müssen (und können) für einige Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnenlernen hierbei natürlich nicht sofort und vollständig durchdrungen werden. Gleichwohl kann die bloße Erkenntnis, dass sich auch bestimmte Zahlzeichen nach dem Hinzufügen eines Plättchens verändern, Anlass für ein Sprechen über und für das Verstehen von Darstellungen sein.

Ein weiteres Gestaltungsmerkmal des virtuellen Zwanzigerfeldes besteht darin, dass die Plättchen komfortabel strukturiert werden können. Gibt es ein unbesetztes Feld, führt das Antippen des Zwanzigerfeldes dazu, dass ein anderes Plättchen automatisch in die entstandene Lücke rückt. Die Kinder können sich aber auch selbst ein beliebiges Plättchen auswählen und in die Lücke verschieben.



Die Plättchen sind somit auf Anfrage nach der ‚Kraft der Fünf‘ strukturiert, wodurch die quasi-simultane Erfassbarkeit der Objekte ermöglicht wird. Der Grund dafür ist das Vorhandensein des Potentials *Darstellungen strukturieren*. Es sorgt dafür, dass die Kinder nicht zwangsläufig gefordert sind, die Plättchen händisch an eine passende Position zu legen. Sofern Kinder bereits einen ‚Struktursinn‘ (Lüken, 2012) entwickelt haben, kann dies jedoch eine sekundäre Tätigkeit sein, die eher von reichhaltigeren Aktivitäten, wie unterschiedlicher Deutungen eines Punktemusters, ablenken kann. Die App *Rechenfeld* liefert zudem die Möglichkeit

des flexiblen Wechsels zwischen Zehner-, Zwanziger- und Hunderterfeld über entsprechende Schaltflächen am unteren Bildschirmrand (siehe Abb.). Hierdurch kann der Heterogenität von Lerngruppen Rechnung getragen werden, wenn sich Kinder bspw. in verschiedenen Zahlenräumen bewegen und dennoch in derselben App arbeiten können. Gleichzeitig wird durch die strukturähnliche Gestaltung der Rechenfelder die Fortsetzbarkeit didaktischer Arbeitsmittel transparent gemacht. Die Handlungen an den Rechenfeldern (Hinzufügen, Löschen, (Um)strukturieren von (mehreren) Plättchen) bleiben gleich, nur die Größe der Rechenfelder ändert sich.



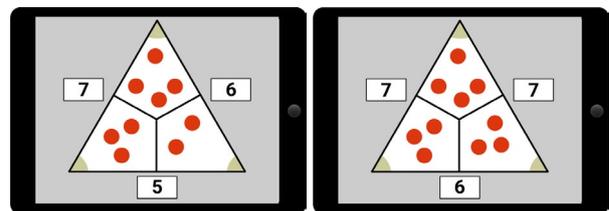
Die Beispiele zeigen, dass virtuelle Arbeitsmittel vielfältige Potentiale aufweisen, was jedoch nicht dazu verführen sollte, ein globales Urteil im Sinne eines *besser* oder *schlechter* zu fällen. Es kommt auf die jeweilige unterrichtliche Aktivität an, die die App jedoch nicht von Hause aus mitliefert. Dies ist jedoch keineswegs als Nachteil zu werten. Auch in der Praxis bewährte physische Arbeitsmittel liefern *von sich aus* keine Aufgaben mit.

In *Arbeitsmittel-Software* werden somit bekannte didaktische Materialien, die im Unterricht als Arbeitsmittel eingesetzt werden, virtuell abgebildet. Sie bieten in der Regel eine Erweiterung der physischen Materialien durch die Berücksichtigung spezifischer Potentiale digitaler Medien, die jedoch erst bei geeigneter unterrichtlicher Einbettung wirken können.

2.2 Aufgabenformate

Auch Aufgabenformate, wie Rechendreiecke, sind fester Bestandteil des Mathematikunterrichts. Sie können durch das Angebot von Forscheraufträgen, wie bspw. bei Rechendreiecken: „Wie verändern sich die Außenzahlen, wenn du ein Plättchen in ein Innenfeld legst? Begründe.“ oder „Kann es ein Rechendreieck mit drei ungeraden Außenzah-

len geben?“ in besonderer Weise zum Entdecken, Beschreiben und Begründen mathematischer Zusammenhänge anregen. Einige bekannte Aufgabenformate sind mittlerweile auch als Software durch virtuelle Umsetzungen ihrer analogen Entsprechungen verfügbar und können insbesondere durch das Potential *Denk- und Arbeitsprozesse umlagern* nicht nur (aber auch) Kindern mit Schwierigkeiten beim Rechnenlernen das Erkennen von Zusammenhängen zwischen Zahlen und Aufgaben ermöglichen. Dies wird nachfolgend am Beispiel des Forscherauftrags „Wie verändern sich die Außenzahlen, wenn du ein Plättchen in ein Innenfeld legst? Begründe.“ illustriert.



Ein erster Zugang zu diesem Forscherauftrag kann darin bestehen, dass die Kinder zunächst ein Rechendreieck mit vorab positionierten Plättchen vorgelegt bekommen. Nach der Formulierung des Forscherauftrags geht es darum, im Sinne des operativen Prinzips (Wittmann, 1985, S. 7ff.) zu untersuchen, wie (und welche) Außenzahlen sich verändern, wenn ein Plättchen in eines der Innenfelder hinzugefügt wird. Hier kann es sich anbieten zunächst zu vermuten, welche Wirkungen erwartet werden und diese dann mit der tatsächlichen Wirkung zu vergleichen. Im Beispiel werden die Kinder feststellen, dass sich die untere und die rechte Außenzahl jeweils um +1 verändert, wenn ein Plättchen in das rechte Innenfeld gelegt wird. Durch das Potential *Darstellungen vernetzen* müssen die Kinder die Außenzahlen nicht bestimmen – sie werden direkt durch die Software verändert, sodass die Wirkungen der Operation ‚ein Plättchen dazulegen‘ direkt sichtbar wird.

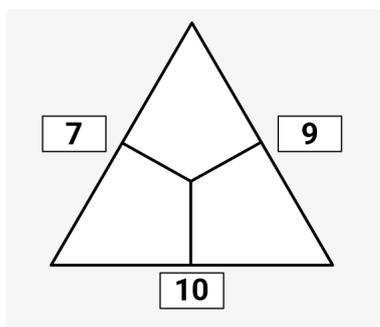
Für Kinder, denen das bloße Ausrechnen von – für geübte Rechnerinnen und Rechner trivial erscheinenden – Aufgaben bereits so große Schwierigkeiten bereitet, dass sie die Resultate gar nicht erst bestimmen und demzufolge auch nicht zur Phase des Erkundens von Zusammenhängen zwischen den Resultaten kommen können, kann das Auslagern des Rechnens hilfreich sein. Der Computer übernimmt das Rechnen – die gewonnenen kognitiven Ressourcen können für die Erkundung

von Zusammenhängen genutzt werden. Auf diese Weise können auch Kinder, die sonst vielfach am reinen Rechnen der für sie isoliert erscheinenden Aufgaben verhaftet bleiben, die Zusammenhänge zwischen diesen entdecken (Krauthausen & Lorenz, 2011, S. 172).

Häufig wird das hier als Potential beschriebene Gestaltungsprinzip, einen Teil der mathematischen Tätigkeit an den Computer auszulagern, keineswegs als hilfreich, sondern eher als hinderlich für das Lernen von Mathematik angesehen. Dies wird dadurch begründet, dass der Computer Arbeiten übernimmt, die Lernende eigentlich leisten sollen (etwa Spitzer, 2012). Natürlich darf es nicht zu einer ständigen Auslagerung des Rechnens an den Computer kommen, damit auch Rechenfertigkeiten geübt werden. Wenn der Fokus auf das Üben und Entdecken – wie bei Rechendreiecken üblich – gelegt wird, kann das reine Berechnen der Aufgaben bisweilen eher sekundär sein. Dementsprechend plädieren wir dann für eine bedarfsgerechte Auslagerung des reinen Rechnens.

Mit Blick auf die Unterrichtsplanung stellt sich überdies vielfach die Frage, wie (virtuelle) Aufgabenformate im Unterricht eingebunden werden können. Aufgabenformate stehen vielfach nicht für sich und isoliert im Unterricht. Es bietet sich an, diese in entsprechende Unterrichtsreihen zu einem bestimmten Schwerpunktthema (beispielsweise Zahlbeziehungen) einzubinden. So können sich nach einer gemeinsamen Phase der Durchdringung eines Formats, etwa durch das Entdecken der Funktionsweise der Software („Was passiert, wenn ich mit dem Finger in ein Innenfeld tippe?“), reichhaltige Forscheraufträge anschließen.

Hier erscheint insbesondere auch eine Kombination mit den jeweiligen nicht-digitalen Entsprechungen sinnvoll zu sein. Denn: Einige bekannte Forscheraufträge beispielsweise beim Einsatz des physischen Rechendreiecks können am virtuellen Rechendreieck nicht gestellt werden.



So ist es nicht möglich, die drei Außenzahlen vorzugeben und den Kindern den Auftrag zu geben, hierzu passende Innenzahlen zu finden, was einen gängigen und reichhaltigen Forscherauftrag, wie er bei der Arbeit mit dem physischen Rechendreieck genutzt wird, ausmacht. Dass dieser Forscherauftrag beim Rechendreieck in der virtuellen Variante so nicht möglich ist, ist darin begründet, dass die Nutzenden lediglich die Innenzahlen mittels Plättchen darstellen können, woraufhin sich die Außenzahlen durch das Potential *Darstellungen vernetzen* anpassen. Dieser Prozess ist bei der hier vorgestellten Software nicht umkehrbar (Bonow, 2020, S. 63). Auf der anderen Seite birgt die Vernetzung von Darstellungen Chancen, um die Verwobenheit von Darstellungen zu verstehen. Somit braucht es eine behutsame Auswahl bekannter Forscheraufträge für eine virtuelle Entsprechung eines bekannten Aufgabenformats. Nicht alle Aufträge sind unmittelbar übertragbar.

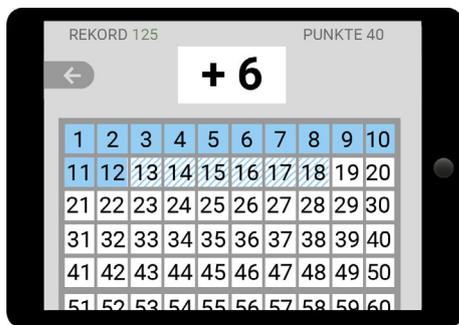
Insgesamt zeigt sich, dass es – wie auch bei Arbeitsmitteln – konkreter Aufgabenstellungen und damit verbundener Forscheraufträge bedarf, die durch die Lehrkraft bereitgestellt werden (Krauthausen & Scherer, 2016). Dabei sind die jeweiligen Potentiale einer Aufgabenformat-Software, wie *Rechendreieck* (siehe S. 12) oder auch *Rechentablett* (siehe S. 10/11), inklusive der Gemeinsamkeiten und Unterschiede zum nicht-digitalen Pendant zu berücksichtigen.

2.3 Üben

Das Üben nimmt einen bedeutenden Stellenwert beim Mathematiklernen ein und kann im Mathematikunterricht sowohl *gestützt* (unter Einbezug von Materialien) als auch *formal* (rein symbolisch) gestaltet sein. Zudem können Aufgaben in Übungsphasen *unstrukturiert* (also ohne Zusammenhänge zwischen den Aufgaben) oder aber *strukturiert* (also mit Aufgabenzusammenhängen) aufbereitet sein (Wittmann & Müller, 2019; siehe auch *Abschnitt Leitideen*). Es zeigt sich: Üben ist mehr als nur Sicherern von Inhalten.

Bei einer Übungssoftware erfolgt die Ausgabe von Aufgaben in der Regel über einen Zufallsalgorithmus. Entweder wird eine Aufgabe von der Software automatisch generiert, oder sie wählt diese aus einem vorab festgelegten Aufgabensortiment

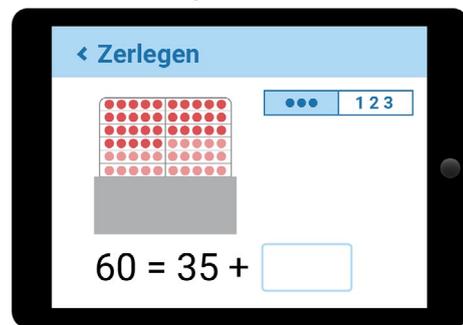
aus. Die Aufgabe wird anschließend ausgegeben und vom Lernenden gelöst. Zumeist folgt auf die Bearbeitung der Lernenden ein sofortiges, automatisiertes Feedback (richtig – nicht richtig). Im Vergleich zu den anderen App-Typen ist Software zum Üben arithmetischer Inhalte mit Abstand am weitesten verbreitet. Dabei überwiegen diejenigen Softwareanwendungen, die *formal-unstrukturiert* aufbereitet sind, also lediglich auf symbolischer Ebene operieren und zueinander unzusammenhängende Aufgaben anbieten (Walter, 2022). Diese Art von Software beruht auf einem Verständnis von Lehren und Lernen, das vor allem auf das Abrufen von Faktenwissen und das Ausführen von Routinefertigkeiten abzielt. Daher ist diese Übungssoftware, die vielfach mit dem Begriff *drill & practice* bezeichnet wird, primär nicht für den Verständnisaufbau; gleichwohl aber in besonderer Weise für die abschließenden Phasen des Lernprozesses geeignet, wenn bereits eine solide Verständnisgrundlage vorliegt. Übungssoftware kann dazu beitragen, verstandene Inhalte zu sichern, zu vertiefen, zu vernetzen und die Geläufigkeit zu schulen (Urff, 2014, S. 101; Ladel, 2017, S. 307). Ein Beispiel für eine solche Software, die Aufgaben *formal-unstrukturiert* stellt, ist die hier abgebildete Software *Die Zahlenjagd – Finde die Zahl*.



Die Kinder stehen vor der Aufgabe, zu einer gegebenen Zahl sukzessive weitere Zahlen zu addieren. Obwohl die Anordnung der Zahlen an der Hundertertafel strukturiert ist, liegt aufgrund der zufällig erscheinenden Auswahl der Additionsaufgaben, die ausschließlich symbolisch gestellt werden, eine *formal-unstrukturierte* Übung vor. Wenn eine solide Verständnisgrundlage geschaffen ist, kann die Software dazu beitragen, sich sicher und zügig an der Hundertertafel zu orientieren und Ergebnisse von Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 rasch zu bestimmen. Charakteristisch für Übungssoftware ist zudem eine automatische Feedbackfunktion. Bei einem

Großteil der Software ist diese jedoch reduziert auf das Produkt – also das Ergebnis einer Aufgabe – ausgerichtet. Wird eine Aufgabe fehlerhaft eingegeben, erhalten die Lernenden beispielsweise ein akustisches oder ein visuelles Signal. Dieses gibt ihnen den Hinweis, dass das Ergebnis fehlerhaft ist. Warum es jedoch fehlerhaft ist, und wie das jeweilige Kind durch einen Hinweis unterstützt werden kann, die Aufgabe eigenständig zu lösen, bleibt häufig offen.

Einige, fachdidaktisch fundierte Übungssoftwares enthalten hingegen Rückmeldemechanismen, die den Kindern konstruktive Hinweise für die individuelle weitere Arbeit anbieten. In diesen Fällen wird das Potential *Informativ fachspezifisch zurückmelden* umgesetzt. Eine solche Rückmeldung kann sehr unterschiedlich gestaltet sein.



Im Modul ‚Zerlegen‘ in der Software *Blitzrechnen 2* wird eine Zahl auf unterschiedliche Weisen in zwei Summanden zerlegt, wobei der jeweils erste Summand symbolisch notiert und durch farbige Plättchen dargestellt ist. Der gesuchte zweite Summand ist nicht symbolisch, jedoch mit transparenteren Plättchen dargestellt. Wird das falsche Zahlzeichen eingegeben, blinken genau die zum zweiten Summanden zugehörigen Plättchen auf.

Den Kindern wird die korrekte Zahl nicht – wie sonst häufig zu sehen – direkt vorgegeben, sondern sie müssen sie sich eigenständig erschließen. Auf ähnliche Weise ist eine Rückmeldung in der Software *Stellenwerte üben* gestaltet. Die Software ist für das Üben des Darstellungswechsels zu mehrstelligen Zahlen entwickelt worden. So wird im Modul ‚Zahlzeichen → Menge‘ ein Zahlzeichen symbolisch vorgegeben, woraufhin die Lernenden die passende Mengendarstellung mit virtuellen Zehnersystemmaterial erzeugen müssen. Für den Fall, dass die Kinder beispielsweise die vorgegebene Zahl 126 mit einer Hunderterplatte und 26 Einerwürfeln – und somit nicht vollständig gebündelt – darstellen, erhalten die Kinder die Rückmeldung, dass dies eine ‚gute‘ Lösung sei, sie jedoch

noch bündeln können. Somit wird nicht nur ein Hinweis gegeben, dass eine Überarbeitung nötig ist, sondern die Kinder erhalten auch eine konstruktive Anregung zur Weiterarbeit.

Insgesamt bleibt für den Einsatz von Übungssoftware festzustellen, dass sie große Lernchancen für die abschließenden Phasen mathematischer Lernprozesse bieten. Im Gegensatz zu Software der Typen *Arbeitsmittel* und *Aufgabenformate* bietet Übungssoftware sowohl Aufgaben als auch Rückmeldungen computergestützt und automatisch an. Eine sinnvolle Nutzung von Übungssoftware kann jedoch nur auf der Grundlage eines fundierten Verständnisses der Lernenden zu den jeweiligen Themen erfolgen.

2.4 Knobeln

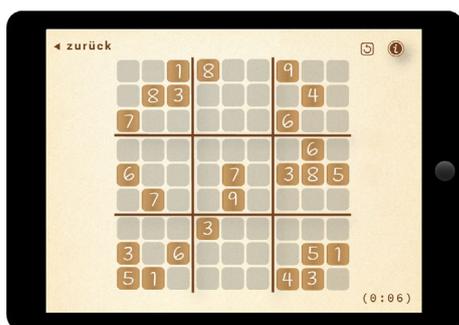
Software des Typs *Knobeln* ist im Gegensatz zu den bisherigen Softwarebeispielen der Typen *Arbeitsmittel*, *Aufgabenformate* und *Üben* eher dem Unterhaltungsbereich zuzuordnen und weist häufig einen spielerischen Charakter auf. Diese Angebote sind teilweise mit altersunangemessener Werbung angereichert, die es zu prüfen gilt.

Obwohl Knobelssoftwares in erster Linie nicht für den Einsatz im Mathematikunterricht entwickelt wurden, können sie Chancen bieten, sowohl inhalts- als auch prozessbezogene Kompetenzen zu fördern. Insbesondere können hier die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens, des strategischen Vorgehens im Sinne des Problemlösens oder der Aufbau eines Zahlenblicks unterstützt werden (Krauthausen, 2012, S. 168ff).

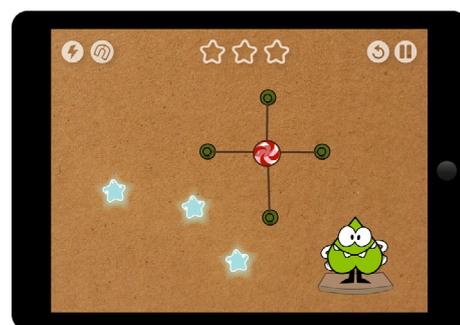
Ein gesellschaftlich weit verbreitetes Knobelspiel, das mittlerweile auch vielfach als Software verfügbar ist, ist *Sudoku*.

1 bis 9 derart zu füllen, dass jede Ziffer in jeder Zeile und Spalte und in jedem 3x3-Teilquadrat exakt einmal eingetragen wird. Sudokus werden in der Regel in verschiedenen Schwierigkeitsgraden angeboten, die sich in der Anzahl vorgegebener Ziffern unterscheiden.

Auch wenn diese App vornehmlich nicht für unterrichtliche Zwecke konzipiert wurde, lassen sich bezogen auf die inhalts- als auch prozessbezogenen Kompetenzen Bezüge herstellen. Auf der Seite der inhaltsbezogenen Kompetenzen ist hier der Bereich *Zahlen und Operationen* zu nennen, da Zahlen miteinander abgeglichen und sie passgenau im Sinne der Sudokuregeln eingetragen werden müssen. Zentraler erscheint aus unserer Sicht jedoch die prozessbezogene Kompetenz *Problemlösen* zu sein, zumal die Kinder zum schlussfolgernden, logischen Denken angeregt werden. So müssen die Kinder während der gesamten Spieldauer hinterfragen, ob sie eine bestimmte Zahl in ein bestimmtes Feld überhaupt eintragen dürfen, und falls ja, welche Auswirkungen dieses auf den weiteren Spielverlauf hat. Überdies eröffnen Sudokus eine Fülle möglicher Lösungsstrategien. Beispielsweise ist das Lösen eines Sudokus – sofern die jeweiligen Ausgangszahlen dies zulassen – zeilenweise, spaltenweise oder aber orientiert an den 3x3-Teilquadraten möglich. Obwohl verfügbare Sudoku-Apps dabei die zu Beginn dieses Kapitels beschriebenen mathematikdidaktischen Potentiale nicht aufweisen, können automatisierte Rückmeldungen die Lösungswege der Kinder unterstützen. So kann eine Sudoku-App beispielsweise automatisiert rückmelden, ob eine bestimmte Zahl in einem bestimmten Feld eingetragen werden darf oder nicht. Eine etwas jüngere Software, die Anlässe zur Förderung von Kompetenzen aus den Bereichen *Raum und Form* sowie ebenfalls *Problemlösen* bietet, ist *Cut the Rope*.

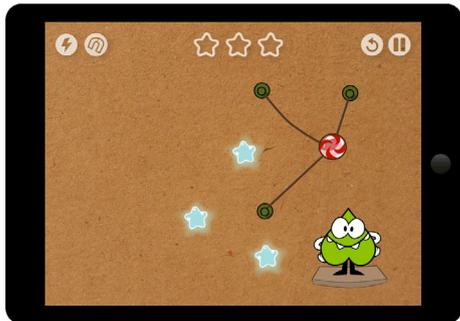


Bei einem Sudoku in der gängigen Version besteht das Ziel darin, ein 9x9-Gitter mit den Ziffern von



Bei dieser Software handelt es sich um eine „Simulation mit physikalischen Gesetzen“ (Krauthausen,

2012, S. 171). Der Ausgangspunkt einer Spieleinheit sieht stets wie folgt aus: Ein kugelförmiges Objekt – hier: eine Süßigkeit – ist mittels Seilen an Haltepunkten befestigt. Per Wischgeste werden einzelne bzw. alle Seile durchtrennt, sodass die Süßigkeit in Bewegung versetzt wird. Die Nutzen stehen vor der Aufgabe, die Seile genau so zu durchtrennen, dass die Süßigkeit passgenau zu einem Frosch (hier Piko) befördert wird.



Hierbei ist die Reihenfolge der Handlungen, also die des Durchtrennens der Seile, von entscheidender Bedeutung für die Flugbahn des Objekts – und auch die jeweiligen Zeitpunkte, zu denen die Seile durchtrennt werden, ist bedeutend für den Spielverlauf. Gerade bei komplexeren Spieleinheiten sind mehrere Versuche und eine gewisse Ausdauer für gewöhnlich nötig, bei denen man sich – im Sinne des systematischen Probierens – sukzessive an die passende Handlungsabfolge annähert. Nicht nur bei dieser Software ist dabei vielfach zu beobachten, dass häufig Ergebnisse durch reines Ausprobieren erzielt werden. Um jedoch die prozessbezogenen Kompetenzen nachhaltig aufzubauen, bedarf es immer einer Reflexion des eigenen Vorgehens und eines Austausches über Vorgehensweisen anderer. Daher sollte in der unterrichtlichen Einbindung dieser Softwares darauf geachtet werden, dass diese angeregt und eingefordert wird.

Über die hier beschriebenen Beispiele hinaus verfügen die gängigen Vertriebsplattformen für Software über eine Fülle bekannter Knobelspiele mit Problemlösecharakter. Beispielsweise das auch im Bereich der mathematischen Frühförderung verbreitete *NIM-Spiel*, Tangrams, Schiebepuzzles etc.

Einige der Softwares des Typs *Knobeln* bergen also Möglichkeiten zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen. Diese gilt es unserer Meinung nach im Einzelfall auszumachen und sinnvoll in den Unterricht zu integrieren.

2.5 Weitere Softwaretypen

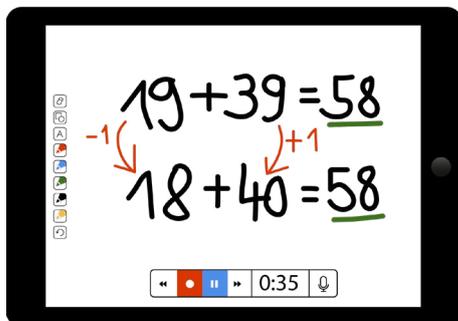
Die dargestellten Softwareangebote weisen durch ihre inhaltliche Aufbereitung klare Bezüge zur Grundschulmathematik auf. Aber auch Software, die nicht explizit mathematische Inhalte liefert und auf den ersten Blick eher allgemeiner Natur zu sein scheint, kann vielfältige Einsatzmöglichkeiten im Mathematikunterricht (wie auch in anderen Fächern) bieten. Insbesondere für Phasen des Dokumentierens und Präsentierens mathematischer Aktivitäten kann sich solch fachunabhängige Software eignen. Mögliche Einsatzszenarien für das Darstellen von Rechenwegen zweier Softwares sollen dies verdeutlichen.

Die Lernenden sollen im Mathematikunterricht lernen, Strategien verständnisbasiert zu nutzen, diese zu beschreiben und auch für andere nachvollziehbar darzustellen – keine leichte Aufgabe. Denn viele geschickte Strategien der Kinder sind nicht immer so gefestigt, dass sie sie flexibel auf neue, unbekannte Aufgaben anwenden können. Strategien, die die Kinder im Unterricht sicher genutzt haben, stehen möglicherweise später – etwa im Zuge der Bearbeitung von Hausaufgaben oder in nachfolgenden Unterrichtsstunden – nicht immer zur Verfügung. Dies mag daran liegen, dass eine Darstellungsflüchtigkeit vorliegt (Beyer et al., 2020, S. 120). Dargestellte Rechenwege, etwa handelnd mittels Plättchen am Zwanzigerfeld, symbolischer Notationen von Zahlzeichen und Forschermitteln oder aber mental ohne Materialnutzung, können bisweilen schwierig oder nicht konserviert werden. Zwar kann es hilfreich sein, seinen Rechenweg zu notieren, um das Lernprodukt auch später zur Verfügung zu haben. Gleichwohl kann dabei die Schwierigkeit bestehen, den Lernprozess – also den Weg zum Lernprodukt – beim Blick auf das Lernprodukt nicht mehr vollständig nachvollziehen zu können.

Um nicht nur das Lernprodukt, sondern auch den Lernprozess zu dokumentieren und somit der Flüchtigkeit von Darstellungen entgegenzuwirken, existieren viele Programme, die das Darstellen eigener Rechenwege relativ einfach und komfortabel ermöglichen. Mit der Software *Explain Everything* können beispielsweise Videos vom Vorgehen auf dem Bildschirm aufgezeichnet werden, während darauf ein Rechenweg Schritt für Schritt notiert wird. Somit liegt dem Kind nach der Doku-

mentation eines Rechenweges nicht nur die ‚fertige‘ Rechnung, sondern auch der Weg dorthin vor. Zusätzlich zu dieser Aufzeichnung kann auch parallel oder im Nachhinein eine Sprachspur aufgenommen werden und Wege so auch verbal erklärt werden.

So kann ein Kind beispielsweise bei der Darstellung der Aufgabe $19 + 39$ mittels gegensinnigen Veränderns um ± 1 über $18 + 40$ den Rechenweg unter Ausschöpfung des Potentials *Darstellungen vernetzen* illustrieren, da sowohl die mathematisch-symbolischen Rechnungen ($19 + 39 = 58$ und $18 + 40 = 58$) – auch unter Ausnutzung von Forschermitteln (Pliquet et al., 2017) –, als auch eine verbal-symbolische Beschreibung in einem Video festgehalten werden.

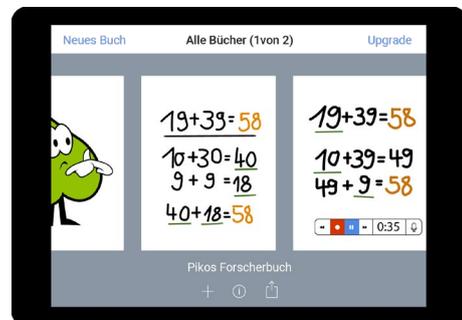
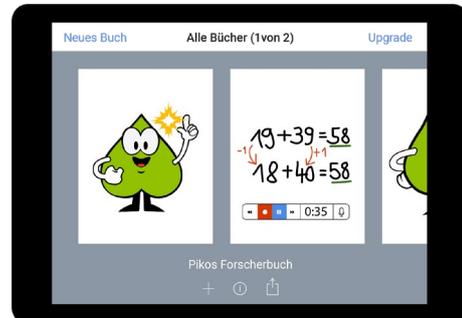


Ein solches Video kann später dabei unterstützen, die Funktionsweise der genutzten Strategie aufzufrischen und zu überprüfen, ob diese auch für andere Aufgaben sinnvoll erscheint. Alternativ zur App *Explain Everything* können auch standardmäßig installierte Softwares, wie die iOS-App *Notizen*, im Verbund mit der *Bildschirmaufnahme-Funktion* eines (Tablet-)Computers genutzt werden. Nach dem Start einer Bildschirmaufnahme kann die *Notizen* Software geöffnet und Rechnungen dargestellt werden. Auch hier kann der Rechenweg als Video festgehalten werden.

Im Nachgang an die Erstellung eines Videos kann es sinnvoll sein, es nicht nur in der recht unstrukturiert erscheinenden Foto- und Videomediathek des (Tablet-)Computers abzuspeichern, sondern strukturiert mithilfe digitaler Dokumentationsmittel abzulegen. Die Software *BookCreator* ist ein solches Dokumentationsmittel. Es handelt sich dabei um eine digital angelegte Mappe. Anders als traditionelle Mappen, die ausschließlich Lernprodukte, wie etwa ausgefüllte Arbeitsblätter, enthält, können im *BookCreator* auch Lernprozesse, beispielsweise über die in *Explain Everything* erstellten Vi-

deos, eingebunden werden.

Für das obige Beispiel bietet es sich etwa an, ein Forscherbuch anzulegen, in dem unterschiedliche Rechenstrategien bei einer Aufgabe genutzt werden.



Eine solche Zusammenstellung verschiedener Strategien zu einer Aufgabe kann eine Grundlage für die Frage sein, welche Strategien für die Bearbeitung einer spezifischen Aufgabe geschickt erscheinen. Insgesamt ermöglicht der *Book Creator* somit nicht nur eine statische Darstellung von z. B. Rechenwegen über schriftliche Lernprodukte, sondern auch eine dynamische Darstellung von Lernprozessen durch die Einbindung selbst erstellter Videos im Rahmen eines digitalen Buches.

Die Beispiele machen deutlich, dass nicht nur Mathematiksoftware allein für den Mathematikunterricht nutzbar sein kann. Auch Standardprogramme, die eher unterrichtsorganisatorische Potentiale ohne direkten Fachbezug enthalten, können sinnvolle Einsatzszenarien mit sich bringen – sofern eine fachdidaktische Aufbereitung und Ausrichtung der Software erfolgt. So können auch unterrichtsorganisatorische Potentiale fachliche Lernprozesse unterstützen.

3 Lernvideos

Der Einsatz audiovisueller Medien im schulischen Kontext ist kein neues Phänomen, sondern tritt schon seit langer Zeit auf (Karppinen, 2005, S. 234). Verändert hat sich in den letzten Jahren hierbei allerdings die Art und Weise, wie diese Medien verwendet werden. Traditionell mussten Filme für den unterrichtlichen Kontext explizit für diesen professionell entwickelt werden (Wolf, 2015, S. 122). Durch technische Weiterentwicklungen wurde in den letzten Jahren jedoch die Entwicklung von einfachen Videos deutlich erleichtert (Kommer, 2015, S. 13), die auch vielfältig von Lernenden für die Vor- oder Nachbereitung von Unterricht genutzt werden können (Rummler, 2017, S. 181). Solche Lernvideos werden also häufig nicht nur im Unterricht genutzt, sondern dienen zudem dem Aufbereiten von Unterrichtsthemen außerhalb des Unterrichts. Die Erstellung von Lernvideos muss fachdidaktischen Prinzipien folgen und in den Unterricht eingebettet werden.

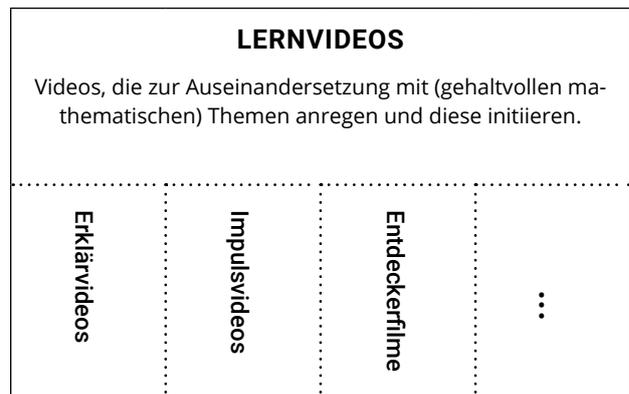
Videos können sich je nach Inhalt für unterschiedliche Aspekte und Ziele eignen. Daher werden zunächst verschiedene Typen sowie deren Besonderheiten, wichtige Gestaltungsmerkmale und Intentionen angegeben, um dafür zu sensibilisieren, worauf geachtet werden sollte, wenn audiovisuelle Medien genutzt werden. Hierbei fokussieren wir uns auf den Einsatz mit einer unterrichtlichen Rahmung und gehen nicht weiter auf den außerschulischen Bereich ein, wobei auch für diesen Analogien in unseren Ausführungen zu erwarten sind. Des Weiteren beschränken wir uns in unseren Ausführungen lediglich auf Videos **für** Kinder und gehen nicht weiter auf die Potentiale der Videoerstellung **von** Kindern ein. Auch wenn es interessante Untersuchungen und Ideen für den unterrichtlichen Einsatz von durch die Lernenden selbst erstellten Lernvideos gibt (z. B. Kearney & Schuck, 2004; Morgan, 2013), beschränken wir uns im Folgendem auf für Kinder erstellte Lernvideos.

Videos oder Filme mit dem Anspruch, schulische Inhalte zu thematisieren, tauchen im Netz in vielfältiger Weise auf. Allerdings gibt es keine einheitliche Definition, wie diese Mannigfaltigkeit einzuschätzen ist. Begriffe wie Erklär-, Lehr- oder Lernvideo tauchen dabei häufig auf, wobei sie auch regelmäßig synonym verwendet werden. Um

für diese Handreichung eine begriffliche Klarheit zu schaffen, wird im Folgenden von **Lernvideos** als eine übergeordnete Kategorie gesprochen, unter der Videos, die zur Auseinandersetzung mit (gehaltvollen mathematischen) Themen anregen und diese initiieren verstanden werden.

Dieser Kategorie können aus unserer Sicht verschiedene Videoarten zugeordnet werden, von denen wir näher auf die folgenden drei Arten eingehen möchten, denen aus unserer Sicht für den Einsatz im Mathematikunterricht eine bedeutende Rolle zukommt:

- Erklärvideos
- Impulsvideos
- Entdeckerfilme



3.1 Erklärvideos

Angelehnt an die Definition von Wolf (2015) verstehen wir unter **Erklärvideos** „Filme, in denen erläutert wird, wie man etwas macht oder wie etwas funktioniert bzw. in denen abstrakte Konzepte erklärt werden“ (Wolf, 2015, S. 123). Primär geht es bei dieser Art der Lernvideos also um Erläuterungen oder Erklärungen. Aus fachdidaktischer Perspektive lassen sich Erklärungen in die Ebenen des *Was?*, des *Wie?* und des *Warum?* einteilen (Wagner & Wörn, 2011).

Diese Art der Lernvideos ist im Internet vielfältig vorzufinden. Zumeist werden durch sie jedoch lediglich Wie-Erklärungen im Sinne des Vormachens-Nachmachens angeboten, die ausschließlich auf eine Nachahmung des Gesehenen abzielen. In Bezug auf Erklärvideos im mathematischen Kontext ist zudem anzunehmen, dass diese Videos zum Nachahmen geeignet sind, allerdings für den Verständnisaufbau eher einen geringen Beitrag

leisten (Wolf, 2020, S. 17; Rink & Walter, 2020, S. 69). Da ein solches Verständnis unserer Meinung nach nicht im Sinne der zuvor genannten Definition eines Lernvideos ist, bei der insbesondere die aktive Auseinandersetzung angeregt werden soll, sollte auch bei der Erstellung und Auswahl von Erklärvideos darauf geachtet werden, dass nicht ausschließlich Techniken eingeübt werden, sondern die Verständnisorientierung im Mittelpunkt steht (Frischemeier et al., 2022).

Aus medienpädagogischer Sicht sollte bei Lernvideos im Allgemeinen und somit Erklärvideos im Speziellen darauf geachtet werden, dass keine sachfremden Informationen und lediglich die für den Lerninhalt relevanten Informationen im Video auftauchen. Ebenfalls können und sollten wesentliche Informationen der Erklärung durch Markierungen oder sprachliche bzw. visuelle Hervorhebungen kenntlich gemacht werden. Um die Aufnahmefähigkeit des Lernenden nicht zu überfordern, sollten die Lerneinheiten in kleine Segmente eingeteilt und so der Lernstoff entlastet werden. Ebenfalls sinnvoll und hilfreich erscheint die Verknüpfung von gesprochener und geschriebener Sprache mit passenden Visualisierungen (Mayer, 2001; Mayer & Moreno, 2003).

Aus fachdidaktischer Perspektive ergeben sich weitere Merkmale, die für ein Erklärvideo für den Mathematikunterricht gelten sollten. Da es sich bei Erklärvideos um ein Medium handelt, das Erklärungen transportiert, wird sich an dieser Stelle auf Merkmale guter Erklärungen nach Wagner und Wörn (2011) bezogen. Erklärungen sollten demnach gut strukturiert und adressatenbezogen sein, eine angemessene Sprach- und Sprechweise aufweisen sowie verschiedene Ebenen von Erklärungen in den Blick nehmen (Wagner & Wörn, 2011). Im Folgenden wird nun ein spezielles Augenmerk auf die verschiedenen Ebenen und deren Realisierung in Erklärvideos gelegt.

WAS-ERKLÄRUNGEN

In Was-Erklärungen werden vornehmlich Fach- oder Alltagsbegriffe genannt, geklärt oder in einen Zusammenhang gebracht sowie Besonderheiten von didaktischem Material erklärt (Wagner & Wörn, 2011, S. 45). Im Erklärvideo „Was ist eine Zahlenkette?“ (pikas.dzlm.de/node/1315) wird bspw. erklärt, was das Aufgabenformat „Zahlenkette“ ist und wie die einzelnen Teile (1. Startzahl, 2. Startzahl, 3. Zahl, Zielzahl) genannt werden.

WIE-ERKLÄRUNGEN

Bei einer Wie-Erklärung wird z. B. erklärt, wie einzelne Handlungen, Rechenregeln oder auch Algorithmen ausgeführt werden (Wagner & Wörn, 2011, S. 45). Im Erklärvideo „Wir erhöhen die zweite Startzahl um 1“ (pikas.dzlm.de/node/1316) wird unter anderem dargestellt, wie die Veränderungsregeln „Verändere die zweite Startzahl um 1“ angewandt werden.

WARUM-ERKLÄRUNGEN

Warum-Erklärungen stellen z. B. Beziehungen zwischen Zahlen, Objekten oder Mengen in den Mittelpunkt und ähneln damit bereits formalen oder präformalen Beweisen (Wagner & Wörn, 2011, S. 45). Im Erklärvideo „Wir erhöhen die zweite Startzahl um 1“ (pikas.dzlm.de/node/1316) werden die Auswirkungen der Erhöhung der 2. Startzahl um 1 visualisiert und eine sprachliche Begründung dieser Beziehung gegeben.

Wie- und Was-Erklärungen können also eher den von Wolf (2020) genannten „Videotutorials“ (Wolf, 2020, S. 17) zugeordnet werden und sind demnach nach Rink & Walter (2020) vermutlich primär auf das Nachvollziehen ausgerichtet. Solche Wie- und Was-Erklärungen sind wichtig. Um jedoch der Gefahr des ausschließlich passiven Konsums von Erklärvideos zu entgehen, ist es wichtig, bei der Erstellung von Erklärvideos ebenfalls großen Wert auf Warum-Erklärungen zu legen und die verschiedenen Typen miteinander zu vernetzen.

Insbesondere mit Bezug auf die Idee, dass Lernvideos die Auseinandersetzung mit gehaltvollen mathematischen Themen anregen oder initiieren sollten, gehen wir davon aus, dass es insbesondere für Erklärvideos wichtig ist, diese sinnvoll in unterrichtliche Kontexte einzubeziehen (Frischemeier et al., 2022).

Dazu können bspw. digitale Pinnwände (<https://pikas-digi.dzlm.de/node/204>) genutzt werden.

Ein zentrales Merkmal von Erklärvideos macht das Nachvollziehen von Erklärungen durch die Lernenden aus. Allerdings sollten unterrichtliche Tätigkeiten mit Erklärvideos nicht dort stagnieren, sondern auch auf die Verknüpfung von erklärten Inhalten und konkreten Tätigkeiten durch die Lernenden abzielen.

- Verknüpfung aller Erklär-Ebenen
- Unterrichtliche Einbettung

3.2 Impulsvideos

In Anlehnung an Mahiko (mahiko.dzlm.de) werden Impulsvideos hier als Videos verstanden, die sich direkt an Kinder richten, mit denen sie sich mit Inhalten des Mathematikunterrichts eigenständig auseinandersetzen und zielführend üben können. Hierbei liegt der Fokus auf der Aufgabe und der Reflexion von Lösungswegen.

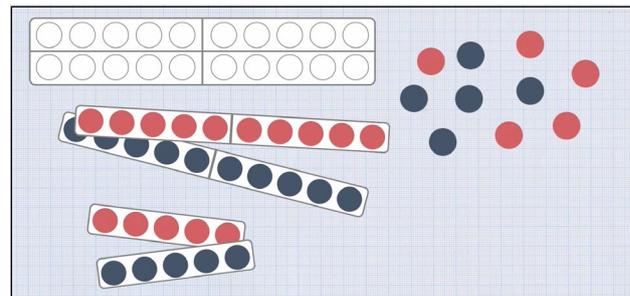
Zu Beginn der Videos wird das Thema und die für die Aufgabe benötigten Materialien genannt und gezeigt. Bei den Materialien handelt es sich um gängige didaktische Materialien, die den Kindern aus dem Unterricht bekannt sind. Die Visualisierung innerhalb des Videos entspricht genau diesen Materialien, sodass diese für die Kinder keinen neuen Lernstoff darstellen.

Die Kinder werden nach der Einführung in eine Aufgabensituation aufgefordert, das Video zu stoppen und durch Impulse zu konkreten Aktivitäten angeregt. Die Übungen werden so erklärt, dass sie nachvollzogen und möglichst selbstständig weitergeführt werden können. Anschließend werden mögliche Lösungen thematisiert, wodurch die Kinder die Möglichkeit bekommen, ihre Lösungen mit der Musterlösung zu vergleichen. Durch die Erklärung der Lösung bekommen die Kinder die Möglichkeit den Lösungsweg nachzuvollziehen. Am Ende des Videos werden die Kinder durch eine weiterführende Aufgabe angeregt, das Thema zu vertiefen.

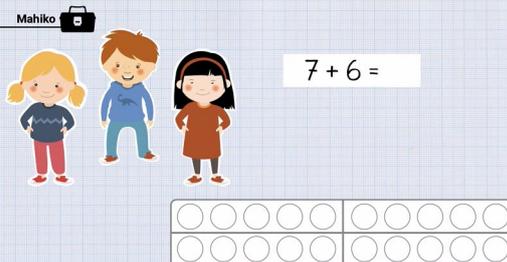
**VIDEO: SICHER IM 1+1
SCHWIERIGE AUFGABEN GESCHICKT LÖSEN**
mahiko.dzlm.de/node/213

In diesem Video werden beispielhaft an der Aufgabe $7 + 6$ verschiedene Wege gezeigt, wie man schwierige Aufgaben mit Hilfe des 20er Felds lösen kann. Um mit diesem Video arbeiten zu können, sollten die Kinder Zahlen geschickt am 20er Feld legen können sowie einfache Additionsaufgaben sicher lösen können. Im Folgenden wird der Aufbau des Videos anhand einiger Screenshots kurz erläutert.

Zur Durchführung der Übung benötigen die Kinder: ein 20er-Feld, 5er-Streifen, 10er-Streifen sowie Wendepättchen. Zu Beginn des Videos wird den Kindern das benötigte Material genannt und im Video angezeigt:

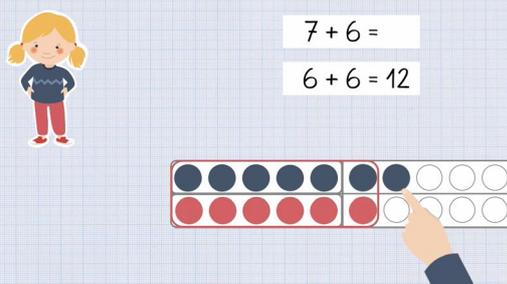


Die Kinder werden anschließend aufgefordert, das Video zu stoppen und die Aufgabe $7+6$ in ihrem Zwanzigerfeld zu legen.

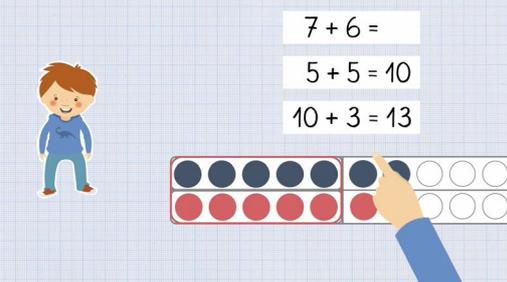


Nun beschreiben drei Kinder ihre Rechnungen.

Ida: „Ich rechne so. Ich lege zuerst oben 7 blaue Plättchen, also 5 und 2. Dann lege ich unten 6 rote Plättchen, also 5 und 1. Ich sehe das Doppelte von 6, das ist 12. Und dann noch Einen, das sind 13. 7 plus 6 ist gleich dreizehn.“

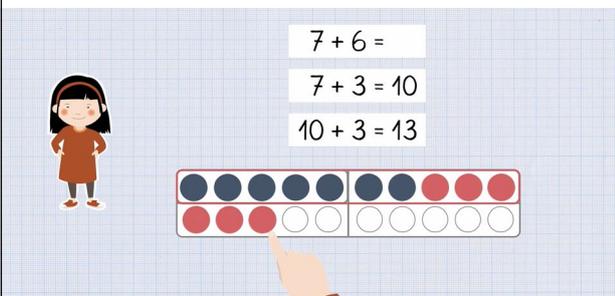


Timo: „Ich sehe 2 Fünfer, also einen Zehner und dann noch 3, also dreizehn. 7 plus 6 ist also dreizehn.“



Aiko: „Ich lege zuerst 7 blaue Plättchen, dann noch 6 rote Plättchen. Erst 3, dann ist die Zehnerreihe

voll, und ich brauche noch 3 weitere in der zweiten Reihe, damit ich insgesamt 6 gelegt habe. Jetzt sehe ich: Die obere Reihe ist voll, das sind 10. Und in der unteren Reihe sind es noch 3, also insgesamt 13. 7 plus 6 ist dasselbe wie 10 plus 3."



Durch die beispielhaften Beschreibungen der drei Figuren, können die Kinder zum einen ihre eigene Lösung mit der Lösung der Figuren vergleichen. Sie bekommen gleichzeitig aber auch Anregungen im Sinne eines Sprachvorbildes, wie sie im nächsten Schritt ihr eigenes Ergebnis beschreiben können.

Die Kinder werden nun aufgefordert, das Video zu stoppen und jemandem ihre eigenen Ergebnisse zu beschreiben. Mögliche Einsatzszenarien für den Unterricht sind:

- als Wiederholung oder Einstieg in ein neues Thema
- zur Differenzierung mit Kleingruppen
- für die Einzelarbeit
- für Hausaufgaben bzw. Aufgaben für die Lernzeit im offenen Ganztage
- Auslagerung von Erklärinhalten im Sinne des *flipped Classroom*

Im Vordergrund der Impulsvideos steht das Vergleichen und Reflektieren der Lösungen. Die Kinder im Video sind ein sprachliches Vorbild, wodurch das Erklären, Beschreiben und Begründen von Lösungswegen veranschaulicht und gefördert wird.

- Kinder als sprachliches Vorbild
- Veranschaulichung von Lösungswegen

3.3 Entdeckerfilme

Während bei Erklärvideos Handlungs- oder Funktionsweisen von abstrakten Konzepten erläutert werden (Wolf, 2015, S. 123), sollen Entdeckerfilme durch Beobachtungen und aktive Auseinandersetzungen zum entdeckenden Lernen anregen (Römer & Nührenbörger, 2018, S. 1511).

Nach Linneweber-Lammerskitten (2009) sind Entdeckerfilme kurze Filme, in denen – in der Regel unkommentiert – (mathematische) Szenarien vorgespielt werden, die Anlass zum Nachdenken, Entdecken und Austausch bieten. „Da die Videoclips zum Selberausprobieren, Explorieren und Mathematiktreiben anregen sollen, werden als Requisiten in der Regel Alltagsgegenstände bzw. leicht zu beschaffende Materialien verwendet – auch wird absichtlich auf Perfektion und High-Tech Ästhetik verzichtet“ (Linneweber-Lammerskitten, 2011, S. 557). Im Fokus dieser Art des Lernvideos steht demnach das eigenständige Ausprobieren (Explorieren), was den Nutzer konkret zu mathematischen Tätigkeiten anregen soll (Linneweber-Lammerskitten, 2011, S. 557).

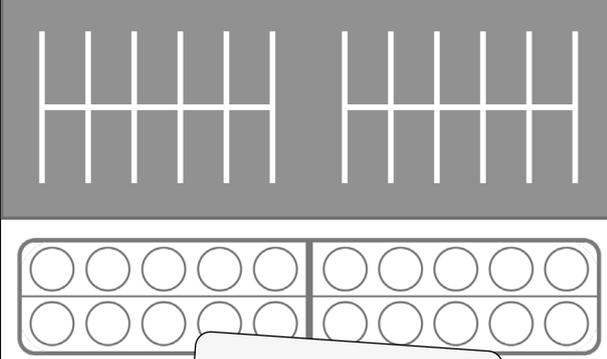
„Die Filme sollen die Lernenden nicht überfordern und frustrieren, andererseits aber Lust auf ein eigenes Ausprobieren machen, was über das Gesehene hinausgeht. Das Format der Filme erlaubt einen dezentralen Einsatz und ermöglicht somit verschiedene Sozialformen und ein unterschiedliches Lerntempo.“ (Linneweber-Lammerskitten, 2009, S. 746)

VIDEO: AUF DEM PARKPLATZ

grundschul-blog.de/rechnen-bis-20-entdeckerfilm-zahlenbuch/

Der Entdeckerfilm „Auf dem Parkplatz“ von Ahlers und Nienaß thematisiert eine Parkplatzsituation, anhand derer mathematische Gesetzmäßigkeiten nachvollzogen und entdeckt werden können.

Der Parkplatz ist wie das Zwanzigerfeld aufgebaut. Um Entdeckungen mithilfe des Films machen zu können, kann den Kindern entweder ein Zwanzigerfeld (mit Plättchen) oder ein wie auf dem folgenden Bild angeordnetes Parkplatzfeld (mit Spielzeugautos) zur Verfügung gestellt werden.



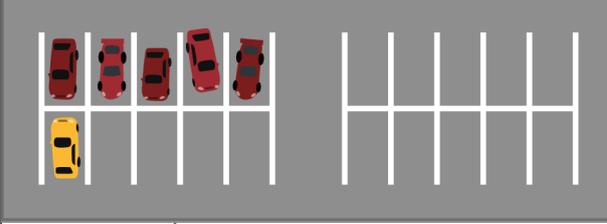
Aufgabenkarte
1. Beschreibe alle Gemeinsamkeiten.

So müssen sie, die Entdeckungen des Films auf das Material übertragen und für sich nutzbar machen. Durch Aufgabenkarten mit Reflexionsaufforderung kann dies angeregt werden. Es bleibt festzuhalten, dass natürlich auch Brüche zwischen Film und Material existieren. Das Auto lässt sich nicht – wie z. B. ein Wendeplättchen - wenden oder umdrehen. Da im Unterricht in der Regel keine Autos zur Verfügung stehen, können auch (Wende-)Plättchen genutzt werden.



Aufgabenkarte
1. Beschreibe was du gesehen hast.
2. Lege die Situation aus dem Video nach.

Eine mögliche Antwort der Lernenden wäre:
„Drei rote und drei gelbe Autos parken ein. Ein gelbes Auto fährt weg und ein rotes Auto parkt ein.“
Durch das gleichzeitige Wegfahren und Einparken der Autos wird der enge Zusammenhang zwischen der Addition und Subtraktion im Sinne des Konstanzgesetzes der Summe deutlich.
„Nun fährt ein gelbes Auto weg und ein rotes Auto kommt gleichzeitig auf den Parkplatz hinzu. Auf dem Parkplatz stehen fünf rote Autos und ein gelbes Auto.“




Zu dem Entdeckerfilm sind analoge Aufgabenkärtchen entwickelt worden, die im Unterricht eingesetzt werden können und weitere Anlässe für Entdeckungen bieten. Im Gegensatz zu Erklär- und Impulsvideos ist die Unterstützung durch die Lehrperson entscheidend. Die Kinder sollen durch gezielte Fragen und Impulse angeregt werden zu beschreiben, zu entdecken und das Gesehene zu hinterfragen.

Entdeckervideos müssen durch Impulse und Reflexionsanregungen von der Lehrkraft begleitet werden, daher eignen sie sich nur für den Einsatz im Unterricht.

- Videos zum Entdecken einsetzen
- Vornehmlich Einsatz im Unterricht

4 Informatische Bildung

Informatik wird von Lernenden (und nicht nur von diesen) oftmals mit dem Programmieren gleichgesetzt, wie Studien von Bergner (2014) oder Carter (2006) zeigen konnten. Programmieren macht zwar einen Bereich des Teilgebiets der Praktischen Informatik aus (Gumm & Sommer, 2009, S. 2), steht aber, neben der Theoretischen, Technischen und Angewandten Informatik nicht ausschließlich für das Wesen der Informatik.

Informatische Bildung trägt in unserer digitalen Welt dazu bei, dass Lernende diese besser verstehen und Phänomene für sich nachvollziehen können. Darüber hinaus werden Lernende durch informatische Bildung dazu befähigt, sich in einer digitalen Welt adäquat auszudrücken und ihre gestalterischen und kreativen Fähigkeiten auch mit Hilfe digitaler Medien auszuleben, was ihnen die Teilhabe an einer modernen Gesellschaft (erst) ermöglicht (Bergner et al., 2018, S. 72). Diese Bildung erwächst in der aktiven Auseinandersetzung mit vielfältigen Inhalten.

Der Medienkompetenzrahmen NRW zeigt insbesondere im Bereich 2 *Informieren und Recherchieren* sowie im Bereich 6 *Problemlösen und Modellieren* Teilbereiche auf, die eine deutliche Nähe zur Informatik und auch zur Mathematik aufweisen. Auf den folgenden Seiten werden auf der Grundlage des Medienkompetenzrahmens Aspekte des Mathematikunterrichts näher beleuchtet und Vorschläge gemacht, wie Mathematik und Informatische Bildung gewinnbringend unter Berücksichtigung der Aspekte des Medienkompetenzrahmens im Unterricht miteinander verbunden werden können.

Zunächst wird dazu der Aspekt Informationen und Daten schwerpunktmäßig in den Blick genommen, der sich im Medienkompetenzrahmen dem Bereich *Informieren und Recherchieren* zuordnen lässt. Dabei liegt der Fokus insbesondere auf der Informationsverarbeitung und -auswertung, die in der Mathematik in der Grundschule mit dem Erstellen von Diagrammen bereits in der Schuleingangsphase seit jeher einen festen Platz einnimmt. Im Zuge zunehmender Digitalisierung kann dieses Thema auch vermehrt digital gestützt erfolgen, um weitere Aspekte beim Verarbeiten von Daten und Informationen in den Blick zu nehmen.

Im Kapitel Algorithmen und Modellieren stehen neben mathematischen Algorithmen auch einfache Algorithmen des Programmierens im Vordergrund. Dabei sind Algorithmen im Sinne von Handlungsanweisungen auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus denkbar und spielen im Alltag wie auch in der Mathematik und Informatik eine große Rolle. Konkrete Beispiele zeigen hier auf, wie ausgehend von der Lebenswelt der Kinder Algorithmen der Mathematik und Informatik verständlich gemacht werden können.

Das Kapitel Prinzipien der digitalen Welt und Programmieren thematisiert einerseits grundlegende Ideen von digitalen Abläufen und konkretisiert dies mathematikgebunden am Beispiel des Binärsystems. Darüber hinaus werden grundschulgeeignete Wege aufgezeigt, wie einfaches Programmieren festgelegte Abläufe automatisieren kann und ermöglicht so einen Einblick in grundlegende Funktionsweisen von Software die aus der Lebenswelt der Kinder nicht mehr wegzudenken sind.



**Bedienen
und Anwenden**



**Informieren
und Recherchieren**



**Kommunizieren
und Kooperieren**



**Produzieren
und Präsentieren**



**Analysieren
und Reflektieren**



**Problemlösen
und Modellieren**

4.1 Informationen und Daten

Daten sind auch im Lebenskontext von Kindern allgegenwärtig. Werden sie in bestimmten Kontexten gedeutet, werden sie zu Informationen (Best et al., 2019, S.9). Im Bereich persönlicher Daten ist der Schutz dieser im digitalen Zeitalter von besonderer Bedeutung, weil ungeschützte Daten möglicherweise jedem Zugriff auf persönliche Informationen ermöglichen.

Aber auch das Strukturieren von Daten und das Interpretieren im entsprechenden Kontext ist im Bereich informatischer Bildung relevant. Das Darstellen, Sortieren und Umsortieren von Daten nach bestimmten Merkmalen wird durch informatische Systeme zunehmend erleichtert. Auch große Datensätze und das in Beziehung setzen von Daten und Informationen zueinander kann durch digitale Medien unterstützt und dadurch teilweise auf Grundschulniveau überhaupt ermöglicht werden. Die Unterrichtsbeispiele *Statistische Projekte*, *Diagramme* und *Bivariate Daten untersuchen* (pikas-digi.dzlm.de/node/123) zeigen auf, welchen Nutzen aber auch welche Grenzen informatische Systeme zur Darstellung von Daten haben können. Dabei geht es keineswegs lediglich darum, das Erstellen von Diagrammen an das digitale Medium auszulagern. Genauso wichtig ist der Aufbau eines Verständnisses, wie Datensätze anschaulich dargestellt und interpretiert werden können, also dementsprechend auch zu verstehen, wie Datensätze durch Umfragen entstehen können, wie erhobene Daten verarbeitet werden und wie diese angemessen visualisiert werden können. Im Bereich der Grundschule geht der Weg zum Aufbau des Verständnisses meist ausgehend von Erfahrungen mit analogen Medien über zum sinnvollen Einsatz digitaler Medien, um die erworbenen Fähigkeiten auch in größeren Dimensionen anwenden zu können.

Weitere Informationen zum Thema *Informationen und Daten* finden sie unter schulministerium.nrw/informatik-grundschulen. Dort erhalten Sie auch einen Unterrichtsvorschlag mit entsprechenden Materialien zum Thema Kryptologie.

DIAGRAMME

Das Unterrichtsbeispiel *Diagramme* knüpft an die Vorerfahrungen an, die Kinder beim Erstellen von Diagrammen im Analogen bereits gesammelt haben (pikas-kompakt.dzlm.de/node/39). Basierend



darauf geht es in dem Unterrichtsbeispiel vor allem um das angemessene Darstellen von Informationen in Form von digitalen Diagrammen mit einer Tabellenkalkulationssoftware. Dabei steht die Auswahl eines für den Zweck angemessenen Diagrammtyps im Fokus. Darüber hinaus wird thematisiert, wie Diagramme manipuliert werden können, um den Informationsgehalt zu verfremden. Neben dem Unterrichtsbeispiel finden Sie auf pikas-digi.dzlm.de/node/32 ein Fortbildungsmodul zum Selbststudium.

STATISTISCHE PROJEKTE

Die Datenanalysesoftware TinkerPlots®, die zur Entwicklung des frühen statistischen Denkens entwickelt worden ist, kann Lernende unterstützen, Datenmengen zu organisieren und nach selbstgewählten Fragestellungen umzustrukturieren, verschiedene Visualisierungen zu erstellen und somit auch größere Datensätze zu untersuchen. In dem Unterrichtsbeispiel *Statistische Projekte* (pikas-digi.dzlm.de/node/123) wird beschrieben, wie man über erste statistische Aktivitäten (unplugged, mit so genannten Datenkarten) zur Datenanalyse mit der Software TinkerPlots® gelangen kann.

BIVARIATE DATENSÄTZE

Um in Diagrammen Zusammenhänge zwischen einzelnen Merkmalen aufzudecken, bietet sich der Einsatz von Streudiagrammen an, in denen mehrere Merkmale eines Merkmalsträgers dargestellt werden können. Mittels der Software CODAP erfahren die Lernenden Beziehungen zwischen verschiedenen Merkmalen aufzudecken, zu beschreiben und zu interpretieren. Dabei geht der Weg von einem Verständnisaufbau im Analogen zur Nutzung einer Software für die Untersuchung von großen Datensätzen. Ideen zur Thematisierung von Streudiagrammen im Unterricht erhalten Sie auf: pikas-digi.dzlm.de/node/123.

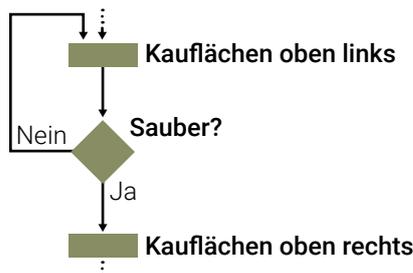
4.2 Algorithmen und Modellieren

Algorithmen sind Handlungsvorschriften, mit denen auch Kinder in vielfältiger Weise in Berührung kommen. Kochrezepte, Spiel- oder Bauanleitungen beinhalten konkrete Handlungsanweisungen. Im Mathematikunterricht gelten ebenfalls eine Vielzahl an Handlungsvorschriften, solche beispielsweise, die zum Berechnen zweier Zahlen genauestens auszuführen sind (wie z. B. bei Operationen oder schriftlichen Rechenverfahren).

Für den Aufbau eines Algorithmusbegriffs ist es wichtig, bereits frühzeitig ganz einfache Abläufe im Alltag in den Blick zu nehmen, in denen bereits Kontrollstrukturen sichtbar werden. Anhand dieser Alltagsbeispiele können sehr basale (insbesondere auch analoge) Erfahrungen gesammelt werden, die sich aus der Welt der Kinder ergeben. Dies ist hilfreich, um einfache Strukturen, die auch zum Erstellen von digitalen Programmen genutzt werden, zu verstehen und zu verinnerlichen.

So kann beispielsweise eine Schleifenstruktur – eine wiederholte Abfolge mehrerer Anweisungen – bei vielen Routinen im Alltag von Kindern erkannt werden, wie beispielsweise beim Zähneputzen oder beim Aufschlagen mehrerer Eier für einen Kuchenteig. Das Wiederholen von festgelegten, immer gleichen Abfolgen ist zudem ein wesentlicher Bestandteil der Mathematik, die auch als Wissenschaft der Muster bezeichnet wird.

ZÄHNE PUTZEN



Weitere Kontrollelemente wie die Auswahl (wenn – dann – sonst) sind für die Programmierung ebenfalls von besonderer Bedeutung und eng verbunden mit logischen Entscheidungen in der Mathematik, auf die Kinder in ihrer Lebenswelt und im Mathematikunterricht immer wieder treffen.

Von Bedeutung ist dabei im Bereich der informatischen Bildung, dass Algorithmen nachvollzogen und verständnisbasiert angewendet werden. Ebenso verhält es sich in der Mathematik. Das reine Verwenden eines schriftlichen Rechenverfahrens

zum Lösen einer Aufgabe wird ebenso wenig als Mathematik verstanden, wie das Verwenden eines Algorithmus zum Lösen eines Problems, ohne diesen zu verstehen.

Daher kommen dem Lesen, Interpretieren, Darstellen, Entwerfen und Realisieren mit algorithmischen Grundbausteinen sowie dem Interpretieren einer Lösung eine große Bedeutung zu.

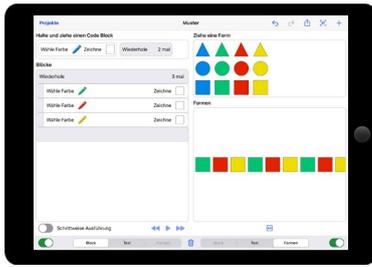
An dieser Stelle sei auch noch einmal die Nähe zur Mathematik im Bereich des Modellierens erwähnt. Zudem rückt die Kompetenz des Problemlösens an dieser Stelle besonders in den Fokus, weil in der Informatik Algorithmen insbesondere zur Lösung von Problemen entwickelt werden.

VIER PHASEN DES PROBLEMLÖSENS nach Pólya	
Welches Problem ist zu lösen? Was erwarte ich von meiner Lösung?	1. Problem verstehen
Wie lässt sich das Problem lösen?	2. Plan aufstellen
Wie bringe ich dem Computer meine Idee bei, z. B. durch ein Java Programm?	3. Plan ausführen
Wie muss der ausführbare Code aussehen? Z. B. Maschinencode?	
Ist das Problem gelöst?	4. Rückschau

(in Anlehnung an Ratz et al. 2018, S. 29)

APP MUSTER

Die App *Muster* ist eine iOS Anwendung, die die Ähnlichkeit der *Strukturen von Mustern aus Formenreihen* und der *Kontrollstruktur Schleife* veranschaulicht und diese beiden Ebenen in Beziehung setzt. Eine synchrone Darstellung der mathematischen und informatischen Ebene verdeutlicht, wie sich Veränderungen auf der einen Seite jeweils auf die andere Seite auswirken. So kann im frühen Grundschulalter durch die Veranschaulichung die *Kontrollstruktur Schleife* nachvollzogen und der Inhalt *Muster aus Formenreihen* vertieft werden. Die auf der Seite zur Verfügung gestellten Aufgabenkarten und das Unterrichtsmaterial begleiten Lehrende dabei eine Unterrichtsreihe durchzuführen.



Die in der App *Muster* behandelten Themen werden in einem weiteren Unterrichtsbeispiel (pikas-digi.dzlm.de/node/115) unplugged aufgegriffen. Die inhaltliche Zielsetzung ist sehr ähnlich. Allerdings kann dieses Beispiel auch ohne digitale Endgeräte durchgeführt werden.

4.3 Automaten und Programme

Automaten sind Kindern aus ihrer Lebenswelt in vielfältiger Weise bekannt. So sind Getränkeautomaten, digitale Wecker, Fieberthermometer, aber auch Spielzeugroboter und Puppen mit diversen Funktionen im Leben der Kinder zur Normalität geworden. Diese Automaten sind Maschinen, die durch ein Programm gesteuert werden. Sie sind aus dem Leben nicht mehr wegzudenken. In einer digitalisierten Welt ist es für Kinder daher von großer Bedeutung zu wissen, wie diese Automaten funktionieren.

Damit ein Automat arbeiten kann, benötigt er einen programmierten Algorithmus, der abgearbeitet werden kann. Dazu gibt es zahlreiche Programmiersprachen, die unterschiedlich komplex sind und unterschiedliche Möglichkeiten im Programmieren erlauben. Im Grundschulbereich sind blockbasierte Systeme (teilweise in Form von Puzzleteilen) verbreitet, weil sie anschaulicher sind als rein sprachbasierte Systeme und eine vereinfachte Syntax erlauben.

Ein besonderes Thema im Bereich der Prinzipien der digitalen Welt kommt den systemnahen Programmen zu. Hier ist das Binärsystem von Bedeutung, weil durch dieses Stellenwertsystem Informationen durch die Zustände AUS und EIN (0 und 1) digital dargestellt und weiterverarbeitet werden können. Die Tatsache, dass ein Computerprozessor nur die Zustände AN und AUS (0 und 1) erkennen kann, ist für Kinder schwer begreifbar, wenn sie erleben, dass in den von ihnen genutzten Programmen und technischen Geräten ihrer Lebenswelt viel mehr Zustände dargestellt werden

können. Wie kann man aber Kindern verständlich machen, dass man mit 2 Ziffern mehr als 2 Zustände darstellen kann?

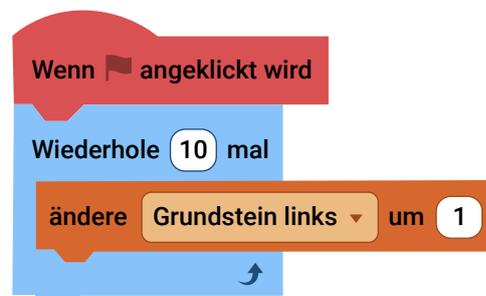
BINÄRSYSTEM

Das Unterrichtsbeispiel zum Zweiersystem (pikas-digi.dzlm.de/node/29) soll den Kindern den Einblick in systemnahe Programme ermöglichen. Da diese Systeme nur mit zwei Zuständen arbeiten ist ein Verständnis des Binärsystems ein hilfreiches Mittel die Funktionsweise zu verstehen. Hier finden sich deutliche Bezüge zum Zehnersystem, einem wesentlichen Inhalt in den Lehrplänen der Grundschule für das Fach Mathematik. Insbesondere ist auch das Verständnis des Stellenwertsystems (unseres Zehnersystems) von Bedeutung, um eine tragfähige Zahlvorstellung über die vier Grundschuljahre auf- und auszubauen.

Achter	Vierer	Zweier	Einer	
1	1	0	1	$1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 13$

SCRATCH

Scratch ist eine vom MIT zur Verfügung gestellte Programmierumgebung, in der textentlastet mit puzzleteilähnlichen Programmblöcken Programme geschrieben und ausgeführt werden können. Die Programmierumgebung Scratch bietet vielfältige Umsetzungsmöglichkeiten, von kleinen Programmcodes bis hin zu Spielen. Der Umfang ist vielfältig, daher allerdings auch sehr komplex und benötigt eine etwas umfangreichere Einführung.



BLOCKPROGRAMMIERUNG MIT ROBOTERN

Viele Hersteller bieten Roboter mit vielfältigen Funktionen an, die u.a. über blockbasierte Programmierumgebungen gesteuert werden kön-

nen. Das Programmieren und anschließende Ausführen von Funktionen, ermöglicht eine gezielte Fehlersuche und -eliminierung (Debugging). Die strukturelle Ähnlichkeit zwischen dem Debugging und dem systematischen Probieren als heuristische Strategie ist eine weitere Möglichkeit informatische Bildung mit dem Mathematiklernen zu verknüpfen. Bekannte und im Schuleinsatz bereits erprobte Systeme sind Roboter wie Sphero, Mbot, Ozobot und viele weitere.

Das Projekt *Informatik an Grundschulen* stellt weitere Ideen und Informationen zum Einsatz von Robotern in der Grundschule zur Verfügung. Sie erhalten die Materialien über schulministerium.nrw/informatik-grundschulen.

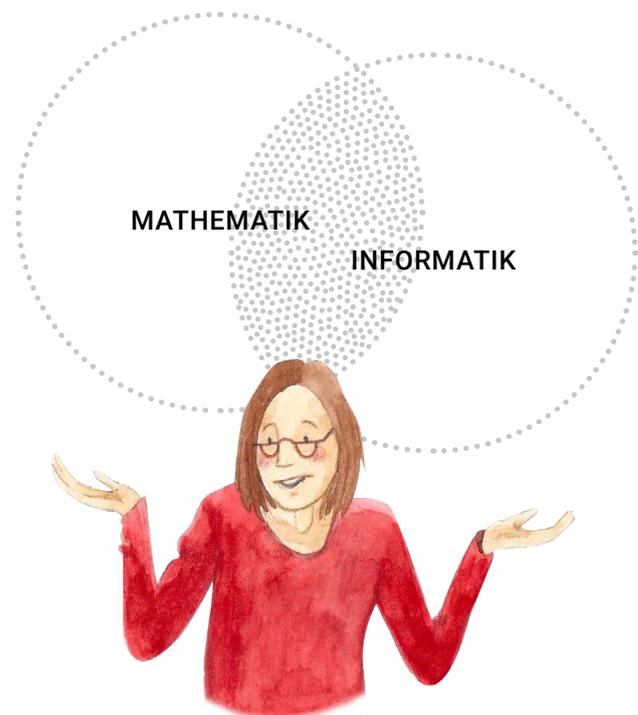
BLOCKPROGRAMMIERUMGEBUNGEN MIT VIRTUELLEN UMGEBUNGEN

Kostengünstiger als die Anschaffung von Robotern sind meist kostenlose Apps und Programmierumgebungen, die das Programmieren und Ausführen der Programme in virtuellen Umgebungen ermöglichen und die über einen reduzierten Umfang verfügen, um den Fokus auf wesentliche Kontrollstrukturen zu lenken. Apps wie *Lightbot*, *Robertas Roboter* und weitere werden in der Appliste auf *PIKASdigi* im Bereich Software näher beschrieben (pikas-digi.dzlm.de/node/33).

4.4 Informatische Bildung und Mathematik

Die in Kapitel 1 erläuterten Leitideen geben eine Orientierung, nach der die Auswahl von Inhalten und Methoden beim Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht erfolgen kann. Auch wenn das Programmieren und die Thematisierung von Algorithmen im Medienkompetenzrahmen NRW aufgeführt sind und die Kompetenzerwartungen damit verbindlich für den Unterricht in der Grundschule festgeschrieben wurden, ist zu überlegen, welche Grundschulfächer in den einzelnen Bereichen Schwerpunkte setzen können. Denn grundsätzlich geht es nicht darum, die Kompetenzerwartungen des Medienkompetenzrahmens losgelöst von Inhalten zu entwickeln. Sie stehen immer in einem Zusammenhang mit fachlichen Kompetenzerwartungen. So ist für das Fach Mathematik zu überlegen, welche prozessbezogenen oder inhaltsbezogenen Kompetenzen beim Einsatz digi-

taler Medien und im Speziellen in der Verbindung mit informatischer Bildung im Fokus stehen können. Die genannten Schnittmengen zeigen einige Möglichkeiten auf, die bezogen auf die Leitlinien eine sinnvolle Verbindung von mathematischer und informatischer Bildung ermöglichen. Allerdings sind bzgl. der Mathematik auch Grenzen zu erkennen. Hier sollten dann nach Möglichkeit andere Unterrichtsfächer gefunden werden, bei denen sich sinnvollere und ertragreichere Schnittmengen ergeben.



Festzuhalten ist, dass das vorrangige Ziel beim Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht die Förderung mathematischer Kompetenzen ist.

Da es eine gewisse Schnittmenge zwischen Informatik und Mathematik gibt, sollten die Potentiale beider Disziplinen genutzt werden. So kann das Verständnis von mathematischen Strukturen durch informatische Inhalte unterstützt werden und den Kindern kann der Einstieg in die Informatik durch das Herstellen von Beziehungen zur Mathematik erleichtert werden.

5. Unterstützung

Dieses Kapitel soll Lehrende in ihrer Arbeit mit digitalen Medien in der Schule oder bei Fortbildungen unterstützen. Die hier aufgeführten Anregungen und Ideen liefern keine Inhalte, sondern verstehen sich als organisatorische, strukturierende und methodische Elemente, die einen guten Mathematikunterricht mit digitalen Medien ermöglichen. Die aufgeführten Webtools können auf allen mobilen Endgeräten und Betriebssystemen genutzt werden. Die angegebenen Apps und die gerätespezifischen Funktionen, die hier beschrieben werden, beinhalten immer zwei konkrete Beispiele für unterschiedliche Betriebssysteme. Neben den angegebenen Tutorials und Videos der entsprechenden Seiten, gibt es eine Vielzahl privater Videos, die die Nutzung der verschiedenen Webtools und Apps erklären. Bezüglich der Inhalte dieses Kapitels hat der technische Fortschritt eine große Bedeutung, sodass die Aktualität dieses Kapitels im Laufe der Zeit immer geringer wird und neue effektivere oder nützlichere Tools an die Stelle von hier vorgestelltem treten werden. Auf PIKAS digi finden Sie die Links zu den hier aufgeführten Webtools (pikas-digi.dzlm.de/node/67), bspw. zu folgenden Themen:

5.1 Geräte administrieren

Bevor Geräte wie Tabletcomputer und PCs im Unterricht eingesetzt werden können, müssen häufig Programme geladen oder Absprachen getroffen werden. Hier finden Sie einige Hinweise, die eventuell vor dem Einsatz im Unterricht relevant sein könnten.

APPS INSTALLIEREN

Apps können in den Appstores auf die Endgeräte geladen werden. Das Vorgehen unterscheidet sich dahingehend, ob die App kostenpflichtig ist oder nicht. Grundsätzlich gilt, dass die App nicht auf jedem Tablet einzeln installiert werden muss, wenn man vorher eine Software installiert hat, mit der man Zugriff auf alle Geräte bekommt (siehe *Geräte administrieren*). Der Kauf einer App im App Store/Google Play Store wird über die Person oder Institution abgerechnet, mit dessen Apple ID/Google Konto sich auf dem Tablet angemeldet wurde. Weitere Themen werden im Folgenden ausführlicher beschrieben.

GERÄTE VERNETZEN

Apps zum Managen von Klassenräumen, wie z. B. *Apple Classroom*, *HP Classroom Manager* oder andere Systeme bieten die Möglichkeit, als Lehrender mit den Geräten der Lernenden zu interagieren. So können, je nach Softwarelösung, Tablets auf bestimmte Apps beschränkt, Links verschickt oder Bildschirme angezeigt oder gar gesteuert werden.



MEDIEN VERWALTEN

Damit digitale Medien ohne vermeidbare Störungen im Unterricht genutzt werden können, ist eine genaue Absprache im Kollegium notwendig. Folgende Fragen sollten sich vor dem Gebrauch der Medien gestellt werden:

- Sind die Geräte verfügbar und für mich reserviert?
- Sind die Medien ausreichend geladen?
- Reicht die Anzahl der Medien für die gewählte Sozialform?
- Sind die Apps/Programme installiert, die ich für meinen Unterricht brauche?
- Steht mir das nötige Zubehör (Beamer, Kabel etc.) zur Verfügung?
- Funktionieren alle Geräte im Raum (Beamer, Whiteboard, Dokumentenkamera)?
- Sind die Kinder mit den Regeln zum Umgang mit digitalen Medien vertraut?
- Ist das WLAN stabil genug, um Webanwendungen zu nutzen?

Die Checkliste mit diesen Fragen finden Sie auf PIKAS digi, sie kann individuell angepasst werden (pikas-digi.dzlm.de/node/67).

5.2 Webunterricht organisieren

Webunterricht, Erklärvideos und digitale Tafeln haben durch den Distanzunterricht in Schulen an

Bedeutung gewonnen. Doch auch im Präsenztunterricht können Lernende von den gewonnenen Erfahrungen profitieren.

WEBUNTERRICHT DURCHFÜHREN

Damit Unterricht per Videokonferenzen, digitaler Pinnwände etc. über einen Erzählkreis und das Bereitstellen und Vergleichen von Aufgaben hinaus geht, werden auf PIKAS digi zwei Möglichkeiten beschrieben, wie Webunterricht im Hinblick auf einen konkreten Lerninhalt (grafische Bearbeitungshilfen für Sachaufgaben) durchgeführt werden könnte (pikas-digi.dzlm.de/node/120).

Natürlich gibt es neben diesen beiden Beispielen auch viele andere Möglichkeiten, die sich teilweise auch durch eine Kombination dieser beiden ergeben. Die Voraussetzungen für beide Beispiele sind, dass den Kindern ein digitales Gerät (Smartphone, Tablet, Laptop oder Computer) inklusive einer Internetverbindung zur Verfügung stehen. Darüber hinaus sollten die Eltern oder die Kinder mit Unterstützung der Lehrperson in der Lage sein, eine Datei auf eine Internetseite hochzuladen oder sie per E-Mail zu verschicken. Die Unterrichtsmaterialien inklusive der Erklärvideos eignen sich ebenso für die Lernenden zur Vorbereitung auf eine Unterrichtsstunde, zur Gestaltung individueller Arbeitsphasen (z. B. nach der Flipped Classroom Methode) oder als Wiederholung bspw. in der Lernzeit oder Hausaufgabenbetreuung.

LERNVIDEOS ERSTELLEN

Lernvideos können auf unterschiedliche Weise erstellt werden. Die hier vorgestellte Möglichkeit basiert auf der Erstellung einer Präsentation (z. B. mit *Power Point* oder *Keynote*) und der anschließenden Audioaufnahme.

Bei der Erstellung von Präsentationen für Lernvideos muss die Lehrperson berücksichtigen, dass den Lernenden kein großes White- oder Smartboard für die Ansicht zur Verfügung steht. Die Inhalte der Folien müssen also auch auf kleineren digitalen Geräten, wie z. B. Handys gut zu erkennen sein. Die Folien sollten nur die wesentlichen Elemente, die an dieser Stelle des Lernvideos benötigt werden, enthalten, sodass die Lernenden nicht abgelenkt werden. Trotzdem sollten auch hier verschiedene Darstellungsebenen (wie z. B. symbolische und ikonische Darstellungen) berücksichtigt werden.

Rechenoperationen können z. B. wie im Unterricht auch mit Plättchen oder Dienes-Material veranschaulicht werden. Das Material kann zu diesem

Zweck abfotografiert werden. Bei der Verwendung von Fotos und Grafiken muss darauf geachtet werden, dass die gewünschten Inhalte oder Gegenstände scharf und möglichst groß abgebildet sowie keine inhaltlich irrelevanten Dinge dargestellt werden. Die Lehrperson sollte einen einfarbigen kontrastreichen Hinter- oder Untergrund (wie z. B. ein weißes Blatt Papier bei dunklen Objekten) wählen. Bei der Gestaltung von Präsentationen für den Unterricht wird häufig auf Animationen, wie das Erscheinen verschiedener Elemente in einer bestimmten Reihenfolge, zurückgegriffen. Dies zu erstellen erfordert häufig viel Zeit und kann bei der Vertonung der Präsentation umständlich sein. Daher kann ein effektiverer Weg sein, mit mehreren Folien zu arbeiten, anstatt auf Animationen zurückzugreifen. Wenn eine ursprüngliche Folie dupliziert wird, kann das neue Element einfach auf der duplizierten Folie eingefügt werden.

Bevor mit der Audioaufnahme begonnen wird, sollte sich die Lehrperson genau überlegen, was sie zu jeder Folie sagen möchte. Die sprachliche Gestaltung des Videos sollte sich an den Fähigkeiten aller Lernenden der Klasse orientieren, daher ist es ggf. notwendig Fachbegriffe zu paraphrasieren. Notizen oder das Aufschreiben des genauen Wortlautes erleichtern die Audioaufnahme und verhindern, dass sich die Lehrperson während der Aufnahme verspricht. Das Erstellen des Videos kann mittels Bildschirmaufnahme erfolgen. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass möglichst keine Hintergrundgeräusche mit aufgenommen werden. Das Video sollte in einem Format angeboten werden, das von jedem Nutzer geöffnet werden kann (z. B. mp4) oder auf einer externen Internetseite (z. B. *Youtube*) hochgeladen werden. Der Vorteil des Hochladens auf *Youtube* besteht darin, dass beim Abrufen des Videos die Qualität der Internetverbindung angepasst wird. So ist das Abspielen auch bei einer schlechteren Internetverbindung möglich.

Das sollte ich beim Erstellen eines Erklärvideos beachten:	
Die Folien sind auch auf kleineren, digitalen Geräten (z. B. Handys) gut zu erkennen.	
Die Folien zeigen nur die wesentlichen Informationen.	
...	

Die dargestellte Checkliste kann dabei helfen, das Video auf die eben erklärten Hinweise hin zu kontrollieren (pikas-digi.dzlm.de/node/67).

ERGEBNISSE PRÄSENTIEREN

Die Präsentation der Ergebnisse beim Einsatz digitaler Tools unterscheidet sich häufig von der Ergebnispräsentation mit herkömmlichen Mitteln, da Lösungen im Klassenraum anders bereitgestellt werden müssen. Es gibt z. B. die Möglichkeit, digitale Ergebnisse mittels *Book Creator* allen Lernenden digital zur Verfügung zu stellen. *Book Creator* ist sowohl als App als auch im Webbrowser nutzbar. Die Lehrperson kann ein E-Book erstellen, in das sie die abfotografierten sowie per Audio- oder Videodatei erstellten Lösungen der Lernenden einfügt, strukturiert und allen Lernenden über einen Link zur Verfügung stellt.

Wichtig ist, dass die Lehrperson die Erlaubnis der Eltern hat, die Lösungen auf diesem Wege hochzuladen. In höheren Klassen können Lernende auch eigene Bücher erstellen. Diese können zuvor von der Lehrperson vorbereitet und durch einen Link oder QR-Code zur Bearbeitung zur Verfügung gestellt werden. Die individuellen Bücher der Lernenden können zum Schluss von der Lehrperson zusammengefügt werden. Dazu sollte man darauf achten, dass zu Beginn die gleiche Formatierung gewählt wird. Die fertigen Bücher können entweder direkt in dem Webtool bzw. in der App veröffentlicht sowie als PDF-Dokument oder Video exportiert werden. Auf PIKAS digi finden Sie ein Beispiel zum Thema Tangram, wie Sie *Book Creator* innerhalb einer Unterrichtsreihe einsetzen können (<https://pikas-digi.dzlm.de/node/115>).



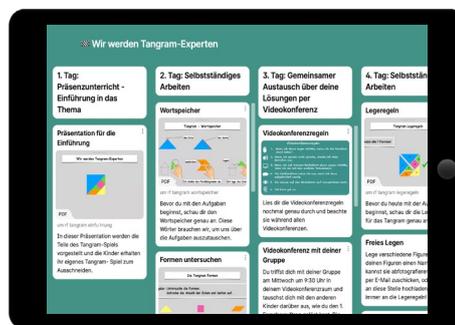
5.3 Unterricht organisieren

AUFGABEN STELLEN

Biparcours bietet als Webtool oder als App der Lehrkraft die Möglichkeit einen umfangreichen Parcours zu erstellen, indem die Kinder Aufgaben unterschiedlicher Art bearbeiten können. Neben der Funktion Fragen durch Multiple Choice oder einen Text beantworten zu können, bietet *Bipar-*

cours auch die Möglichkeit Fotos oder Audiodateien hochzuladen. Für *Biparcours* aber auch viele andere Apps, kann man sich auf *Youtube* mittels eines Videos Anleitungen ansehen. Auf PIKAS digi *Unterricht* finden Sie einen Parcours zum Thema "Zahlen schreiben und erste Erfahrungen mit Mengen", der im Präsenz- sowie im Distanzunterricht eingesetzt werden kann.

Mit Hilfe digitaler Pinnwände können Lehrende ein virtuelles Tafelbild erstellen. Die Registrierung ist kostenlos. Es können bis zu drei Tafelbilder erstellt und individuell verändert werden. Wenn den Kindern der Link zugänglich gemacht wird, kann das Tafelbild auch zu Hause geöffnet und den Kindern so Informationen aus dem Unterricht zur Verfügung gestellt werden.



Das Webtool *learningapps* bietet der Lehrperson die Möglichkeit verschiedene Übungsformate für unterschiedliche Fächer und Themen anzubieten. Die Kinder können auch selber Aufgaben generieren und sie von ihren Mitlernenden lösen lassen. In einem Tutorial auf der Seite kann man sich die Funktionen des Webtools erklären lassen.

IDEEN SAMMELN UND STRUKTURIEREN

Answergarden kann wie die unten genannten Webtools *Socrative* und *Edkimo* zur Rückmeldung genutzt werden. Eine besondere Funktion des Webtools ist, die Antworten in einer Wortsammlung anzeigen zu lassen. *Answergarden* ist als kostenloses Webtool oder als kostenpflichtige App verfügbar. In einem Tutorial werden die Funktionen erläutert. Auch digitale Pinnwände können zum Beispiel als Sammlung von Ideen genutzt werden, indem Nutzer eigene Informationen anfügen.

TAFELBILDER ERSTELLEN

Das Webtool *Classroomscreen* bietet viele Möglichkeiten ein Tafelbild zu gestalten. Neben organisatorischen Funktionen, wie dem Anzeigen verschiede-

dener Uhren, Symbole für die Sozialform oder dem Anzeigen der Lautstärke in der Klasse, kann die Lehrperson die Tafel auch mit Inhalt füllen. Aufgabenstellungen können als Textfeld eingefügt oder direkt auf die Tafel geschrieben werden. Außerdem können auch Bilder angezeigt werden.

EINE APP BZW. EINE WEBAPP IM UNTERRICHT NUTZEN

In der Arbeitsphase können Lernenden auch mit einer App/einem Webtool arbeiten. Bei der Planung muss berücksichtigt werden, ob jedes Kind ein Tablet oder ein anderes Gerät benötigt. Verschiedene Funktionen und Apps können die Organisation der Arbeitsphase unterstützen. Apps wie z. B. *Apple Classroom/HP Classroom Manager* ermöglichen es der Lehrperson von ihrem Tablet gleichzeitig auf die Tablets der Kinder zuzugreifen und die Anwendung zu steuern. Dadurch kann zum Beispiel sichergestellt werden, dass die Kinder wirklich nur mit der vorgegebenen App arbeiten.

ERGEBNISSE REFLEKTIEREN

Wenn es bisher um die Präsentation analoger Ergebnisse ging, konnte man häufig auf Plakate, Folien, auf den OHP oder Schüler:innenlösungen an der Tafel zurückgreifen, sodass alle Lernenden gemeinsam die Ergebnisse sichten konnten. Digitale Ergebnisse auf Endgeräten können auf diese Weise nicht mehr gemeinsam betrachtet werden. Aber es gibt verschiedene Lösungen für die Präsentation von digitalen Ergebnissen.

Im Allgemeinen greift man hier auf Präsentationstechnik zurück, die den Bildschirm eines digitalen Geräts vergrößert darstellt. Das kann über Smartboards, Beamer oder große Bildschirme geschehen. Dabei sind die Verbindungsmöglichkeiten grundsätzlich kabelgebunden oder kabellos. Eine meist einfache wenn auch nicht so flexible Lösung, ist die Verbindung eines Endgeräts mit Präsentationsgeräten per Kabel. Mit dem richtigen Kabel ist das eine sichere und kostengünstige Lösung, die meist auch geräteherstellerunabhängig funktioniert. Gelegentlich sind hier je nach Ausstattung Adapter notwendig.

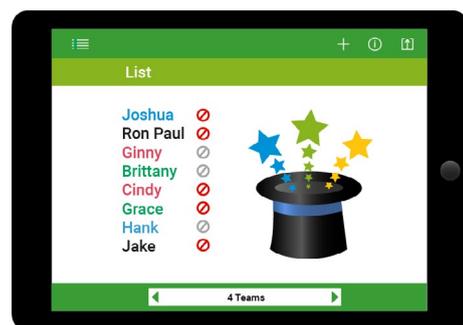
Vielfältige kabellose Alternativen werden ebenfalls angeboten. Dabei gibt es bei vielen Herstellern oft eine systemeigene Lösung (um nur einige Beispiele zu nennen bietet Windows z. B. den *Microsoft Wireless Adapter v2* an, Apple verbindet drahtlos über

Apple TV und auch für andere Hersteller sind entsprechende Lösungen zu finden). Für Androidgeräte kann beispielsweise *Google Chromecast* mit der *Google Home App* verwendet werden, wenn beide Geräte mit dem gleichen WLAN verbunden sind, um Endgerätbildschirme groß darzustellen. Daneben gibt es auch viele ähnliche Lösungen, die mit dem Betriebssystem Android möglich sind. Auch andere professionelle Anbieter bieten Lösungen für Klassenräume an, die dann etwas teurer sind und auch plattformübergreifend (mit Windows, MacOS, iOS, Android zusammenarbeiten können).

5.4 Klasse managen

GRUPPEN BILDEN

Das Gelingen einer kooperativen Lernform, z. B. der Mathekonferenz, kann durch eine bewusste Zusammensetzung der Gruppen unterstützt werden. Die Lehrperson kann bei der Entscheidung der Gruppenzusammensetzung verschiedene Kriterien heranziehen. Unterschiedliche Kinder haben unterschiedliche Stärken, die es dabei zu berücksichtigen gilt. Dabei kann die App *Team Shake* unterstützen. Die App generiert Gruppen nach gewünschter Gruppengröße oder Anzahl der Gruppen und berücksichtigt dabei gewünschte Verteilungen der zuvor eingegebenen Stärken der Kinder. Je nach Lernziel gelingt es so der Lehrperson schnell und einfach eine sinnvolle Gruppenzusammensetzung zu erreichen.



RÜCKMELDUNGEN ERHALTEN

Edkimo bietet per Webtool oder über eine App die Möglichkeit an, sich anonym ein Feedback geben zu lassen. Darüber hinaus können hier aber auch Umfragen zu anderen Themen erstellt werden. *Edkimo* lässt sich somit nicht nur im Unterricht einsetzen, sondern ist auch bei Fortbildungen hilfreich, wenn z. B. Vorerfahrungen oder Meinungen zu einem bestimmten Thema gesammelt werden

sollen. Pro Schule ist ein kostenloses Test-Konto verfügbar. Darüber hinaus ist die Nutzung kostenpflichtig.



Das Webtool *Socrative* bietet neben der Möglichkeit ein Quiz auf unterschiedliche Arten zu generieren, auch das Erstellen einer Umfrage an. Der Zugang ist kostenlos, man kann jedoch auch eine erweiterte kostenpflichtige Version nutzen. Die Kinder müssen sich über den erstellten Raum Zugang zum Quiz oder der Umfrage verschaffen und ihren Namen eingeben. Das Quiz oder die Umfrage ist demnach nicht anonym. Die Auswertung kann aber nur von der Lehrperson und nicht von den Kindern selber eingesehen werden.

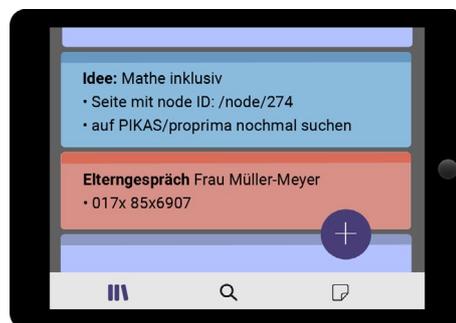
LEISTUNGEN DOKUMENTIEREN

Es gibt verschiedene Apps, die es den Lehrpersonen ermöglichen ihre Leistungsbewertung digital vorzunehmen. Es können Klassenlisten eingefügt werden, wobei hier der Datenschutz berücksichtigt werden muss. Die Klassenlisten kann man individuell konfigurieren, sodass eine unterschiedliche Gewichtung der Leistungen, aber auch eine unterschiedliche Art der Bewertung (Noten aber z. B. auch Smileys) möglich ist. Darüber hinaus bieten diese Apps oft auch noch Kursbücher an, in denen der Unterrichtsinhalt eingetragen werden kann. Es können Checklisten erstellt werden, die die Lehrperson z. B. an das Einsammeln bestimmter Dinge erinnern. Neben der *4teachers* Lehrer-App, die einen digitalen Kalender bietet und sowohl für Android als auch für iOS konzipiert wurde, gibt es weitere Apps mit vergleichbaren Funktionen. *Tapucate* ist eine Android App zur Verwaltung von Klassen, Lernenden und Noten. *TeacherTool* ist die Schülerverwaltung für iOS-Geräte. Die drei angegebenen Apps sind kostenpflichtig, unterscheiden sich aber in ihren Kosten.

NOTIZEN ERSTELLEN

Ein digitales Notizbuch bietet der Lehrperson eine

organisatorische Unterstützung, weil die Apps neben dem Erstellen der Notizen auch die Speicherung und Strukturierung von Dokumenten und Grafiken ermöglichen. Apps, wie z. B. *GoodNotes* (kostenpflichtig und für iOS und MacOS verfügbar), *LectureNotes* (kostenpflichtig und für Android verfügbar) oder *OneNote* (kostenlos und für Android und iOS verfügbar), stellen verschiedene Papiervorlagen und Stifte sowie eine digitale Tastatur zur Verfügung, um Notizen nach individuellen Vorlieben aufschreiben zu können. Handschriftlich erstellte Notizen können im Anschluss teilweise in Maschinschrift umgewandelt und dann an einem anderen Ort abgespeichert, direkt in eine E-Mail eingefügt oder ausgedruckt werden. Grafiken und PDF Dokumente können in die Apps integriert und bearbeitet werden. Durch die Möglichkeit, die Notizen und Dokumente zu kategorisieren, bieten die Apps eine gute Struktur zur digitalen Unterrichtsvorbereitung. Die Lehrperson kann somit alles, was sie für eine bestimmte Unterrichtsstunde oder -reihe braucht, innerhalb eines Ordners sammeln und während des Unterrichts direkt darauf zugreifen, ohne lange suchen zu müssen.



5.5 Kinder unterstützen

SPRACHSPEICHER

Digitale Medien im Unterricht eröffnen für Lehrpersonen und für Kinder ein neues Feld, auch was die Benennung der Geräte und deren Funktionen angeht. Damit der Ablauf des Unterrichts nicht durch Missverständnisse unterbrochen wird, ist es hilfreich zu Beginn die Wörter zu sammeln, die während der Unterrichtsreihe eine Rolle spielen. Oft kennen die Kinder auch unterschiedliche Begriffe und meinen aber das Gleiche. Auch hier ist es hilfreich die Fachsprache festzulegen. Dabei können Sprachspeicher die Kinder unterstützen. Es genügt jedoch nicht die Begriffe einmal zu nennen

und aufzuschreiben. Sie können in den Unterricht z. B. durch Spiele eingebunden werden. Besonders das Kennenlernen und Nutzen neuer Verben, die nur im Umgang mit digitalen Medien vorkommen, müssen im Unterricht an gegebener Stelle wiederholt und durch verschiedene Methoden geübt werden. Auf PIKAS digi finden Sie eine Anregung, wie ein Sprachspeicher aufgebaut werden kann.

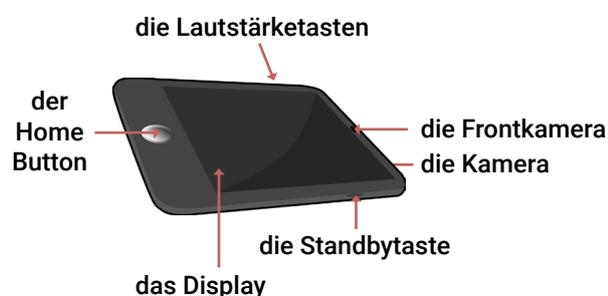
TABLETREGELN

Bevor Tablets im Unterricht eingesetzt werden, ist es empfehlenswert, mit den Kindern gemeinsam Regeln aufzustellen. Viele Kinder sind zwar im Umgang mit digitalen Medien erprobt, dennoch sind der Umgang und die Nutzung digitaler Medien mit einem anderen Ziel verbunden, wodurch auch andere Regeln von Bedeutung sind. Die hier beispielhaft aufgeführten Regeln können beliebig erweitert werden.

- Mein Getränk und mein Frühstück bleiben im Tornister.
- Ich halte und trage das Tablet immer mit beiden Händen.
- Ich öffne nur die App, mit der wir gerade arbeiten.

Je nach Verwendung der Tablets müssen entsprechende Regeln hinzugefügt werden. Insbesondere wenn z. B. Erklärvideos/Lernvideos aufgezeichnet werden, müssen die Grenzen ganz klar geregelt sein. Auch hier genügt das reine Aufstellen der Regeln nicht. Die Kinder müssen um die Bedeutung und die Notwendigkeit der Regeln wissen.

DAS TABLET



DIE NUTZUNG

Wenn ich mit dem Finger über das Display wische, komme ich auf die nächste Seite.



Wenn ich eine App antippe, öffnet sie sich.



Zum Vergrößern der Bildschirmansicht, kann ich mit zwei Fingern hereinzoomen, zum Verkleinern kann ich mit zwei Fingern herauszoomen.



6 divomath – Verstehensorientierte Lernumgebung



Die vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen geförderte Plattform *divomath* (digitale verstehensorientierte Lernumgebung zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen) ist eine webbasierte Lernumgebung mit digitalen Unterrichtseinheiten für die Einbettung in den Präsenzunterricht. Im Folgenden werden wesentliche Aspekte der Lernumgebung *divomath* vorgestellt.

6.1 Überblick & Konzeptionelles

Als zentrales Fundament des Mathematikunterrichts (MSB NRW, 2021, S. 73) verfolgt *divomath* den verständnisorientierten Erwerb von mathematischen Konzepten (z. B. die Bedeutung der Multiplikation als das Zählen in Bündeln) und bietet zudem die Möglichkeit für die Erhebung von Kenntnissen und Fähigkeiten. Momentan werden Einheiten für die Klasse 3-6 angeboten. Lehrkräfte können Einheiten individuell für ihre Klasse auswählen und dabei entscheiden, welche Aufgaben sie für den Unterricht nutzen. Es sind sowohl offen gestaltete Erarbeitungs- und Arbeitsphasen als auch Übungsphasen mit automatischem Feedback auf *divomath* verfügbar. Die Lehrkraft wird durch *divomath* nicht ersetzt, sondern ihr kommt nach wie vor eine entscheidende Rolle für die Planung, Durchführung und Auswertung des Unterrichts zu. Es werden gegenwärtig für die Primarstufe Einheiten zum Multiplikationsverständnis, zur Ori-

entierung im 1000er-Raum und zur schriftlichen Subtraktion sowie für die Sekundarstufe zum Divisions- und Multiplikationsverständnis, zu Größen und zu Flächeninhalten und Volumen angeboten. Überdies ist die Entwicklung weiterer Inhalte geplant. Die Plattform ermöglicht den Einsatz verschiedener mathematikdidaktischer Arbeitsmittel eingebettet in Unterrichtseinheiten wie z. B. Zahlenstrahl bis 1000, 100er-Punktfeld oder Würfelmaterial mit Hunderterplatte, Zehnerstange und Einerwürfel.

Die Lernumgebung kann über die Domain www.divomath-nrw.de aufgerufen werden.

6.2 Inhalts- und prozessbezogene Kompetenzerwartungen

Mit Bezug zum Lehrplan für die Grundschulen des Landes Nordrhein-Westfalen (MSB NRW, 2021) wird in *divomath* momentan der Inhaltsbereich *Zahlen und Operationen* berücksichtigt mit Schwerpunkt auf das Zahlverständnis, das Operationsverständnis und das Ziffernrechnen. Insbesondere geht es in den vorhandenen Einheiten um...

- das Erkennen und Anwenden verschiedener Grundvorstellungen im Bereich der Multiplikation,
- den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Material, bildlich, symbolisch und sprachlich),
- das Lösen von Aufgaben unter Ausnutzung verschiedener Strategien,
- das Benennen und Schreiben von Zahlen im Zahlenraum bis 1.000,
- das Nutzen von Strukturen zur Anzahlerfassung und das Darstellen von Zahlen im Zahlenraum bis 1.000 unter Anwendung der Struktur des Zehnersystems und
- das verständige Ausführen des schriftlichen Subtrahierens.

Neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen werden in den Unterrichtseinheiten auch die prozessbezogenen Kompetenzen berücksichtigt. Lernende werden dazu angeregt, über ihre Arbeitsergebnisse miteinander ins Gespräch zu kommen und gemeinsam Aufgaben zu lösen. Partner- und Gruppenarbeit ist ein wesentlicher Bestandteil der Unterrichtsphasen in *divomath*, ermöglicht reich-

haltige Kommunikationsanlässe und regt somit das *Kommunizieren* an.

Durch die digitalen Möglichkeiten werden Lernende außerdem bei der Vernetzung von Darstellungen (z. B. zwischen Zahlsymbol, Würfelmaterial-Darstellung und additiver Zerlegung) unterstützt, was die Kompetenz des *Darstellens* widerspiegelt.

Lernende werden mithilfe der Aufgabenstellungen und sprachlicher Vorbilder durch Leitfiguren in *divomath* dazu angeregt, Vorgehensweisen und Begründungen nachzuvollziehen sowie selbst Erklärungen zu finden. Bei Sprachvorbildern wird insbesondere die bedeutungsbezogene Sprache zum Verständnisaufbau genutzt (Prediger, 2019) (z. B. Argumentation über multiplikative Bündelungsstruktur: „Das passt nicht zur Malaufgabe, weil es keine 3 Zweier-Gruppen sind“). Jede Unterrichtsstunde wird von einer Reflexionsfrage (z. B. „Wie helfen uns Nachbaraufgaben, schwierige Malaufgaben auszurechnen?“) gerahmt. Auch strategische Vorgehensweisen werden in *divomath* gefordert (z. B. das geschickte Finden aller Punktereihen mit Ergebnissen zwischen 16 und 20). Somit werden auch die prozessbezogenen Kompetenzen des *Problemlösens* und *Argumentierens* berücksichtigt.

6.3 Aufbau der Lernumgebung

Die Lernumgebung folgt einem modularen Aufbau in Bezug auf die mathematischen Inhalte. Die Module entsprechen den inhaltlichen Schwerpunkten des Lehrplans NRW und gliedern sich weiter in Bausteine auf, die einzelne Kompetenzerwartungen abdecken, in denen sich Einheiten mit Unterrichtsphasen und Aufgaben befinden.

Modul	Baustein	Unterrichtseinheit
Multiplikation verstehen	Malaufgaben darstellen	Malaufgaben mit Punktefeldern zeigen
		Zu Punktefeldern Malaufgaben finden
		Malaufgaben mit Punktereihen zeigen
		Punktereihen und passende Malaufgaben finden
		Punktefelder und Punktereihen erkunden
		Passende und nicht passende Bilder finden

So sollen auch über mehrere Einheiten hinweg und nicht nur in einzelnen Aufgaben ein Verste-

hensaufbau ermöglicht und curriculare Kohärenz geschaffen werden.

Das Log-in erfolgt entweder als Lehrkraft oder Kind/Jugendliche und die Lernumgebung bietet je nach Perspektive verschiedene Angebote.

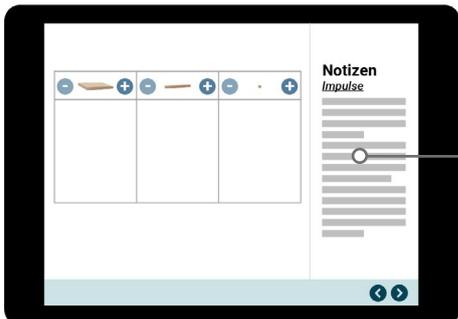
6.4 Angebote für Lehrkräfte

Lehrkräften stehen in *divomath* verschiedene Angebote zur Verfügung, die nachfolgend illustriert werden:

UNTERRICHTSEINHEITEN

Lehrkräfte können sich für ihre Klasse die Unterrichtseinheiten der einzelnen Module ansehen, ähnlich wie das Sichten von Aufgaben in einem Schulbuch. Die Einheiten sind in Aufgaben mit Erarbeitungs-, Arbeits-, Reflexions- sowie Übungsphasen eingeteilt.

Die Unterrichtseinheiten können für die jeweiligen Klassen ausgewählt werden, so dass Inhalte individuell bearbeitet werden können. Auf Ebene der Bausteine erhalten Lehrkräfte mathematikdidaktische Hintergrundinformationen zu den verschiedenen Inhalten. Zu den einzelnen Unterrichtseinheiten stehen Handreichungen zum Download zur Verfügung. Diese geben einen Überblick über die Einheit und enthalten hilfreiche Umsetzungshinweise und Hinweise zur Unterrichtsorganisation. Lehrkräfte erhalten wichtige Diskussionsimpulse für einzelne Aufgaben, die sich in den Einheiten in Form von Notizen wiederfinden.



Notizen
Impulse

Ausgangspunkt Material:
Wie viele Hunderter, Zehner, Einer sind es?

Es sind... Hunderter (H),
... Zehner (Z), ... Einer (E).

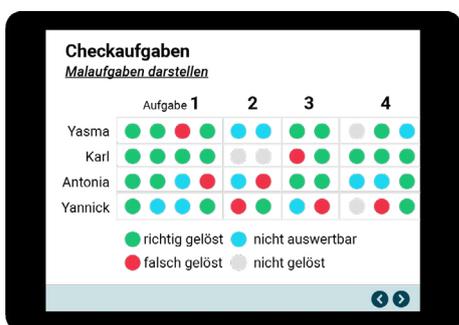
Wie heißt die Zahl, die aus ... H, ... Z, ... E besteht?

In den Unterrichtseinheiten, vorrangig in Plenumsphasen, gibt es Aufgaben, die nur auf dem Endgerät der Lehrkraft zu sehen sind, um diese zur gemeinsamen Erarbeitung und Reflexion im Plenum zu nutzen.

EINSICHT IN LERNENDENAUFGABEN

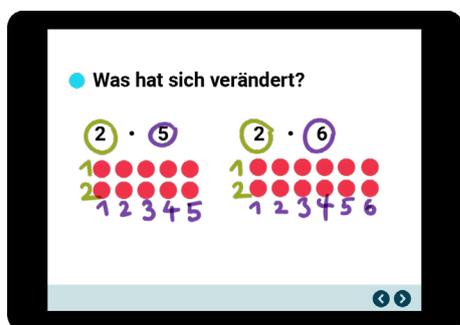
Mithilfe von Checkaufgaben zu den Inhalten der einzelnen Bausteine und der automatisierten Auswertung dieser besteht die Möglichkeit einer

themenspezifischen Diagnose. Checkaufgaben können vor oder nach der Durchführung einer Unterrichtsreihe für Lernende freigeschaltet werden.



Die Lehrkraft bekommt einen Überblick über den Lernstand der Klasse, sowie von einzelnen Lernenden. Sie kann richtig und falsch gelöste, sowie nicht auswertbare, offene Aufgaben von einzelnen Lernenden auswählen und sich im Detail anzeigen lassen. So kann der jeweilige Lernstand zu den Inhalten erhoben werden.

Zusätzlich gibt *divomath* Einblick in ausgewählte Ergebnisse der Lernenden einer Klasse aus den Unterrichtseinheiten. Die Ergebnisse können eingesehen werden, um individuelle Strategien und Vorstellungen zu diagnostizieren und in Plenumsphasen zur Diskussion zu nutzen.



EINBLICK IN WISSENSPEICHER

divomath stellt zu Unterrichtseinheiten sogenannte Wissensspeicher zur Verfügung. Hierbei handelt es sich um Folien, die die wichtigsten Erkenntnisse aus Reflexionsphasen bzw. den Unterrichtseinheiten zusammenfassend darstellen, bspw. im Bezug auf Tauschaufgaben, dass diese immer dasselbe Ergebnis haben.

Die Folien kann die Lehrkraft über den Arbeitsbereich der Lerngruppe aufrufen.

6.5 Angebote für Lernende

Durch die Angebote der Lehrkräfte ergeben sich auch für die Lernenden verschiedene Angebote:

BEARBEITUNG VON (CHECK-)AUFGABEN

Lernende haben – so wie auch Lehrkräfte – ähnlich wie in einem Schulbuch die Möglichkeit, Unterrichtseinheiten anzusehen. Für einen schnelleren Zugriff sehen sie auf ihrer Startseite Unterrichtseinheiten, die die Lehrkraft der Klasse zugewiesen hat. Die Einheiten mit den einzelnen Aufgaben können von den Lernenden in *divomath* bearbeitet werden. Dabei stehen ihnen Aufgaben mit offenen Arbeitsaufträgen zur gemeinsamen Kleingruppen- und Plenumsdiskussion zur Verfügung sowie Aufgaben mit automatisiertem, teils automatisiertem, informativem Feedback.

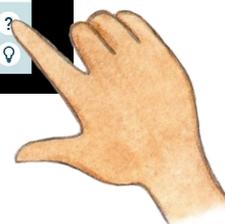
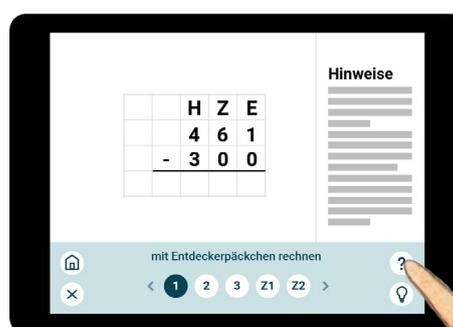
Die Arbeitsstände werden durch die individuelle Zuweisung von Lernenden-Accounts gespeichert und können durch erneutes Öffnen der Einheiten angesehen werden. Für eine individuelle Diagnose können Lernende zusätzlich auf Bausteinebene Checkaufgaben im Sinne einer Standortbestimmung (Voßmeier, 2012, S. 109) bearbeiten.

WISSENSPEICHER

Lernende können auf den Wissensspeicher zugreifen bzw. diese durch die Bearbeitung der Unterrichtseinheiten individuell freischalten, um übergreifend immer wieder auf wichtige Erkenntnisse aus den Einheiten zurückgreifen zu können. Der Zugriff auf den Wissensspeicher erfolgt entweder direkt über die Unterrichtseinheit (über das Symbol *Glühbirne*) oder über die Startseite der Lernenden. Noch nicht freigeschaltete Wissensspeicher werden für Lernende ausgegraut abgebildet.

HILFEFUNKTION

In den Unterrichtseinheiten stehen Lernenden zu ausgewählten Aufgaben über das Symbol Fragezeichen Hinweise zur Aufgabe zur Verfügung.

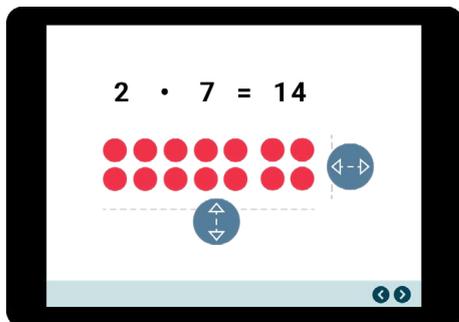


6.6 Fachdidaktische Potentiale der Lernumgebung

Die in Kapitel 2 aufgeführten Potentiale von Software wurden bei der Gestaltung der Aufgaben von *divomath* berücksichtigt und werden nachfolgend erläutert:

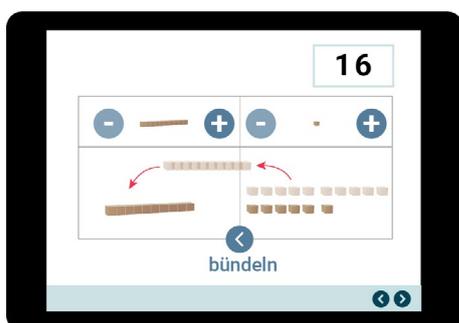
DARSTELLUNGEN VERNETZEN

Die synchrone Darstellungsvernetzung stellt ein wesentliches Potential der Lernumgebung dar. So wird bspw. durch Veränderung eines Punktefeldes synchron die passende Multiplikationsaufgabe mit erzeugt oder das digitale Würfelmaterial verändert sich synchron zur Veränderung verschiedener weiterer Darstellungen (Zahlsymbol, additive Zerlegung, Stellentafel mit Ziffern, Stellentafel mit Plättchen, Sprache).



MENTALE OPERATIONEN VIRTUELL DARSTELLEN

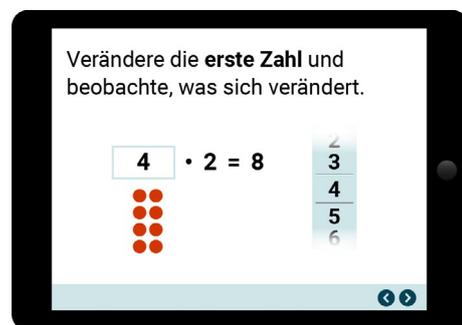
Ein weiteres Potential besteht im virtuellen Darstellen mentaler Operationen. So kann z. B. das Rein- und Rauszoomen in den Zahlenstrahl bis 1.000, die Veränderung der Skalierung und das Hin- und Herbewegen auf dem Zahlenstrahl das analoge Zeichnen von einzelnen Ausschnitten mit unterschiedlicher Skalierung ersetzen. Ein weiteres Beispiel stellt das digitale Würfelmaterial in *divomath* dar, bei dem das digitale (Ent)bündeln die mentale Operation passender abbildet als das analoge Eintauschen zum Beispiel einer Zehnerstange in zehn Einerwürfel. Bei *divomath* werden dafür 10 Einerwürfel zu einer Zehnerstange gebündelt und diese dynamisch in die Zehnerspalte verschoben.



DENK- UND ARBEITSPROZESSE UMLAGERN

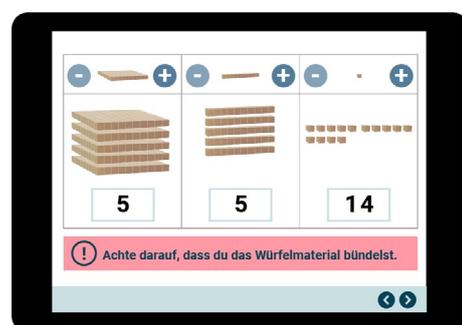
divomath macht sich ebenfalls das Potential der Umlagerung von Denk- und Arbeitsprozessen zu Nutze, indem z. B. das Ausgeben des Punktefeldes vom System übernommen wird und die Lernenden bei dieser Aufgabe den Fokus auf den Zusammenhang zwischen Multiplikationsaufgabe und Punktefeld legen können.

Im Beispiel sollen die Lernenden den Multiplikator verändern und die Auswirkungen auf das Punktefeld beobachten.



INFORMATIV FACHSPEZIFISCH ZURÜCKMELDEN

Ein informatives und automatisches Feedback ist in *divomath* in viele Übungsaufgaben integriert. Bei falschen Lösungen werden die Lernenden durch inhaltliche Rückmeldung bei der Aufgabebearbeitung unterstützt und bekommen prozessbezogenes Feedback, z. B. dass die Darstellung der Stellentafel mit Ziffern noch nicht zum Würfelmaterial passt.



7. Unterrichtsbeispiele

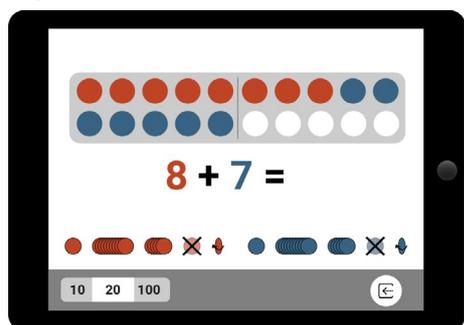
Im folgenden Kapitel werden ausgewählte Unterrichtsbeispiele skizziert, die die vier Inhaltsbereiche des Lehrplans abdecken. Weiterführende Hinweise zu den vorgestellten Unterrichtsideen und weitere Anregungen erhalten Sie auf pikas-digi.dzlm.de/node/152.

Viele der vorgestellten Apps sind kostenpflichtig und auf das Betriebssystem iOS beschränkt. Die Softwareauswahl begründet sich hier allerdings dadurch, dass diese die fachdidaktischen Potentiale (*Kap. 2*) und die Leitideen (*Kap. 1*) berücksichtigen.

7.1 Virtuelles Rechenfeld

APP ZUR DARSTELLUNG VON ADDITIONS- & SUBTRAKTIONSAUFGABEN

Jahrgang 1-2, Zahlen & Operationen, Mobile-App
pikas-digi.dzlm.de/node/29



ÜBERBLICK

Das Zwanzigerfeld ist ein gängiges Arbeitsmittel im arithmetischen Anfangsunterricht, welches Kinder beim Aufbau mentaler Zahl- und Operationsvorstellungen unterstützt und auf diese Weise zur Ablösung vom zählenden Rechnen beitragen soll (Urff, 2019). Die App *Rechenfeld* überführt das Arbeitsmittel in eine digitale Version, welche – wie auch seine physische Entsprechung – keine Aufgaben vorgibt.

Die App ermöglicht das Legen von einzelnen roten oder blauen Plättchen und darüber hinaus auch das gleichzeitige Legen von fünf Plättchen mit einer Aktion. Zudem können einzelne Plättchen durch Antippen gewendet werden. Die Plättchen können auf dem Zwanzigerfeld auf verschiedene Weisen von der App strukturiert werden.

Das automatische Strukturieren sorgt dafür, dass Plättchen auf dem Zwanzigerfeld nie ohne sinnhafte Struktur erscheinen. Darüber hinaus kann auch eingestellt werden, dass rote Plättchen stets vor blauen Plättchen dargestellt werden. Per Knopfdruck kann zudem ausgewählt werden, ob die erste Zeile zunächst gefüllt werden soll oder ob rote und blaue Plättchen in unterschiedlichen Zeilen dargestellt werden, um bspw. Verdopplungen darstellen zu können.

POTENTIALE DER APP

Synchronität und Vernetzung der Darstellung

Das Legen roter und blauer Plättchen im Zwanzigerfeld kann auf symbolischer Ebene als Additionsaufgabe gedeutet werden, die dementsprechend unter der Abbildung des Feldes zu finden ist. Die Farbgebung der Zahlen entspricht dabei denen der Plättchen. Die beiden Repräsentationen sind im virtuellen Zwanzigerfeld miteinander verzahnt. Die Veränderung einer Repräsentation erwirkt die automatische Anpassung der jeweils anderen Darstellung. Beide Darstellungsebenen sind in der App immer sichtbar.

EINSTIEG

Bei der App *Rechenfeld* handelt es sich um ein virtuelles Arbeitsmittel. Aufgabenstellungen sind daher nicht vorgegeben, sondern werden von den Lehrenden gestellt. So kann die App im Unterricht in unterschiedlichen Szenarien in Arbeits- und Reflexionsphasen zum Einsatz kommen.

FREIES ERPROBEN

Nachdem die Kinder mit realem Material gearbeitet und die Struktur des Zwanzigerfeldes kennengelernt haben, können sie erste Erfahrungen mit der App sammeln.

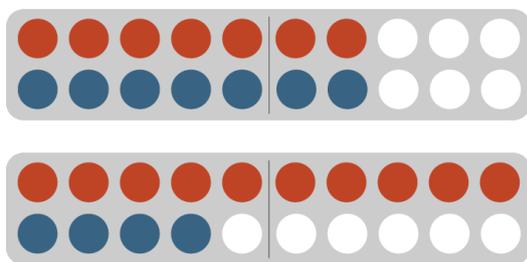
Die Übersichtlichkeit der App erlaubt es ihnen sich selbst in einer freien Erprobungsphase mit den Funktionen der App vertraut zu machen.

Dabei steuern Leitfragen die Erprobungsphase, sodass diese Phase bereits für erste sinnvolle und zielgerichtete Lernanlässe genutzt werden kann. Abschließend sollten einzelne Darstellungen und Funktionen in einem gemeinsamen Gespräch geklärt werden.

- Finde verschiedene Möglichkeiten die Zahl 8 zu legen.
- Wie kann man aus der Aufgabe 6+7 die Aufgabe 6+8 erzeugen?
- Was passiert mit den Plättchen, wenn du den ersten Summanden um eins erhöhst, den Zweiten um eins verringerst?

ERFASSUNG VON PLÄTTCHENANZAHLEN

Durch die vorgegebene Struktur ermöglicht die App eine simultane und quasi-simultane Zahlerfassung. Die Struktur der App kann als Gesprächsanlass genutzt werden, um über Strategien zur Anzahlerfassung zu sprechen und beim Darstellen von Zahlen verschiedene Varianten der Strukturierung zu thematisieren.



AUFGABEN ZUR VERKNÜPFUNG VON IKONISCHER UND SYMBOLISCHER EBENE

Die Verknüpfung von ikonischer und symbolischer Darstellung ist für den Aufbau der Zahlvorstellung von großer Bedeutung. Durch die synchrone Darstellung beider Ebenen in der App (*siehe dazu auch Kap. 2*), werden Beziehungen zwischen beiden Ebenen sichtbar gemacht. Veränderungen auf einer der Ebenen führen zu einer automatischen Veränderung auf der jeweils anderen Ebene. Entsprechende Impulse fordern die Betrachtung beider Ebenen heraus.

ZERLEGEN VON ZAHLEN / OPERATIVE ÜBUNGEN

Beim Zerlegen von Zahlen und Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben kann das virtuelle Zwanzigerfeld eine Hilfe darstellen. Darüber hinaus kann es als Argumentationshilfe genutzt werden, wenn z. B. durch Drehen von Plättchen Strategien wie gegensinniges Verändern (Konstanz der Summe) erklärt werden sollen. Überlegungen anzustellen, welche virtuelle Handlung nötig ist, um in einem Entdeckerpäckchen von einer Aufgabe zur nächsten Aufgabe zu gelangen, kann dabei unterstützen, die Muster und Struktur eines Entdeckerpäckchens nachvollziehen und beschreiben zu können.

ZAHLEN STRUKTURIERT LEGEN

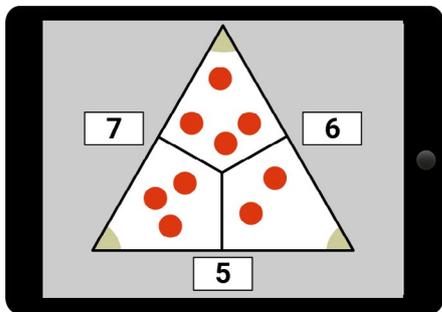
Mit den vorangehenden Erfahrungen sind Kinder nun in der Lage, Zahlen schnell als Plättchenanordnung auf dem virtuellen Zwanzigerfeld darzustellen. So kann der Legevorgang durch Anklicken von Fünferbündeln erleichtert und beschleunigt werden. Den Kindern wird auch hier der Nutzen der Fünferstrukturierung zur Darstellung von Anzahlen erfahrbar gemacht. So können Zahlen ohne das einzelne Abzählen aller Plättchen dargestellt und gleichermaßen Ergebnisse ohne Zählstrategien vom Zwanzigerfeld abgelesen werden.

Entwickler: Christian Urff Betriebssysteme: iOS	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
	<i>Inhaltsbezogene Kompetenzen</i> - Zahlen und Operationen <i>Prozessbezogene Kompetenzen</i> - Problemlösen - Kommunizieren - Darstellen - Argumentieren	<i>Bedienen und Anwenden</i> - Digitale Werkzeuge <i>Kommunizieren und Kooperieren</i> - Kommunikations- und Kooperationsprozesse

7.2 Rechendreieck

APP ZUR BEARBEITUNG VON RECHENDREIECKEN

Jahrgang 1-4, Zahlen&Operationen, Mobile-App
pikas-digi.dzlm.de/node/29



ÜBERBLICK

Im Rechendreieck – ein gleichseitiges Dreieck mit drei Innenfeldern und drei Außenfeldern – werden jeweils die Summen zweier benachbarter Innenzahlen gebildet. Diese Summen werden als Außenzahlen in die dazugehörigen Außenfelder notiert. Addiert man jeweils Innenzahlen und Außenzahlen, erhält man die jeweilige Innen- bzw. Außensumme (Krauthausen & Scherer, 2016; PIK AS, 2009). Für das Aufgabenformat Rechendreieck lassen sich vielfältige ergebnisreiche Aufgaben formulieren, welche im Sinne eines produktiven Übens unterschiedliche mathematische Zusammenhänge und Entdeckungen in den Blick nehmen. Mit der App *Rechendreieck* wird das gleichnamige Aufgabenformat aus seinem analogen Umfeld in eine digitale Version übertragen. Die Funktionen des virtuellen Rechendreiecks ermöglichen ein entdeckendes Lernen durch interaktives Probieren sowie produktives Üben, je nachdem wie und zu welchem Zweck die App eingesetzt wird. Das Medium ist ausschließlich als digitales Werkzeug zu verstehen, bei dem keine Aufgaben vorgegeben werden, sondern der flexible und selbstständige Umgang mit dem Aufgabenformat im Vordergrund steht (Urff, 2012).

POTENTIALE DER APP

Ein fachdidaktisches Potential der App *Rechendreiecke* liegt in der Auslagerung von Denk- und Arbeitsprozessen. Dabei können in der App nach dem Verschieben von einem Plättchen in

ein anderes Innenfeld sowie beim Hinzufügen oder Vermindern der Plättchen die jeweilige Zahl im Außenfeld als Zahlsymbol automatisch angezeigt werden. Dadurch wird auch Kindern, denen das Rechnen schwerfällt, die Möglichkeit gegeben, Entdeckungen zu machen.

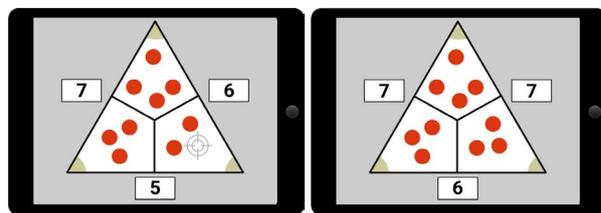
RECHENDREIECK KENNENLERNEN

Die App kann ergänzend oder als Hauptmedium während einer Unterrichtsreihe zum Thema „Rechendreiecke“ eingesetzt werden. Die Einführung des Rechendreiecks kann sowohl analog, z. B. an der Tafel bzw. mit Material, als auch direkt anhand des digitalen Mediums geschehen. Hier sollten die Kinder die benötigten Fachwörter (wie z. B. *das Rechendreieck*, *die Innenzahl*, *die Außenzahl*, *die Innen-summe*, *die Außensumme*) und erste Eigenschaften (wie *die Additionsregel* Innenzahl plus Innenzahl gleich Außenzahl) erarbeiten. Wichtig ist, dass die Lernenden mit dem Aufgabenformat vertraut sind, bevor ein entdeckendes Lernen mit der App, wie es im Weiteren vorgeschlagen wird, möglich ist. Die Offenheit des Mediums erlaubt eine Vielzahl an Arbeitsaufträgen, die je nach inhaltlichem oder prozessbezogenem Schwerpunkt und unter Berücksichtigung der Lernvoraussetzungen der Lernenden selbst festgelegt werden können.

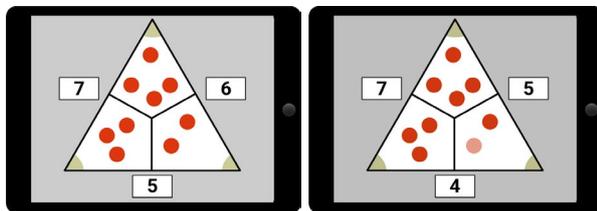
RECHENDREIECKE UNTERSUCHEN

Im Anschluss an die Vorerfahrungen können sie das Aufgabenformat in der digitalen Version auf Zusammenhänge untersuchen. In einzelnen Einheiten kann dazu der Fokus auf die Auswirkungen der verschiedenen Veränderungen am Rechendreieck gelegt werden (Wittmann, 1985). Die Lernenden sollen gezielt Beobachtungen anstellen, Vermutungen aufstellen und überprüfen sowie Zusammenhänge erklären. Folgende Aufgabenstellungen sind denkbar:

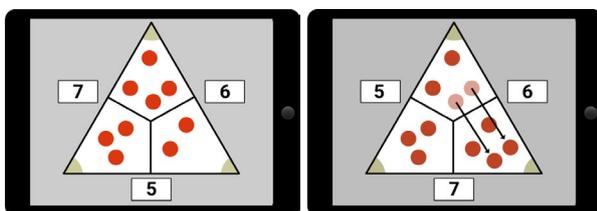
- Was passiert, wenn du ein/... Plättchen hinzufügst?



• Was passiert, wenn du ein/ zwei/ ... Plättchen wegnimmst?



• Was passiert, wenn du ein/ zwei/ ... Plättchen verschiebst?



- Welche Felder/ Außenzahlen verändern sich?
- Warum verändern sich diese/ immer zwei Außenzahlen?
- Wie verändert sich die Innen- und Außensumme, wenn du ein/ zwei/ ... Plättchen hinzufügst/ wegnimmst/ verschiebst?

PROBLEMSTELLUNGEN ÜBERPRÜFEN

Des Weiteren lässt sich die App dazu nutzen, die Lernenden Hypothesen zu überprüfen und sogenannte Knobelaufgaben lösen zu lassen. Mithilfe der aufgezeigten Potentiale der App *Rechendreieck* können die Zusammenhänge leichter erfasst und mit anderen Lernenden diskutiert werden.

Besonders der Austausch kann die Einsicht in das

Aufgabenformat vertiefen und kommunikative und argumentative Kompetenzen der Lernenden fördern.

TEILE-GANZES BEZIEHUNGEN ENTDECKEN

Das Aufgabenformat und insbesondere die digitale Ausführung ermöglicht es, neben der innenwohnenden Struktur der Rechendreiecke, auch allgemeine Zahlbeziehungen zu erkennen und zu untersuchen. Konzentriert man sich jeweils auf eine der drei Seiten des Rechendreiecks, samt zweier Innenzahlen und der dazugehörigen Außenzahl, können Teile-Ganzes Beziehungen von Zahlen erkannt werden. Die Lernenden haben so die Möglichkeit, die Zusammensetzung visualisiert wahrnehmen zu können. Die zusätzliche Darstellung der Zahlen auf zwei Ebenen – die bildliche Zahldarstellung der Innenzahlen und die symbolische Zahldarstellung der Außenzahl – unterstützt zudem den Aufbau des kardinalen Mengenverständnisses, der für einen flexiblen Umgang mit Additions- und Subtraktionsaufgaben von Bedeutung ist (Gerster & Schultz, 1998, S.141).

Unter <https://pikas-digi.dzlm.de/node/29> erhalten Sie weitere Informationen und inhaltliche sowie technische Hinweise. Zudem werden entsprechende Aufgaben und Impulse für den Einsatz im Unterricht zur Verfügung gestellt.

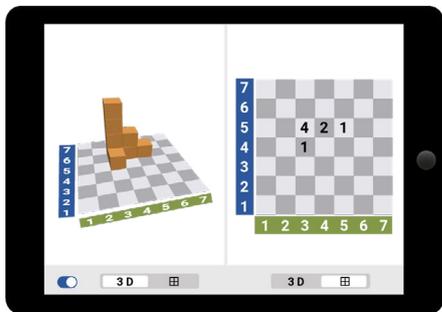
Entwickler: Christian Urf Betriebssysteme: iOS	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
	<i>Inhaltsbezogene Kompetenzen</i> - Zahlen und Operationen <i>Prozessbezogene Kompetenzen</i> - Problemlösen - Kommunizieren - Argumentieren	<i>Bedienen und Anwenden</i> - Digitale Werkzeuge <i>Kommunizieren und Kooperieren</i> - Kommunikations- und Kooperationsprozesse

7.3 Klötzchen

APP ZUR KONSTRUKTION UND BETRACHTUNG VON WÜRFELBAUWERKEN

Jahrgang 1-4, Raum & Form, Mobile-App

pikas-digi.dzlm.de/node/115



ÜBERBLICK

Die handelnde Auseinandersetzung mit Würfelgebäuden und Bauplänen bietet vielfältige Möglichkeiten zur Förderung der Raumorientierung und -vorstellung.

Die App *Klötzchen* stellt hierfür eine sinnvolle und ergänzende Lernumgebung in digitaler Form mit vielversprechenden Potentialen dar. Auf dem Tablet lassen sich ganz einfach Würfelgebäude durch Fingertippen erzeugen. Die Bildschirmansicht ist zweigeteilt. Im linken Bereich des Bildschirms steht dabei zum „Bauen“ ein Bauplan oder die dreidimensionale Darstellung zur Auswahl. Während des Bauprozesses wird dem Kind synchron in dem rechten Bereich des Bildschirms, je nach Auswahl, eine weitere zweidimensionale Darstellung (Bauplan, Schrägbild – sowohl als Kavalierperspektive als auch als isometrische Darstellung – oder Zweitafelbild) des Würfelgebäudes angezeigt, die sich bei jedem Bauschritt mitverändert. Wahlweise kann eine Bildschirmhälfte (bei der Appversion für das iPad) auch ausgeschaltet werden.

Die dreidimensionale Darstellung kann zudem mit dem Finger so bewegt werden, dass sich jede mögliche Perspektive (z. B. Seitenansicht, Draufsicht etc.) auf das Gebäude einnehmen lässt. Kleinere Änderungen wie bspw. Anzahl der Zeilen und Spalten oder Art der Würfel (Holzwürfel oder Steckwürfel) können in den Einstellungen der App für das iPad ebenfalls vorgenommen werden (Etzold & Janke, 2018). Die Appversion für das iPad bietet zudem die

Möglichkeit, eigene Programmierungen von Schleifen in einer Code-Ansicht für das Erstellen von Würfelbauwerken durchzuführen. Eigene Aufgaben beinhaltet die App nicht.

POTENTIALE

Ein fachdidaktisches Potential der App *Klötzchen* liegt in der Vernetzung der verschiedenen Darstellungsebenen (enaktiv, bildlich, symbolisch). Hier kann durch den geteilten Bildschirm sowohl der Bauplan, als auch das Bauwerk fokussiert betrachtet werden. Veränderungen einer Ansicht bewirken die synchrone Veränderung der anderen Ansicht.

FREIES BAUEN

Um mit der App und ihren Funktionen vertraut zu werden, sollte den Kindern zunächst die Möglichkeit gegeben werden – wie auch beim Bauen mit echten Würfeln – frei und ohne Vorgaben zu bauen und dabei relevante Fachbegriffe kennenzulernen. In dieser Phase können sie zum einen die grundlegenden Funktionen von *Klötzchen* (z. B. Hinzufügen eines Würfels durch Fingertippen, Entfernen eines Würfels durch Halten, Wechsel zwischen verschiedenen Ansichten, Perspektivwechsel und Heranzoomen in der 3D-Ansicht) erproben und kennenlernen. Zum anderen lassen sich auch mögliche Grenzen und Schwierigkeiten im Umgang mit der App ausloten, die im Nachgang der freien Bauphase besprochen und geklärt werden sollten. So können in dieser Erprobungsphase Impulse gesetzt werden, die besondere Potentiale dieser App, wie bspw. den einfachen Darstellungswechsel oder insbesondere auch die Synchronität der Darstellungsebenen betonen, aber auch solche, die Grenzen der App in den Blick nehmen. Zum Beispiel ist die Anzahl der aufeinander gebauten Würfel hinsichtlich einer guten Sichtbarkeit begrenzt.

ARCHITEKT UND BAUMEISTER

Um über Schwierigkeiten zu sprechen, die verbale Beschreibungen von Würfelgebäuden mit sich bringen, und somit für die Kinder die Notwendigkeit von eindeutigen Beschreibungen ersichtlich wird, kann die folgende Aufgabe gestellt werden:

- Kind 1 (Architekt) entwirft und baut ein Gebäude (a) mit echten Würfeln oder (b) auf dem Tablet. Kind 2 darf das Gebäude nicht sehen.
- Kind 1 beschreibt sein Gebäude anschließend mit Worten.
- Kind 2 versucht das Gebäude nach der Beschreibung nachzubauen (a) auf dem Tablet oder (b) mit echten Würfeln.
- Wenn der Nachbau fertig gestellt ist, werden beide Gebäude verglichen. Stimmen beide Gebäude überein?
- Anschließend werden die Rollen getauscht. Deutlich schwieriger ist es bei dieser Aufgabe natürlich, wenn die Achsen-Markierungen in der App zunächst ausgeschaltet sind. Um explizit auf die Nutzung von Koordinaten zur Beschreibung einzugehen, kann in einer zweiten Runde die Funktion dazu geschaltet werden.

WÜRFELGEBÄUDE VERÄNDERN

Im Rahmen der Lernumgebung *Klötzchen* bieten sich insbesondere auch „Was wäre, wenn...“ Fragen an (Ladel & Kuzle, 2017), die sich besonders gut auf dem digitalen Medium umsetzen und überprüfen lassen, da die Veränderung direkt durch eine Selbstkontrolle überprüft werden kann, ohne dass etwas neu gezeichnet oder radiert werden muss.

- Was wäre, wenn wir diesen Würfel entfernen würden? Wie würde das zugehörige Zweitafel-/Schrägbild aussehen?
- Was wäre, wenn wir hier einen Würfel anbauen würden? Wie würde das zugehörige Zweitafel-/Schrägbild aussehen?

Eine weitere Aufgabenstellung zum Verändern von Würfelgebäuden könnte sein, vorgegebene Würfelgebäude durch Veränderung von genau einem Würfel zu bauen (Spielidee des Spiels *PotzKlotz*). Die Kinder können hierbei auf dem Tablet die so entstehenden Würfelgebäude parallel bauen und mögliche Würfelbewegungen ausprobieren.

BAUPLÄNE ZU WÜRFELGEBÄUDEN ERSTELLEN

Ein besonderes Potential dieser App besteht sicherlich darin, dass Handlungen in einer Ansicht (z. B. in der dreidimensionalen Ansicht) automatisch und synchron Änderungen in der anderen Ansicht mit sich führen. Insbesondere die Entstehung eines Bauplans (auch „bewerteter Grundriss“ genannt) ist mit der App daher besonders einfach zu verdeutlichen und zu verstehen, da sich die Auswirkungen von Veränderungen gut am Bauplan verfolgen lassen: Tippt man auf ein Feld in der 3D-Ansicht, um einen Würfel hinzuzufügen, so wird dieser synchron und automatisch auch im Bauplan (als Zahlsymbol) hinzugefügt- und umgekehrt.

Unter <https://pikas-digi.dzlm.de/node/29> erhalten Sie weitere Informationen und inhaltliche sowie technische Hinweise für den Einsatz der App. Zudem werden entsprechende Aufgaben und Impulse rund um das Thema Würfelgebäude zur Verfügung gestellt.

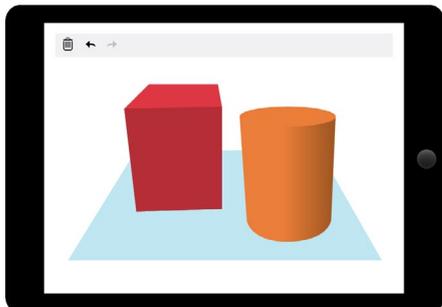
Entwickler: Heiko Etzold Betriebssysteme: iOS 10, iPhone, iPad, iPod touch	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
	<i>Inhaltsbezogene Kompetenzen</i> - Raum und Form - Raumorientierung und Raumvorstellung <i>Prozessbezogene Kompetenzen</i> - Problemlösen - Kommunizieren - Argumentieren - Darstellen	<i>Bedienen und Anwenden</i> - Digitale Werkzeuge <i>Problemlösen und Modellieren</i> - Modellieren und Programmieren

7.4 Digitale 3D Modelle

DIGITALE 3D KONSTRUKTIONEN IN TINKERCAD® ZUR FÖRDERUNG VON RÄUMLICHEM VORSTELLEN UND DENKEN

Jahrgang 3-4, Raum & Form, Mobile- & Web-App

pikas-digi.dzlm.de/node/115



ÜBERBLICK

Die Software *Tinkercad*® ist ein CAD („Computer-aided Design“) Programm, mit dem Lernende durch Auswählen und Kombinieren verschiedener geometrischer Körper auf einer virtuellen Arbeitsfläche Bauwerke konstruieren können. Dabei können alle geometrischen Körper in ihren drei Dimensionen durch Ziehen und Schieben verformt werden.

Die Software ermöglicht so auch das Konstruieren von dreidimensionalen virtuellen Bauwerken, die Lernende real ansonsten nicht konstruieren könnten. Durch die Software werden Grenzen real konstruierbarer Möglichkeiten überwunden, weil Aspekte wie Einfachheit der Konstruktion, Überwindung von physikalischen Gesetzmäßigkeiten (z. B. schwebende Objekte) oder die präzise Aushöhlung von Objekten den Lernprozess unterstützen können, wenn gehaltvolle Aufgaben im Mittelpunkt stehen.

POTENTIALE

Ein fachdidaktisches Potential der App *Tinkercad*® liegt in der Auslagerung von Arbeitsprozessen. Dabei hilft die Software gedankliche Konstruktionen herzustellen, die für Kinder real kaum oder gar nicht umsetzbar wären.

Ein weiteres Potential ist damit auch in der Möglichkeit zu sehen, mentale Operationen virtuell darzustellen. Gedankliche Konstruktionen (auch virtuell) festhalten zu können, um Denk- und Bauprozesse sowie Produkte darstellen zu können, eröffnet Möglichkeiten in Gespräche

über Denkprozesse zu kommen, diese anzupassen, zu optimieren und ggf. auf andere Situationen zu übertragen.

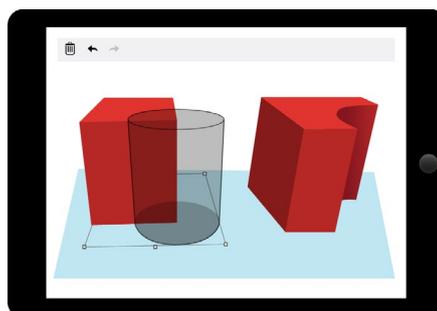
TINKERCAD® KENNENLERNEN UND SICH ÜBER FUNKTIONEN AUSTAUSCHEN

Für den Einstieg in die Arbeit mit neuen Programmen bietet es sich meist an, den Kindern ausreichend Zeit zu geben, sich mit den Funktionen vertraut zu machen und Fragen zu klären. Beim Einstieg in die Arbeit mit der Software kann es hilfreich sein, diesen Prozess insofern zu steuern, als dass die Lernenden sich explizit beim Erproben bereits mit einzelnen Funktionen ausführlich beschäftigen sollen und diese Funktionen später im Plenum vorstellen. So entwickeln sich Expert:innen in verschiedenen Bereichen und die Kinder erhalten in einem gemeinsamen Austausch einen Überblick über alle Funktionen und erfahren, welche Kinder ihnen beim Nutzen dieser Funktionen im späteren Verlauf ggf. helfen können. Entsprechende Arbeitsmaterialien dazu sind unter <https://pikas-digi.dzlm.de/node/29> zu finden.

KONSTRUKTION VON OBJEKTEN

Mit zunehmender Erfahrung können die Kinder Körper anpassen, kombinieren, Bohrungen vornehmen, sie ausrichten etc.

Durch die vielfältigen Funktionen der Software ergeben sich auch meist vielfältige Möglichkeiten Objekte aus der Realität virtuell nachzubilden. Neben Aspekten wie dem Maßstab können insbesondere verschiedene Vorgehensweisen bei der Konstruktion vorgestellt, verglichen und gemeinsam diskutiert werden. Dabei bieten Aspekte wie eine effiziente oder genaue Vorgehensweise sowie auch Problemlösungen beim Bau komplexer Konstruktionen oft eine Basis für wertvolle Gespräche.



KONSTRUKTIONSPROZESSE PLANEN, DURCHFÜHREN UND REFLEKTIEREN

Wenn Kinder ihre Konstruktionsprozesse zielgerichteter durchführen und sich zunehmend von einem probierenden Konstruieren einem planenden Konstruieren zuwenden, kommt den gedanklichen Planungsprozessen eine größere Bedeutung zu. Mithilfe eines Planungsrasters können die Lernenden Bauwerke gedanklich planen, Planungsschritte festhalten, die Planung konkret umsetzen und ihre Planung anschließend reflektieren. So können sie Konsequenzen für folgende Planungsprozesse daraus ziehen.

Dadurch dass Modelle zunächst gedanklich durchdacht werden müssen, bevor gebaut werden kann, wird das räumliche Vorstellen und Denken in besonderem Maße herausgefordert. Darüber hinaus wird durch den gemeinsamen Austausch über räumlich Vorgestelltes das Gedankliche auf eine sprachliche Ebene übertragen, bevor ein Transfer ggf. auf ikonischer Ebene (mit Stift und Papier in eine Skizze) oder direkt auf „digitaler“ Ebene vollzogen wird.

Unter <https://pikas-digi.dzlm.de/node/29> erhalten Sie weitere Informationen und inhaltliche sowie technische Hinweise. Zudem werden entsprechend gehaltvolle Aufgaben und Impulse zum Konstruieren und Planen zur Verfügung gestellt.



Plant gemeinsam!

Benötigte Körper und Bohrungen:

Körper	Anzahl
Quader	1
Zylinder	1

Auf diese Planungsschritte haben wir uns geeinigt:

- Quader erstellen
- Zylinder erstellen
- Zylinder in Bohrung umwandeln
- gruppieren

Entwickler: Autodesk® www.tinkercad.com Betriebssysteme: alle (webbasiert) und als App	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
	Inhaltsbezogene Kompetenzen - Raum und Form - Körper - Raumorientierung und Raumvorstellung Prozessbezogene Kompetenzen - Problemlösen - Kommunizieren - Darstellen - Argumentieren	Bedienen und Anwenden - Digitale Werkzeuge Problemlösen und Modellieren - Prinzipien der digitalen Welt - Kommunizieren und Kooperieren - Kommunikations- und Kooperationsprozesse

7.5 Sachrechnen Bearbeitungshilfen

HILFEN ZUM LÖSEN VON SACHAUFGABEN

Jahrgang 3-4, Einsatz von Erklärvideos

pikas-digi.dzlm.de/node/120

ÜBERBLICK

„Das Lösen von Sachaufgaben ist ein zielgerichtetes Vorgehen, bei dem die Kinder sprachlich, teilweise auch bildhaft oder konkret präsentierte Situationen in ein mathematisches Modell überführen, dieses innermathematisch bearbeiten und die Lösung in Beziehung zur Ausgangsposition setzen müssen.“ (Franke, 2010, S. 64)

Das Problem muss inhaltlich durchdacht werden und die Kinder müssen inhaltlich involviert sein. Gleichzeitig müssen sie den Überblick über den gesamten Lösungsprozess behalten. Bereits in der Grundschule können eine Reihe von Bearbeitungshilfen thematisiert werden, die den Kindern in verschiedenen Phasen des Problemlöse- und Modellierungsprozesses von Nutzen sein können. Dabei ist es wichtig zu beachten, dass die Funktionen der Bearbeitungshilfen (s. u.) sich erst dann entfalten können, wenn Kinder sich diese als Denkbjekte verfügbar gemacht haben. Jede dieser Hilfen ist zunächst selbst Lernstoff, bevor sie zu einer Hilfe werden kann. Bearbeitungshilfen zur Modellbildung unterstützen den Aufbau des Situationsmodells, sowie den Teilschritt des Mathematisierens vom Situations- zum mathematischen Modell. Dabei wird zwischen konkreten und grafischen Bearbeitungshilfen unterschieden.

Bei dem folgenden Unterrichtsbeispiel geht es um den Bereich der grafischen Bearbeitungshilfen. Dazu gehören Skizzen, Tabellen und Baumdiagramme. Bevor Lernende die Struktur einer Aufgabe aufdecken können, um anschließend eigenständig eine Bearbeitungshilfe zu wählen, müssen sie diese zunächst kennen und anwenden lernen. In diesem Unterrichtsbeispiel geht es darum diese drei verschiedenen Bearbeitungshilfen kennen zu lernen und sie gezielt anzuwenden.

POTENTIALE

Bei den zuvor genannten aufgeführten Erklärvideos zu Bearbeitungshilfen sind vor allem

unterrichtsorganisatorische Potentiale auszumachen. Durch die Verfügbarkeit der Videos können Kinder im Lernprozess mehrfach auf die Erklärvideos zugreifen, um das Verständnis zu sichern oder um sich in späteren Arbeitsprozessen wichtige Aspekte der Bearbeitungshilfen noch einmal in Erinnerung zu rufen. Wichtig ist dennoch eine sinnvolle unterrichtliche Einbettung von Erklärvideos, um die Wirksamkeit des vermittelten Unterrichtsinhalts sicherzustellen. Dabei haben gemeinsame Phasen des Austauschs und Reflexionsphasen mit zielgerichteten Impulsen (siehe nächste Seite) eine große Bedeutung.

EINSATZ IM UNTERRICHT

Bereits vor der konkreten Einführung von Bearbeitungshilfen (Tabelle, Skizze, Baumdiagramm) haben die Kinder im Mathematikunterricht einige Erfahrungen beim Lösen von Sachaufgaben gesammelt. Die Lösungswege waren dabei individuell und teilweise haben die Kinder dabei bereits, wenn auch unbewusst, auf Bearbeitungshilfen zurückgegriffen. Im Folgenden sollen nun die oben beschriebenen Bearbeitungshilfen mit den Kindern bewusst und ausführlich thematisiert werden.



TABELLE KENNENLERNEN

ERKLÄRVIDEO

„Was ist eine Tabelle?“

pikas-digi.dzlm.de/node/77



Für einen gemeinsamen Einstieg in die Bearbeitungshilfe *Tabelle* kann den Kindern das Video

„Was ist eine Tabelle?“ zur Verfügung gestellt werden. Damit die Kinder aus der Konsumentenrolle auch in einen aktiven Arbeitsprozess einsteigen, erhalten sie zusätzlich den Arbeitsauftrag, ein eigenes Sprachspeicherplakat zur Tabelle mit Begriffen wie Spalte, Zeile, Zelle etc. zu erstellen. Im Plenum können anschließend Ergebnisse gesammelt und ggf. ergänzt werden, sodass der Klasse für die folgende Arbeit ein gemeinsamer Sprachspeicher zur Verfügung steht.

TABELLE ALS BEARBEITUNGSHILFE EINSETZEN

ERKLÄRVIDEO
 „Wie verwende ich eine Tabelle?“
pikas-digi.dzlm.de/node/76



Das Video „Wie verwende ich eine Tabelle?“ zeigt Kindern exemplarisch, wie eine Aufgabe mittels der Bearbeitungshilfe *Tabelle* gelöst werden kann. Damit die Kinder die Inhalte des Videos selbst anwenden können, wird ihnen zusätzlich eine Aufgabe angeboten, die sie mittels einer Tabelle lösen können. Hier bieten sich differenzierte Aufgabenstellungen an.

Zu allen Bearbeitungshilfen werden für die Umsetzung im Unterricht Anregungen für Aufgabenstellungen, Hinweise für den Unterricht und Impulse für die Arbeit auf <https://pikas-digi.dzlm.de/node/120> angeboten.

REPERTOIRE ERWEITERN UND SICHERN

ERKLÄRVIDEO
 „Merkmale einer Skizze?“
pikas-digi.dzlm.de/node/79



ERKLÄRVIDEO
 „Was ist ein Baumdiagramm?“
pikas-digi.dzlm.de/node/73



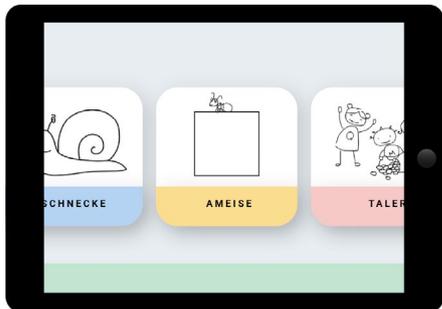
Für *Skizzen* und *Baumdiagramme* stehen zusätzliche Videos und Aufgaben zur Verfügung, die eine entsprechende Einführung der Bearbeitungshilfen ermöglichen. Da Bearbeitungshilfen auch als eigener Lernstoff zu betrachten sind, ist es notwendig, den Lernenden vielfältige Möglichkeiten zu geben, weitere Erfahrungen im Einsatz mit allen Bearbeitungshilfen zu sammeln. Dafür stehen Ihnen in einer Kartei problemhaltige Sachaufgaben zur Verfügung, die den Einsatz verschiedener Bearbeitungshilfen herausfordern bzw. ermöglichen (<https://pikas-digi.dzlm.de/node/120>).

	ERKLÄRVIDEOS	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
Entwickler: PIKAS Betriebssysteme: alle	1. Was ist eine Tabelle? 2. Wie verwende ich eine Tabelle? 3. Merkmale einer Skizze 4. Wie verwende ich eine Skizze? 5. Was ist ein Baumdiagramm? 6. Wie verwende ich ein Baumdiagramm?	Inhaltsbezogene Komp. - Größen und Messen - Sachsituationen Prozessbezogene Komp. - Modellieren - Problemlösen - Kommunizieren - Darstellen	Bedienen und Anwenden - Medienausstattung

7.6 Sachrechnen 2.0

UNTERSTÜTZUNG FÜR DAS VERSTEHEN UND BEARBEITEN VON PROBLEMHALTIGEN SACHAUFGABEN

Jahrgang 3-4, Größen & Messen, Mobile-App
pikas-digi.dzlm.de/node/120



ÜBERBLICK

Das Verstehen und Bearbeiten von Sachaufgaben ist ein vielschichtiger Prozess, der zahlreiche Hürden bietet (Franke & Ruwisch, 2010), die es zu überwinden gilt. Die App *Sachrechnen 2.0* unterstützt Lernende dabei, problemhaltige Sachaufgaben zu verstehen und zu bearbeiten, indem sie verschiedene Möglichkeiten bietet exemplarische Sachaufgabe nachzuvollziehen. Dabei stehen zum Erfassen der Aufgabe neben dem Text auch Audio und Videodarstellungen zur Verfügung. Aber auch das Lösen der Aufgaben mittels Bearbeitungshilfen wird durch die App unterstützt, indem dynamische Aspekte der Aufgabe interaktiv von den Lernenden nachgestellt werden können.

POTENTIALE

Ein Potential liegt in der multimedialen Veranschaulichung von Inhalten. Da einige Kinder bereits durch fehlende Lesefähigkeiten und mangelndes Textverständnis beim Erfassen von Sachsituation aus Texten große Schwierigkeiten haben, wird ihnen an dieser Stelle im Prozess bereits die Möglichkeit erschwert in die Bearbeitung einer Sachaufgabe einzusteigen. Mittels der App kann diese Hürde zunächst reduziert werden, die Lernenden erhalten die Möglichkeit, tiefer in den Lösungsprozess von Sachaufgaben einzusteigen. Ein weiteres fachdidaktisches Potential der App liegt in der Vernetzung der Darstellungen. So haben Eingaben in einigen Darstellungen (virtuelle enaktive Ebe-

ne) gleichzeitig Auswirkungen auf andere Darstellungen (bspw. symbolische Ebene).

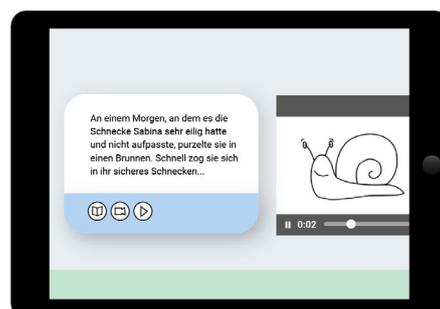
SACHAUFGABEN MITTELS VERSCHIEDENER DARSTELLUNGEN VERSTEHEN

Üblicherweise werden komplexere Sachaufgaben als Texte, teilweise auch als Bilder dargestellt. Es liegen somit vielfach nonverbal-symbolische und statisch-ikonische Aufgabendarstellungen vor. Kindern fällt es teilweise schwer, aus diesen Darstellungen die nötigen Informationen zu entnehmen. In der App *Sachrechnen* werden daher neben dem geschriebenen Text weitere Darstellungen zu jeder Aufgabe verwendet.

Dazu gehört bspw. die Möglichkeit, den Text der Aufgabe vorlesen zu lassen. Dies ermöglicht insbesondere Kindern mit Schwierigkeiten im Lese- und Textverständnis einen zusätzlichen Zugang zur Aufgabe. Zudem kann die Sachsituation als animierte Darstellung angezeigt werden. Schwierigkeiten im Sprachverständnis aber auch beim Erstellen eines mentalen Bildes zu Sachsituationen werden hier potenziell unterstützt und können den Einstieg in den Lösungsprozess einer problemhaltigen Sachaufgabe erleichtern.

EINSATZ DER APP IM UNTERRICHT

Sicherlich ist das Ziel des Mathematikunterrichts, Kinder zunehmend dazu zu befähigen auch textbasierte Aufgaben selbstständig zu verstehen und zu lösen. Die Entlastung der Lernenden im Bereich des Textverständnisses und Modellbildens durch die App soll daher eher als Station auf dem Weg zur Selbstständigkeit gesehen werden; als eine kurzfristige Hilfe, die allen Kindern Teilhabe bei der Bearbeitung einer Aufgabe ermöglichen kann.



DIE APP ALS DIFFERENZIERUNGSANGEBOT

So kann die App beim Bearbeiten einer der angebotenen Aufgaben in der Klasse als Unterstützungsangebot dienen. Kinder, die Schwierigkeiten beim Textverständnis haben oder denen es schwerfällt, die dynamischen Aspekte der Aufgabe entsprechend darzustellen, können auf passende Optionen in der App zurückgreifen.

So erweitern sie zwar zunächst nicht ihre Fähigkeiten im Textverständnis, können aber durch entsprechende Erfahrungen in anderen Bereichen des Modellbildens Kompetenzen erwerben und erweitern und sie werden befähigt an gemeinsamen Gesprächen im Klassenplenum teilzunehmen und die Ideen anderer Kinder nachzuvollziehen.

STRATEGIEREPERTOIRE ERWEITERN

Die angebotenen aufgabenspezifischen Unterstützungsangebote (Skizze, Diagramm) zeigen Lernenden, wie Aufgaben mit entsprechender Struktur gelöst werden können. Chancen ergeben sich insbesondere dann, wenn Kinder beginnen, diese Vorgehensweisen und Bearbeitungshilfen auch auf andere Aufgaben zu übertragen.

Somit kann die Arbeit mit der App als ein Einstieg in einen Lernprozess genutzt werden, der durch entsprechende (zunächst ggf. auch strukturgleiche) Aufgaben durch die Lehrkraft fortgeführt werden kann. So können Vorgehensweisen übertragen und zunehmend flexibler gemacht werden, sodass Kinder diese auch in abgewandelter Form für die Lösung anderer Sachaufgaben nutzen können.

Zudem sollte mit Kindern über eigene Vorgehens-

weisen gesprochen werden und man sollte sie reflektieren lassen, welche Darstellungsmöglichkeiten ihnen am besten helfen.

Dabei kann es auch ertragreich sein, besondere Chancen und Schwierigkeiten einzelner Bearbeitungshilfen sowie individuelle Vorlieben beim Einsatz von Bearbeitungshilfen zu thematisieren. So können Lernende diese zunehmend zielgerichteter auswählen, um eine Sachaufgabe zu lösen. Darüber hinaus können Kinder selbst Medienprodukte erstellen, in denen sie die Dynamik einer Aufgabe oder eines Ablaufs darstellen. Mittels einer Kamera oder eines Tablets können kleine Filme entstehen, in denen Lernende ihren Lösungsprozess verbal begleitend darstellen.

Um auch das Textverständnis nachträglich in den Blick zu nehmen, ist es denkbar, dass Lernende die eigene Lösung und den Text abschließend noch einmal gegenüberstellen. Gemeinsame Überlegungen in der Klasse, welche Signalwörter des Textes z. B. in ikonischen Darstellungen wiederzuerkennen sind (Wiederholungen, Verteilungen etc.), können durchaus auch gewinnbringend sein. So kann das Markieren von entsprechenden Signalwörtern bei zukünftigen Sachaufgaben ggf. schon den Aufbau eines mentalen Bildes der Sachsituation unterstützen.

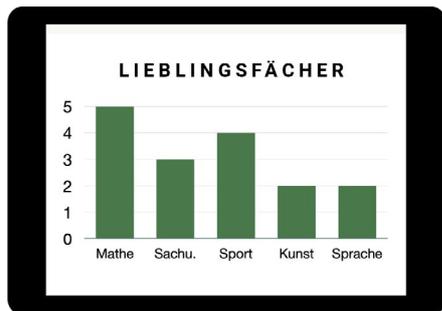
Entwickler: Roland Rink und Daniel Walter Betriebssysteme: iOS	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
	<i>Inhaltsbezogene Kompetenzen</i> - Größen und Messen - Sachaufgaben lösen - Bearbeitungshilfen nutzen <i>Prozessbezogene Kompetenzen</i> - Modellieren - Problemlösen	<i>Bedienen und Anwenden</i> - Digitale Werkzeuge <i>Kommunizieren und Kooperieren</i> - Kommunikations- und Kooperationsprozesse

7.7 Diagramme

DARSTELLEN VON DATENSÄTZEN UND REFLEKTIEREN VON DIAGRAMMEN UND DIAGRAMMTYPEN MIT EINER TABELLENKALKULATIONSSOFTWARE

Jahrgang 3-4, Daten & Häufigkeiten, Mobile- & Web-App

pikas-digi.dzlm.de/node/123



ÜBERBLICK

Mit einer Tabellenkalkulationssoftware kann mit wenigen Klicks aus vorhandenen Daten ein Diagramm erstellt werden. Das ermöglicht es, vielfältige Diagramme zu generieren und die gezielte Auswahl von Diagrammtypen in den Fokus zu rücken.

Zudem werden die Möglichkeiten der Darstellung von Daten durch die Software erweitert. Verteilungen in Kreisdiagrammen darzustellen, ist mit einer entsprechenden Software einfach zu realisieren, wohingegen eine zeichnerische Darstellung solcher Diagrammtypen im Bereich der Grundschule häufig Schwierigkeiten bereitet. Mit Blick auf den Nutzen der Software rückt das klassische Erstellen von Diagrammen durch die Lernenden (mittels Stift und Papier) in den Hintergrund. Zum Zeitpunkt dieses Unterrichtsvorhabens sollte es daher bereits mit den Kindern behandelt worden sein, damit sichergestellt ist, dass die Kinder ein Verständnis darüber aufgebaut haben, wie der Weg vom Datensatz zum Diagramm abläuft.

POTENTIALE

Eines der fachdidaktischen Potentiale von diagrammgenerierenden Apps liegt in der Vernetzung der Darstellungsebenen. Inwiefern eine Diagrammdarstellung mit einem Datensatz in Beziehung steht, wird den Lernenden gut deutlich, wenn sie die Datensätze verändern und

entsprechende Veränderungen zeitgleich im Diagramm betrachten können.

Zudem ermöglicht der Einsatz solcher Apps, das Auslagern von Denk- und Arbeitsprozessen.

Wie oben beschrieben, haben Kinder vor der Arbeit mit derartigen Programmen bereits hinreichende Erfahrungen im Erstellen von Diagrammen gesammelt. Diese Prozesse nun auszulagern, schafft zusätzliche Ressourcen, andere Schwerpunkte zu setzen und in den Blick zu nehmen. So ist zum einen die Fehleranfälligkeit beim Erstellen von Diagrammen aus Datensätzen nicht gegeben. Hier könnte ansonsten ggf. eher ein Vergleich, Schlussfolgerungen o. ä. verhindert oder erschwert werden. Zudem ist der zeitlich organisatorische Aspekt zu nennen. Das Erstellen eines Diagramms mit Stift und Papier benötigt ein Vielfaches an Zeit. So gelingt es Kindern in einer Unterrichtseinheit vielleicht ein oder zwei Diagramme zu erstellen. Für einen adäquaten Vergleich verschiedener Diagrammtypen werden ggf. aber weitaus mehr Diagramme benötigt. Auch sind bspw. Kreisdiagramme durch Lernende nur mit geeigneten Vorlagen in angemessenem Aufwand zu realisieren.

Die Potentiale sind daher, insbesondere in Bezug auf die oben genannten Ziele, offensichtlich.

DATENSÄTZE SAMMELN

Je nach inhaltlicher Gewichtung können Datensätze von den Kindern entwickelt werden (Häufigkeiten von Augenzahlen in Würfelversuchen mit zwei Würfeln, Umfrage innerhalb der Klasse etc.). Alternativ dazu kann die Lehrkraft auch entsprechende Datensätze zur Verfügung stellen. Vorlagen und Materialien finden Sie dazu auf <https://pikas-digi.dzlm.de/node/29>.

ERSTE ERFAHRUNGEN MIT TABELLENKALKULATIONSSOFTWARE

Wenn Lernende ihr erstes Diagramm mit einer Software erstellen, benötigen sie Hinweise beim Eintragen der Daten in die entsprechenden Tabellen. Auch wenn bereits im Vorfeld mit Diagrammen Erfahrungen gesammelt wurden, muss geklärt werden, wie die Daten einzutragen sind, damit später X- und Y-Achse korrekt beschriftet

Führt Würfelversuche mit 2 Würfeln durch. Welche Zahlen werden gewürfelt. Tragt die Daten in eine Tabelle ein und erstellt dazu ein Diagramm.



sind. Darüber hinaus bietet es sich an, die notwendigen Funktionen der Software zu thematisieren. Das kann gemeinsam im Plenum stattfinden, indem wichtige Funktionen und Vorgehensweisen besprochen werden oder mittels eines Kinderleitfadens, der die wichtigsten Informationen bereithält. Mit diesem können die Kinder dann nach einer gemeinsamen Einführung selbstständig die ersten Erfahrungen mit dem Programm sammeln (<https://pikas-digi.dzlm.de/node/29>).

DIAGRAMME ALS DARSTELLUNGSMITTEL REFLEKTIERT EINSETZEN

Wenn Kinder aus den Datensätzen erste eigene Diagramme erstellt haben, soll der Nutzen und

die Wirkung verschiedener Diagrammtypen in den Blick genommen werden. Die Kinder sollten dabei erkennen, dass das Diagramm mehr als nur der Wechsel der Darstellungsebene ist (Datensätze werden zu „Bildern“/Grafiken), sondern, dass das Erstellen einer solchen Darstellung meist von einer Intention geleitet ist. Ziel ist es, dem Betrachter etwas zu vermitteln (z. B. eine Auffälligkeit/ Besonderheit im Datensatz zu veranschaulichen). Das kann bei den Lernenden zu einer veränderten Sicht auf Diagramme (Was will mir der Ersteller vermitteln?) und ebenso auf eigene Datensätze (Welche Besonderheiten tauchen in meinen Datensätzen auf, die es lohnt in einem Diagramm zu vermitteln?) führen.

- Dabei helfen Fragen wie:
- Welche Besonderheiten sind in Datensätzen zu erkennen (Häufungen, Gleichmäßigkeit, Ausreißer, Tendenzen etc.)?
 - Durch welchen Diagrammtyp kann man diese Besonderheiten am wirkungsvollsten darstellen?

DIAGRAMME GENAU LESEN

Manipuliert man Diagramme, indem z. B. die X- oder Y-Achse gestreckt oder gestaucht wird, kann dies die Aussagen von Diagrammen auf den ersten Blick verfälschen. Kinder können durch eigene Erfahrungen dieser Möglichkeiten für das genaue Lesen von Diagrammen auch außerhalb des Mathematikunterrichts zusätzlich sensibilisiert werden.

	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
Apps: Tabellenkalkulationsprogramme (Excel, Calc, Numbers etc.) Betriebssysteme: diverse	Inhaltsbezogene Kompetenzen - Daten und Häufigkeiten - Daten erfassen und darstellen Prozessbezogene Kompetenzen - Kommunizieren - Darstellen - Argumentieren - Modellieren	Bedienen und Anwenden - Digitale Werkzeuge Informieren und Recherchieren - Informationsauswertung Produzieren und Präsentieren - Medienprodukte und Präsentation - Gestaltungsmittel analysieren und reflektieren - Meinungsbildung

7.8 Statistische Projekte

VON DER DATENANALYSE MIT KLEBEZETTELN ZU STATISTISCHEN PROJEKTEN MIT TINKER-PLOTS

Jahrgang 3-4, Zahlen & Operationen, Mobile-App

pikas-digi.dzlm.de/node/123



ÜBERBLICK

Die Datenanalysesoftware *TinkerPlots*, die zur Entwicklung des frühen statistischen Denkens entwickelt worden ist, kann Lernende unterstützen, Datenmengen zu organisieren und nach selbstgewählten Fragestellungen umzustrukturieren, verschiedene Visualisierungen zu erstellen und somit auch größere Datensätze zu untersuchen. Dabei wird über erste statistische Aktivitäten (unplugged, mit so genannten Datenkarten) eine Verständnisgrundlage aufgebaut, mit der man in die Datenanalyse mit der Software *TinkerPlots* einsteigen kann.

Grundsätzlich ist bei statistischen Projekten die Idee, dass ein kompletter Datenanalysezyklus, wie z. B. der in der Stochastikdidaktik bekannte PPDAC-Zyklus nach Wild und Pfannkuch (1999), durchlaufen wird. Dieser Zyklus besteht aus den Phasen „Problem“ (Entwicklung einer statistischen Fragestellung), „Plan“ (Planen der Datenerhebung), „Data“ (Datenerhebung auf Basis einer Umfrage, Beobachtung oder eines Experiments), „Analysis“ (Darstellung und Analyse der gesammelten Daten) und „Conclusions“ (Interpretation der Ergebnisse). (Mehr Informationen dazu im Unterrichtsmaterial).

POTENTIALE

Ein fachdidaktisches Potential der App *TinkerPlots* liegt in der Auslagerung von Denk- und Arbeitsprozessen. Dabei helfen digitale Medien, für den Lernprozess weniger relevante

Prozesse an eine Software zu übergeben, um sich mehr auf aktuell inhaltlich bedeutsamere Aspekte konzentrieren zu können. Damit keine Prozesse ausgelagert werden, deren Abläufe und Zusammenhänge sich dem Wissen der Kinder entziehen, muss mit ihnen vorab eine entsprechende Verständnisgrundlage aufgebaut werden.

Ein weiteres Potential ist die Vernetzung der Darstellungsebenen. Die App ermöglicht eine synchrone Darstellung der tabellarischen Datensätze und verschiedener grafischer Darstellungen. Dies unterstützt den Verständnisaufbau, wie sich Daten und Veränderungen der Daten in Diagrammen widerspiegeln.

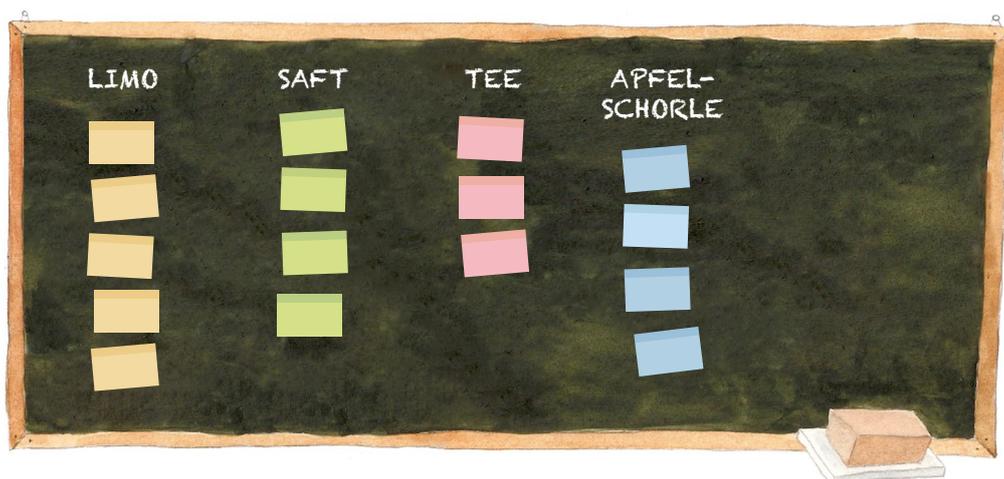
ENTWICKELN STATISTISCHER FRAGESTELLUNGEN

Insbesondere die Entwicklung statistischer Fragestellungen kann für die Lernenden eine Herausforderung darstellen. Das Anbahnen geeigneter Forschungsfragen kann über sogenannte Fragebogenfragen zu übergeordneten statistischen Forschungsfragen erfolgen, die letztlich durch ihre Offenheit mehr Spielraum zur Analyse und einen Verständnisaufbau von Zusammenhängen ermöglichen. Entscheidend für die Motivation kann zudem auch die Wahl eigener statistischer Forschungsfragen aus dem Lebenskontext der Kinder sein.

DATENANALYSE UNPLUGGED MIT DATENKARTEN

Datenkarten z. B. in Form von Klebezetteln können mit einer entsprechenden Einstiegsfrage wie „Wie kommen die Kinder unserer Klasse zur Schule?“ Anlass zu ertragreichen Gesprächen sein. Mit den durch die Kinder erstellten Datenkarten können zudem Datenanalyseprozesse wie das Trennen nach bestimmten Kategorien oder das Strukturieren in diesen Kategorien analog ermöglicht werden. Dabei erfahren sich die Kinder als Merkmals-träger und können je nach Anordnung der Daten ihren Anteil im Gesamtkontext erkennen.

Gemeinsam können in einem solchen Einstieg Konventionen festgelegt und Aussagen zu Fragestellungen und Diagrammen erfolgen.



VON DER DATENKARTE ZU TINKERPLOTS

Für einen grundschulgerechten Einstieg in die Software *TinkerPlots* bietet sich zunächst die Arbeit mit einem kleinen Datensatz an. Die Software ermöglicht das Anknüpfen an die bereits bekannte Arbeit mit Datenkarten und ermöglicht z. B. das Stapeln und Trennen von Datenkarten. In den Ausführungen zum Unterrichtsbeispiel *Statistische Projekte* (<https://pikas-digi.dzlm.de/node/123>) werden die einzelnen Funktionen und Möglichkeiten sowie der Umgang mit der Software näher ausgeführt.

LESEN UND INTERPRETIEREN VON DIAGRAMMEN

Diagramme bieten einen sehr hohen Informationsgehalt und es lassen sich oftmals Informationen auf verschiedenen Ebenen herausarbeiten. Damit Lernende nicht bloß beim Betrachten von einzelnen Datenpunkten verbleiben (lokale Sichtweise auf Daten), sondern stattdessen eine ganzheitliche Sicht auf die gesamte Verteilung bekommen (globale Sichtweise auf Daten) und ein „Denken in Verteilungen“ lernen (Biehler, 2007), sollte hier unterstützt werden. Um der lokalen Sichtweise auf Daten entgegenzuwirken und um Kindern be-

wusst zu machen, wie und welche Informationen man aus Diagrammen entnehmen kann, kann die Stufung in die Kategorien „reading the data“ (Lesen der Daten), „reading between the data“ (Lesen zwischen den Daten) und „reading beyond the data“ (Lesen über die Daten hinaus) nach Friel, Curcio & Bright (2001) hilfreich sein. Mehr Informationen dazu entnehmen Sie ebenfalls dem Unterrichtsmaterial.

PROJEKTARBEIT, DOKUMENTATION UND PRÄSENTATION EIGENER ERGEBNISSE

Wenn ein Grundverständnis aufgebaut und die grundlegenden Fertigkeiten verinnerlicht sind, können Kinder im Rahmen einer Projektarbeit z. B. eigenständig statistische Erkundungen mit einem Datensatz zu Grundschulen in NRW machen. Dabei können Fragestellungen unterschiedlicher Komplexität vorgegeben werden. Wichtig und notwendig im Sinne des Durchlaufens eines kompletten Datenanalysezyklus (PPDAC-Zyklus) ist dabei auch die Dokumentation und Präsentation eigener Ergebnisse, die bspw. in Form eines Posters festgehalten oder in Form von Textfeldern in *TinkerPlots* eingebunden werden kann.

	BILDUNGSSTANDARDS UND LEHRPLAN	MEDIENKOMPETENZRAHMEN
Entwickler: Cliff Konold und Craig Miller www.tinkerplots.com Betriebssysteme: Windows, MacOS	Inhaltsbezogene Kompetenzen - Daten und Häufigkeiten - Daten erfassen und darstellen Prozessbezogene Kompetenzen - Kommunizieren - Darstellen - Argumentieren - Modellieren	Bedienen und Anwenden - Digitale Werkzeuge - Informieren und Recherchieren - Informationsauswertung Produzieren und Präsentieren - Medienprodukte und Präsentation - Gestaltungsmittel

Literatur

- Barzel, B. & Schreiber, Ch. (2017). Digitale Medien im Unterricht. In M. Abshagen, B. Barzel, J. Kramer, T. Riecke-Baulecke, B. Rösken-Winter & Ch. Selter (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten* (S. 200-215). Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Bergner, N. (2014). Wie die Informatik sich selbst sieht und wie sie gesehen wird. In C. Leicht-Scholten & U. Schroeder (Hrsg.), *Informatikkultur neu denken – Konzepte für Studium und Lehre* (S. 85-97). Wiesbaden: Springer.
- Bergner, N., Hubwieser, P., Köster, H., Magenheimer, J., Müller, K., Romeike, R., Schroeder, U. & Schulte, C. (2018). *Frühe informatische Bildung – Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar- und Primarbereich*. Opladen, Berlin, Toronto: Verlag Barbara Budrich.
- Best, A., Borowski, C., Büttner, K., Freudenberg, R., Fricke, M., Haselmeier, K., Herper, H., Hinz, V., Humbert, L., Müller, D., Schwill, A. & Thomas, M., (2019). Kompetenzen für informatische Bildung im Primarbereich. Bonn: Gesellschaft für Informatik e.V.
- Beyer, S., Huhmann, T. & Eilerts, K. (2020). Nutzung von Hilfen in Problemlöseprozessen – am Beispiel einer analogen und einer digital gestützten Lernumgebung zu Pentominos. In S. Ladel, R. Rink, C. Schreiber & D. Walter (Hrsg.), *Forschung zu und mit digitalen Medien* (S. 119-133). Münster: WTM.
- Biehler, R. (2007). Denken in Verteilungen – Vergleichen von Verteilungen. *Der Mathematikunterricht*, 53(3), 3-11.
- Biehler, R., & Frischemeier, D. (2015). Förderung von Datenkompetenz in der Primarstufe. *Lernen und Lernstörungen*, 4(2), 131-137.
- Bönig, D. & Thöne, B. (2018). Die Klötzchen-App im Mathematikunterricht der Grundschule – Potentiale und Einsatzmöglichkeiten. In S. Ladel, U. Kortenkamp & H. Etzold (Hrsg.), *Mathematik mit digitalen Medien – konkret. Ein Handbuch für Lehrpersonen der Primarstufe* (S. 7-28). Münster: WTM.
- Bonow, J. (2020). Rechendreiecke analog und digital – Potentiale der Kombination von Arbeitsmitteln in inklusiven Settings. In S. Ladel, R. Rink, C. Schreiber & D. Walter (Hrsg.), *Forschung zu und mit digitalen Medien. Befunde für den Mathematikunterricht der Primarstufe* (S. 55-70). Münster: WTM.
- Carter, L. (2006). Why students with an apparent aptitude for computer science don't choose to major in computer science. *ACM SIGCSE Bulletin* 38(1), 27-31.
- Findeisen, S., Horn, S. & Seifried, J. (2019). Lernen durch Videos – Empirische Befunde zur Gestaltung von Erklärvideos. *Medienpädagogik: Zeitschrift für Theorie und Praxis der Medienbildung*, 16-36.
- Franke, M. & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (3. Auflage) Berlin • Heidelberg: Springer Spektrum.
- Franke, M., & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Friel, S. N., Curcio, F. R. & Bright, G. W. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Frischemeier, D. (2018). Statistisches Denken im Mathematikunterricht der Primarstufe mit digitalen Werkzeugen entwickeln: Über lebendige Statistik und Datenkarten zur Software Tinkerplots. In B. Brandt & H. Dausend (Hrsg.), *Digitales Lernen in der Grundschule* (S. 73-102). Münster: Waxmann.
- Frischemeier, D., Maske-Loock, M. & Müller-Späth, J. (2022). Einsatz von Erklärvideos im Mathematikunterricht der Grundschule - Ein möglicher Zugang mit digitalen Pinnwänden. In B. Brandt, L. Bröll & H. Dausend (Hrsg.), *Digitales Lernen in der Grundschule III - Fachdidaktiken in der Diskussion* (S. 154-169). Münster: Waxmann.
- Gumm, H. P., & Sommer, M. (2009). *Einführung in die Informatik*. München: Oldenbourg Verlag.
- Karppinen, P. (2005). Meaningful learning with digital and online videos: Theoretical perspectives. *AACE journal*, 13(3), 233-250.
- Kearney, M. D. & Schuck, S. R. (2004, Juli). Authentic learning through the use of digital video. [Konferenzbeitrag]. Australian Computers in Education Conference, Adelaide, Australien.

- Kommer, S. (2015). Filmbildung – Bildung? In A. Hartung, T. Ballhausen, Ch. Trültzsch-Wijnen, A. Barberi & K. Kaiser-Müller (Hrsg.), *Filmbildung im Wandel. Beiträge zur Medienpädagogik, Band 2*, (S. 12-24). Wien: new academic press.
- Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2022). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Neuwied: Wolters Kluwer & Luchterhand.
- Krauthausen, G. (1995). Die „Kraft der Fünf“ und das denkende Rechnen. In E. Ch. Wittmann & G. N. Müller (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen* (S. 81–108). Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule.
- Krauthausen, G. (1997). *Blitzrechnen. Kopfrechnen im 1. und 2. Schuljahr. CD-ROM*. Leipzig: Klett Grundschulverlag.
- Krauthausen, G. (2012). *Digitale Medien im Mathematikunterricht*. Berlin/Heidelberg: Springer.
- Krauthausen, G. (2012). Tablet-Apps - neuer Anlauf für digitale Medien in der Grundschule? In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 473-476). Münster: WTM.
- Krauthausen, G. & Lorenz, J. H. (2011). Computereinsatz im Mathematikunterricht. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 162-183). Berlin: Cornelsen.
- Krauthausen, G. (2020). Einleitung. In G. Krauthausen, K. Michalik, C. Krieger, F. Jastrow, C. Metzler, A. Pilgrim, A. Schwedler-Diesener & M. Thumel (Hrsg.), *Tablets im Grundschulunterricht. Fachliches Lernen, Medienpädagogik und informatische Bildung* (S. 1–16). Baltmannsweiler: Schneider-Verlag.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2016). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule* (1. Auflage). Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Ladel, S. (2017). Ein TApplet für die Mathematik. In J. Bastian & S. Aufenanger (Hrsg.), *Tablets in Schule und Unterricht - Forschungsmethoden und -perspektiven zum Einsatz digitaler Medien* (S. 301-326). Wiesbaden: Springer.
- Ladel, S. (2012). Förderung allgemeiner mathematischer Kompetenzen durch den Einsatz digitaler Medien in der Primarstufe. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 529-532). Münster: WTM.
- Ladel, S. & Kuzle, A. (2017). Einsatz virtueller Materialien zum Thema „Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens“ am Beispiel der App Klötzchen. In S. Ladel, C. Schreiber & R. Rink (Hrsg.), *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe. Ein Handbuch für die Lehrerbildung, 3. Band der Reihe Lernen, Lehren und Forsuchen mit digitalen Medien in der Primarstufe*. 131-148. München: WTM.
- Ladel, S. (2009). *Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz*. Hamburg: Dr. Kovač.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2009). Der Einsatz von Kurzfilmen als Einstieg in Experimentier- und Explorationsphasen. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (S. 743-746). Münster: WTM.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). VITALmaths – ein gemeinsames Forschungs- und Entwicklungsprojekt der Schweiz und Südafrika. In L. Holzäpfel & R. Haug (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 555-558). Münster: WTM.
- Lüken, M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Münster: Waxmann.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia Learning*. Cambridge: University Press.
- Mayer, R. E. & Moreno, R. (2003). Nine Ways to Reduce Cognitive Load in Multimedia Learning. *Educational Psychologist*, 38(1), 43-52.
- Merkt, M., Weigand, S., Heier, A. & Schwan, S. (2011). Learning with videos vs. learning with print: The role of interactive features. *Learning and Instruction*, 21(6), 687-704.
- Morgan, H. (2013). Technology in the classroom: Creating videos can lead students to many academic benefits. *Childhood Education*, 89(1), 51-53.
- Padberg, F. & Benz, C. (2021). *Didaktik der Arithmetik*. Berlin: Springer Spektrum.
- Pahl, G. (1990). *Konstruieren mit 3D-CAD Systemen. Grundlagen, Arbeitstechnik, Anwendungen*. Berlin • Heidelberg: Springer.

- Pliquet, V., Selter, Ch. & Korten, L. (2017). Aufgaben adaptieren. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsames Mathematiklernen anregen und individuelle Lernfortschritte ermöglichen – mit allen Kindern* (S. 34-45). Frankfurt am Main: Grundschulverband - Arbeitskreis Grundschule e.V.
- Prediger, S. (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten – Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. *Lernen und Lernstörung*, 8(4), 247–260.
- Radatz, H. (1990). Was können sich Schüler unter Rechenoperationen vorstellen? *Mathematische Unterrichtspraxis*, 11(1), 3–8.
- Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (1999). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr*. Hannover: Schroedel.
- Ratz, D., Scheffler, J., Seese, D. & Wiesenberger, J. (2014). *Grundkurs Programmieren in Java*. München: Hanser.
- Rasch, R. (2017). *42 Denk- und Sachaufgaben*. Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Rink, R., & Walter, D. (2020). *Digitale Medien im Matheunterricht – Ideen für die Grundschule*. Berlin: Cornelsen.
- Rogers, Y. (2004). New Theoretical Approaches for Human-Computer Interaction. *Annual Review of Information Science and Technology*, 38(1), 87–143.
- Römer, S. & Nührenbörger, M. (2018). Entdeckerfilme im Mathematikunterricht der Grundschule. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1511-1514). Münster: WTM-Verlag.
- Rummler, K. (2017). Lernen mit YouTube-Videos. Dimensionen einer vielfältigen Lernumgebung. In F. Thissen, (Hrsg.), *Lernen in virtuellen Räumen* (S. 170-189). Berlin: De Gruyter Saur.
- Ruwisch, S. (2012). Umschütten, messen, bauen – Volumina erfahren. *Grundschule Mathematik* (34), 4-5.
- Sarama, J. & Clements, D. H. (2009). „Concrete“ Computer Manipulatives in Mathematics Education. *Child Development Perspectives*, 3(3), 145-150.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Springer.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.
- Schubert, S., & Schwill, A. (2011). *Didaktik der Informatik*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Spitzer, M. (2012). *Digitale Demenz: Wie wir uns und unsere Kinder um den Verstand bringen*. München: Droemer.
- Urff, C. (2014). *Digitale Lernmedien zur Förderung grundlegender mathematischer Kompetenzen - Theoretische Analysen, empirische Fallstudien und praktische Umsetzung anhand der Entwicklung virtueller Arbeitsmittel*. Berlin: Mensch und Buch.
- Urff, C. (2019). Die App „Zwanzigerfeld“. APPLösung vom zählenden Rechnen. *Grundschule Mathematik* (62), 8–9.
- Voßmeier, J. (2012). *Schriftliche Standortbestimmungen im Arithmetikunterricht. Eine Untersuchung am Beispiel inhaltsbezogener Kompetenzen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wagner, A., & Wörn, C. (2011). *Erklären lernen-Mathematik verstehen: ein Praxisbuch mit Lernangeboten*. Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps - Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres*. Wiesbaden: Springer
- Walter, D. (2022). Mathematikunterricht mit digitalen Medien – vom Fach aus! In B. Brandt, L. Bröll & H. Dausend (Hrsg.), *Digitales Lernen in der Grundschule III*. Münster: Waxmann.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2018). *Rechenproblemen vorbeugen*. Berlin: Cornelsen.
- Weiß, B. (2014). Wir lassen uns nicht reinlegen. Diagramme am Computer erstellen und untersuchen. *Grundschule Mathematik* (43), 22-25.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review* 67(3), 223–248.
- Wittmann, E. Ch. (1985). Objekte – Operationen – Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. *mathematik lehren*, (11), 7–11.
- Wittmann, E. Ch. (2016). Das Konzept der Software „Plättchen & Co. digital. 6x6 Module für die Grundschule. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*. Münster: WTM.

- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2019). *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band I: Vom Einspluseins zum Einmaleins*. Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Wolf, K. D. (2015). Video-Tutorials und Erklärvideos als Gegenstand, Methode und Ziel der Medien- und Filmbildung. In A. Hartung, T. Ballhausen, Ch. Trültzsch-Wijnen, A. Barberi & K. Kaiser-Müller (Hrsg.), *Filmbildung im Wandel. Beiträge zur Medienpädagogik*, Band 2 (S. 121-131). Wien: new academic press.
- Wolf, K. D. (2020). Sind Erklärvideos das bessere Bildungsfernsehen? In S. Dorgerloh & Karsten D. Wolf (Hrsg.), *Lehren und Lernen mit Tutorials und Erklärvideos* (S. 17–24). Beltz.
- Wurm, S. (2013). *Programmieren lernen*. Bonn: Galileo Press.

WEBLINKS

- Informatik an Grundschulen (2019). *Handreichung und Unterrichtsmaterial Hinweise zur Schulung/ Fortbildung Projekt IaG*. Verfügbar unter <https://www.schulministerium.nrw/informatik-grundschulen> [05.11.2022]
- Medienberatung NRW (2018). *Medienkompetenzrahmen NRW*. Verfügbar unter <https://www.medienberatung.schulministerium.nrw.de/Medienberatung/MKR.html> [05.11.2022].
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2021). *Lehrpläne für die Primarstufe in Nordrhein-Westfalen*. Düsseldorf. Verfügbar unter https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_PS/ps_lp_sammelband_2021_08_02.pdf [05.11.2022].
- PIK AS (2009). *Üben und Entdecken. Haus 1: Entdecken, Beschreiben, Begründen*. Verfügbar unter https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/IM/Informationstexte/Üben_und_Entdecken.pdf [05.11.2022].
- Schipper, W. (2005). *Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Beschreibung des Moduls 4 für das Projekt Sinus-Transfer Grundschule*. Verfügbar unter <http://sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul4.pdf> [05.11.2022].

SOFTWARE

- divomath-Team (2023). *Divomath - digital und verstehensorientiert Mathematik lernen*. Verfügbar unter <https://www.divomath-nrw.de/> (letzter Zugriff am 30.09.2023).
- Urff, C. (2009). *Virtuelles Zwanzigerfeld*. Verfügbar unter <http://www.lernsoftware-mathematik.de/?p=503> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- Urff, C. (2012). *Das interaktive Rechendreieck*. Verfügbar unter <http://www.lernsoftware-mathematik.de/?p=1384> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- Urff, C. (o. J.). *Digitale Lernmedien für die Grundschulstufe*. Verfügbar unter <http://www.lernsoftware-mathematik.de> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- Etzold, H. (o. J.). *Klipp Klapp*. Verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/klipp-klapp/id1157365733> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- Schulz, A. & Walter, D. (o. J.). *Stellenwerte üben*. Verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/stellenwerte-%C3%BCben/id1625837149> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- Tools for Schools Limited (o.J.). *Book Creator*. Verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/book-creator-for-ipad/id442378070> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- Explain Everything sp. z o. o. (o.J.). *Explain Everything Whiteboard*. Verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/explain-everything-whiteboard/id1020339980> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- TeptoLab UK Limited (o.J.). *Cut the Rope*. Verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/cut-the-rope/id1024506959> (letzter Zugriff am 05.11.2022).
- PeopleFun CG, LLC (o.J.). *Sudoku*. Verfügbar unter <https://apps.apple.com/de/app/sudoku/id366247306> (letzter Zugriff am 05.11.2022).

Herausgeber

Ministerium für Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Völklinger Straße 49
40221 Düsseldorf
Tel.: 0211 5867-40
Fax: 0211 5867-3220
E-Mail: poststelle@msb.nrw.de
www.schulministerium.nrw.de
© MSB 07/2024

AUTORINNEN UND AUTOREN:

Andrea Baldus
Daniel Frischemeier
Maren Laferi
Melanie Maske-Loock
Joscha Bertram
Hannah Vonstein
Daniel Walter
Ben Weiß
Julia Westerhaus
Christoph Selter

MIT UNTERSTÜTZUNG VON:

Antonia Giesen
Katrin Gruhn
Katrin Heintzmann

Viele Anregungen entstammen dem Projekt PIKASdigi.

Titelbild: monkeybusinessimages/istock.com

Abbildungen & Gestaltung: Karoline Mosen

Druck: Weiss-Druck, Monschau

Stand: Juli 2024

Diese Handreichung wurde durch das PIKASdigi-Team erstellt und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International weiterverwendet werden. Das bedeutet: Die Texte können, soweit nicht anders gekennzeichnet, für Zwecke der Aus- und Fortbildung bzw. der Schulentwicklung genutzt werden, wenn die Quellenhinweise aufgeführt bleiben sowie das bearbeitete Material unter der gleichen Lizenz weitergegeben wird (<https://creativecommons.org/licenses/>). Bitte zitieren Sie die Handreichung wie folgt (und ggf. mit Seitenzahl(en)): Ministerium für Schule und Bildung NRW (2024). Digitale Medien im Mathematikunterricht. Leitideen und Anregungen für den Unterricht. Monschau: Weiss-Druck, erhältlich auch unter pikas.dzlm.de/node/2285.

**Ministerium für Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen**

Völklinger Straße 49

40221 Düsseldorf

Tel.: 0211 5867-40

Fax: 0211 5867-3220

E-Mail: poststelle@msb.nrw.de

www.schulministerium.nrw.de

