



Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten



Modul 3.2: Exkurs Didaktische Materialien einführen – Aber wie?



Überblick Haus 3 PIK AS

Modul 3.1	Modul 3.2	Modul 3.3
<p>Rechenschwierigkeiten vorbeugen – von Anfang an!</p>	<p>Guter Umgang mit Darstellungsmitteln</p> <p>EXKURS</p> <p></p> <p>Darstellungsmittel einführen - aber wie?</p>	<p>Diagnose und Förderung</p>



Haus 3 – Modul 3.2



**Liebe Kolleginnen und Kollegen!!
Diese Präsentation eignet sich gut zur
gemeinsamen Erarbeitung
im Jahrgangsteam oder
in einer PLG!**

ZIELE:

1. Materialien sichten
2. Material überprüfen und darüber diskutieren
3. Material (neu) auswählen und sortieren



Organisatorisches

Zur Vorbereitung

Zum Einstieg ins Thema eignen sich verschiedene Grundlagentexte, die Sie im Stockwerk IM in Haus 3 finden.

Ein „Notizpapier“ zum Festhalten unterschiedlicher Aspekte steht zum Ausdrucken bereit.

Praktisches

Halten Sie dicke Filzstifte und leere Blätter, ggf. auch Plakate zum Sammeln verschiedener Aspekte bereit.

Methodisches

Zum Austausch in einer Gruppe eignet sich gut die Methode des „ICH – DU – WIR – Prinzips“. Sie kann im Verlauf der folgenden Präsentation hilfreich sein, die eigene Auswahl/ den Einsatz von Materialien zu reflektieren (ICH), die Sichtweisen der Kollegen nachzuvollziehen (DU), um am Ende gemeinsam ins Gespräch zu kommen und etwas zu verabreden (WIR).

Ein Grundlagentext dazu finden Sie hier: Haus 5, IM: http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/H5_IM_Ich_mache_das_so_Wie_machst_du_es_Das_machen_wir_ab.pdf



ICH – DU – WIR für Kinder

Im PIK-Material finden Sie Anregungen, wie Kinder mithilfe eines Übersichts-Plakates Mathe-Aufgaben gemeinsam lösen können.

Haus 5: „Gemeinsam Aufgaben lösen“

Haus 8: „Mathekonferenzen“

Mathe-Aufgaben gemeinsam lösen Leitfaden: 1. Ich 2. Du 3. Wir



Ich mache das so!



1. Versuche, die Aufgabe zu lösen!

Schreibe auf, ...

... WAS du gedacht hast: Fragen? Überlegungen? Ideen?

... WIE du gerechnet oder die Aufgabe gelöst hast.



Denke an die **Forschermittel**:
Du kannst mit Worten oder Zahlen schreiben, zeichnen, mit Pfeilen oder bunten Stiften markieren, Plättchen oder den Rechenstrich benutzen oder...

... WARUM du so gerechnet oder gedacht hast.

Denke daran:

Schreibe deine Lösungswege und Erklärungen am Ende so auf, dass die anderen Kinder sie verstehen können! Du kannst dafür ein großes Blatt Papier und einen dicken Stift benutzen!

Wenn du fertig bist oder Hilfe brauchst:
Melde dich zu einer Mathe-Konferenz an!



Wie machst du es?



2. Mathe-Konferenz durchführen

Achtet auf die Tipps!



oder



So machen wir es!

3. Ergebnisse der Mathe-Konferenz vorstellen

Stell den anderen Kindern der Klasse eine oder mehrere Ideen oder Lösungswege vor!

Überlegt vorher:

- Wer soll vorstellen?
- Was wollt ihr vorstellen?
- Wie wollt ihr es vorstellen?



Ihr könnt auch ein Plakat oder einen Tafelanschrieb vorbereiten!



Ziel 1:

1. Material sichten! („*ICH-DU-WIR*“)
 Gehen Sie mit bewusstem Blick durch Ihren Klassenraum und schreiben Sie auf, welche didaktischen Materialien dort für die Kinder bereit stehen.
Notieren Sie auch die Stückzahl.
Überlegen Sie auch, welche Materialien tatsächlich im „täglichen Einsatz“ sind.
2. Stellen Sie sich anschließend gegenseitig Ihre Notizen vor.
Halten Sie die Ergebnisse schriftlich fest!




Wie führe ich didaktische Materialien ein?

„Darstellungsmittel sind **nicht selbsterklärend**:

Sie müssen speziell für den Mathematikunterricht gelernt werden!“

Höhtker/Selter (1995)

Und Sie werfen häufig Fragen auf:

- Welche Kinder sollen didaktische Materialien benutzen? Alle?
- In welcher Reihenfolge führe ich didaktische Materialien ein?
- Mische ich dabei flächige und lineare Materialien?
- Gibt es Materialien, die ich auf jeden Fall nicht verwenden sollte?
- Mein Lieblingsmaterial ist ..., die Kollegen meiner Jahrgangsstufe wollen aber andere Materialien verwenden. Wie soll ich damit umgehen?
- ...



Sie haben vielleicht noch ganz andere Fragen? Tauschen Sie sich darüber aus!



Gedanken vorab

Einerseits sollen mithilfe von **Darstellungsmitteln** mathematische Strukturen aufgebaut werden.

(Vgl. H3, Modul 3.2: Sachinfo „Mathe in den Kopf“)

Andererseits sollen **Veranschaulichungen** helfen, mathematische Sachverhalte zu vereinfachen.

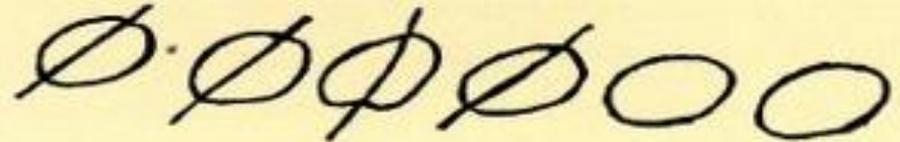
Doch gut gemeinte Vereinfachungen können vollkommen anders verstanden werden...



Ein Beispiel zum Nachdenken...

„Das Kullersystem habe ich überhaupt nicht verstanden. Frau B. hat gesagt: Schnucki frißt den Kuchen auf. Sie hat sechs Kullern an die Tafel gemalt und vier durchgestrichen und dann eingekringelt. ... Ich habe das Durchstreichen nicht verstanden. Mit Zahlen wäre es wohl leichter gewesen als mit Kullern ... Ich weiß nur, dass ich zuerst mit Zahlen gehandelt habe. Und dann kam plötzlich das Kullersystem. Und das war der Zusammenbruch. Ich versuchte, es zu verstehen. Aber ich weiß heute davon nichts mehr – wirklich nichts mehr. Sie hatte die Kullern halbiert. Ich versuchte, es besser zu verstehen. Ich suchte nach dem Kern. Sie hat gleich halbiert, und dann hat sie das Lernen für sich einkassiert. ...“ – „Ich verstehe nicht, was meinst du? Was meinst du mit halbiert?“ –

„Ja, zum Beispiel bei den Wenigeraufgaben. Zum Beispiel bei der Aufgabe Schnucki frißt den Kuchen auf.“ – „Ich verstehe nicht, was du meinst. Was meinst du mit halbiert?“ – „Ja, sie hat halbiert, aber die redet vom Durchstreichen. Sie hat die Kullern halbiert. Das ist doch alles Heuchelei. Wenn man einen Apfel halbiert, dann hat man doch zwei Hälften.“ – „Ich verstehe dich nicht. Kannst du es aufmalen, was sie an die Tafel gezeichnet hat?“ – „Ja, das kann ich.“ Er malte.



Als ich mir die Zeichnung anschaute, sah ich, dass Ralf recht hatte.

Aus: Spiegel/ Selter 2003, S. 93



Das zeigt uns auch...

„Für die Schule gilt demnach, dass Schwierigkeiten nicht unbedingt Schwierigkeiten mit der Mathematik sein müssen, sondern Schwierigkeiten mit dem Mathematikunterricht sein können.“

(Ebd., S. 93)



Gedanken vorab

Damit **alle** Kinder einer Klasse die Chance haben, mithilfe von didaktischen Materialien Einsichten in mathematische Strukturen zu erlangen, muss im Vorfeld Folgendes überlegt werden:

1. Nach welchen Kriterien wähle ich Darstellungsmittel für die Klasse aus?
(Vgl. Sachinfo „Darstellungsmittel! Welche soll ich auswählen?“)
2. Wie sehen konkrete Schritte zur Einführung von Darstellungsmitteln/ didaktischen Materialien aus?
Was sollte vorab bedacht und reflektiert werden?
(Dies ist der Schwerpunkt der folgenden Präsentation)



Konkrete Schritte zur Einführung

Didaktische Materialien verwendet man im Unterricht schwerpunktmäßig, um in folgenden Bereichen mathematische Strukturen „sichtbar“ zu machen:

1. Didaktisches Material nutzen, um **Zahlvorstellung** aufzubauen!
2. Didaktisches Material nutzen, um **Operationsvorstellung** aufzubauen!
3. Didaktisches Material nutzen, um **Rechenwege** darzustellen!

Dabei eignen sich nicht immer dieselben Materialien! Benutzt man zum Aufbau von Zahlvorstellung z.B. den Rechenrahmen, so muss man doch feststellen, dass er sich beim Aufbau von Operationsvorstellung oder zum Darstellen von Rechenwegen nicht immer gut eignet.

Im folgenden werden daher Schritt für Schritt Überlegungen zum sinnvollen Einsatz unterschiedlicher didaktischer Materialien angestellt.



Konkrete Schritte zur Einführung

1. Didaktisches Material nutzen, um **Zahlvorstellung** aufzubauen!
2. Didaktisches Material nutzen, um **Operationsvorstellung** aufzubauen!
3. Didaktisches Material nutzen, um **Rechenwege** darzustellen!



Material nutzen zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Beim Aufbau der Zahlvorstellung sind 2 Dinge wichtig zu verstehen:

1. Die vielfältige **Bedeutung von Zahlen** muss deutlich werden:

8 Plättchen, Stifte, Äpfel, ...

8 Plättchen auf dem 20er Feld, am Zahlenband, am Rechenstrich, auf dem Zahlenstrahl, am Rechenrahmen zeigen, legen, einstellen

das Zahlwort: acht

die Zahlwortreihe, in der die 8 einen bestimmten Platz hat: 1,2,3,4,5,6,7,8, oder eins, zwei, drei,, acht, ...

die 8 als das Doppelte von 4 (die Hälfte von 16) wahrnehmen

die 8 als Nachfolger von 7 und als Vorgänger von 9 erkennen.

Zerlegungen der 8 kennen, ...

2. Die **Beziehung zwischen den Zahlen** muss thematisiert werden:

A) Die Zahlzerlegung zeigt die „**Teile-Ganzes-Beziehung**“ der Zahlen untereinander.

B) Durch den **Vergleich von Anzahlen** (mehr, weniger) lassen sich Differenzmengen bestimmen.

Wichtig: Mithilfe von didaktischen Materialien sollten Zahlen und Mengen auf unterschiedlichste Art dargestellt werden, so dass ihre unterschiedlichen Bedeutungen klar werden!



Ziel 2:

Material überprüfen und darüber diskutieren:



Im Folgenden werden nun einige didaktische Materialien vorgestellt und schlagwortartig einige PRO und CONTRA Aspekte aufgezeigt.

 **Überlegen Sie für sich und dann gemeinsam:**



Können Sie die Argumente nachvollziehen?

Welche Materialien setzen Sie zum Aufbau von Zahlvorstellung ein. Und warum?

Worauf würden Sie in Zukunft besonders achten?

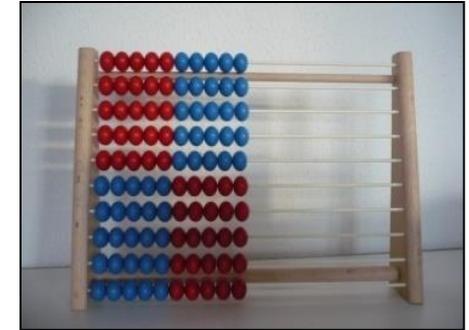


Achtung! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

Rechenrahmen



- 5er/10er Struktur (Farbe und Anordnung)
- erleichtert Einstellen und Zeigen der Zahlen
- Quasi-simultane Anzahlerfassung möglich
- Einstellen von Zahlen kann schnell und geschickt mit „einem (wenigen) Fingerstreich(en)“ erfolgen

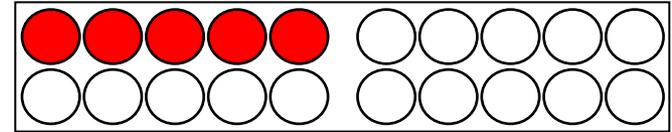


Das Einstellen der Zahlen/ Mengen muss geübt werden, damit dies „geschickt“ erfolgt und nicht zum Abzählen der einzelnen Kugeln führt!



Achtung! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

20er Feld und Plättchen



 Betonung 5er und 10er Struktur
Übertragbar in höhere Zahlräume: Strukturen unterschiedlicher Felder bauen aufeinander auf und haben Wiedererkennungseffekt (Stichwort: vom 10er Feld zum Tausenderbuch)

 Das Legen von Plättchen zur Darstellung von Zahlen dauert lang und verleitet zum Abzählen

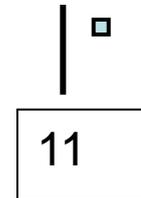


Achtung! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

10er System Material (*Dienes*)



- Bietet sich besonders zur Vorstellungsbildung der dekadischen Struktur an
- Begleitende Zifferschreibweise kann anschaulich dargestellt werden



Darstellung der Zahlen bis 10 kann zum Abzählen führen, da die Kraft der 5 nicht sichtbar ist (durch Farbe oder Kennzeichnung)

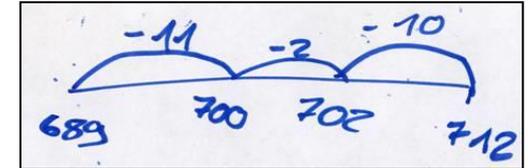


Achtung! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

Rechenstrich



- Lineare Vorstellung wird unterstützt .
- Kann in jeden Zahlenraum übertragen werden.

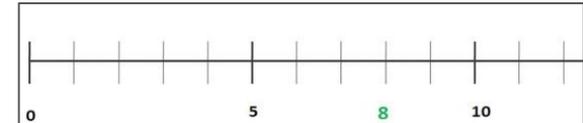


- Ohne ausreichende Übungen zur Zahlverortung (*Nachbarzahlen finden, Nachbarzehner zeigen, ...*) ist der Einsatz schwierig
- Um Zahlen zeigen zu können, muss das Kind bereits eine elementare Zahlvorstellung ausgebildet haben

Zahlenstrahl



- Grundidee der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen ist gut vermittelbar



- Ohne ausreichende Einführung oder Herleitung häufig schwer zu verstehen
- Verleitet zum vorwärts und rückwärts abzählen am Material



Achtung! Materialeinsatz bei der Zahldarstellung

Daraus folgt...

Jedes Material bietet Vor- und Nachteile.

Die Auswahl geeigneter Materialien beruht auch auf eigenen Kenntnissen/ Erfahrungen/ Vorlieben.

Am Ende muss aufmerksam reflektiert werden, wann welches Material zielführend ist.



Aktivität

Nutzen Sie zur Auswahl von Materialien auch unseren **Stiftung Warentest – TEIL 1**, um selbst PRO und CONTRA Erfahrungen mit unterschiedlichen Materialien zu dokumentieren.



1. Arbeiten Sie zunächst allein (ICH) 😊
2. Tauschen Sie Ihre Erkenntnisse mit den anderen aus (DU)
3. Entscheiden Sie am Ende gemeinsam, wann welches Material in Ihrem Unterricht eingesetzt werden soll (WIR) 😊😊😊

Halten Sie alles schriftlich fest.



Aktivität

„Stiftung Warentest zur Beurteilung von didaktischen Materialien“

(In Anlehnung an Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schulj.)

Name des didaktischen Materials: _____

Praktische Kriterien

	Ist das Material...	voll zu- treffend	weit- gehend	teil- weise	nicht zu- treffend
1	... für Kinder leicht handhabbar?				
2	... haltbar?				
3	... seinen Preis wert?				

Didaktische Kriterien Teil 1

	Können mithilfe des Materials...	voll zu- treffend	weit- gehend	teil- weise	nicht zu- treffend
1	... Mengen simultan (bis 4) erfasst werden?				
2	... Mengen quasi-simultan erfasst werden, weil das Material eine klare 5er- und 10er Struktur aufweist?				
3	... vermeidet das Material „zählendes Rechnen“? ¹				
4	... Zusammenhänge zwischen Handlung, Bild, Symbol und Sprache hergestellt werden? ²				
5	... ordinale (Zahl in der Reihe) UND kardinale (Zahl als Menge) Zahlaspekte dargestellt werden? ³				
	Ist das Material...				
6	... fortsetzbar in höheren Zahlräumen? ⁴				
7	... einsetzbar für andere Unterrichtsinhalte?				

¹ Hinweis: Abgezählt werden kann prinzipiell immer. Jedoch bieten bestimmte Materialien durch farbliche Gestaltung und bestimmte Anordnung schneller die Möglichkeit, Anzahlen mit einem Blick zu erkennen!

² Ein Beispiel: Handlung am 20er Feld: Summe addieren durch legen des 1. Summanden und Dazulegen des 2. Summanden mit Wendeplättchen/ Bild: beide Summanden mit 2 Farben in 20er Feld einzeichnen/ Symbol: Mengen beider Summanden ermitteln und als „Plusaufgabe“ notieren/ Sprache: Kind erklärt seine Handlung. Vgl. auch Sachinfo „Mathe in den Kopf!“.

³ Zum Aufbau der Zahlvorstellung ist es unerlässlich, die kardinale Sicht auf Zahlen im Unterricht zu eröffnen. Dies kann am selben Material gezeigt werden, erfordert nur „anderes Gucken“ (vgl. Sachinfo „Wie führe ich DM ein?“). Am Bsp. der Zahl **8** ist das zum Einen mit dem Blick auf eine bestimmte „Stelle“ in der Zahlenreihe schauen, zum Anderen mit dem Blick auf die gesamte Menge **8** blicken.

⁴ Bsp.: 20er-Feld/ 100er-Feld/ 1000er-Buch.



„Stiftung Warentest“ zur Beurteilung von didaktischen Materialien für den Einsatz im Mathematikunterricht

Im vorliegenden „Warentest“ sollen didaktische Materialien daraufhin überprüft werden, ob sie sich

- a) zur **Zahldarstellung**, aber auch
- b) zur **Darstellung von Operationen** eignen!

Denn: Nicht jedes Material kann alles!

Für den Unterricht bedeutet das am Ende, Materialien auszuwählen und einzuführen, die für alle Schuljahre und Zahlräume zielführend eingesetzt werden können.

Aufgabe:

- Nehmen Sie die didaktischen Materialien zur Hand, die Sie im Unterricht einsetzen möchten.
- Füllen Sie für jedes einzelne Material beide Teile des „Stiftung Warentest“ aus.

★ Diskutieren Sie anschließend mit einem Kollegen oder dem ganzen Stufenteam Ihre Ergebnisse. Finden Sie gemeinsam eine Entscheidung für Material, das den „Warentest“ gut bestanden hat, das aber auch zu ihrem Buch und ihrem Unterricht passt.

★ Überlegen Sie, ob nicht auch ihre Schüler den „Warentest“ zur Darstellung von Operationen (Teil 2) im Unterricht durchführen können, um selbst über die Vor- und Nachteile ins Gespräch zu kommen.

Literatur

Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover 1996.



„Da nicht jedes Arbeitsmittel und jede Veranschaulichung unmittelbar eine Hilfe darstellt, sollte hier **keine Beliebigkeit** herrschen. (...)

Hilfen können daher nur Arbeitsmittel und Veranschaulichungen bieten, die die **mathematischen Strukturen** möglichst klar widerspiegeln und Einsichten in diese Strukturen ermöglichen, (...).

Daneben kommt dem **Vertrautwerden mit entsprechende Arbeitsmitteln** zentrale Bedeutung zu, d. h., in jedem Zahlenraum (und nicht nur zu Schulbeginn im Zehner- und Zwanzigerraum!) sind **ausreichende Orientierungsphasen** empfehlenswert.“

(Scherer 2003, S. 17)

„Im Umgang mit verschiedenen Materialien ist deren **Verzahnung zu einem zusammenhängenden System** von entscheidender Bedeutung (...). Anzahlen sollten daher in **Orientierungsphasen an allen verwendeten Veranschaulichungen** dargestellt werden, um so strukturelle Gemeinsamkeiten herauszustellen.“

(Ebd., S. 20f)



Weitere Gedanken

Neben der bewussten Auswahl von didaktischen Materialien und Veranschaulichungen kommt ein weiterer wichtiger Gedanke hinzu:

In welcher Reihenfolge sollten Materialien am besten eingeführt werden?

Auch hier gibt es zahlreiche Vorschläge und Empfehlungen in der Literatur. Im Folgenden zeigen wir ein mögliches Beispiel für eine bestimmte Abfolge zur Einführung von Darstellungsmitteln beim Aufbau von Zahlvorstellung. Dieses Beispiel soll nicht generalisieren, es soll zunächst einmal aufzeigen, welche unterschiedlichen Überlegungen dazu geführt haben, genau diese Reihenfolge zu wählen. Sie finden vielleicht eine andere gute Reihenfolge, die auch zu Ihrem Lehrwerk passt.

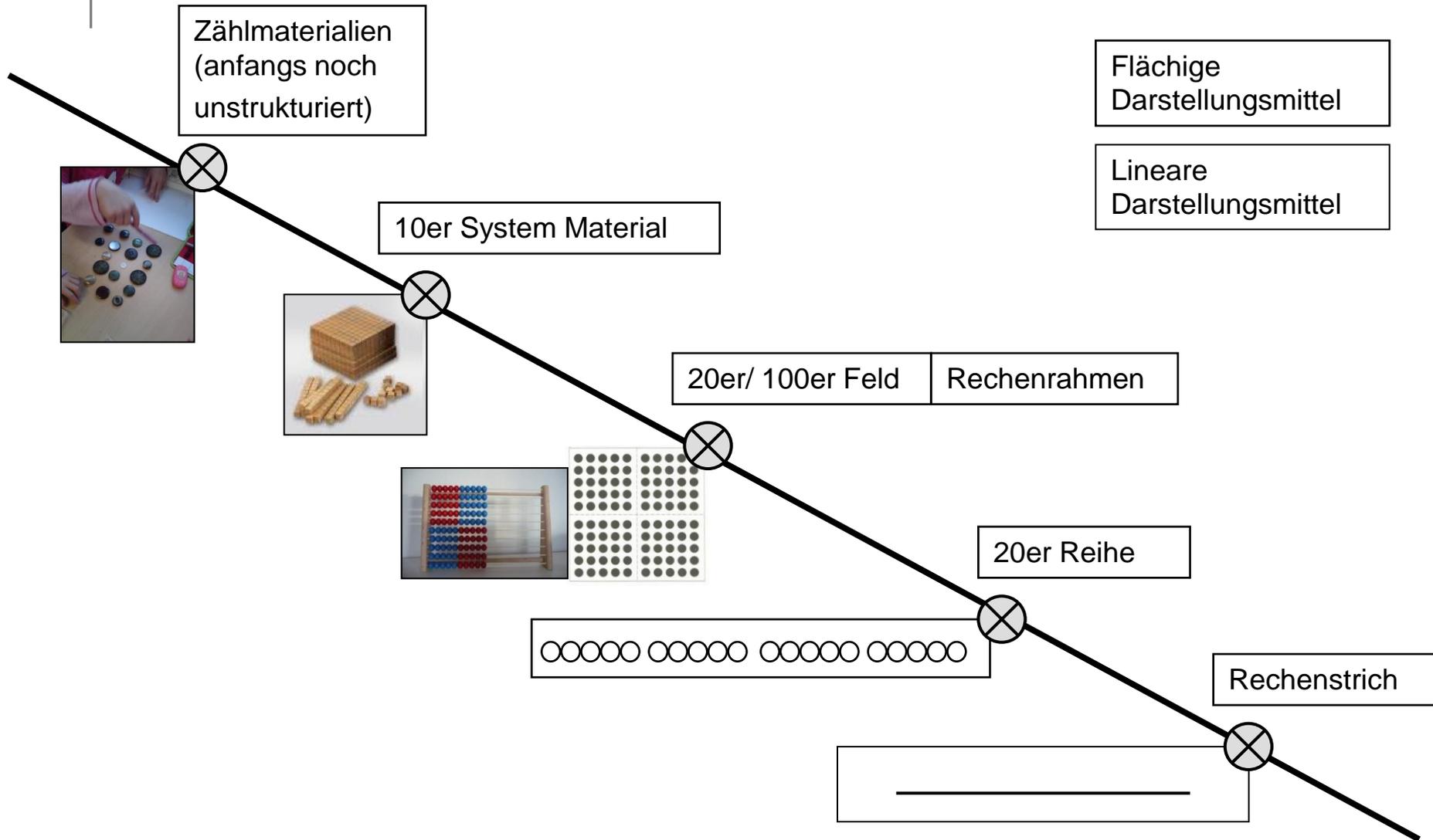
Wesentlich ist nicht, eine bestimmte Reihenfolge nachzuahmen, sondern sich bewusst für eine eigene Reihenfolge zu entscheiden, die Sie durchdacht und reflektiert haben.



Diskutieren Sie am Ende gemeinsam darüber.

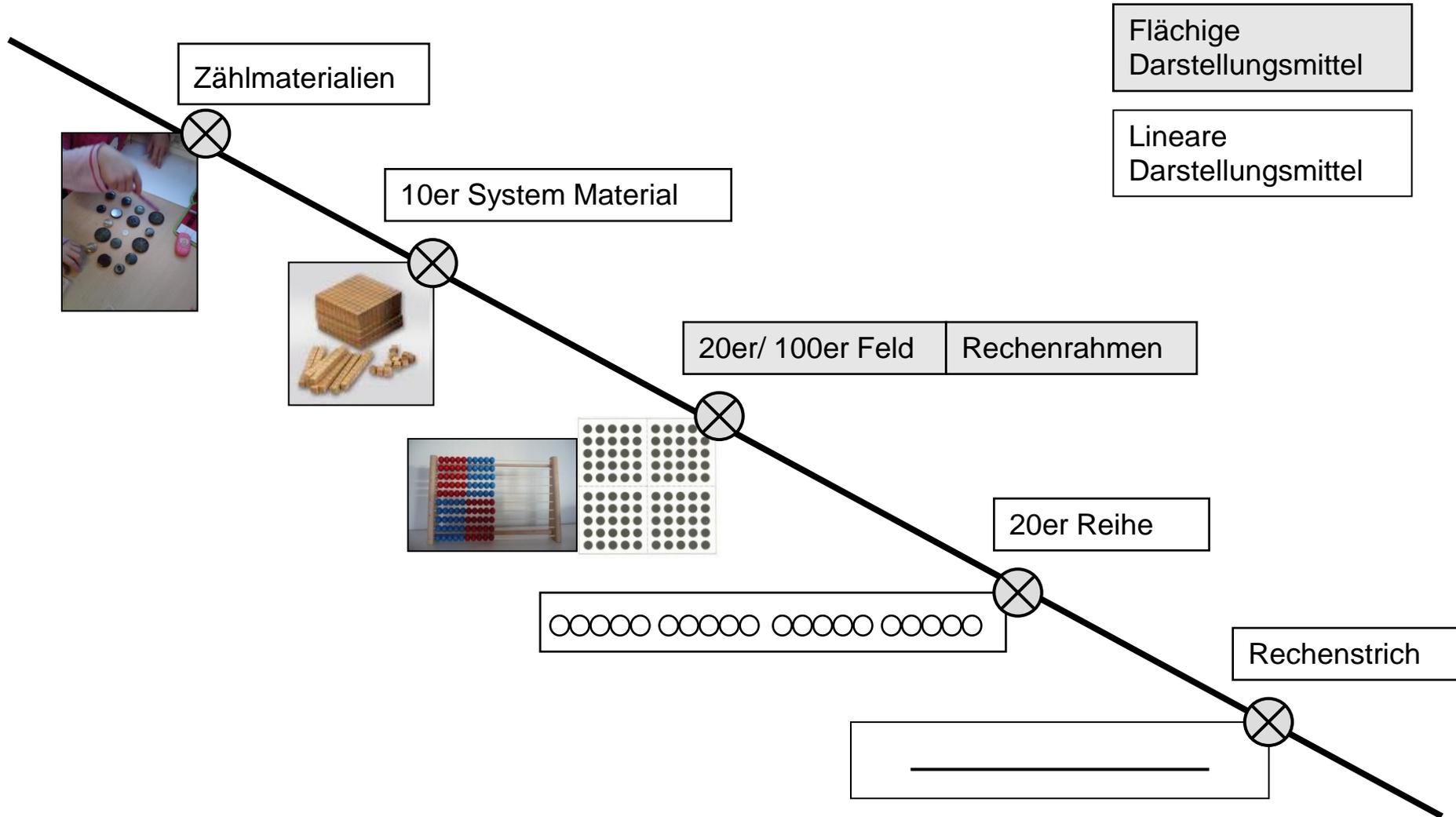


Ausgewähltes Material zum Aufbau von Zahlvorstellung



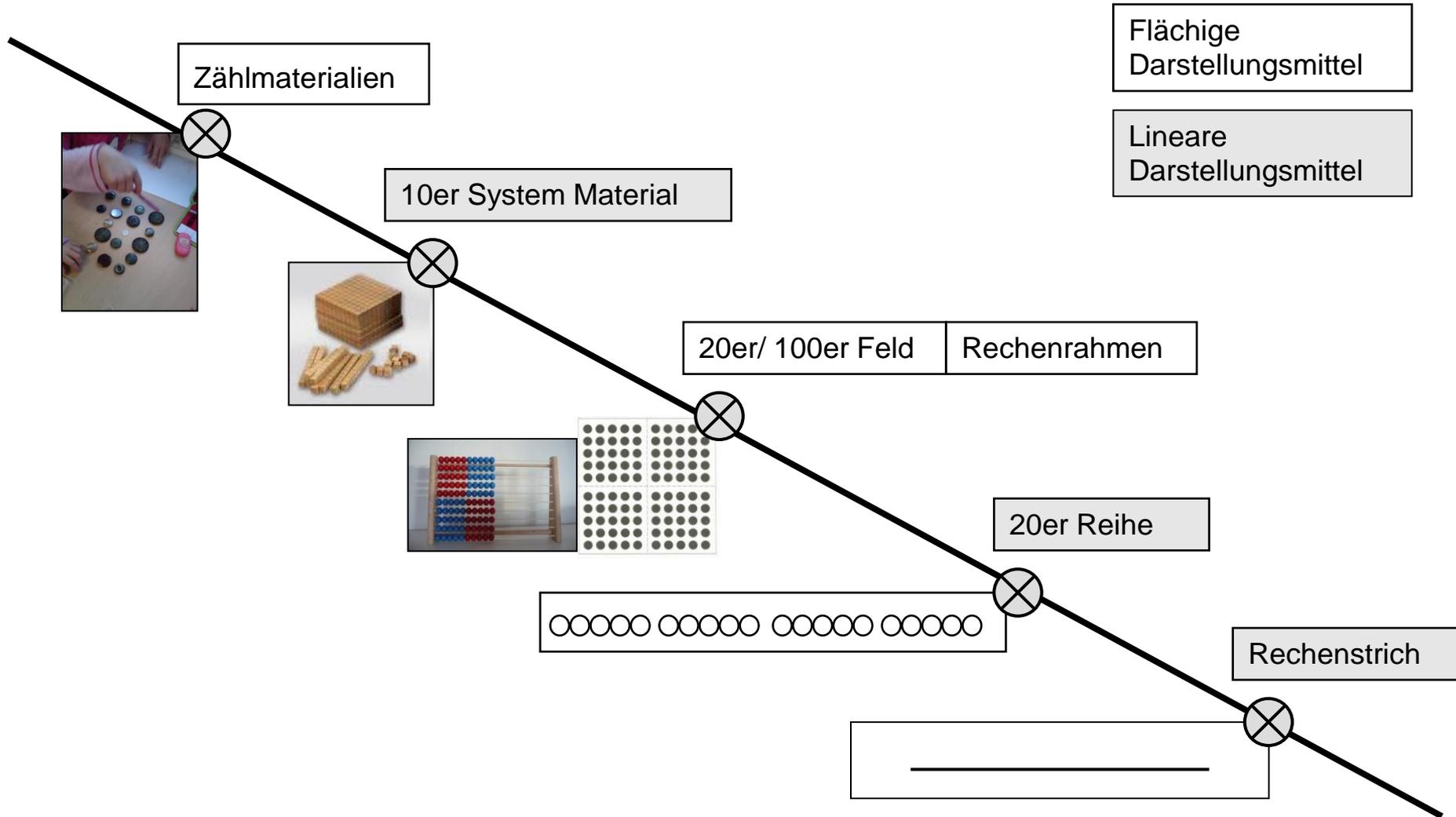


Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung



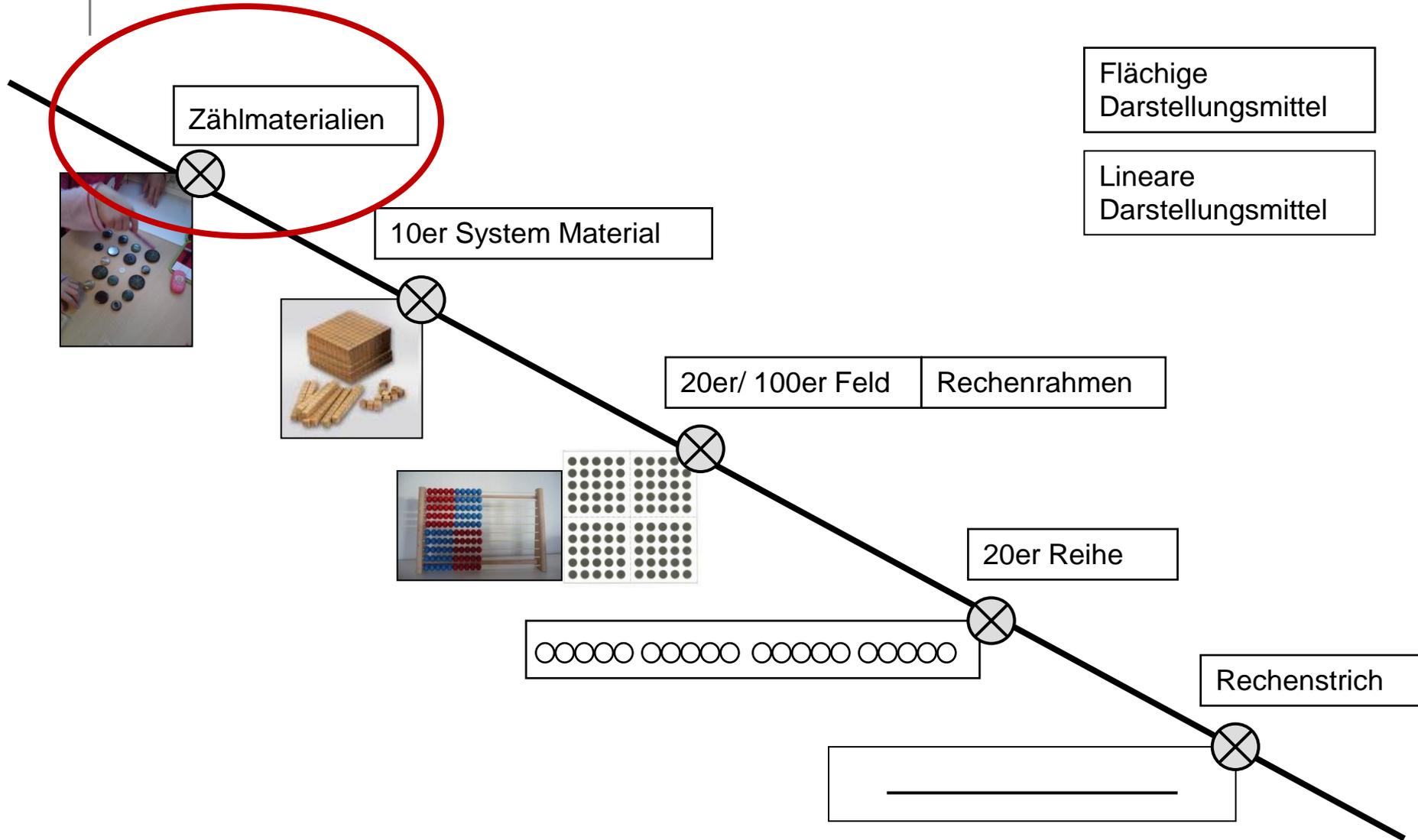


Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung





Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung





Im Folgenden werden diese wiederkehrenden Punkte auf dem Weg „von einem“ zum „anderen“ Material immer wieder beschrieben:

1. Gründe zur Herleitung eines Materials
2. Verschiedene Übungen zu Einführung
3. Beispiele um „mentales Handeln“ anzuregen



Zählmaterialien zum Aufbau von Zahlvorstellung

Herleitung:

„Da starten, wo das Kind steht: Meistens im Konkreten!“

Übungen zum Zählen:

- Mengen abzählen (In der Klasse, zu Hause, auf der Straße, Gegenstände in Zählgläsern)
- Beim Abzählen größerer Mengen irritieren, so dass Kinder Einsicht gewinnen, geschickter zu verfahren, um nicht immer wieder von vorne mit dem Abzählen anfangen zu müssen.
- Anzahlen durch (geschicktes) Zählen (2er, 5er, 10er Bündel) ermitteln.
- Rückwärts zählen, in Schritten zählen, Abzählreime.
- Mengen „blitzschnell“ erfassen: Punktefelder, Mengenbilder, ... kurz betrachten und Anzahl benennen.

Erste „Übersetzungen“ vornehmen:

- Anzahlen in Form einer Strichliste darstellen (5er Struktur entwickeln)
- Anzahl auf 10er System - Material übertragen (10er Struktur entwickeln)

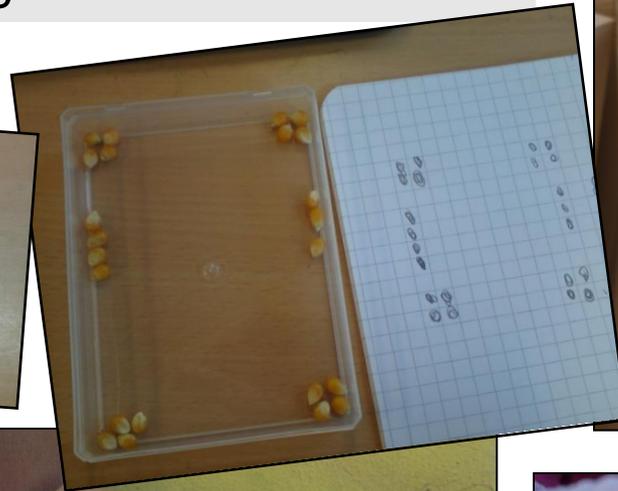
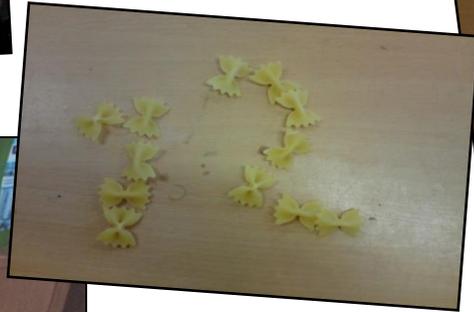
„Rückübersetzungen“ anstreben:

- Zu einer vorgegebenen Strichliste eine Menge legen
- Zu einer Zahl (6) eine Zahlengeschichte erfinden (Bsp.: 6. Geburtstag, 6 Kinder mit blondem Haar, ...)
- Zu einem Zahlenbild, das mit 10er System-Material gelegt wurde, Anzahlen ermitteln und Zahl notieren.



Zählmaterialien zum **Aufbau von Zahlvorstellung**

Vorwärts, rückwärts, in Schritten zählen, Mengen bündeln u. v. m. an **KONKRETEN** Materialien aus dem Alltag der Kinder





Zählmaterialien zum Aufbau von Zahlvorstellung

Weitere Anregungen:

(Ideen u. a. aus: Peter-Koop/ Grüßing 2007)

Mengen vergleichen

★ „Du hast mehr Klötze als ich!“

„Wie viel mehr genau?“

Dinge sortieren/ vergleichen

Lang oder kurz? Leicht oder schwer?

Hoch, höher am höchsten!

Rote, gelbe, blaue, rote Autos! Wie viele von jeder Farbe?



Welche Übungen/ Spiele fallen Ihnen ein?

Tauschen Sie sich aus!

Zahlen in der Umwelt suchen

(unterschiedliche Zahlaspekte ermitteln)

„*Mein Tisch ist 2 m lang!*“ (Maßzahlaspekt)

„*Ich wähle Omas Nummer: 738492.*“ (Ordnungzahlaspekt)

„*Dort liegen 35 Gummibärchen!*“ (Kardinalzahlaspekt)

„*Thomas ist 2. geworden!*“ (Ordinalzahlaspekt)

Zahlen zerlegen

Immer 8! (Spiel mit Würfeln oder Fingern.)

„*Meine Hand kann 5 (7, 9, 12, ...) Steine tragen! 2 (5, 6, ...) davon sind weiß! Lege die Steine in meine Hand.*“

(Spiel zu zweit mit schwarzen und weißen Spielsteinen.)

Das „Atom-Spiel“ (Gruppe von Kindern findet sich auf Ansage des Spielleiters in 3er, 5er, ... Gruppen zusammen)



Das Material, das Sie in Haus 3, genauer im Modul 3.2 finden, hat sich besonders mit der Frage beschäftigt, wie Mathematik eigentlich in die Köpfe der Kinder gelangen kann.

Als wesentlicher Aspekt wird dabei immer wieder herausgestellt, wie mithilfe von Übungen am mathematischen Material allmählich so genannte „innere Bilder“ von mathematischen Strukturen im Kopf eines Kindes entstehen sollen.

Hat ein Kind solche Strukturen mit der Zeit verinnerlicht, gilt es, sich durch das bewusste Vorstellen dieser Bilder im Kopf am Ende auch wieder von dem mathematischen Material zu lösen. Dies sollte dann zur Folge haben, dass das Kind z. B. „flexibel“ im Kopf rechnen kann.

Daher wollen wir im Folgenden noch einmal darauf eingehen, wie mathematisches Material beim Aufbau von Zahlvorstellung (im weiteren Verlauf dann auch zur Operationsvorstellung usw.) eingesetzt werden soll, um „innere Bilder“, also mentales Handeln bei Kindern zu etablieren!



Von der Handlung zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)

„Konkrete Phase“

„Auf dem Weg in den
Kopf“

„Im Kopf (richtig) rechnen“

Mit Material handeln
und Handlungen
beobachten
(von sich selbst und
anderen).

Mengen im Kopf
vorstellen und
beschreiben.

Mit dem „Bild im Kopf“
(mentale Vorstellung) ohne
Material **Zahlen / Mengen**
begreifen.

Modell in Anlehnung an Wartha IN Schipper/ Wartha/ Schroeders 2011, S.113f.



„Zahlen und Mengen“ in den Kopf?! Vgl. Modul 3.2

Von der Handlung
zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)



„Konkrete Phase“

„Auf dem Weg in den
Kopf“

„Im Kopf (richtig) rechnen“

Vom „konkreten Tun“ über das Arbeiten mit Darstellungsmitteln“ zur „Mathe im Kopf“!

Wir wissen aber auch:

Das, was genau im Kopf eines Kindes passiert, können wir immer wieder nur erahnen.

Im Austausch mit ihm, kann es uns jedoch verschiedene Einblicke in seinen „Kopf“ gewähren.

Mit diesen Informationen kann dann der weitere Lernweg besprochen und beschlossen werden.

Mehr dazu: H3, UM, Text: „Mathe in den Kopf?!“



„Mentales Handeln“ anregen



Erst MIT „gucken“ ...

„Wie viele Finger links und rechts?“

dann OHNE „gucken“
(Bild im Kopf machen) ...



W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm



Ein neues Material kommt hinzu!

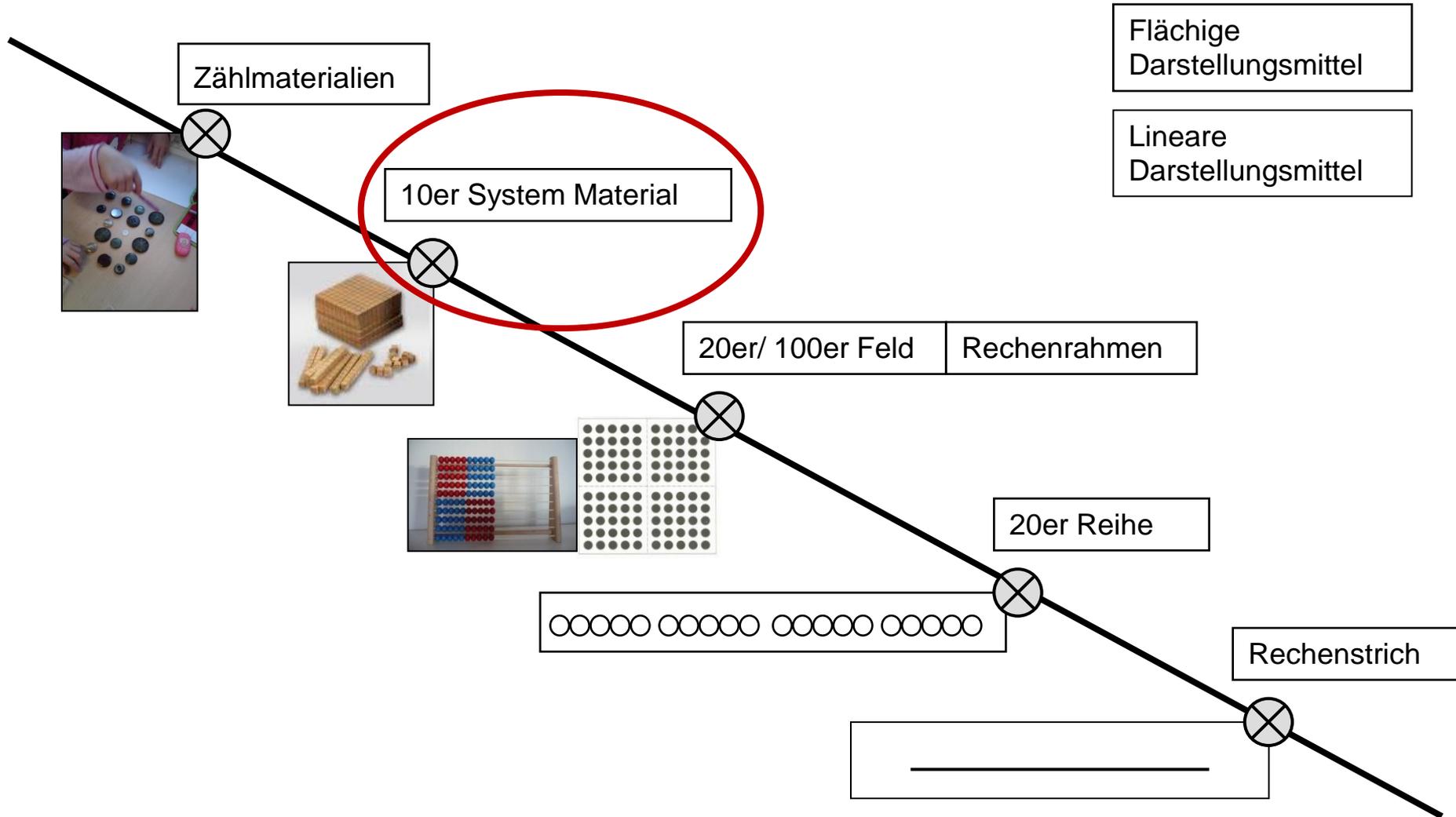


Aufgepasst!

Überlege gut den nächsten Schritt
zur Einführung eines
neuen, **strukturierten** Materials!



Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung





10er System Material zum Aufbau von Zahlvorstellung

Herleitung:

Durch verschiedene Zählansätze haben Kinder die Einsicht entwickelt, dass das Bündeln von Mengen zum schnelleren Zusammenzählen der Gesamtmenge verhilft. Hierbei können die Kinder durch Eintauschübungen von 10 einzelnen Dingen, eine 10er Stange erhalten.



Übungen am 10er System Material:

- Menge von Holzwürfeln verdeckt abzählen (einhändig, beidhändig)
- Zählen und Bündeln in der „Zählbar“:
- Menge bündeln, abzählen, gegen 10er Stangen und 1er Würfel eintauschen
- Zahlenkarte ziehen (0-20), 10er Systemmaterial dazu legen, Zahl kann zusätzlich in Stellenwerttafel notiert werden

Tipp für den Unterricht:

Im Unterricht kann das *10er System Material* auch als 10er Streifen (mit deutlicher 5er Struktur) und 1er Quadraten aus Papier/ Pappe hergestellt werden.

Vorlagen dazu finden Sie zum Herunterladen in H3, UM!



„Zahlen und Mengen“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm



**„Anzahlen fühlen,
Handeln beschreiben“**



**„Anzahlen fühlen und erste Summen
bilden“**

Übung auch für größere Mengen, unter Einsatz von 10er Stangen



„Zahlen und Mengen“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen – Spiel: „Meine Hand kann tragen...“

1. Spielleiter erfindet Aufgabe:

„Meine Hand kann 5 Steine tragen, 2 davon sind weiß!“

2. Mitspieler überlegt und legt Spielleiter Steine in die Hand:



3. Spielleiter: Lässt Steine aus der Hand fallen, da er Fehler entdeckt.



4. Mitspieler überlegt neu und korrigiert:

Analog:

„Meine Hände können 10 Steine tragen, 3 davon sind schwarz!“





Ein neues Material kommt hinzu!



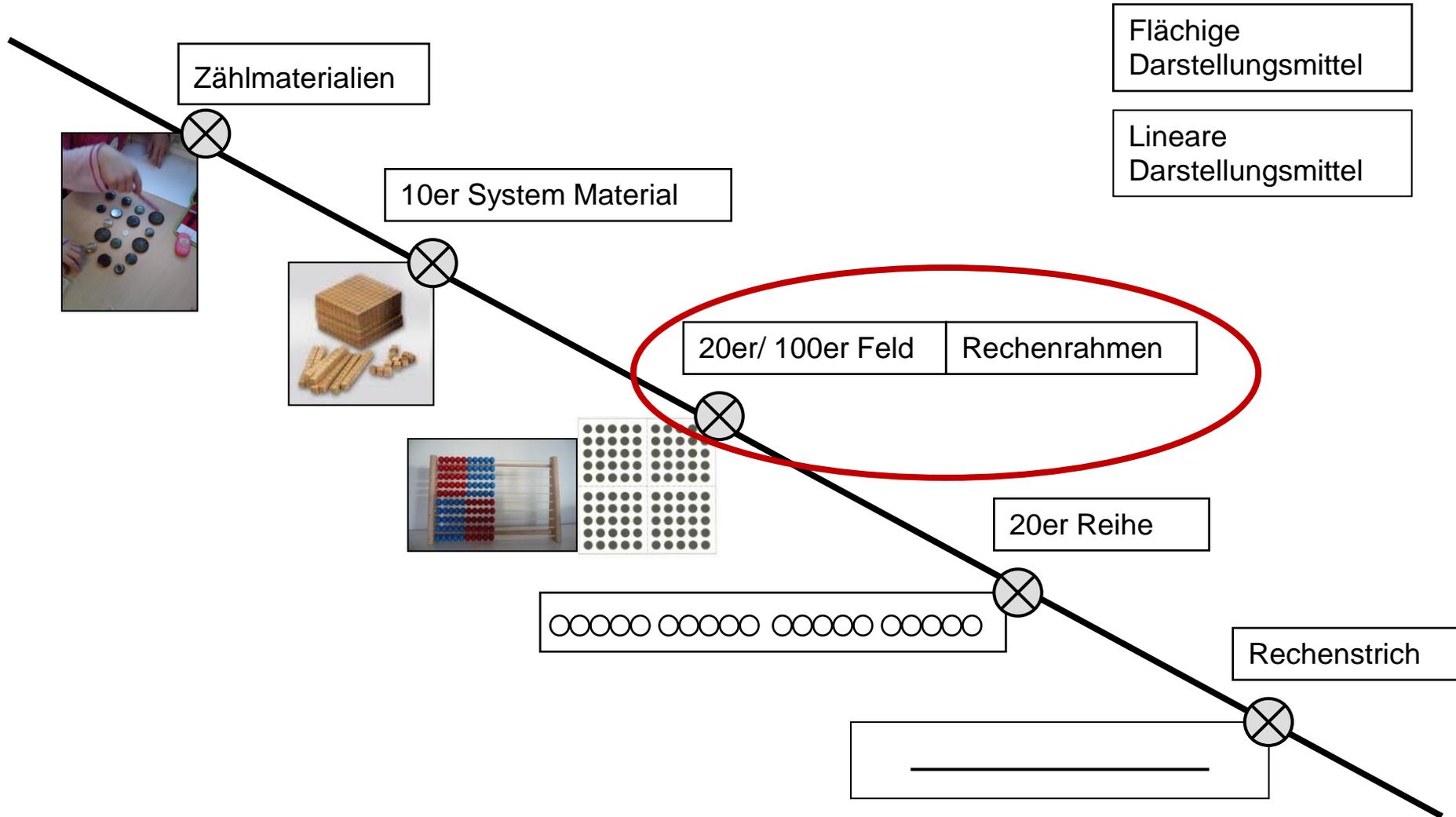
Denke daran, nun ergibt sich für die Kinder eine neue Struktur in Form eines Feldes!

Die eingeführte 5er und 10er Struktur sollte direkt angesprochen und übertragen werden.

So können sich Kinder schneller orientieren!



Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung

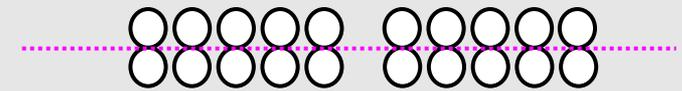
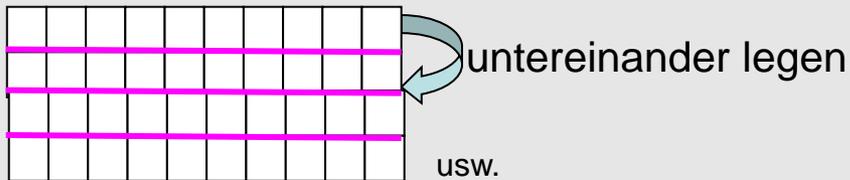




Zahlenfelder / Rechenrahmen zum Aufbau von Zahlvorstellung

Herleitung:

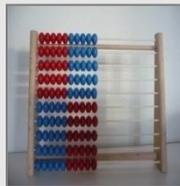
Durch Untereinanderlegen von 10er Stangen ergibt sich eine flächige Anordnung. Hieraus kann ein Zahlenfeld (20er Feld oder andere) entwickelt werden, das die Kinder durch Aneinanderkleben von 10er Streifen (Papier) selbst herstellen.



Darstellung mit runden Zahlenfeldern

Durch Untereinanderlegen (-kleben) von 10er Stangen können unterschiedliche Zahlenfelder entstehen, die z.B. der jeweiligen Zahlvorstellung des Kindes entsprechen und auch individuell entstehen können.

Parallel dazu kann auch der Rechenrahmen hergeleitet werden. Hier muss allerdings herausgestellt werden, dass Kugeln, nicht Klötze in einer Reihe nebeneinander stehen. Des Weiteren ist die farbliche Differenzierung (weiße/ rote oder rote/ blaue Kugeln stehen für die 5er Struktur) erklärungsbedürftig.



Übungen dazu:

- Zahlen am Zahlenfeld/ Rechenrahmen suchen/ zeigen
- Zahlen suchen/ zeigen und „Trick“ erklären, wie die Zahl schnell gefunden werden kann
- „Blitzgucken“ üben (**Tip**p: „Blitzgucken“ auf dem OHP mit allen Kindern im Kreis. Steine, Holzwürfel, Knöpfe auflegen und mit einem Papier abdecken.)



„Mentales Handeln“ anregen

Erst MIT „gucken“ ...



dann OHNE „gucken“ ...

„Blitzgucken“

- auch am **20er** Rechenrahmen
- auch am **20er** Feld
- auch am **100er** Feld

(Vgl. auch „Blitzrechnen aus mathe2000“)

Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm



Ein neues Material kommt hinzu!



Achtung!

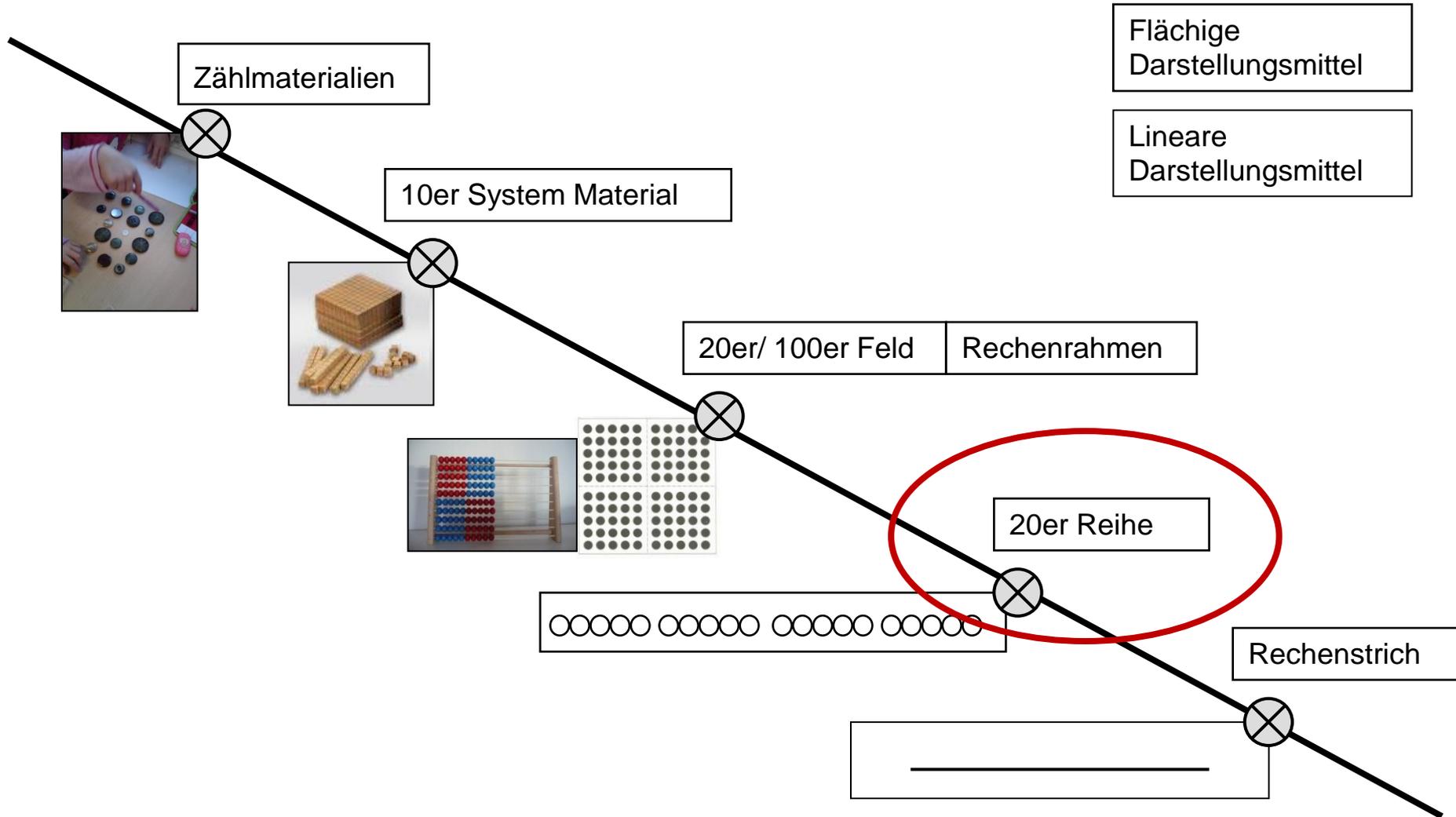
Es folgt ein Darstellungswechsel

vom Feld (flächige Anordnung)
zum Band (lineare Anordnung).

Auch hier ist das erneute „anders gucken“ nicht für jedes Kind einfach und selbstverständlich!



Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung





Zahlenbänder zum Aufbau von Zahlvorstellung

Herleitung:

Vom 10er System Material zum Zahlenband

Durch Nebeneinanderlegen von 10er Stangen (Dienes) ergibt sich eine lineare Anordnung. Hieraus kann ein Zahlenband entwickelt werden, das die Kinder durch Aneinanderkleben von 10er Streifen (Papier) selbst herstellen.



zusammen legen oder



aneinander kleben

Vom 20er Feld zum Zahlenband

Außerdem kann das zuvor eingeführte 20er Feldes durch Zerschneiden hergestellt werden. Dies macht dann die Verbindung vom Feld zum Band klar.

Übungen Zahlenband:

1. „Zahl finden“ (Beispiele am selbst hergestellten 100er Band)

- Leere Kärtchen beschriften, die mit Wäscheklammern an der realen Hunderterkette befestigt sind
- Anschließend an der ikonischen Hunderterkette.
- Zunächst mit Orientierungspunkten, später ohne.
- Anfangs vorgegebene Orte, dann selbst gewählte.

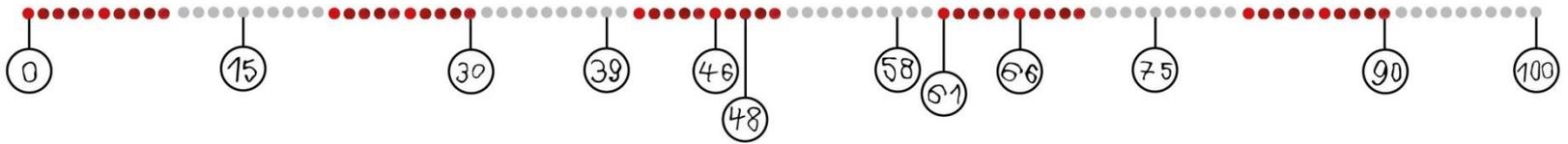
2. „Ort finden“

- zu unzusammenhängenden Zahlen und Zahlenfolgen
- Ergebnisse von Aufgaben (hier Malaufgaben) eintragen

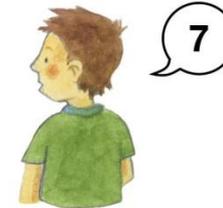


Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung

Zahl finden



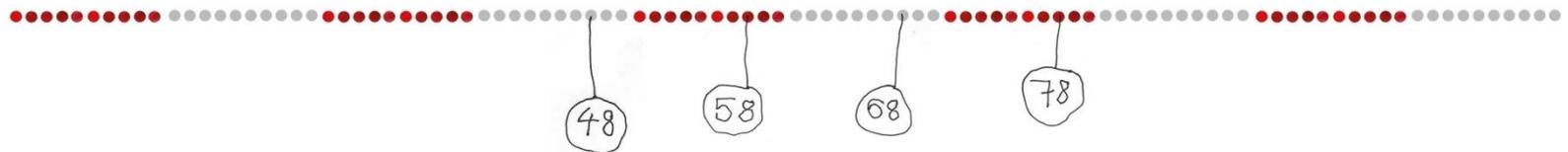
Zahl zeigen.



Zahl nennen.

Ort finden

~~48, 58, 68, 78~~





Ein neues Material kommt hinzu!



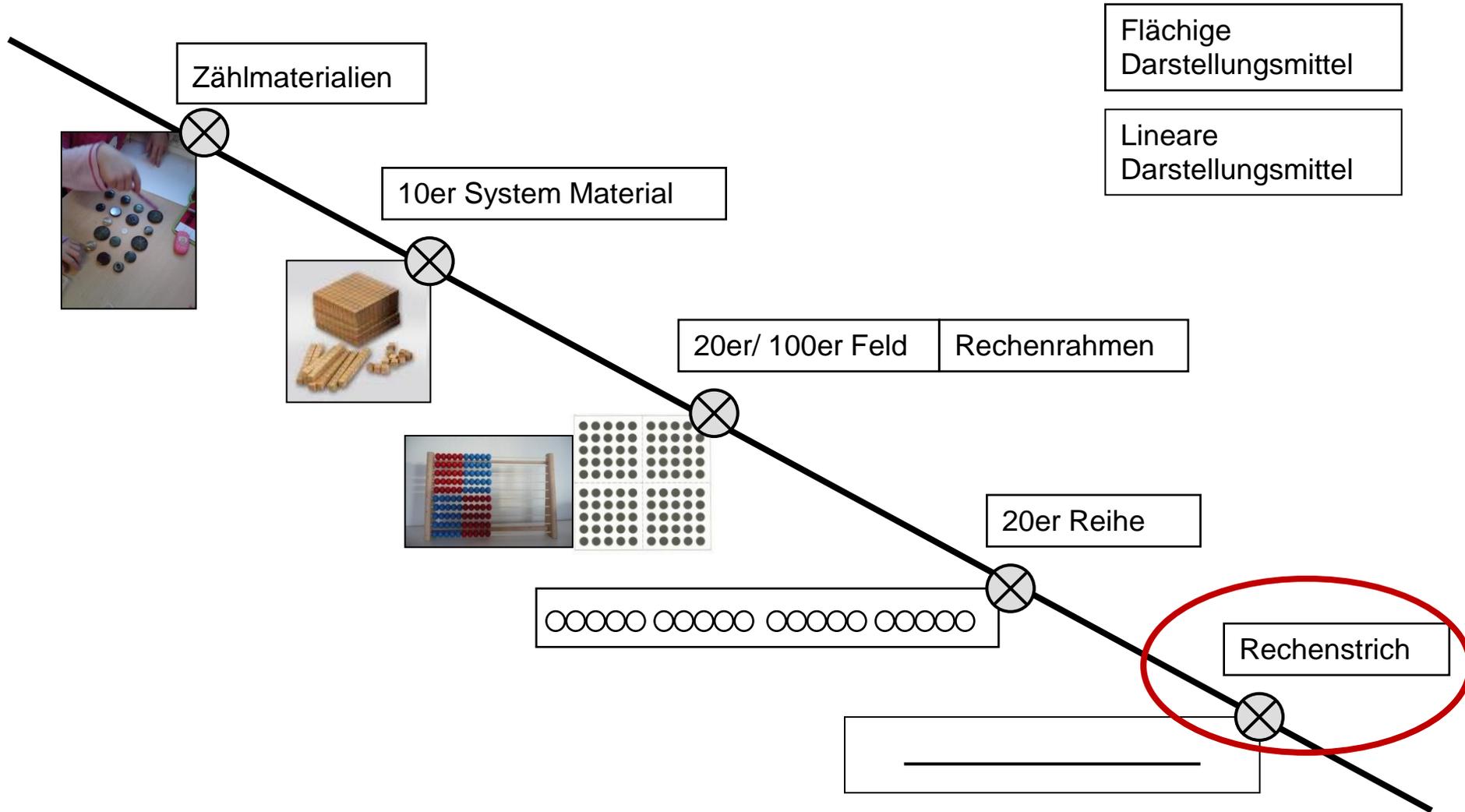
Wichtig:

Das mentale Bild der 20er Reihe
bzw. des Zahlenstrahls
vor
dem Rechenstrich einführen!!!

Denn:
Grundlegende Vorstellung vom Aufbau des Zahlenstrahls
(Orte von Zahlen, Nachbarzahlen, Nachbarzehnern, Abständen etc.)
muss vorhanden sein, um den Rechenstrich später z. B. zum
Darstellen von Rechenwegen einsetzen zu können.



Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung





Zahlenbänder zum Aufbau von Zahlvorstellung

Herleitung:

„Der leere Zahlenstrahl muss aus der Abstraktion von Handlungen an der Reihendarstellung mit dem Zehnermaterial erwachsen. Hierbei ist die Versprachlichung des Gedachten besonders wichtig.“ (Kaufmann/Wessolowski, S. 44)

- Erarbeiten der Aufbauprinzipien der Zahlenreihe
- Herstellen einer eigenen Zahlenreihe

Am Beispiel der Hunderterreihe:

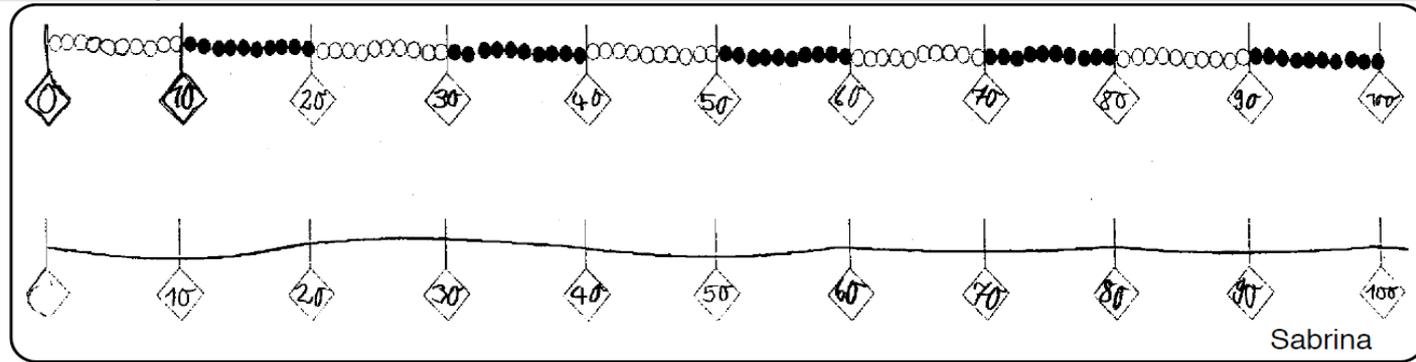


Abbildung aus Höhtker/Selter (1995)

Übungen am Rechenstrich:

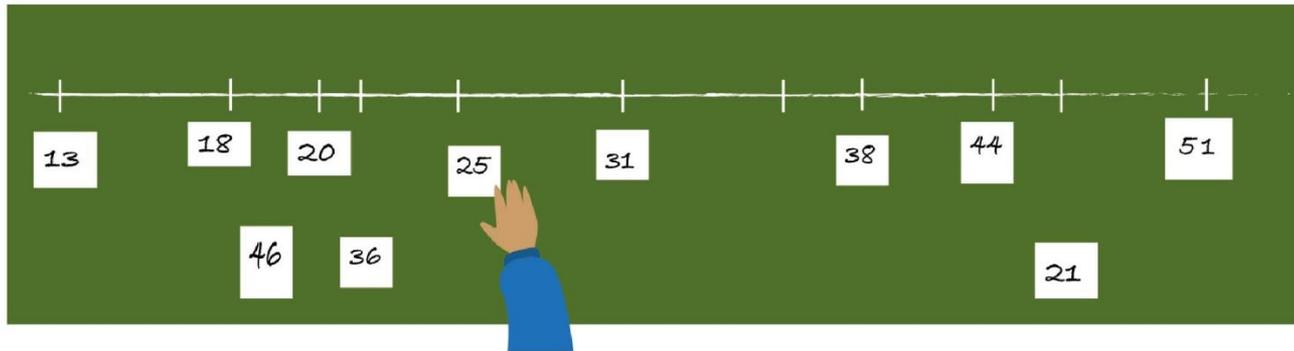
- *Zahl finden*: Ort vorgegeben, Zahl benennen
 - *Ort finden*: Zahl vorgegeben, Ort lokalisieren
- (Vergleich oben: Übungen an der 20er Reihe)



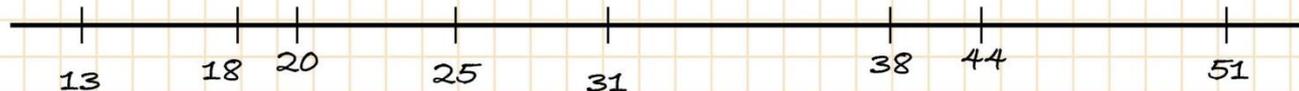
Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung

Mathematisches Material benutzen

Rechenstrich



Zeichne einen Rechenstrich und trage die Zahlen ungefähr ein.





Dies waren einige Beispiele zum Einsatz von mathematischen Materialien bei dem Aufbau von Zahlvorstellung.



Dabei haben wir entlang einer bestimmten Reihenfolge argumentiert.

 **Entwickeln Sie nun mithilfe des** 
„ICH-DU-WIR“ – Prinzips
einen eigenen „Fahrplan“
zur Einführung von
mathematischen Materialien und Veranschaulichungen.
(Vorschlag zur Strukturierung auf der folgenden Folie)



Überlegen Sie zunächst allein (ICH)

In welcher Reihenfolge haben Sie mathematische Materialien bisher/ im vergangenen Schuljahr eingeführt? Skizzieren Sie eine Art Material-Leiste wie in unserem Beispiel.

Erscheint Ihnen das Vorgehen im Nachhinein sinnvoll?

Waren die Einführungen und die Auseinandersetzung mit den einzelnen Materialien intensiv genug für alle Kinder?

Was würden Sie in Zukunft verändern?

Stellen Sie sich Ihre Überlegungen gegenseitig vor (DU)

Entwerfen Sie einen „Fahrplan“ für die Zukunft (WIR)

Welche Materialien wollen Sie in Zukunft benutzen?

In welcher Reihenfolge sollen diese eingeführt werden?

Nehmen Sie unbedingt auch Ihr Lehrwerk zur Hand.

Schauen Sie dort, in welcher Reihenfolge Materialien eingeführt werden. Vielleicht können Ihnen dort getroffene Entscheidungen helfen. Vielleicht finden Sie aber auch eine alternative Lösung.



Konkrete Schritte zur Einführung

1. Didaktisches Material nutzen, um **Zahlvorstellung** aufzubauen!
2. **Didaktisches Material nutzen, um Operationsvorstellung aufzubauen!**
3. Didaktisches Material nutzen, um **Rechenwege** darzustellen!



Operationsvorstellung aufbauen heißt:

Vorstellung von Plus und Minus / Mal und Geteilt entwickeln!

Am Beispiel der Subtraktion heißt das: **zwei Grundvorstellungen** der Subtraktion verinnerlichen:

1. Das Ergebnis als „Rest“ deuten: Bsp.: $25 - 18 = \underline{\quad}$

Durch **schrittweises Abziehen** erhalte ich das Ergebnis: $25 - 10 = 15$
 $15 - 8 = 7$

2. Das Ergebnis als „Unterschied“ deuten: Bsp.: $25 - 18 = \underline{\quad}$

Durch **schrittweises Ergänzen** erhalte ich das Ergebnis: $18 + \underline{\quad} = 25$
 $18 + 2 = 20$
 $20 + 5 = 25$
 $18 + 7 = 25$



Info zur Weiterarbeit

Das Material, das bisher eingeführt und zum Aufbau von Zahlvorstellung genutzt wurde, soll zum Aufbau der Operationsvorstellung weiterhin genutzt (ggf. erweitert) werden.

Mathematisches Material, das hinzu kommt, muss neu eingeführt werden.

Beim Aufbau von Operationsvorstellung ist es vor dem Lösen von Operationen (*Rechnen*) wichtig, eine Vorstellung von den Handlungen zu haben, die mit der Operation zusammen hängen.

Hier hat das Üben von **Darstellungswechseln** einen besonderen Stellenwert. Ein Kind soll lernen, dass eine Operation z. B. in Form einer „Geschichte“ oder als ein „Bild“ (am mathematischen Material oder als Kinderzeichnung) „übersetzt“ werden kann.

Hierzu finden Sie auch in dem Text „Mathe in den Kopf?“ Informationen. Wir haben ein Plakat entwickelt, auf dem unterschiedliche Darstellungsformen mithilfe von Darstellungsmitteln im Unterricht „übersetzt“ werden. (weiter nächste Folie)



DarstellungsFORMEN werden durch
unterschiedliche
DarstellungsMITTEL repräsentiert.

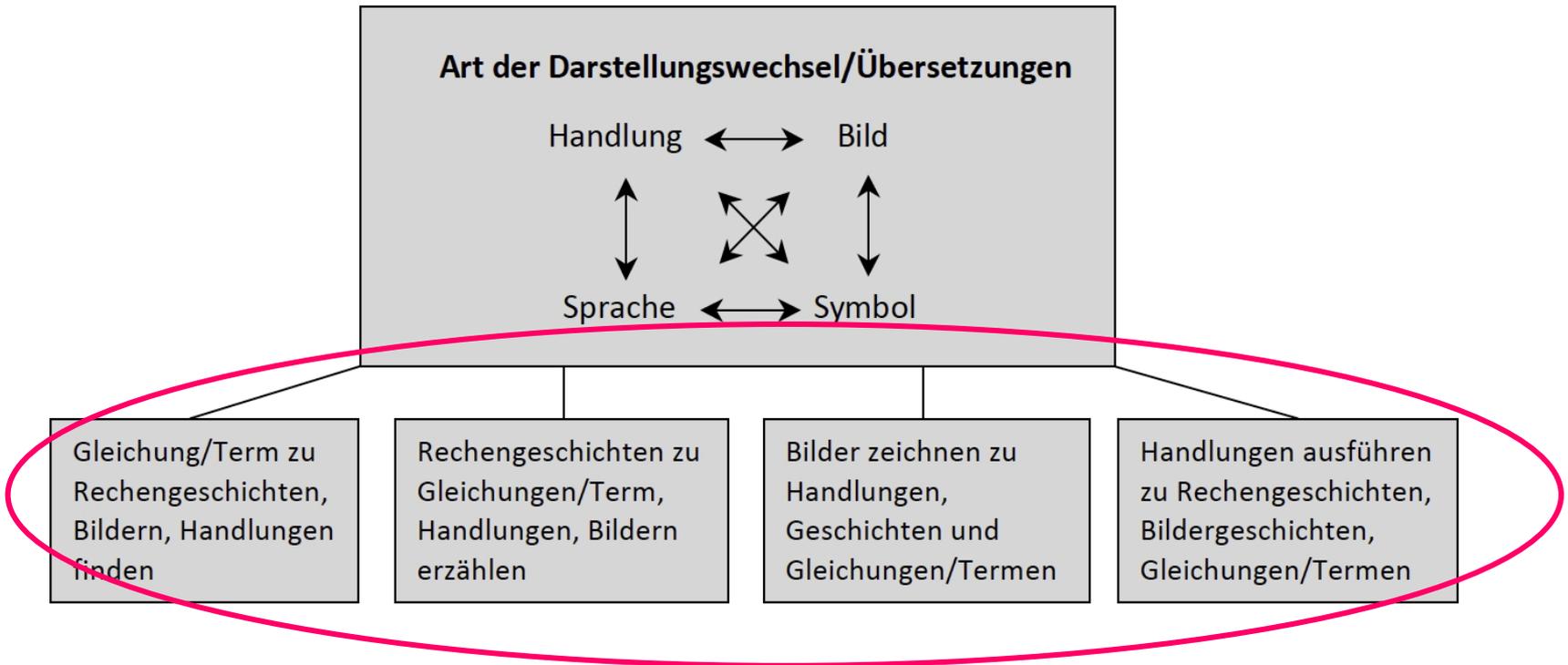
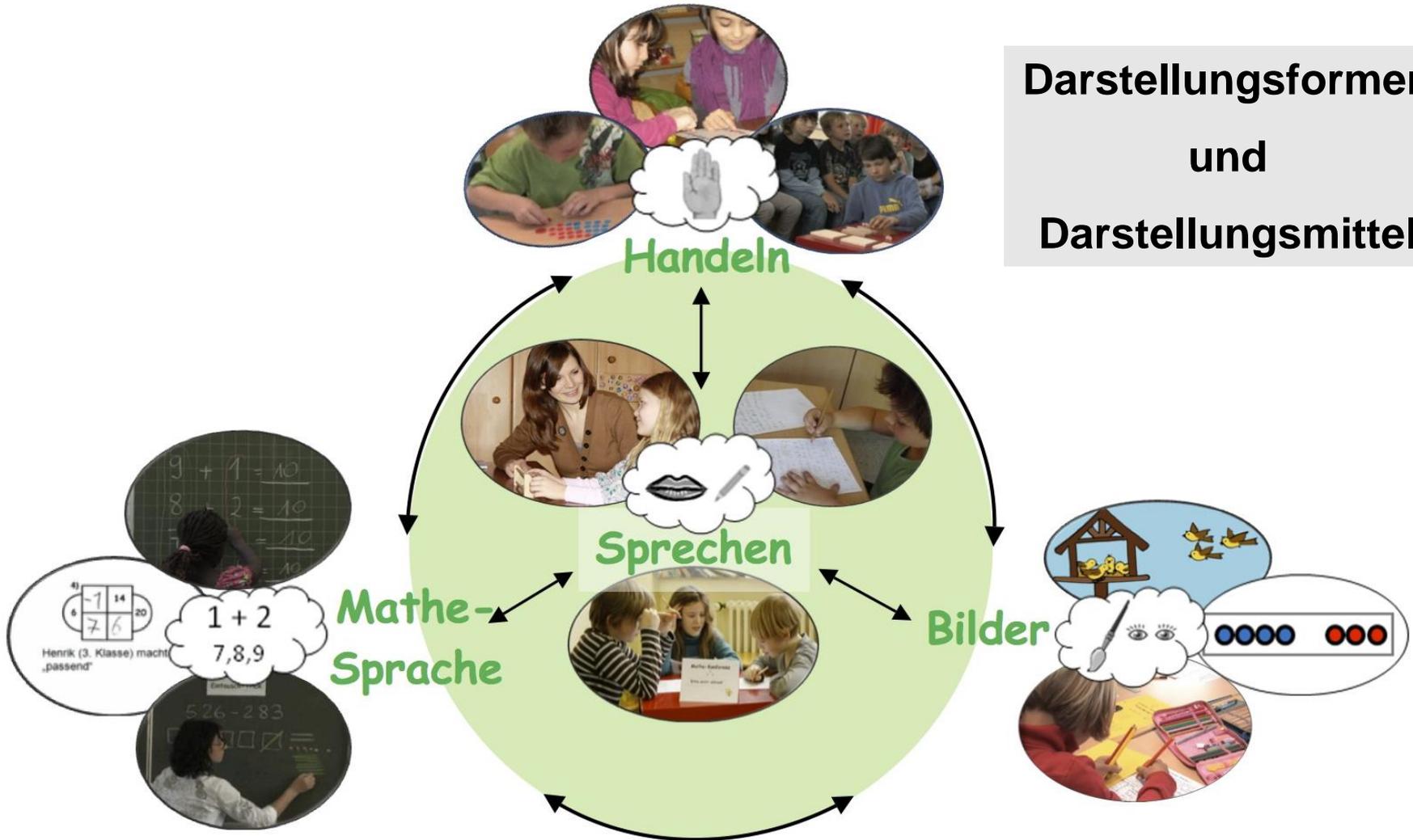


Abbildung entnommen aus: Kaufmann & Wessolowski 2006, S. 25



PIK AS stellt das so dar:

**Darstellungsformen
und
Darstellungsmittel**





PIK AS stellt das so dar:

Erklärung zum Plakat



„Mathe in den Kopf?!“



Sprechen

Was? Über die Sache kommunizieren (mündlich und schriftlich): sprechen, aufschreiben, zuhören, nachfragen, erklären, begründen.
Wozu? Mathematische Sachverhalte ausdrücken (durch Terme/Gleichungen, Handlungen, Bilder, Rechenwege).
Wer? Kommunikation miteinander (Schüler-Schüler, Schüler-Lehrer, Schüler-Lehrer-Eltern) und Selbstreflexion innerhalb des eigenen Lernprozesses.
Wie? Im Einzel-, Partner-, Gruppengespräch, im Plenum, in der Mathekonferenz, am Sprechtag und in Selbsteinschätzungsbögen, Rechengeschichten, Beschreibungen, Erklärungen, Beweise.



Handeln

Was? Mit didaktischem Material oder mit Alltags- und Naturmaterial handeln, spielerische Darstellung (z. B. Rollenspiel), aktives und passives Handeln.
Wozu? Handeln zu Rechengeschichten, Bildergeschichten, Termen/Gleichungen.



Bilder

Was? Bilder (Zeichnungen, Skizzen, Mengenbilder etc.) malen und deuten.
Wozu? Handlungen oder Rechengeschichten darstellen, Gleichungen/Terme oder Mengen verdeutlichen (z. B. durch Strichlisten, Punktebilder). Und aus Bildern zu lebensweltlichen Situationen oder aus didaktischem Material Terme ablesen.



Mathe-Sprache

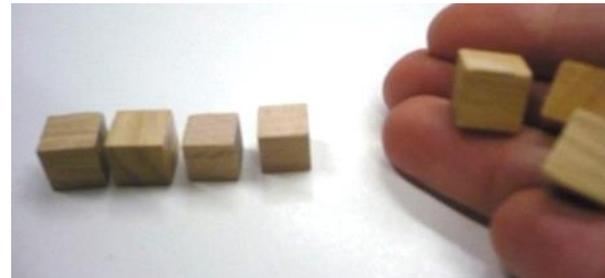
Was? Mathematische Symbole benutzen (Zahlen, Terme, Gleichungen etc.).
Wozu? Rechengeschichten, Bilder oder Handlungen in mathematische Symbole übersetzen.



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Addition und Subtraktion

„Übungen mit bisher eingeführtem mathematischem Material“



Dreischritt:
 $4 + 3 = 7$



Abbildung entnommen aus: Kaufmann & Wessolowski 2006, S. 25



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Addition und Subtraktion

„Übungen mit „anderem“ Material“



1. Finde zu jeder Aufgabe ein passendes Bild, lege mit Plättchen nach und rechne aus.

$2 + 2 = \underline{4}$

$3 + 2 = \underline{\quad}$

$4 + 2 = \underline{\quad}$

$3 + 3 + 3 = \underline{\quad}$



$4 + 3 + 1 = \underline{\quad}$

$4 + 4 - 1 = \underline{\quad}$

$8 + 8 + 5 + 5 = \underline{\quad}$

$2 \cdot 2 = \underline{\quad}$

Operationen erkennen und beschreiben!

ACHTUNG!!

Bilder können immer mehrdeutig sein und lassen häufig verschiedene Lösungen zu!



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Addition und Subtraktion

„Übungen mit „anderem“ Material“

Verkaufssituationen anregen:

- Verkaufsladen in der Klasse aufbauen
- Mit den Kindern zum Markt gehen
- Einkaufsaufträge für zu Hause geben
- ...





Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

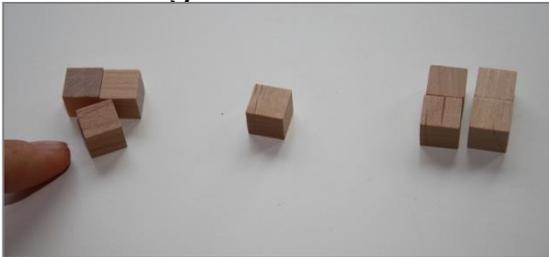
Multiplikation und Division

„Übungen mit bisher eingeführtem mathematischem Material“

Malaufgaben mit 1er Würfeln des *10er System Materials* legen

„Lege die Aufgabe 3x4!“

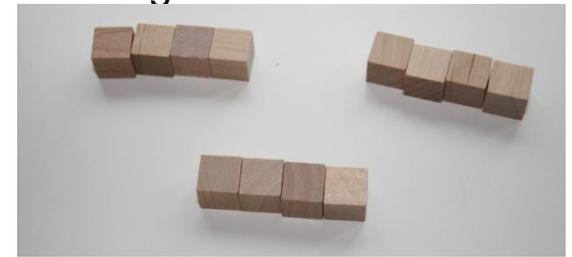
Lukas legt so:



Karla legt so:



Lars legt so:



Die Kinder sprechen mit der Lehrerin über die Lösungen.
Es folgen u. a. Übungen zum „Umlegen“!



4x3



2x6

■ ■ ■

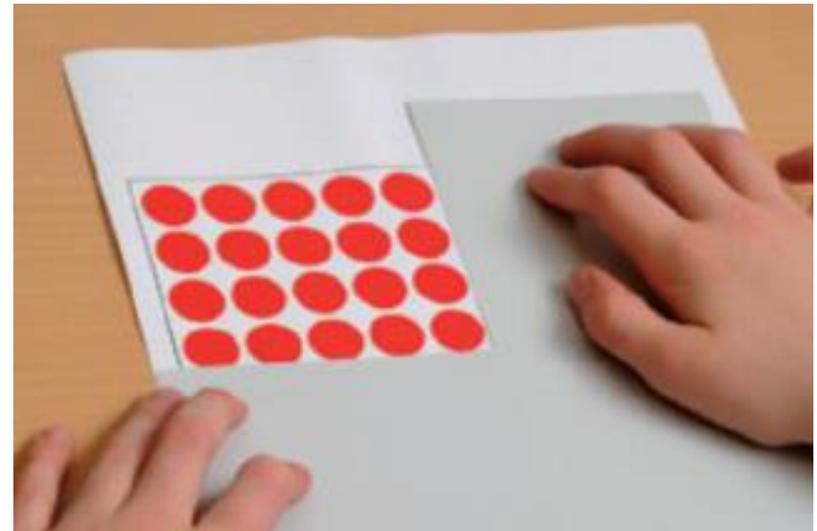
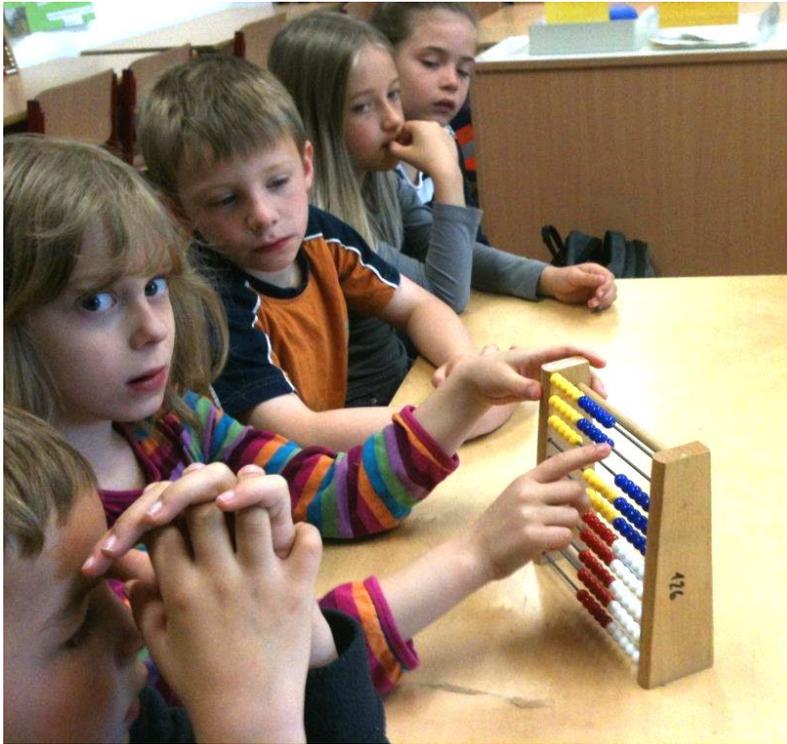


Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Multiplikation und Division

„Übungen mit bisher eingeführtem mathematischem Material“

Malaufgaben auf dem 100er Feld finden



Zahlenbuch 1, S. 67

**Malaufgaben am
Rechenrahmen einstellen**



Material nutzen zum **Aufbau von Operationsvorstellung**

Multiplikation und Division

„Übungen mit „anderem“ Material“



Aufgaben in der Umwelt finden
(*Aufgaben in der Klasse, Aufgaben beim nach Hause gehen, Aufgaben im Kinderzimmer, ...*)

Situationen nachspielen
(*3mal aufstehen und je 2 Stifte holen, 1 Kind geht 2x zum Hausmeister und holt 2 Kisten Kreide, Bonbons aus einer Tüte verteilen, ...*)

WICHTIG: Verbindung zur Addition heraus stellen!!



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Multiplikation

„Übungen mit „anderem“ Material“

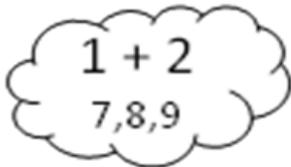
Das 1 1 Zahlenquartett (Haus 3, Modul 3.2, UM)

Rechenaufgabe

$1 + 2$
7,8,9

3 · 3

Rechenaufgabe



Rechengeschichte

Rechengeschichte



Bilder

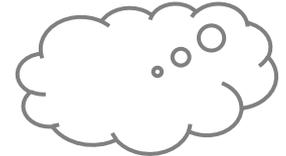
0 20

Bilder



eigene Idee

eigene Idee



Das Material zum Üben des Darstellungswechsels bei der Multiplikation am Bsp. des Zahlenquartetts finden Sie ausführlich in Modul 3.2, UM beschrieben!



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

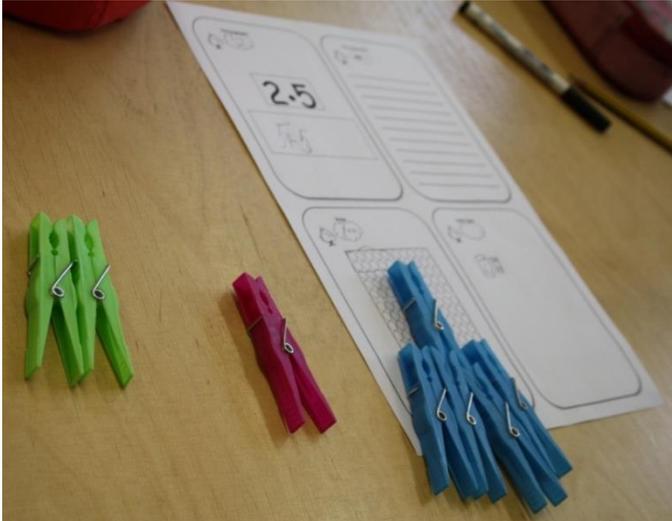
Einführungsphase im Kreis

The blackboard displays the following content:

- Top row (left to right):
 - Card 1: A cloud shape containing the equations $1 + 2$ and $7, 8, 9$.
 - Card 2: A cloud shape containing a drawing of a paintbrush and a pair of eyes.
 - Card 3: A cloud shape containing a drawing of a pencil and a pair of lips.
- Middle row (left to right):
 - Card 4: Titled "Rechenaufgabe", it contains a small cloud with $1 + 2$ and $7, 8, 9$, a box with $3 \cdot 4$, and another box with $4 + 4 + 4$.
 - Card 5: Titled "Bilder", it features a 4x4 grid of circles with a red box around the top-left 2x2 area, and a number line below it.
 - Card 6: Titled "Rechengeschichte", it contains a drawing of three ice cream cones and the text: "Die drei Freundinnen Lena, Florina und Anna gehen Eis essen. Jeder nimmt vier Eiskugeln." A hand is pointing at this card.
- Bottom row: A ruler with markings from 0 to 40, pinned to the blackboard.



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung



2 x 5



6 x 2

Bilder zur Aufgabe finden!



Kann das stimmen??

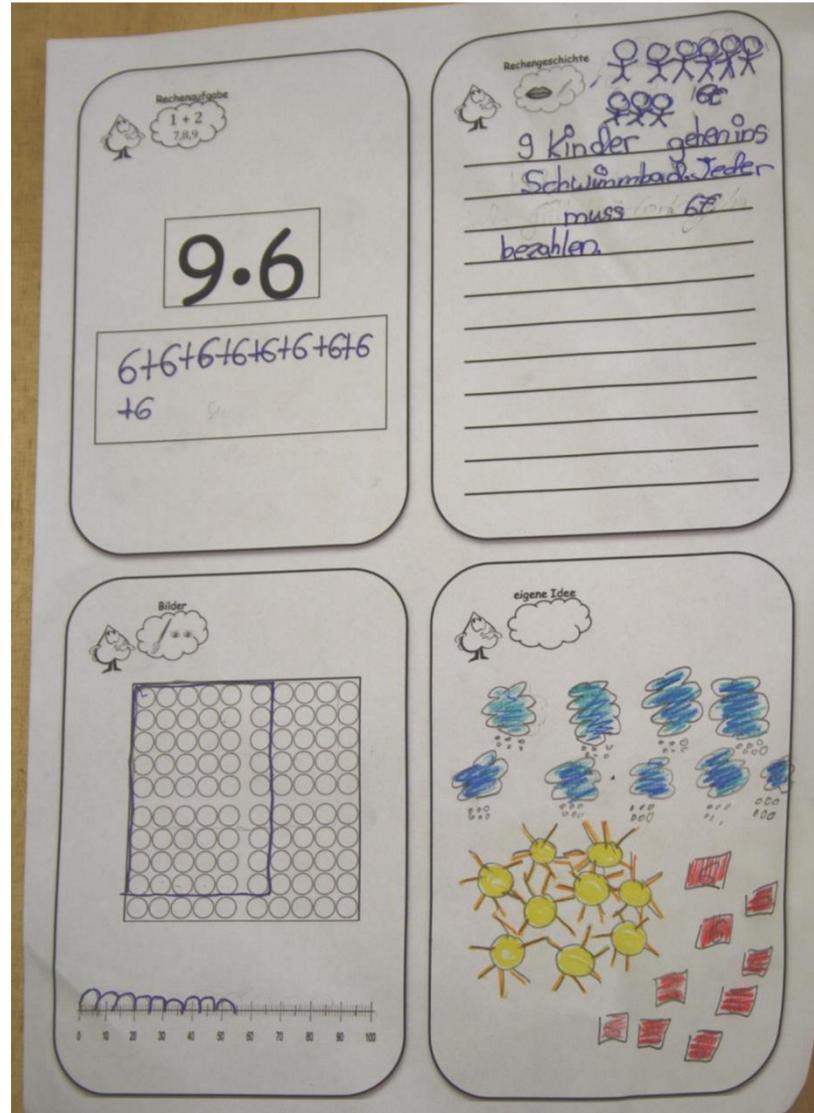


3 x 5



Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Ein fertiges Quartett





Dies waren einige Beispiele zum Einsatz von mathematischen Materialien bei dem Aufbau von Operationsvorstellung.



Versuchen Sie nun einen ähnlichen Austausch mit den Kollegen zu gestalten, wie schon vorhin zur Materialauswahl zum Aufbau von Zahlvorstellung.



Entwickeln Sie mithilfe des



„ICH-DU-WIR“ – Prinzips

**einen eigenen „Fahrplan“ wie Sie in Zukunft zum Thema
Operationsvorstellung aufbauen arbeiten wollen.**

Entscheiden Sie sich dabei für bestimmte Materialien und für bestimmte Übungen.

Nehmen Sie auch hier Ihr Lehrwerk zur Hand und verbinden Sie eigene Ideen, mit denen, die das Buch Ihnen vorschlägt.



Konkrete Schritte zur Einführung

1. Didaktisches Material nutzen, um **Zahlvorstellung** aufzubauen!
2. Didaktisches Material nutzen, um **Operationsvorstellung** aufzubauen!
3. **Didaktisches Material nutzen, um Rechenwege darzustellen!**



Gedanken zur gleichzeitigen Verwendung von Material bei der Darstellung von Rechenwegen

Bei der Frage, welche Materialien sich eignen, um Rechenwege darzustellen, bedarf es einer gut durchdachten Auswahl dieser. Wählen Kinder Materialien zur Darstellung von Rechenwegen selbstständig aus, sollte die Lehrerin dies gut im Blick haben und möglicherweise auch Gegenvorschläge bei der Auswahl machen.

„ Zum einen stellt die eigenständige Auswahl eines Veranschauligungsmittels eine kognitive Überforderung dar (...). Erst wenn das Kind viele Materialien in ihrer Handhabung kennen würde, wäre eine Entscheidung für oder gegen eines möglich. In Unkenntnis über Vor- und Nachteile bleibt ihm lediglich die Sympathie für Farbe und Form als Entscheidungsinstanz.“

(Lorenz 2003, S. 35)



Gedanken zur Auswahl von Material bei der Darstellung von Rechenwegen

Noch einmal gilt es darüber nachzudenken, dass Kinder bei der Auswahl unterschiedlicher Materialien zur Darstellung ihrer Rechenwege sehr gut beraten werden müssen. Nicht jedes Material kann alle Rechenwege gleich gut darstellen! Hier sollte zunächst der Lehrer selbst durch Ausprobieren einen Überblick erhalten (Hilfe: H3, Modul 3.2: Stiftung Warentest zur Auswahl von mathematischen Materialien). Anschließend sollten Schüler dazu angeregt werden, selbst solche Erfahrungen am Material zu machen.

„Zum anderen ist aber die gleichzeitige Verwendung mehrerer Materialien insbesondere bei leistungsschwächeren Schülern problematisch. Die Handlungen, die für eine Rechenoperation an einem Veranschaulichungsmittel durchgeführt werden, fallen bei dem nächsten anders aus. Man vergleiche die Handlung $28 + 30$ am Rechenrahmen, am Zahlenstrahl, an der Hundertertafel und an den Mehr-System-Blöcken. Die Handlungen sind nicht übertragbar, sie sind grundverschieden.“

(Lorenz 2003, S. 35f)



Ziel 2:



Material überprüfen und darüber diskutieren:

Im Folgenden werden nun einige didaktische Materialien zum Darstellen von Rechenwegen vorgestellt und schlagwortartig einige PRO und CONTRA Aspekte aufgezeigt.



Überlegen Sie für sich und dann gemeinsam:



Können Sie die Argumente nachvollziehen?

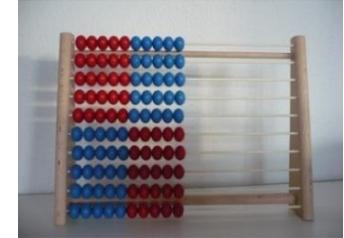
Welche Materialien setzen Sie zum Aufbau von Zahlvorstellung ein. Und warum?

Worauf würden Sie in Zukunft besonders achten?



Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

Rechenrahmen



 Zehnerübergang im Sinne des schrittweisen Rechnens ($ZE \pm E$; bis zum vollen Zehner) lässt sich gut handelnd darstellen

Besonders hilfreich für Kinder mit Lernschwierigkeiten

 Addition und Subtraktion voller Zehner ($ZE \pm Z$) ist dagegen nicht gut darstellbar



Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

100er Tafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Zahlbeziehungen werden deutlich

Addition und Subtraktion voller Zehner ($ZE \pm Z$) gut darstellbar (Schritte nach unten/oben)



Vorstellung des Hunderterraums muss entwickelt sein, bevor sie eingesetzt wird!

Beziehung zwischen den Zahlen oft schwierig zu verstehen

Bsp.: 11 weiter entfernt von 10 als 20.
Vgl. Lorenz (2003), 32

Eignet sie sich *weniger* zum Rechnen, da sie auch zum zählenden Rechnen verleitet



Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

10er System Material (Dienes)



 Material eignet sich gut zum Rechnen

 **Aber: Einheiten müssen klar sein!**

7 + 5: 1 Zehnerstange und 2 Einer-Würfel

→ Kann bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten dazu führen, dass sie das Ergebnis 3 deuten

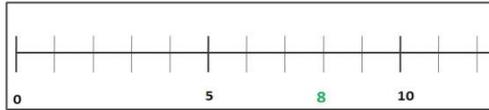
Bündelung und Entbündelung muss ausreichend eingeübt werden, um auch hier keine „Materialfehler“ aufkommen zu lassen (vgl. Lorenz 2003, S. 29)

486 + 274 kann zu dem Ergebnis 61312 führen, da Kinder 6 H, 13 Z, 12 E vor sich liegen sehen



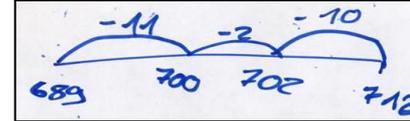
Achtung!! Materialeinsatz beim Rechnen

Zahlenstrahl



- 😊 Grundidee der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen ist hieran gut vermittelbar
- ☹️ Legt zählendes Rechnen nah und ist daher nicht für jedes Kind geeignet, um an ihm erste Rechenstrategien zu entwickeln

Rechenstrich



- 😊 Bietet Kontext für Gespräche über verschiedene Rechenwege
Umkehroperationen und Rechenstrategien lassen sich veranschaulichen
- ☹️ Ermöglicht keine Entwicklung von Rechenstrategien, sondern setzt das Vorhandensein einer mental zur Verfügung stehenden Rechenstrategie voraus



Nutzen Sie unseren **Stiftung Warentest – TEIL 2**, um selbst PRO und CONTRA Erfahrungen mit unterschiedlichen Materialien zu dokumentieren.



Arbeiten Sie zunächst allein (ICH) 😊

Tauschen Sie Ihre Erkenntnisse mit den anderen aus (DU)

Entscheiden Sie am Ende gemeinsam, wann welches Material in Ihrem Unterricht eingesetzt werden soll (WIR)



Halten Sie alles schriftlich fest.



Aktivität



„Stiftung Warentest“ zur Beurteilung von didaktischen Materialien für den Einsatz im Mathematikunterricht

Im vorliegenden „Warentest“ sollen didaktische Materialien daraufhin überprüft werden, ob sie sich

- a) zur **Zahldarstellung**, aber auch
- b) zur **Darstellung von Operationen** eignen!

Denn: Nicht jedes Material kann alles!

Für den Unterricht bedeutet das am Ende, Materialien auszuwählen und einzuführen, die für alle Schuljahre und Zahlräume zielführend eingesetzt werden können.

Aufgabe:

- Nehmen Sie die didaktischen Materialien zur Hand, die Sie im Unterricht einsetzen möchten.
- Füllen Sie für jedes einzelne Material beide Teile des „Stiftung Warentest“ aus.

★ Diskutieren Sie anschließend mit einem Kollegen oder dem ganzen Stufenteam Ihre Ergebnisse. Finden Sie gemeinsam eine Entscheidung für Material, das den „Warentest“ gut bestanden hat, das aber auch zu ihrem Buch und ihrem Unterricht passt.

★ Überlegen Sie, ob nicht auch ihre Schüler den „Warentest“ zur Darstellung von Operationen (Teil 2) im Unterricht durchführen können, um selbst über die Vor- und Nachteile ins Gespräch zu kommen.

Literatur

Radatz/ Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover 1996.

Didaktische Kriterien Teil 2

	Können mithilfe des Materials folgende Aufgaben dargestellt werden?	voll zutreffend	weitgehend	teilweise	nicht zutreffend	Notizen
1	$15 - 8 =$					
2	$39 + 50 =$					
3	$83 - 29 =$					
4	$47 + \underline{\quad} = 63$					
5	$465 - 227 =$					

Gesamturteil

(Zählen Sie in jedem Teil des Stiftung Warentest aus, welche Einschätzung am häufigsten vorkommt. Notieren sie diese hier. Dabei können Sie nicht Zutreffendes streichen.):

1. Das didaktische Material erfüllt die **praktischen Kriterien** voll / weitestgehend / teilweise / nicht.
2. Das didaktische Material erfüllt die **didaktischen Kriterien in Teil 1** voll / weitestgehend / teilweise / nicht.
3. Das didaktische Material erfüllt die **didaktischen Kriterien in Teil 2** voll / weitestgehend / teilweise / nicht.

Begründung/ Bemerkung:



**Es folgen Beispiele
zum Aufbau „mentaler Vorstellungen“
im Unterricht!**



„Rechenaufgaben“ in den Kopf?!

Von der Handlung
zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)



„Konkrete Phase“

„Auf dem Weg in den
Kopf“

„Im Kopf (richtig) **rechnen**“

Was genau im Kopf eines Kindes passiert,
können wir nur erahnen.

Im Austausch mit ihm, kann es uns
Einblicke in seinen „Kopf“ gewähren.



„Rechenaufgaben“ in den Kopf?! Vgl. Modul 3.2

Von der Handlung zur mentalen Vorstellung („Mathe im Kopf“)

„Konkrete Phase“

„Auf dem Weg in den
Kopf“

„Im Kopf (richtig) **rechnen**“

Mit Material handeln
und Handlungen
beobachten
(von sich selbst und
anderen).

Rechenwege im Kopf
vorstellen und
beschreiben.

Mit dem „Bild im Kopf“
(mentale Vorstellung) ohne
Material rechnen.

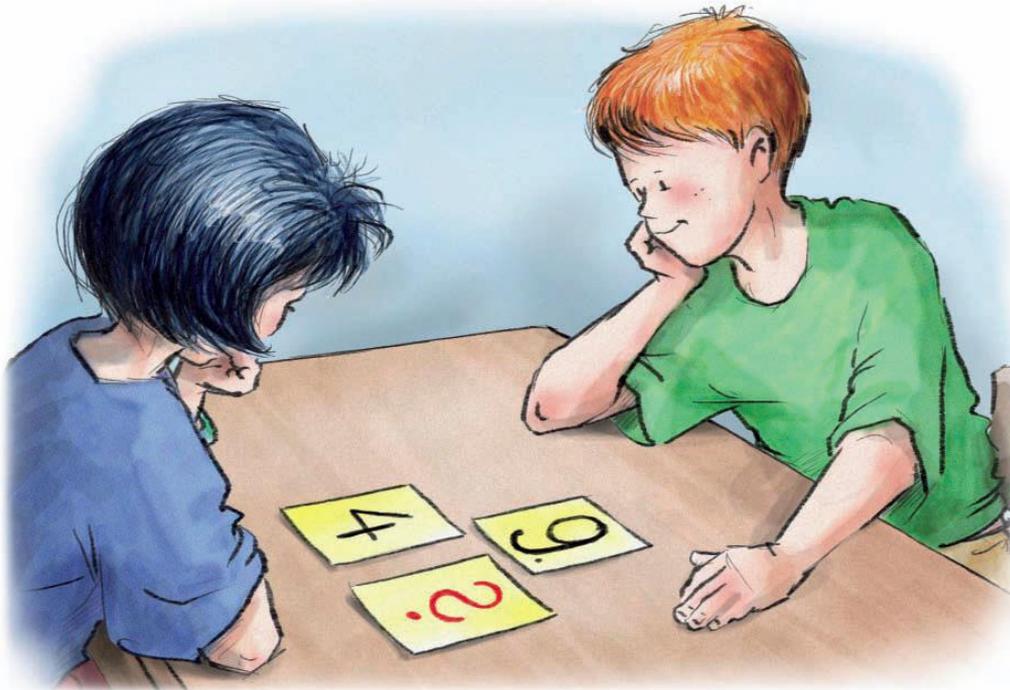
Modell in Anlehnung an Wartha IN Schipper/ Wartha/ Schroeders 2011, S.113f.



„Rechenaufgaben“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Rechenweg **im Kopf vorstellen** und beschreiben



„*Verdecktes Zählen* in der
Vorstellung
fördert die Ablösung
vom
zählenden Rechnen“
(Schipper)

W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm



„Rechenaufgaben“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Rechenweg im Kopf vorstellen und beschreiben



„Von der
Zahlzerlegung
zum *Rechnen*.
Auch hier wird die
Ablösung vom
zählenden Rechnen
weiter gefördert.“
(Schipper)

W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

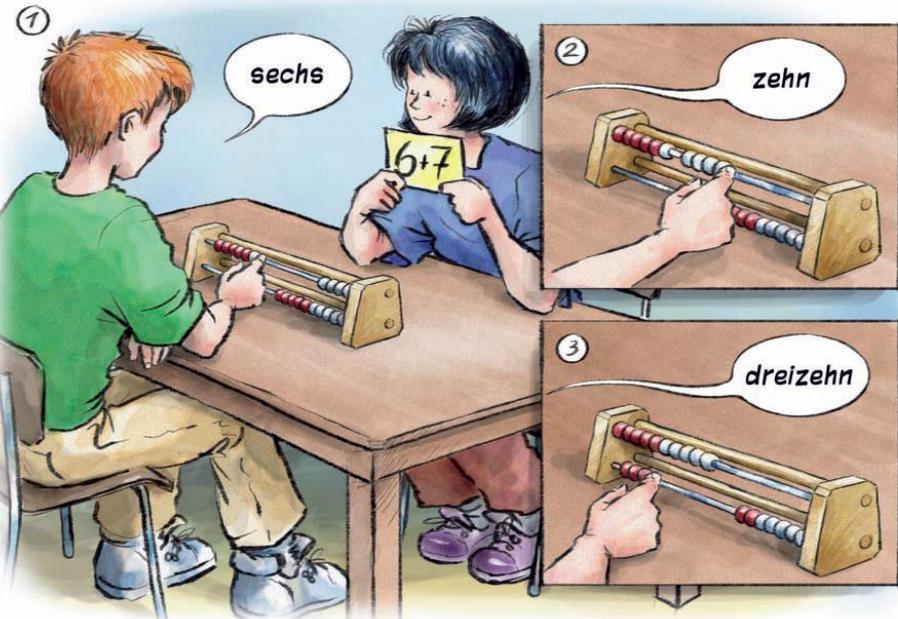


„Rechenaufgaben“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Mit Material handeln und Handlung beobachten/ beschreiben

Rechenweg im Kopf vorstellen und beschreiben



W. Schipper, Forderkarte: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm



„Rechenaufgaben“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Mit **Material handeln** und Handlung beobachten/ beschreiben

Rechenweg im **Kopf vorstellen** und beschreiben



„Aus den Handlungen am Rechenrahmen sollen **mentale Vorstellungen** entstehen, die es den Kinder letztlich ermöglichen, **Rechenaufgaben nur noch im Kopf zu lösen.**“
(Schipper)

W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

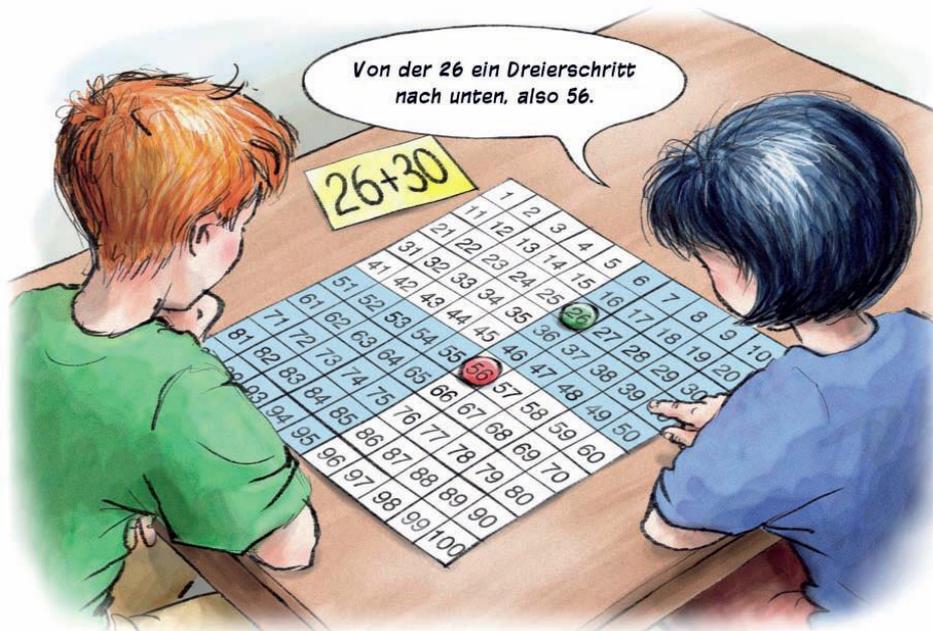


„Rechenaufgaben“ in den Kopf?!

„Mentales Handeln“ anregen

Mit **Material handeln** und Handlung beobachten/ beschreiben

Rechenweg im **Kopf vorstellen** und beschreiben



W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm



Ziel 3:



Material (neu) auswählen und sortieren ! („*ICH-DU-WIR*“)

Sie haben in der Auseinandersetzung mit dieser Thematik sicher verschiedene Eindrücke und Anregungen erhalten.

Notieren Sie zunächst für sich selbst, welche Materialien Sie in Zukunft in Ihrer Klasse nutzen möchten. Versuchen Sie Ihre Auswahl zu begründen.



Welche Materialien haben sich auch unter neuen Gesichtspunkten bewährt, welche würden Sie gerne hinzu nehmen?

Stellen Sie sich anschließend gegenseitig Ihre Notizen vor.



Überlegen Sie gemeinsam nach praktikablen Lösungen zur Umsetzung Ihrer Ideen.

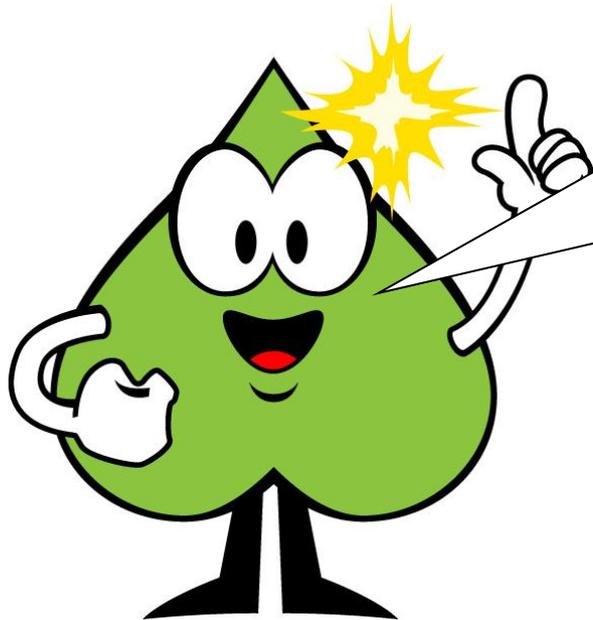


Zum Abschluss



**Entwickeln Sie einen „Fahrplan“
für die Weiterarbeit!**

Halten Sie alles schriftlich fest!



Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!





Zum Nachdenken

„Das Rechnenlernen stützt sich auf konkrete Handlungen zunächst mit realen Alltagsgegenständen und deren zeichnerischer Darstellung, die dann durch Veranschaulichungsmittel ergänzt bzw. abgelöst werden.“

(Kaufmann/ Wesslowski 2006, S. 39)

„Auch das beste Material sorgt nicht von selbst dafür, dass das Kind die richtige mathematische Einsicht entwickelt.“

(Gaidoschik IN Österreichisches Rechneschwäche Magazin – 1/2000)

„Das Wesentliche ist also gar nicht das Erarbeitungs-Material selbst. Sondern wesentlich ist, in welcher Weise dieses Material vom Kind unter Anleitung eines Betreuers verwendet wird.“

(Gaidoschik IN Österreichisches Rechneschwäche Magazin – 1/2000)

„Nicht das Material selbst ist entscheidend für den Erfolg, sondern seine richtige Verwendung. Richtige Verwendung heißt aber auch, im entscheidenden Augenblick auf das Material wieder zu verzichten.“

(ebd.)



Zum Nachdenken

„Vieles hätte ich verstanden, wenn man es mir nicht erklärt hätte.“

Stanislaw Jerzy Lec

Die Annahme, dass eine in seinen Augen sinnlose Aussage oder Rechoperation einen Sinn bekommt, wenn das Kind sie nur oft genug wiederholt, ist ebenso absurd wie die Vorstellung, ein Papagei wisse, worüber er redet, wenn er es nur lange genug tut.

(Holt IN Gaidoschik 2010, S. 93)

Mathematiklernen ist ein Prozess, „bei dem sich zunächst das Kind der Lehrerin verständlich macht - nicht umgekehrt.“

(Hans Wielpütz: Erst verstehen, dann verstanden werden. In: Grundschule H. 3/1998, S. 9 – 11.)



Literatur

- Gaidoschik, Michael: Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Buxtehude 2010.
- Hoenisch/Niggemeyer: Mathekings. Junge Kinder fassen Mathematik an. Weinheim, Basel, Berlin 2007.
- Kaufmann/ Wessolowski: Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine. Seelze 2006.
- Lorenz, J. H.: „Die Macht der Materialien (?) - Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentation“ IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.
- Müller/ Wittmann: Handbuch produktiver Rechenübungen. 1. Schuljahr. Leipzig 2. Auflg. 2007.
- Peter-Koop/ Grüßing: Mit Kindern Mathematik erleben. Seelze 2007.
- Radatz/Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover 1996.
- Rödler, K.: Erbsen, Bohnen, Rechenbrett: Rechnen durch Handeln. Seelze 2006.
- Scherer, P.: Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum. Leipzig, 1. Auflg. 2003.
- Schipper, W.: SINUS-Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G4: Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. Kiel 2005.
- Schipper, Wilhelm/ Wartha, Sebastian/ von Schroeders, Nicolai: Bielefelder Rechentest für das 2. Schuljahr. Handbuch zur Diagnostik und Förderung. Braunschweig 2011.
- Schipper, Wilhelm: Vom Calculieren zum Kalkulieren – Materialien als Lösungs- und als Lernhilfe. IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.
- Spiegel/ Selter (2003): Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollen. Seelze, 4. Auflg. 2007.
- Wittmann, Erich Ch.: 'Weniger ist mehr': Anschauungsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule. In: K.P. Müller (Hrsg.) Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker: 394-397, 1993.

Internetverzeichnis

KIRA: www.kira.uni-dortmund.de und: PIK AS: www.pikas.uni-dortmund.de