



# Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten

 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

Zahlvorstellung: Relational



L: „Könnt ihr jetzt sagen, wie viel mehr Nüsse im vollen Glas waren?“  
B: „elf!“  
M: „sechs!“

„Da sind mehr Nüsse“  
(kardinal)

2011 © PIK AS (<http://www.pikas.de>) 

24

## Modul 3.1

### Rechenschwierigkeiten vorbeugen – von Anfang an



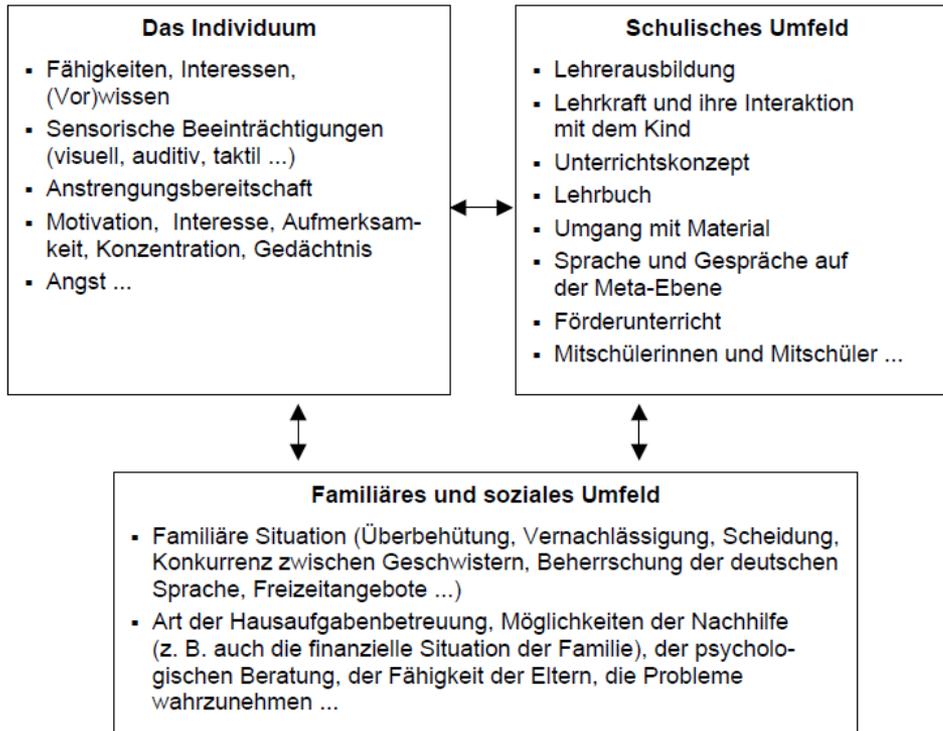
# Annäherung an das Thema

## Worum es (nicht) geht

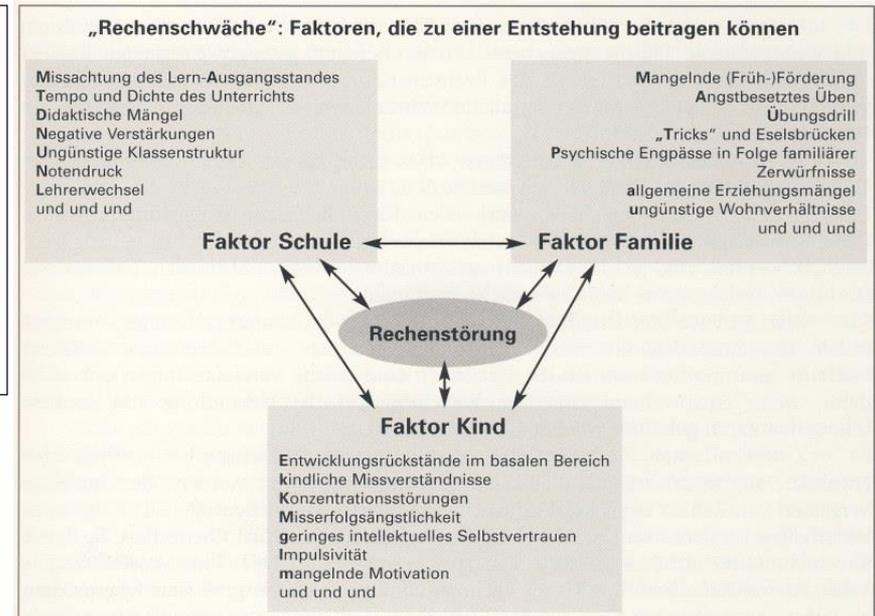
Es geht **NICHT** ...

um eine umfassende theoretische Begriffsklärung des Konstrukts „Rechenschwäche“ mit einer Beschreibung der möglichen Risikofaktoren und allen möglichen Symptomen.

### Schipper



### Gaidoschik





# Annäherung an das Thema



Übersicht Drucker  
Seite versenden

- Startseite
- Das Institut
- Unser Angebot
- Onlinetest**
- Online-Test Lese- und Rechtschreibschwäche
- Online-Test Rechenschwäche
- Aktuelles
- Kontakt
- Gästebuch
- Seitenübersicht

- 5. Arbeits- und Hausaufgabenverhalten**
- das Erledigen der Mathematik-Hausaufgaben nimmt ungewöhnlich viel Zeit in Anspruch
  - einfache Aufgaben brauchen eine überlange Zeitphase und enormen Konzentrationsaufwand, vor allem bei zweistelligen Additionen bzw. Subtraktionen
  - große Anzahl nicht gelöster Aufgabenblöcke in Klassenarbeiten, obwohl der gleiche Aufgabentyp bereits in den ersten Aufgabenstellungen erfolgreich bearbeitet wurde
  - Versuche, die Hausaufgaben zu verweigern oder zu vergessen

- 6. Verhaltensauffälligkeiten**
- Schulangst oder Angst vor Arbeiten
  - Ein-/Schlaf-/Durchschlafstörungen
  - Ängstlichkeit, Kontaktscheue
  - Konzentrationsschwäche
  - Bauchweh, Übelkeit
  - Kopfschmerzen
  - störendes Verhalten
  - Aggressivität
  - Motorische Unruhe
  - Nervosität
  - Nägelkauen
  - Minderwertigkeitsgefühle oder Depressivität
  - Clownerie
  - Bettnässen
  - Daumenlutschen
  - Sonstiges:

**M. Kühlmann**  
Kinder- und Jugendlichenpsychotherapeut

lkulie



**Aktuelles**  
kostenlos Training "MentalFit  
aktivieren" [\[mehr\]](#)

Rechtschreibtraining für Kinder  
und Jugendliche [\[mehr\]](#)

Rechtschreibtraining für Kinder  
ab dem 6. Schuljahr [\[mehr\]](#)

Rechtschreibtraining für Kinder  
ab dem 1. Schuljahr [\[mehr\]](#)

Minuend und Subtrahend werden ganz oder teilweise vertauscht.



# Annäherung an das Thema

---

## Worum es (nicht) geht

Es geht **NICHT** ...

um eine umfassende theoretische Begriffsklärung des Konstrukts „Rechenschwäche“ mit einer Beschreibung der möglichen Risikofaktoren und allen möglichen Symptomen.

Es geht ...

um die Frage, wie die Ablösung vom „zählenden Rechnen“ gelingen kann.





# Annäherung an das Thema

---

## Worum es (nicht) geht

Es geht **NICHT** ...

darum ,die Ursachen von „Rechenschwierigkeiten“ in den Dispositionen des Kindes zu suchen.

Es geht ...

darum, die Ursache von „Rechenschwierigkeiten“ im Nichtverstehen von mathematischen Inhalten zu suchen.

also darum, den Unterricht so zu planen, dass „Rechenschwierigkeiten“ vorgebeugt werden kann.





# Annäherung an das Thema

---

## Worum es (nicht) geht

Es geht **NICHT** ...

um spezielle Übungen für die Behebung von „Rechenschwierigkeiten“.

Es geht ...

um Unterrichtsideen für die Förderung ALLER Kinder mit dem Ziel sich vom zählenden Rechnen zu lösen.





# Annäherung an das Thema

## Zum Einstieg: Hannah rechnet

Interviewausschnitt

Ende 2. Schuljahr

I:	<b>Und bei dieser Aufgabe?</b> <i>Interviewerin zeigt die Aufgabe 7+8</i>
H:	<b>acht, neun, zehn, elf, zwölf</b> <i>streckt nacheinander Daumen, Zeigefinger, Ringfinger, Mittelfinger und kleinen Finger ihrer linken Hand aus, stockt kurz</i> <b>dreizehn, vierzehn, fünfzehn</b> <i>streckt nacheinander Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger ihrer rechten Hand nach oben.</i> <b>fünfzehn</b> <i>schreibt fünfzehn als Ergebnis auf.</i>

Was muss ein Kind verstehen, damit es nicht (mehr) zählend rechnet?





# Annäherung an das Thema

**Was muss ein Kind verstehen, damit es nicht (mehr) zählend rechnet?**

$$7 + 8$$

Zum Beispiel:  $7 + 8 = 7 + 7 + 1 = 15$

Um so zu rechnen, muss das Kind verstehen, dass sowohl Zahlen als auch Aufgaben miteinander in Beziehung stehen, d.h. es sollte..

- eine tragfähige Zahlvorstellung haben
- Ableitungen nutzen
- Aufgaben automatisieren
- flexibel rechnen





# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.1

---

- 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung**
- 2. Nutzen von Ableitungen**
- 3. Automatisierte Aufgaben**
- 4. Flexibles Rechnen**
- 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung**
- 6. Fazit**





# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.1

---

- 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung**
- 2. Nutzen von Ableitungen**
- 3. Automatisierte Aufgaben**
- 4. Flexibles Rechnen**
- 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung**
- 6. Fazit**





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

6
Zahldetektive
7

Hauptstraße		
3		
2		
1		
E		

Zone

Uhr

Welche Zahlen passen?

Suche Zahlen in deiner Umgebung.

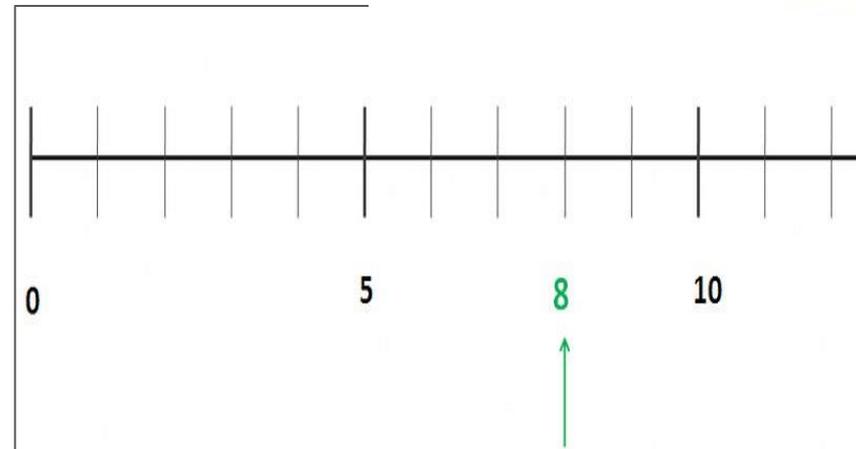
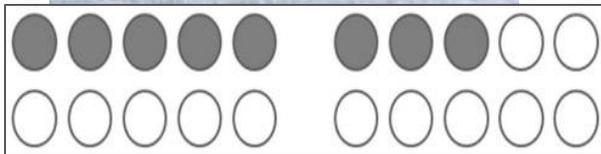




# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

**Welche Vorstellungen sollten Kinder zu Zahlen aufbauen?**

*eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht*

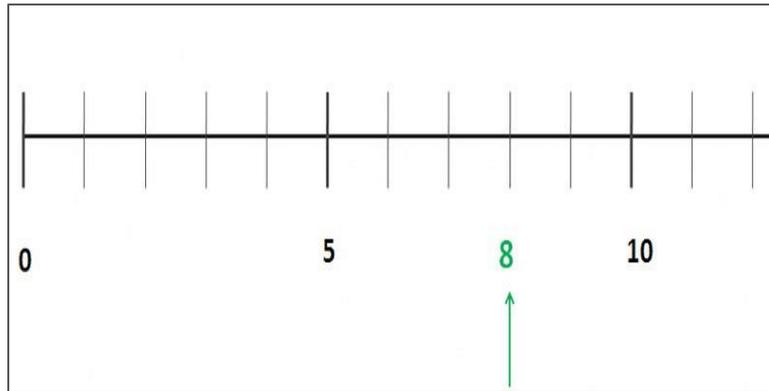




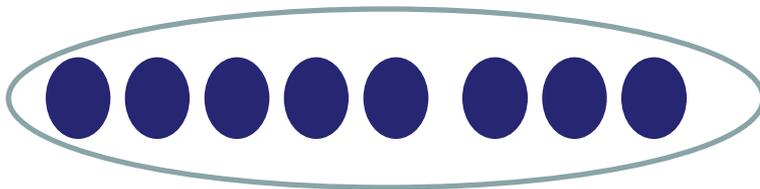
# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Bedeutung von Zahlen

**ordinal:** Zahlen als Bezeichnung einer Ordnung von Elementen



**kardinal:** Zahlen als Bezeichnung für Mengen





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

Um sich Beziehungen zwischen Zahlen vorzustellen, ist eine kardinale Sicht auf Zahlen nötig:

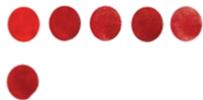
**Mengen** werden in Beziehung zueinander gesetzt

Zahldarstellung:

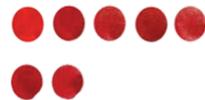
unstrukturiert:



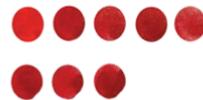
strukturiert:



6



7



8



9



10





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

---

## Beziehungen zwischen Zahlen

- Teile- Ganzes Beziehung
- Relationale Beziehung

Die **Bedeutungen von Zahlen** und **Beziehungen zwischen Zahlen** bilden die Grundlagen für das Ausnutzen von Zahlbeziehungen beim geschickten Rechnen und damit für die Ablösung vom zählenden Rechnen.

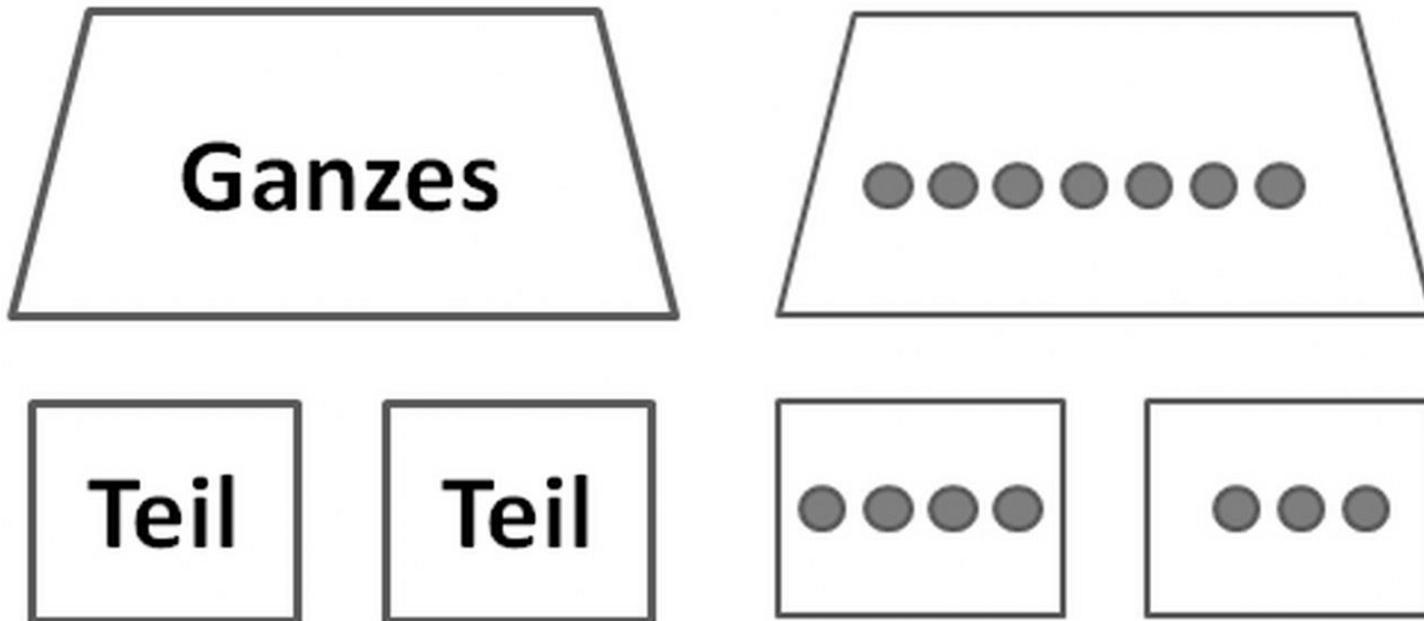




# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes

Zahlen sind zerlegbar und aus Teilen/ anderen Zahlen zusammengesetzt

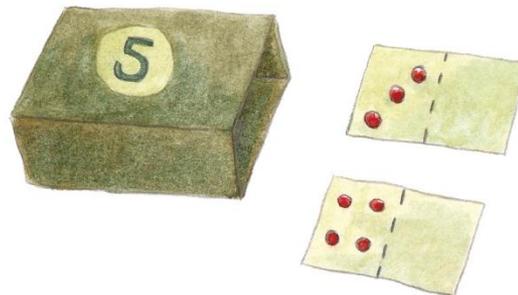




# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes

Plättchen werfen und Schüttelboxen





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes



„Ich zerlegen  
die 7 in 4  
und 3.“





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes

„Wir **zerlegen** die Schokolade in mehrere Teile“

**Ganzes**



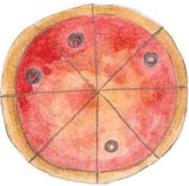
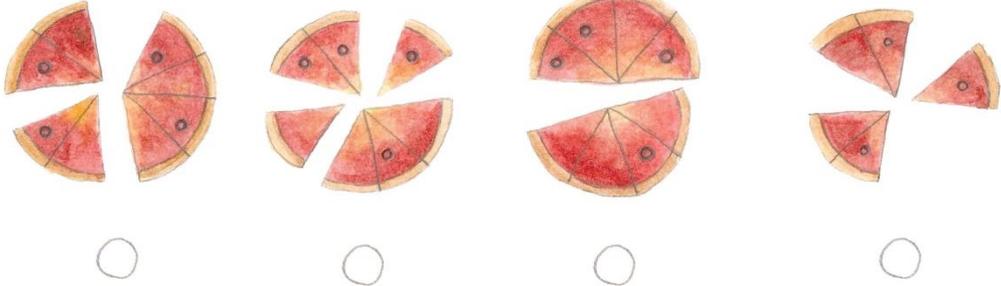
**Teile**





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes

das Ganze	die Teile
	
	





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes



8

Die Zerlegung einer Menge in zwei Teilmengen ändert nichts an der Gesamtmenge.



8

Kompensierende Mengenveränderung

*„Ich nehme einen Würfel und lege ihn zu Dir. Haben wir beide zusammen jetzt noch genauso viele Würfel, wie in der großen Schachtel waren?“*

3

5





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Teile – Ganzes

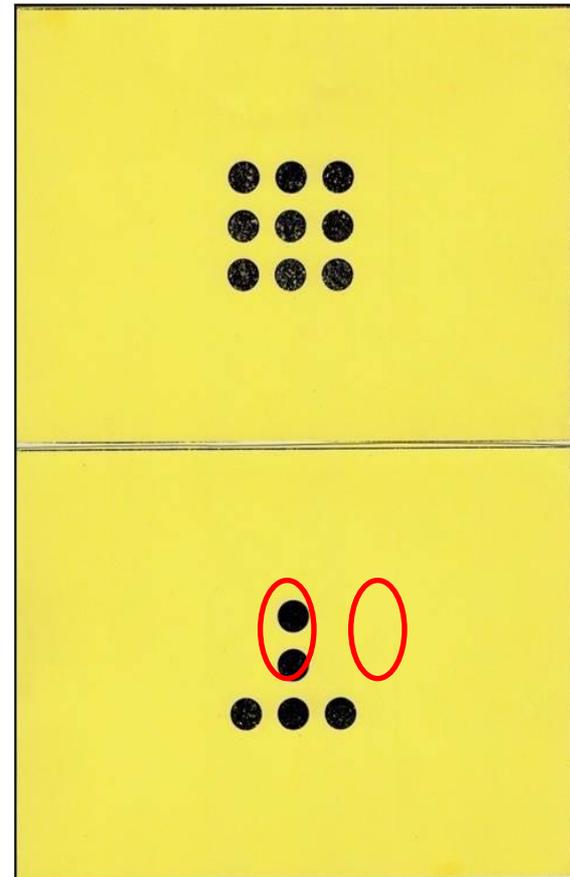
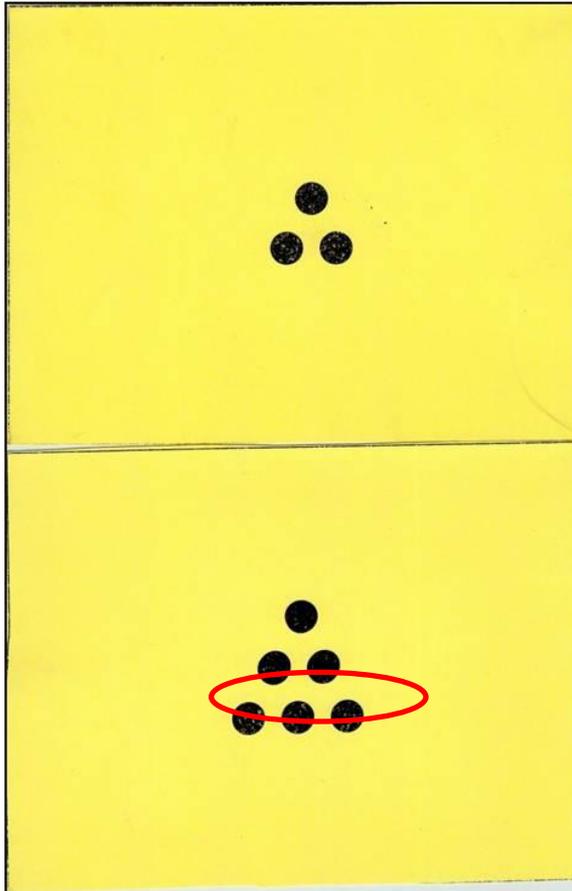




# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational

Anzahlen unterschiedlicher Mengen vergleichen





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational



L: „Könnt ihr jetzt sagen, **wie viel mehr** Nüsse im vollen Glas waren?“

B: „elf!“

M: „sechs!“

„Da sind mehr Nüsse“  
(kardinal)





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

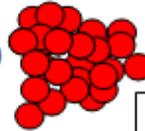
## Zahlvorstellung: Relational

Spiel: Hamstern – ein Spiel für 2 ☺☺

Ihr braucht:



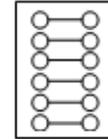
20 bis 40



für den „Topf“



„Vergleichsraster“



Ziel:

Möglichst viele  sammeln

Spielregel:

Beide ☺☺ würfeln



und legen

die gewürfelte Anzahl an   
an das „Vergleichsraster“.



Der Spieler, der mehr  hat, darf  
die  die er **mehr** hat „hamstern“  
(für sich zur Seite legen).



Die anderen  kommen wieder in  
den  und eine neue Runde beginnt.

Spielende:

Wenn der  leer ist.

Gewinner:

Wer am Ende die meisten  hat.



# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Aktivität:



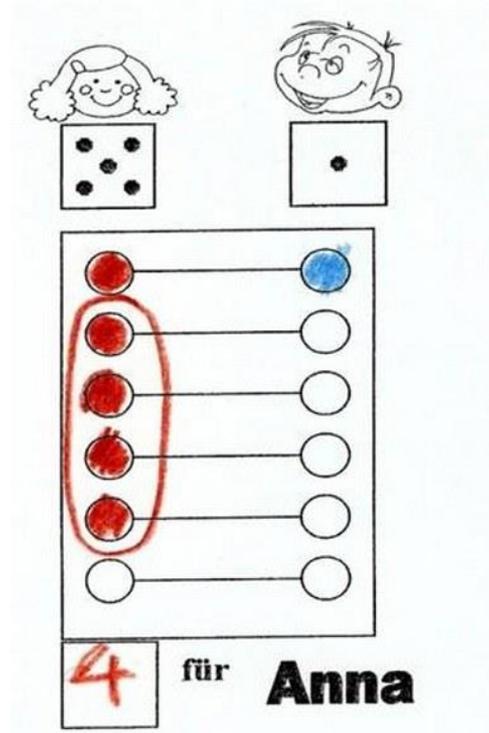
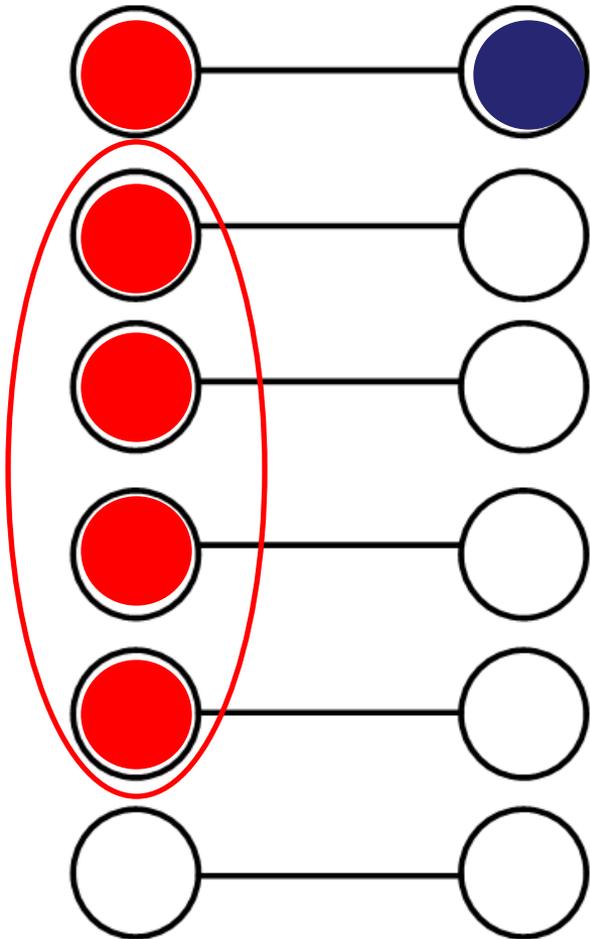
1. Spielen Sie das Spiel „Hamstern“ mehrere Runden.
2. Überlegen Sie gemeinsam, welche Möglichkeiten dieses Spiel in Hinblick auf den weiteren Kompetenzaufbau und Differenzierungsmaßnahmen bietet.





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational



Handlungsbegleitendes Sprechen:  
„Ich habe 4 **mehr**“  
„Du hast 4 **weniger**“





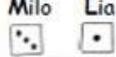
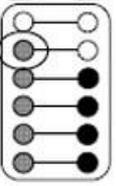
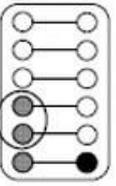
# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational

**Hamstern 1**



Milo Lia

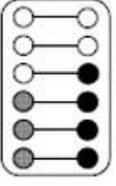
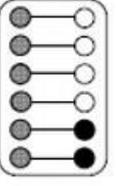





Milo hat 1 mehr.

Milo hat    mehr.

Milo Lia



   hat    mehr.

   hat    mehr.

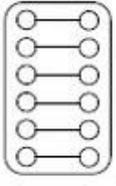
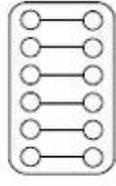
**Hamstern 2**



Zeichne die Plättchen.  
Trage ein, wie viele Plättchen die Kinder bekommen.

Milo Lia

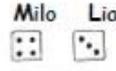
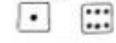
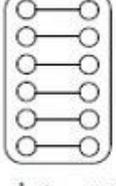
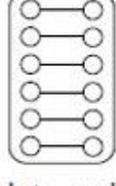


Lia hat    mehr.

Milo hat    mehr.

Milo Lia

   hat    mehr.

   hat    mehr.

   hat    weniger.

   hat    weniger.

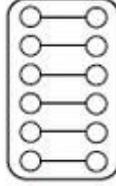
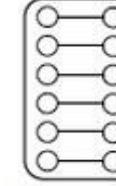
**Hamstern 3**



Zeichne das Würfelbild und die Plättchen.  
Trage ein, wie viele Plättchen die Kinder bekommen.

Milo Lia



Lia hat 1 mehr.

Lia hat 3 mehr.

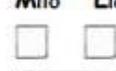
Milo hat 2 mehr.

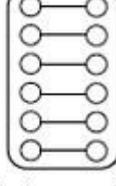
Milo hat 1 weniger.

Milo hat 3 weniger.

Lia hat 2 weniger.

Milo Lia






Milo hat    mehr.

Lia hat    mehr.

   hat    mehr.

Lia hat    weniger.

Milo hat    weniger.

   hat    weniger.



# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational

### BINGO

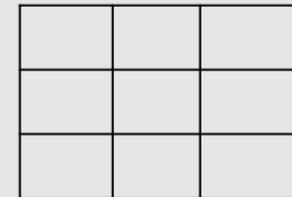
„Welche Zahl ist ...?“

um 1 größer als \_\_\_

um 1 kleiner als \_\_\_



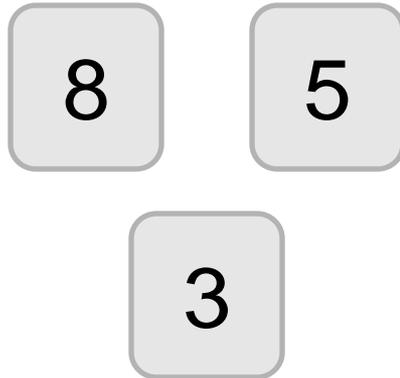
Selbst spielen:  
Schreiben Sie die Zahlen zwischen 1  
und 9 in ein Neunerfeld.





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational



### Vergleichs-Bingo

	ist um		größer als		.
--	--------	--	------------	--	---

	ist um		größer als		.
--	--------	--	------------	--	---

	ist um		größer als		.
--	--------	--	------------	--	---

	ist um		größer als		.
--	--------	--	------------	--	---



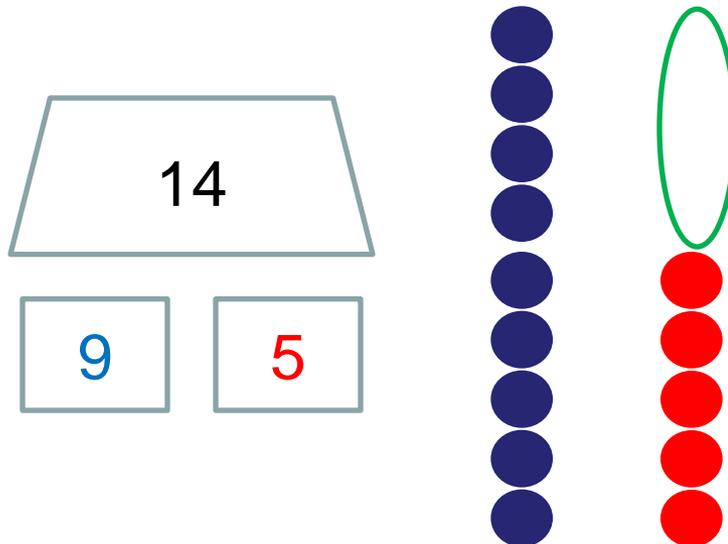
# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

## Zahlvorstellung: Relational

Aktuelle VERA Aufgabe des 3. Schuljahrs:

John und Paula haben zusammen 14 Fische gefangen.  
John hat 9 Fische gefangen.  
Wie viele Fische hat Paula weniger gefangen als John?

Antwort: \_\_\_\_\_ Fische





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

---

## Zahlvorstellungen

Nur durch ein Verständnis über die Beziehungen zwischen Zahlen lassen sich elegantere Rechenstrategien entwickeln, um einfacher und schneller zum Ergebnis zu kommen.





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

Bitte rechnen Sie:  $G - D =$

A entspricht 1, B entspricht 2, ...

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>..</b>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	..





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

Bitte rechnen Sie:  $N - M =$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	..
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	..

N ist um A größer als M  
M ist um A kleiner als N





# 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

---

- Wenn Zahlen nur als Reihen zum Abzählen verstanden werden, kann nur zählend gerechnet werden (viele Schulanfänger)
- Wichtig sind Einsichten in Beziehungen zwischen Zahlen (Unterrichtsinhalte)





# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.1

---

- 1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung**
- 2. Nutzen von Ableitungen**
- 3. Automatisierte Aufgaben**
- 4. Flexibles Rechnen**
- 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung**
- 6. Fazit**





## 2. Nutzen von Ableitungen

---

### Ableiten

- ein unbekanntes Ergebnis über eine (auswendig) gewusste andere Aufgabe herleiten.
- Beziehungen zwischen Aufgaben entdecken und nutzen
- Weniger mühsam und zeitintensiv als Zählen

*Zählmethoden als alleinige oder vorwiegend praktizierte Lösungsstrategie bei Kindern über das erste Schuljahr hinaus zu tolerieren, ist unterlassene Hilfeleistung.*

(GERSTER, 1994)





## 2. Nutzen von Ableitungen

---

### Addition:

Fast-Verdoppeln:

$$6 + 7 = 6 + 6 + 1$$

Nutzen der Zehnernähe:

$$9 + 6 = 10 + 6 - 1$$

Gegensinniges Verändern:

$$5 + 7 = 6 + 6$$

Das Zerlegen und Zusammensetzen  
(Teilschrittverfahren):

$$7 + 5 = 7 + 3 + 2$$





## 2. Nutzen von Ableitungen

Einspluseins-Tafel

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9	1+10
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9	2+10
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9	3+10
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9	4+10
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10
10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9	10+10

-  Aufgaben mit 10+
-  Aufgaben mit +10
-  Verdopplungsaufgaben
-  Partneraufgaben





## 2. Nutzen von Ableitungen

Einspluseins-Tafel

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9	1+10
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9	2+10
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9	3+10
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9	4+10
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10
10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9	10+10

Legend:

- Aufgaben mit 10+
- Aufgaben mit +10
- Verdopplungsaufgaben
- Partneraufgaben
- Ergebnisse kleiner 10





# 2. Nutzen von Ableitungen

I

Einspluseins-Tafel

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9	1+10
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9	2+10
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9	3+10
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9	4+10
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10
10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9	10+10

68 leichte Aufgaben

-  9 oder 10 Aufgaben mit 10+
-  9 oder 10 Aufgaben mit +10
-  9 oder 10 Verdopplungsaufgaben
-  8 oder 9 Partneraufgaben
-  32 oder 36 Ergebnisse kleiner 10

32 schwere Aufgaben

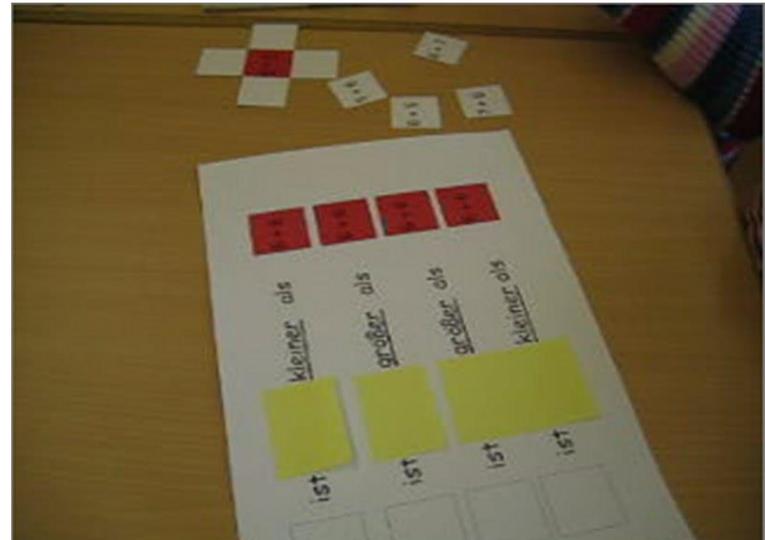
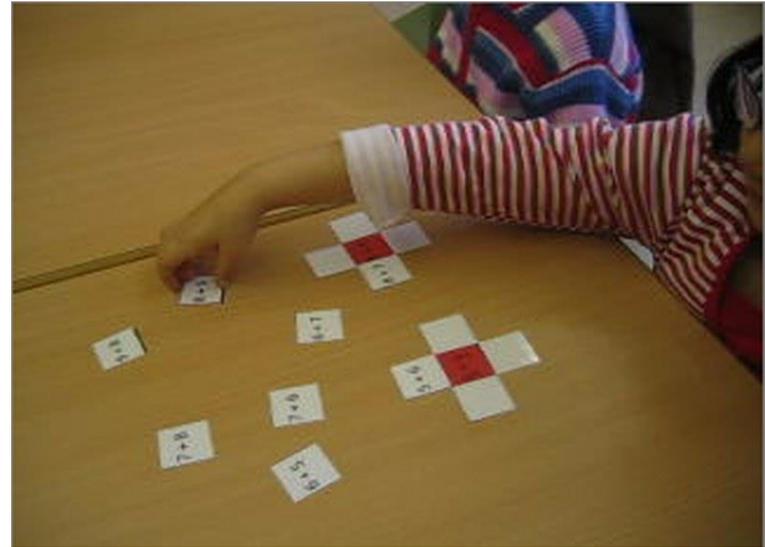
- wichtig: Ableitungen





## 2. Nutzen von Ableitungen

### Ableiten





## 2. Nutzen von Ableitungen

### Aktivität



Überlegen Sie bitte in Kleingruppen:

1. Wie sieht eine 1-1 Tafel aus?
2. Formulieren Sie analoge Aufgabenstellungen für die 1-1 Tafel.

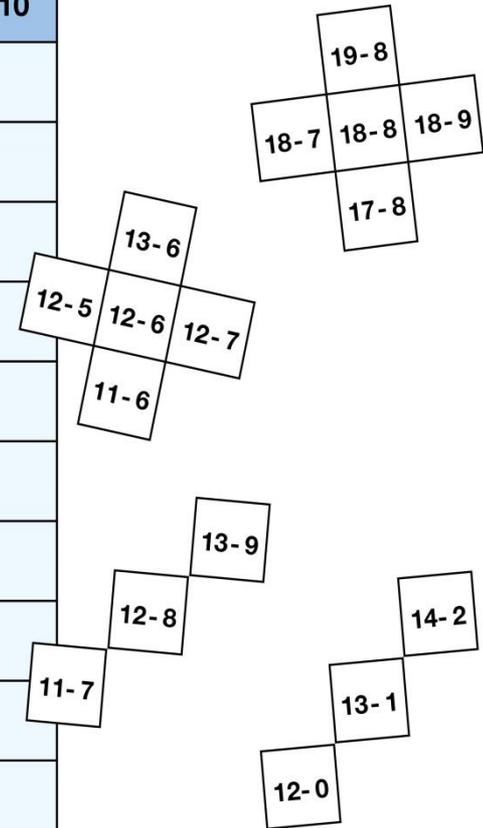




## 2. Nutzen von Ableitungen

Einsminuseins-Tafel

-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20											
19											
18											
17											
16											
15											
14											
13											
12											
11											
10											





## 2. Nutzen von Ableitungen

---

### Ableitungen thematisieren

- einige Kinder entdecken und nutzen diese Ableitungen oft von sich aus
- andere Kinder brauchen gezielt Unterstützung
- es ist ein Trugschluss, davon auszugehen, dass dieses Nachvollziehen von Rechenschritten gerade für leistungsschwache Kinder eine Überforderung darstellt
- die Einsicht in Beziehungen zwischen Zahlen und Beziehungen zwischen Aufgaben **entlastet**





## 2. Nutzen von Ableitungen

---

$$7 + 8$$

$$7 + 8 = 7 + 7 + 1 = 15$$

### Ablösung vom zählenden Rechnen durch

- Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung
- Nutzen von Ableitungen
- Automatisierte Aufgaben
- Flexibles Rechnen

Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung





# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.1

---

1. **Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung**
2. **Nutzen von Ableitungen**
3. **Automatisierte Aufgaben**
4. **Flexibles Rechnen**
5. **Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung**
6. **Fazit**





## 3. Automatisierte Aufgaben

---

### Automatisieren

- Automatisches, schnelles Abrufenkönnen bestimmter verstandener Aufgaben.
- Sinnvolles Automatisieren ist aber erst möglich, wenn entsprechende Zahlvorstellungen vorhanden sind:  
Automatisieren als Lernprozesses:  
zählen → ableiten → automatisieren
- Üben und automatisieren der Grundaufgaben ist unverzichtbar für den weiteren mathematischen Lernprozess

Welche Aufgaben sollten automatisiert werden?



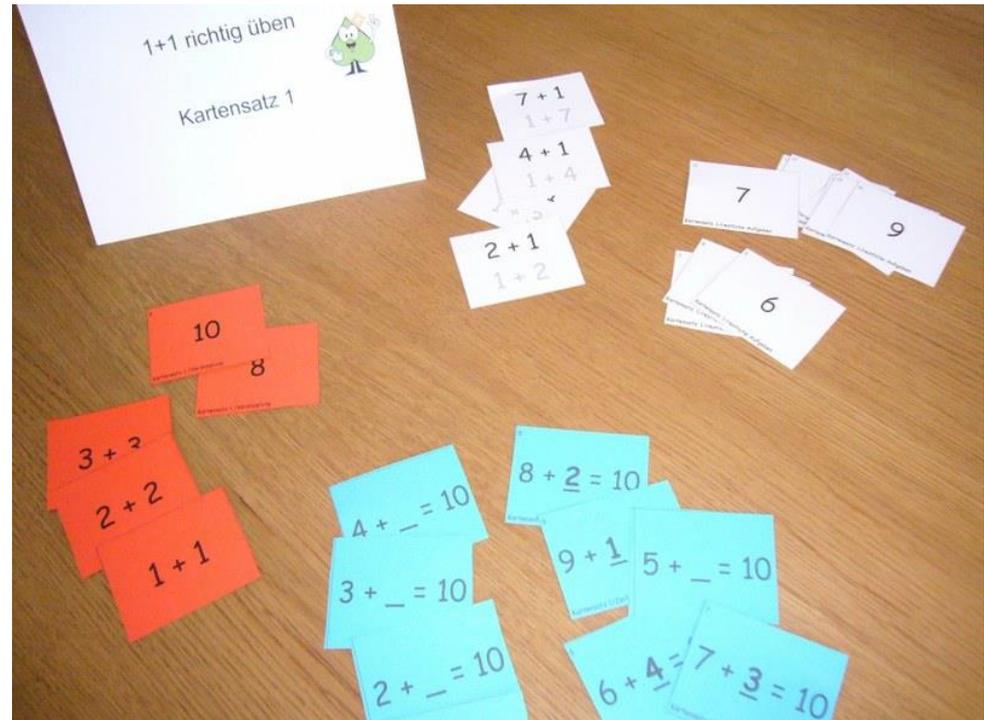


# 3. Automatisierte Aufgaben

## „Richtig“ üben mit der 1+1 Kartei

Kartensatz 1

$3 + 3$	$6$
$2 + \_ = 10$	$2 + \underline{8} = 10$
$2 + 3$ $3 + 2$	$5$



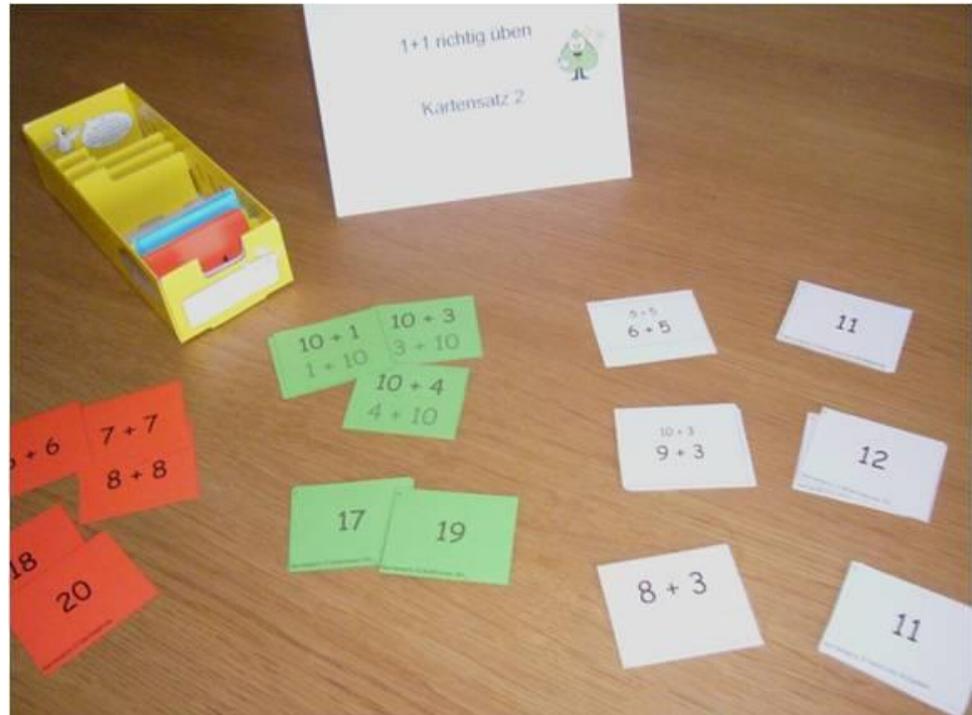


# 3. Automatisierte Aufgaben

## „Richtig“ üben mit der 1+1 Kartei

Kartensatz 2

7+7	
10+5 5+10	
7+7 7+8	10+4 9+4
5+8	





# 3. Automatisierte Aufgaben

## „Richtig“ üben mit der 1+1 Kartei





# 3. Automatisierte Aufgaben

## Blitzrechnen

 **Blitzrechnen:** Zerlegen .....Übt so immer wieder



Reihe zerlegen.



Plusaufgabe nennen.



### Grundlegungsphase:

dient der Verankerung der Übung in grundlegenden Zahldarstellungen (gestützt)

### Automatisierungsphase:

dient der Festigung und „blitzschnellen“ Abrufbarkeit der entsprechenden Wissensselemente und Fertigkeiten (formal)





# 3. Automatisierte Aufgaben

## Blitzrechnen

		Im Zahlenbuch auf Seite	Das kann ich 
1. Wie viele?		19	<input type="checkbox"/>
2. Zahlenreihe		28	<input type="checkbox"/>
3. Zerlegen		34	<input type="checkbox"/>
4. Immer 10/ Immer 20		37	<input type="checkbox"/>
5. Kraft der Fünf		59	<input type="checkbox"/>
6. Verdoppeln		45	<input type="checkbox"/>
7. Einspluseins, Einsminuseins		49, 56	<input type="checkbox"/>
8. Halbieren		89	<input type="checkbox"/>
9. Zählen in Schritten		92	<input type="checkbox"/>
10. Mini - Einmal eins		99	<input type="checkbox"/>

Bildrechte: WITENUM, Müller, Das Zahlenbuch 1 © Ernst Jodel Verlag GmbH, Stuttgart 2004, zusammengefasst im Juli 2010 ID: P1K\_AS\_Wsp\_Zweie\_plus\_und\_minus\_04\_05

Ich bin bereit für den Blitzrechenpass



# 3. Automatisierte Aufgaben

## Blitzrechnen





### Blitzrechenpass

.....  
Name

hat am ..... die Schlussprüfung im Blitzrechnen zum Zahlenbuch 1 abgelegt.

.....  
Bemerkungen

.....  
Unterschrift



### Einzelprüfungen

Name der Übung	1. Prüfung	2. Prüfung
Wie viele?		
Zahlenreihe		
Zerlegen		
Immer 10/Immer 20		
Kraft der Fünf		
Verdoppeln		
Einspluseins, Einsminuseins		
Halbieren		
Zählen in Schritten		
Mini-Einmaleins		

.....  
Stempel



Zahlenbuch





# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.1

---

1. **Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung**
2. **Nutzen von Ableitungen**
3. **Automatisierte Aufgaben**
4. **Flexibles Rechnen**
5. **Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung**
6. **Fazit**





## 4. Flexibles Rechnen

---

Je nach Aufgabe eine möglichst geschickte Ableitung/  
Rechenstrategie verwenden

$$7 + 8$$

$$\begin{aligned} 7 + 8 &= 7 + (7+1) \\ &= 7 + (3+5) \end{aligned}$$





# 4. Flexibles Rechnen

Wie willst du diese Aufgabe rechnen? Überlege zuerst. Verbinde und rechne im Heft.

The diagram illustrates connections between addition problems and strategy suitcases. It features two rows of addition problems in boxes and four suitcases in the middle. Arrows indicate the following connections:

- Top row:  $5 + 8$ ,  $5 + 6$ ,  $9 + 6$ ,  $7 + 5$ ,  $6 + 9$ ,  $8 + 7$
- Bottom row:  $9 + 7$ ,  $7 + 8$ ,  $6 + 7$ ,  $7 + 4$ ,  $6 + 5$ ,  $7 + 9$ ,  $8 + 4$
- Suitcases:
  - Orange: mit Verdopplungs-aufgaben
  - Dark red: mit Aufgaben +10 oder 10+
  - Light red: mit Partner-aufgaben
  - Brown: ganz anders

Connections shown by arrows:

- Orange suitcase:  $5 + 8$  (top) and  $7 + 8$  (bottom)
- Dark red suitcase:  $5 + 6$  (top) and  $6 + 7$  (bottom)
- Light red suitcase:  $7 + 5$  (top) and  $6 + 5$  (bottom)
- Brown suitcase:  $6 + 9$  (top) and  $7 + 9$  (bottom)





# 4. Flexibles Rechnen





## 4. Flexibles Rechnen

I:	<b>Und bei dieser Aufgabe?</b> <i>Interviewerin zeigt die Aufgabe</i> $7+8$
H:	<b>acht, neun, zehn, elf, zwölf</b> <i>streckt nacheinander Daumen, Zeigefinger, Ringfinger, Mittelfinger und kleinen Finger ihrer linken Hand aus, stockt kurz</i> <b>dreizehn, vierzehn, fünfzehn</b> <i>streckt nacheinander Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger ihrer rechten Hand nach oben.</i> <b>fünfzehn</b> <i>schreibt fünfzehn als Ergebnis auf.</i>





# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.1

---

1. **Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung**
2. **Nutzen von Ableitungen**
3. **Automatisierte Aufgaben**
4. **Flexibles Rechnen**
5. **Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung**
6. **Fazit**





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

### Operationsvorstellung: Addition

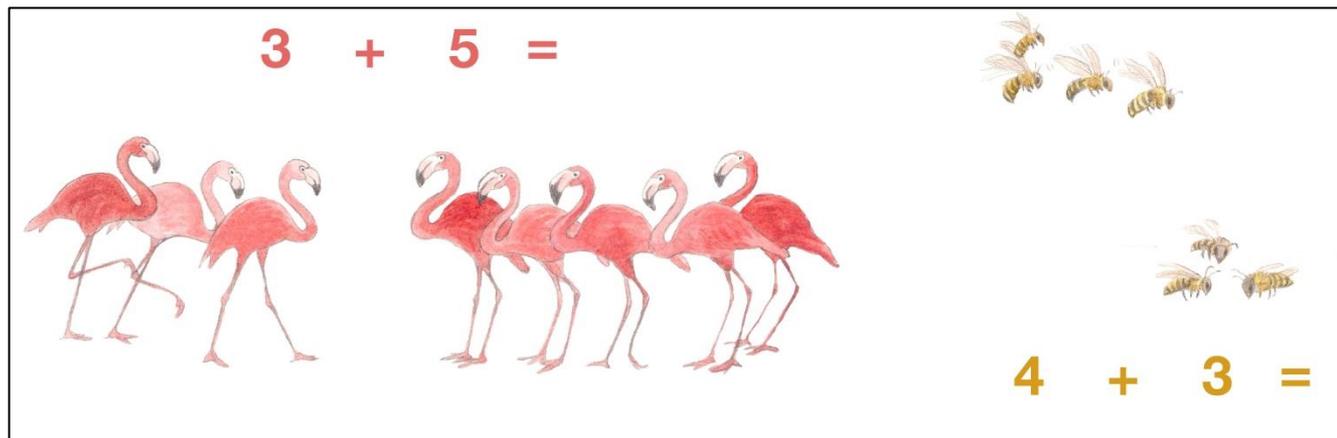
Einführung in Schulbüchern:

Addition

dazutun, dazukommen, auftauchen, hinzukaufen, einfüllen, anzünden, aufkleben, herzaubern, dazulegen, geschenkt bekommen,.....

→ Vorstellung des Hinzufügens

→ Vorstellung des Zusammenfügens





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

### Operationsvorstellung: Subtraktion

Önal subtrahiert:

I:	<i>Interviewer zeigt die Aufgabe 8-3.</i>
Ö:	<b>Acht <u>minus</u> drei. Mach ich drei weg, ... hab ich noch...acht übrig. <i>Schreibt acht auf.</i></b>
I:	<b>Wie bist du darauf gekommen?</b>
Ö:	<b>Das ist doch babyleicht.</b>
I:	<i>Interviewer zeigt die Aufgabe 12-5 .</i>
Ö:	<b>Oh... mach ich fünf weg... habe ich noch ... 12 übrige.</b>

$$12 - 5$$

Welche Vorstellungen zur Subtraktion sollen entwickelt werden?





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

---

### Operationsvorstellung: Subtraktion

Subtraktion

wegnehmen, wegfliegen, aufessen, verkaufen, verlieren,  
abschneiden, austrinken, ausblasen, wegfahren, verschenken,...

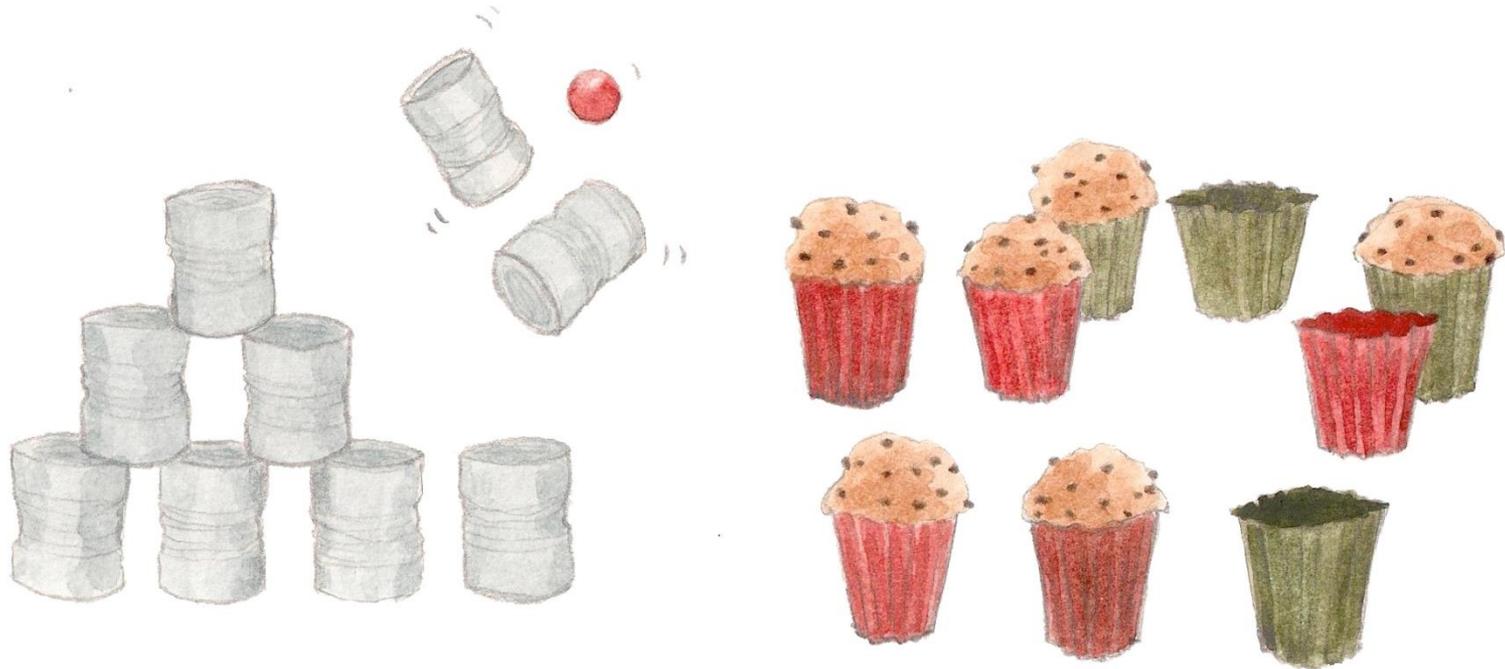
→ Vorstellung des Wegnehmens **von Mengen**





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

**Probleme** bei der bildlichen Darstellung in Ein – Bild – Geschichten





# 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

## Drei – Bild – Geschichten





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

### Drei – Bild – Geschichten





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

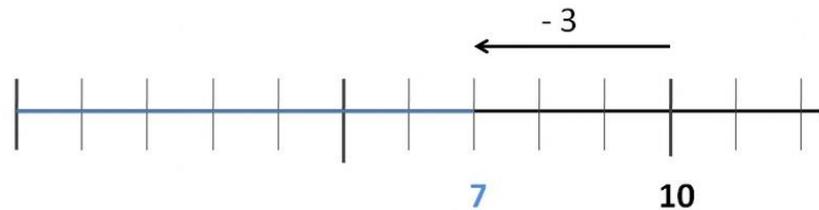
### Subtraktion

wegnehmen, wegfliegen, aufessen, verkaufen, verlieren, abschneiden, austrinken, ausblasen, wegfahren, verschenken,...

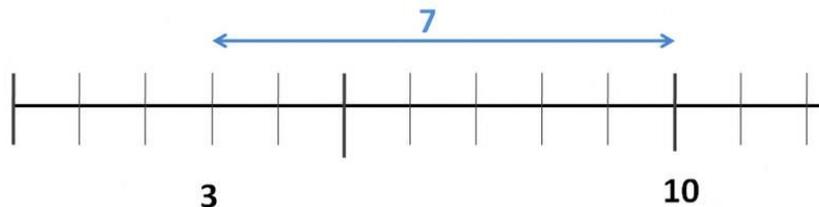
→ Vorstellung des Wegnehmens von Mengen

$$10 - 3 = \underline{\quad}$$

→ Ergebnis als Rest



→ Ergebnis als Unterschied





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

---

Die **Bedeutungen von Zahlen** und **Beziehungen zwischen Zahlen** bilden die Grundlagen

für das Ausnutzen von Zahlbeziehungen beim geschickten Rechnen und damit für die Ablösung vom zählenden Rechnen.





## 5. Exkurs: Aufbau einer tragfähigen Operationsvorstellung

---

Die **Bedeutungen von Zahlen** und **Beziehungen zwischen Zahlen** bilden die Grundlagen

**auch für eine tragfähige Operationsvorstellung** und für das Ausnutzen von Zahlbeziehungen beim geschickten Rechnen und damit für die Ablösung vom zählenden Rechnen.





## 6. Fazit

---

*“Rechenschwache Kinder sind schwach im Rechnen, weil sie es (noch) nicht besser gelernt haben “* (GAIDOSCHIK, 2010)

ABER grundsätzlich erwerben auch diese Kinder mathematisches Wissen nicht anders als andere Kinder

...deshalb gilt für ALLE Kinder:

tragfähige Vorstellungen von Zahlen, Aufgaben und Beziehungen zwischen diesen aufbauen **bevor** automatisiert wird!





# 6. Fazit

<b>Material PIK</b>	Material AS	Projektinfos	Veranstaltungen	Personen
---------------------	-------------	--------------	-----------------	----------



## Einsteiger-Informationen

Auf dieser Seite finden Sie Fortbildungs-, Unterrichts- und Informationsmaterial für zeitgemäßen Mathematikunterricht. Weitere Informationen zum Aufbau und zum Gebrauch dieser Seite finden Sie [hier](#).

» Home » Material PIK



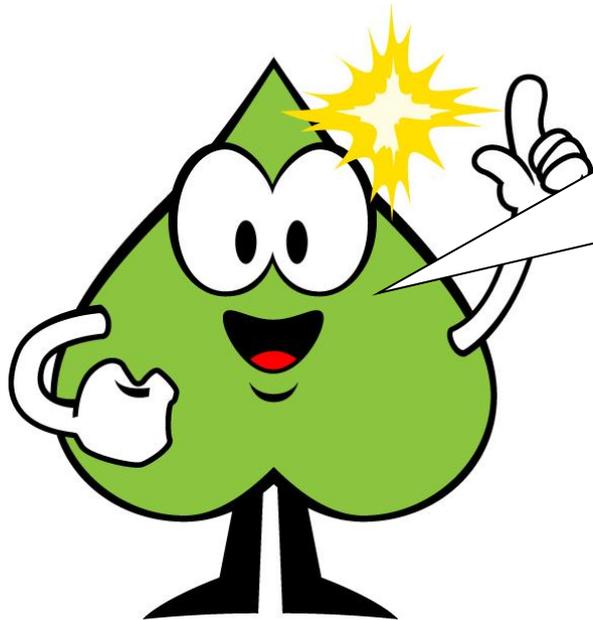
tu technische universität dortmund

Deutsche Telekom Stiftung



Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen





Vielen Dank für  
Ihre  
Aufmerksamkeit!





# Literatur

Gaidoschik, M. (2003): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. Persen. 5. Auflage 2010

Gerster, H.-D.; Schultz, R. (2000): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Pädagogische Hochschule Freiburg. (420 Seiten) Download: [www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/1397/](http://www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/1397/)

Schipper, W.(2005): Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. Beschreibung des Moduls 4 für das Projekt Sinus-Transfer Grundschule (abrufbar unter [www.sinus-grundschule.de](http://www.sinus-grundschule.de) ).

Wehrmann, M. (2003): Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik. Verlag Dr. Köster: Berlin.

Wittmann, E. Ch. (2001): Ein alternativer Ansatz zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. Download: [www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/pdf/foerderansatz.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/pdf/foerderansatz.pdf)

## Literatur zu Materialien:

<http://www.lerntherapie-kuehlmann.de/de/onlinetest-2/index.php> (letzter Aufruf 29.06.2011)

Schipper, W. (2005). Übungen zur Prävention von Rechenstörungen. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 182, Karteikarten 1-16. Seelze. Erhard Friedrich Verlag.

Blitzrechen Kartei: Krauthausen, G.; Wittmann, E.Ch. Klett

Haus 3, UM, 1+1 Kartei

Verboom, L. (2010): „Ich habe 3 Plättchen mehr als du“ In: Mathematik Grundschule, H. 25, S. 6 – 7. (hamster)

Verboom, L. (2009): Vom zählenden Rechnen zum Zahlenblick. Workshop auf dem Symposium „mathe 2000“ in Dortmund 2009.

Schulbücher: Fredo , Zahlenbuch, Matheprofis

