



Modul 7.3 : Gute Aufgaben

Sachsituationen – Merkmale und Aufgabentypen

Worum geht es?

Zeitgemäßes Sachrechnen

Die Erschließung von Sachsituationen aus dem Alltag und damit die Nutzung authentischer Sachrechenanlässe sind untrennbar mit der Forderung nach zeitgemäßem Sachrechnen verbunden. Die reale Umgebung, in der uns Probleme nicht isoliert und didaktisch aufbereitet begegnen, soll mit „mathematischen Augen“ betrachtet und Sachprobleme sollen mit mathematischen Mitteln gelöst werden. Somit gewinnen realitätsbezogene Aufgaben mehr und mehr an Bedeutung: die Sachsituation und das Wissen um die Sache rücken in den Vordergrund und können durch eine Mathematisierung stärker durchdrungen werden. Diese umfassende Sichtweise steht im direkten Bezug zu den Funktionen des Sachrechnens nach Heinrich Winter. Der Fokus liegt auf dem „Sachrechnen als Beitrag zur Umwelterschließung“: „Die Schüler sollen befähigt werden, umweltliche Situationen durch mathematisches Modellieren klarer, bewusster und auch kritischer zu sehen.“ (Winter, 1992, S. 31). In diese Funktion sind die Erkenntnisse über Größen (Sachrechnen als Lernstoff) sowie das Üben mathematischer Begriffe und Verfahren (Sachrechnen als Lernprinzip) aufgehoben. Die Auseinandersetzung mit authentischen Sachrechenanlässen fördert die Entwicklung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen aus den Bereichen „Modellieren“ und „Größen und Messen“.

Merkmale guter Aufgaben: Sachrechnen

In Ergänzung zu den Ausführungen in Modul 7.1 (Sachinfo „Gute Aufgaben“) werden im Folgenden weitere Merkmale, die speziell für das Sachrechnen von Bedeutung sind, aufgeführt.

Heinrich Winter nennt folgende Kriterien (Winter 2003, S.182, 183):

1. „Gute Sachaufgaben“ erwachsen aus einer Thematik, die Neugier und Interesse wecken kann, die Schülerinnen und Schülern etwas bedeutet.
2. „Gute Sachaufgaben“ animieren zum sachorientierten Handeln, insbesondere zum Experimentieren und Explorieren.
3. „Gute Sachaufgaben“ sind mit grundlegenden (fundamentalen) mathematischen Ideen verbunden / verbindbar.





4. "Gute Sachaufgaben" stimulieren Modellbildung, das Deuten und Verstehen von Sachsituationen im Lichte mathematischer Begriffe.
5. "Gute Sachaufgaben" vertiefen und vermehren das Wissen über Phänomene unserer Welt (Aufklärung) und formen unsere alltäglichen Denk- und Sprechweisen.
6. Von "guten Sachaufgaben" gehen Anstöße zur Variation und Übertragung auf andere Sachsituationen aus.
7. "Gute Sachaufgaben" sind problemhaltig oder können zu problemhaltigen Aufgaben weiter entwickelt werden, die Gelegenheit verschaffen, heuristische Vorgehensweisen gezielt zu kultivieren.

In der aktuellen Fachdidaktik werden diese Merkmalsbeschreibungen durch synonyme oder ergänzende Aussagen untermauert. So wird gefordert, dass neben den für die Kinder bedeutsamen Kontexten eine längere Verweildauer innerhalb eines Themas gewährleistet sein soll (Franke 2003, S. 119). Gute Sachaufgaben sollen Kommunikation und Kooperation ermöglichen und herausfordern, um sozial-konstruktiv wirksam werden zu können (Erichson 2003, S. 198); sie sollen unterbestimmt oder überbestimmt oder beides sein, damit die für die Mathematisierung relevanten Aufgaben selbstständig eingeholt bzw. herausgefiltert werden (ebenda). Außermathematische Bewertungen (z.B. die Erkenntnis, dass der billigste Preis nicht immer ausschlaggebend sein muss) können als Korrektiv dienen (Schütte 2008, S. 141).

Geeignete Aufgaben

Zur Erreichung der oben angegebenen Zielvorstellungen bedarf es entsprechender Aufgaben. Dabei handelt es sich um Aufgabentypen, die über die traditionellen Textaufgaben hinausgehen. In Anlehnung an die aufgeführten Merkmalsbeschreibungen kann eine Kategorisierung geeigneter Aufgaben vorgenommen werden. Eine trennscharfe Abgrenzung ist innerhalb der Nennungen nicht möglich, so dass es bei einzelnen Aufgabentypen zu Überschneidungen kommt.

Aufgabentypen mit dem Schwerpunkt „Umwelterziehung“:

- Reale Sachsituationen / Projektorientierte Vorhaben

„Ein Projekt ist ein echtes Problem, das Lehrer und Schüler *gemeinsam* und in Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit *handelnd* lösen.“ (Franke 2003, S. 65). So kann eine Klassenfahrt, ein Klassenfest, ein gemeinsames Frühstück etc. geplant und realisiert werden. Da in der eigentlichen Projektidee der Mitbestimmungsgedanke noch weiter gefasst ist und Schülerinnen und Schülern schon bei der Festlegung des Rahmenthemas mitentscheiden sollen, wird es sich im Mathematikunterricht in den meisten Fällen um projektorientierte Vorhaben handeln, bei denen Lehrerin und Schülerinnen und Schüler für die Planung,





Material- und Informationsbeschaffung, Durchführung und Realisation gemeinsam verantwortlich sind. Teilbereiche können komplett an die Schülerinnen und Schüler delegiert werden, so dass ein selbst verantwortliches Handeln ermöglicht wird.

- Realitätsnahe Sachaufgaben
 - Mathematisierungen in der Alltagswelt

Bei der unterrichtlichen Auseinandersetzung mit projektorientierten Vorhaben ist es oft notwendig, Mathematisierungen aus der Alltagswelt zur Durchdringung der Sachsituation zu nutzen. Fahrpläne, Preislisten, Tabellen etc. sind gebräuchliche Darstellungen, in denen Daten übersichtlich festgehalten werden. Innerhalb eines sinnstiftenden Kontextes (z.B. Kinder planen einen Ausflugs mit öffentlichen Verkehrsmitteln) müssen relevante Daten (Zeitpunkte, Zeitspannen, Preise) entnommen und interpretiert werden (Schütte, 2008, S. 144/145).

- Sachtexte

Sachtexte beschreiben einen Ausschnitt aus der Realität und sind ein Teil der verschrifteten Umwelt (Verboom 2007, S. 12). Insbesondere in Verbindung zum Sachunterricht kann Sachwissen erworben und mithilfe mathematischer Mittel bewusster und kritischer durchdrungen werden. Die Texte können weitere Fragen aufwerfen und Anlass zum Recherchieren und Forschen sein (Franke 2003, S. 64). „Darüber hinaus bieten sie einen sinnvollen Anlass, mathematische Fertigkeiten zu üben und zu vertiefen und Vorerfahrungen zu komplexeren Lerninhalten anzubahnen.“ (Erichson, 2010, S. 41).

- Rechengeschichten

Rechengeschichten verbinden Aspekte der beiden Fächer Mathematik und Deutsch. In kindgerechter Sprache erzählen sie Ereignisse mit mathematischem Gehalt, die aus der Lebenswelt der Kinder stammen und für Kinder von Bedeutung sind. „Die Bedeutsamkeit erzeugt Identifikation mit dem Erzählrahmen, aber auch mit der mathematischen Frage- oder Problemstellung. Dadurch leisten Rechengeschichten einen Beitrag zur Erschließung der Lebenswirklichkeit mit mathematischen Mitteln.“ (Verboom, 2008, S.5).

- Authentische Schnappschüsse

„Als „authentische Schnappschüsse“ bezeichne ich die Wahrnehmung von Informationen mit mathematischem Gehalt aus allen Interessenbereichen der Kinder.“ (Erichson, 2003, S. 189). Kinder sollen darauf aufmerksam gemacht werden, dass wir in unserem Alltag in kurzen Zeitungsnotizen, Werbeanzeigen, Witzen und Cartoons u.v.m. von Mathematik umgeben sind und dass diese „Schnappschüsse“ Anlässe bieten, Fragen zu entwickeln, Angaben kritisch zu hinterfragen, Aufgaben für sich oder andere zu formulieren oder sich ausgiebig mit der angesprochenen Thematik zu befassen.



- Offene Aufgabenstellungen

Offene Aufgabenstellungen geben den Lernenden die Möglichkeit, Anforderungen, die über die Aufgaben transportiert werden, von ihrem individuellen Leistungsniveau aus zu bearbeiten. „Die Aufgaben zeichnen sich durch ihre Ergiebigkeit hinsichtlich der Bearbeitungsmöglichkeiten aus und können jeweils in unterschiedlichem Umfang und mit unterschiedlicher Tiefe (...) durchdrungen werden.“ (R.Rasch 2007, S. 9). Sie erlauben unterschiedliche Vorgehensweisen und Lösungswege. Sie bieten Raum für eigene Fragestellungen und führen zu einem produktiven Umgang mit Mathematik.

- Fermi-Aufgaben

„Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“ – Der italienische Atomphysiker Enrico Fermi (1901-1954) konfrontierte seine Studenten mit Fragestellungen, die nicht durch Nachschlagen in Formelsammlungen und Fachbüchern, sondern durch vernünftige Annahmen und Allgemeinwissen zu lösen waren. Die sog. „Fermi-Aufgaben“ enthalten keine oder für die rechnerische Lösung der Aufgaben nur unzureichende numerische Informationen. Benötigte Daten müssen demzufolge selbst erfragt, erhoben oder geschätzt werden. Häufig gibt es keine eindeutige Lösung und unterschiedliche Lösungen können -abhängig von den gemachten Annahmen und durchgeführten Recherchen- richtig sein. Im Mittelpunkt stehen individuelle Lösungswege und Vorgehensweisen.

Aufgabentypen mit dem Schwerpunkt „Problemlösen“:

Das Anliegen, heuristische Vorgehensweisen zu kultivieren und die Entwicklung der Problemlösefähigkeit zu fördern, kann mit problemhaltigen Sach- und Denkaufgaben unterstützt werden. Auch bei den im Folgenden aufgeführten Aufgabentypen kann eine trennscharfe Abgrenzung nicht vorgenommen werden.

- Sachrechenprobleme

Als Sachrechenproblem werden Aufgabenstellungen innerhalb einer Sachsituation oder sinnstiftenden Kontextes bezeichnet, bei denen nicht alle Daten vollständig angegeben werden. Dabei kann es sich um Daten handeln, die nicht bekannt sind oder die bewusst weggelassen werden, um den Rätsel- und Knobelcharakter zu erfüllen. Es muss gewährleistet sein, dass das Problem mithilfe der angegebenen Daten oder Zahlen zu lösen ist. Dabei kommen Strategien des Problemlösens wie z.B. Versuch und Irrtum zum Tragen (Schütte, 2008, S. 157).

- Denksportaufgaben

„Bei problemhaltigen Denk- und Sachaufgaben handelt es sich um eine Aufgabengruppe, der in der Regel anspruchsvolle mathematische Strukturen zugrunde liegen, die häufig so in Sachsituationen eingebettet sind, dass die den Kindern vertrauten Grundmodelle der Rechenoperationen nicht ohne





weiteres sichtbar bzw. nicht ohne Transferleistung anzuwenden sind.“ (Renate Rasch, 2003, S. 5). Die mathematische Struktur kann in anspruchsvolle sprachliche Formulierungen eingebettet sein und es müssen mglw. mehrere voneinander abhängige Bedingungen im Lösungsprozess berücksichtigt werden (Rasch 2003, S. 6).

Das Instrument der Aufgabenvariation

Durch geeignete Variationen kann das Potenzial von Sachaufgaben, die in den oben genannten Aufgabentypen zu verorten bzw. in den gängigen Mathematiklehrwerken vorhanden sind, effektiver genutzt werden. Dabei werden unterschiedliche Zielsetzungen –abhängig von der jeweiligen Variation– verfolgt. Durch eine Veränderung der Zahlen und Maßzahlen kann die Aufgabenstruktur intensiver durchdrungen werden. Die Veränderung von Bedingungen (Was wäre, wenn ..) und Kontexten (Aktualisierung, Standortbezug) kann den Modellierungsprozess vertiefen und die Anwendung von Techniken und Arbeitsweisen einüben. Die Konstruktion von Rechenproblemen und Rätseln innerhalb eines Kontextes sowie die Umwandlung von geschlossenen in offene Aufgaben fördern die Problemlösefähigkeit und gewähren Freiräume für Eigenproduktionen, Darstellungen und Lösungen.

Es ist auffallend, dass in den meisten Schulbüchern klassische Textaufgaben kaum noch zu finden sind. Im Kontext eines authentischen Sachrechnens haben sie an Bedeutung verloren. Wenn es um die Sicherung des Operationsverständnisses (vorwiegend im 1. und 2. Schuljahr) geht, haben sie jedoch durchaus ihre Berechtigung.

Literatur:

Bongartz/Verboom (Hrsg): Fundgrube Sachrechnen, Berlin 2007

Erichson, Christa: Simulation und Authentizität: Wie viel Realität braucht das Sachrechnen?. In: Baum/Wielpütz (Hrsg): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 185ff.

Erichson, Christa: Sachrechnen an Sachtexten. In: Grundschule Mathematik, 24/2010, S.41-43

Franke, Marianne: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, Heidelberg/Berlin 2003

Maaß, Katja: Mathematikunterricht weiterentwickeln, Berlin 2009

Rasch, Renate: 42 Denk- und Sachaufgaben, Seelze-Velber 2003

Rasch, Renate: Offene Aufgaben für individuelles Lernen im MU der GS, Seelze 2007





Schütte, Sybille: Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern, München 2008

Verboom, Lilo: Eine spannende Geschichte?. In: Grundschule Mathematik, 16/2008, S. 4-7

Winter, Heinrich: Sachrechnen in der Grundschule, Berlin 1992

Winter, Heinrich: „Gute Aufgaben“ für das Sachrechnen. In: Baum/Wielpütz (Hrsg): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 177ff.

