Haus 7: Gute Aufgaben

**„Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" -**

**Eine inhaltsbezogene Kompetenz in der Grundschule**

## Bedeutung im Alltag

Der Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten tritt nicht nur in innermathematischen Zusammenhängen auf. Vielmehr ist er ein fester Bestandteil des alltäglichen Lebens. So begegnet man ihm beim ‚Mensch-ärgere-dich-nicht' und ‚Kniffel' Spielen mit der Familie. Ebenso sind Glücksspiele wie Glücksraddrehen oder Loseziehen auf Jahrmärkten und ähnlichen Veranstaltungen beliebte Anziehungspunkte, auch wenn zumeist doch nur die Inhaber einen Gewinn machen. Aufgrund dieses häufigen und gezielten Einsatzes im Alltag ist es wichtig, sich immer wieder über Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten bewusst zu werden. Dies kann im Mathematikunterricht durch gute Aufgaben zu diesem Thema gefördert werden.

## Was müssen gute Aufgaben im Bereich „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" leisten? - Lehrplan und andere Standards

Bereits im Kindergarten sollten erste Erfahrungen mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten gesammelt werden. Dies zeigt sich in den „Prinzipien und Standards für Mathematik in der Schule", die sich auch auf den vorschulischen Bereich beziehen und als einen inhaltlichen Standard bereits die „Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit" (Richardson 2004) nennen.

In der Grundschule sollen dann die Vorkenntnisse der Kinder aufgegriffen und weiter ausgebaut werden. Nicht zuletzt deshalb ist der Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten als eine der vier inhaltsbezogenen Kompetenzen ein fester Bestandteil des Lehrplans. Es soll sichergestellt werden, dass die Kinder Daten „in Bezug auf konkrete Fragestellungen [auswerten, sowie] die Wahrscheinlichkeiten einfacher Ereignisse" (MSW 2008, S. 18) einschätzen lernen. Während dabei bis zum Ende der Schuleingangsphase das Sammeln und die Darstellung und Auswertung von Daten im Vordergrund stehen (vgl. ebd.), sollten die Kinder am Ende der Schuleingangsphase „die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen" (ebd.) beschreiben können. Hierzu sind Begriffe wie „sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie" (ebd.) zu verwenden. Diese alltagssprachlich verwendeten Begrifflichkeiten sollten bewusst auch als mathematische Fachbegriffe thematisiert werden, um deren zum Teil abweichende Bedeutung herauszustellen (vgl. Walther u.a. 2008, S. 150). Zudem sollen die Kinder „die Anzahl verschiedener Möglichkeiten im Rahmen einfacher kombinatorischer Aufgabenstellungen" (MSW 2008, S. 18) bestimmen können. Zum Beispiel sollten sie imstande sein, die Anzahl der Möglichkeiten, mit zwei Würfeln eine 7 zu würfeln, herauszufinden, um dessen Auftrittswahrscheinlichkeit - im Vergleich zu anderen Augensummen einschätzen zu können. Hierbei wird deutlich, dass gute Aufgaben zum Thema Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten verschiedenste Möglichkeiten bieten, um auch die prozessbezogenen Kompetenzen zu fördern. So lassen sich die einzelnen Versuche selbst durchführen und

Strichlisten über die Ergebnisse führen, sodass sowohl Problemlöse- als auch Darstellungskompetenzen angesprochen werden können. Auch können sich die Kinder bspw. in Mathe-Konferenzen über die entdeckten Auffälligkeiten austauschen und versuchen, diese zu begründen. Hierbei können unterschiedliche nonverbale und verbale Darstellungsmittel thematisiert und angewendet werden (s. hierzu auch *Forschermittel* in Haus 1 – UM - Entdeckerpäckchen).

## Auf Alltagsbezug achten

Gute Aufgaben zum Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten ermöglichen außerdem eine Mischung aus struktur- und anwendungsorientiertem Unterricht. So sollen einerseits mathematische Gesetze und Beziehungen aufgedeckt werden, um Basisfertigkeiten wie Ordnen und Verallgemeinern zu schulen. Andererseits sollen aber auch Bezüge zur Alltagswelt geschaffen werden. Beispielsweise lässt sich thematisieren, dass es egal ist, ob man beim ‚Mensch ärgere Dich nicht' bei einer 6 oder einer anderen Zahl anfangen darf, weil die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel für jede Augenzahl - trotz häufig anderer Empfindung - gleich ist (vgl. MSW 2008, S. 5). Somit ist gerade der Alltagsbezug beim Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten beachtlich: Denn wenn sich die Schüler bereits im jungen Alter mit Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit auseinandersetzen, lernen sie, Glücksspiele nicht einfach hinzunehmen, sondern diese auch zu hinterfragen (vgl. Bönig/Ruwisch 2004, S. 9). Hierzu reicht jedoch eine einmalige Thematisierung nicht aus. Ein reflektierter Umgang kann nur entstehen, verfestigt und ausgebaut werden, wenn Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten „im Sinne eines Spiralcurriculums immer wieder aufgegriffen und vertieft werden" (ebd.).

Neben dieser wiederholten Fokussierung auf unterschiedlichen Niveaus und mit verschiedenen Schwerpunkten ist ein authentischer Zugang zur Problematik entscheidend für nachhaltiges Lernen. Deshalb ist es wichtig, dass sich die Kinder „auf die Auseinandersetzung mit der Sachsituation wirklich einlassen" (Bönig/Ruwisch 2004, S. 9). Folglich erlauben es gute Aufgaben, dass die Kinder selbst beispielsweise verschiedene Gewinnregeln beim Drehen eines Glücksrades ausprobieren dürfen, damit sie sich über häufige Gewinn- bzw. Verlustsituationen ärgern und davon ausgehend ergründen wollen, warum dies so ist. So werden sie aus eigener Motivation - dem Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens folgend - feststellen, dass der „Ausgang eines so genannten Glücksspiels nicht allein von ‚Glück' und ‚Pech' abhängt" (Schwarzkopf 2004, S. 32), sondern auch durch Gewinnregeln bestimmt ist, deren Änderung dasselbe Spiel fair bzw. unfair machen kann. Auch kann hierbei die Erkenntnis gewonnen werden, dass erstens „viele Versuche notwendig sind, um Gewissheit über das Eintreten zufälliger Ereignisse zu gewinnen" (Walther u.a. 2008, S. 153), dass zweitens jedoch über einzelne Experimente keine Aussage gemacht werden kann.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Schüler „von Klasse 1 an die Chance haben [sollen], Kenntnisse über den Zufall zu erwerben und damit langfristig zu der Überzeugung zu kommen, dass der Zufall kalkulierbar ist und dass zufällige Ereignisse mit mathematischen Mitteln modelliert werden können" (Walther u.a. 2008, S. 141). Ziel dabei ist es, einen reflektierten Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten in Schule und Alltag zu erlangen.

Strategien

Häufig werden Wahrscheinlichkeiten jedoch auf Grundlage des subjektiven Empfindens eingeschätzt. Dies gilt nicht nur für Kinder, die den mathematischen Hintergrund noch nicht kennen. Auch Erwachsene mit „gut ausgebildeten fachlichen Vorstellungen“ (Büchter u.a. 2005, S. 5) lassen sich oft von informellen Erfahrungen leiten. Dabei sind vier Herangehensweisen zu beobachten:

1. Die ‚availability heuristic', nach der Urteile auf häufig erlebte Situationen zurückgeführt werden. So wird das Vorkommen der 6 aufgrund der Erfahrungen bei Brettspielen häufig als unwahrscheinlich angesehen.

2. Die ‚representativeness heuristic', die auftritt, wenn oft wenige, selbst durchgeführte Versuche als repräsentativ für die allgemeine Häufigkeitsverteilung angesehen werden. Eine entsprechende Aussage dazu wäre: „Ich habe jetzt schon 10 mal gewürfelt und dabei kam sechsmal die 3; also ist die 3 am wahrscheinlichsten.“

3. Die ‚equiprobability bias', die besagt, dass alle Möglichkeiten gleich wahrscheinlich sind, so z.B. auch die Augensummen 12 und 7 beim Würfeln mit zwei Würfeln.

4. Der ‚outcome approach', bei dem man nicht auf die Wahrscheinlichkeit, sondern auf den speziellen Ausgang des Versuchs eingeht. Demnach könnte man z.B. durch schnelles Würfeln Einfluss auf das Würfelergebnis nehmen.

(vgl. Pratt 2000, S. 5f., Übers. A.K.)

Resümee

Die auf dieser Seite vorgestellte Lernumgebung kann ein erster Schritt sein, die mathematischen Gesetzmäßigkeiten (s. *Sachinfos*) zu erkennen und somit die informellen Einschätzungen, die die Kinder mitbringen, zu hinterfragen. Auf diese Weise lernen die Kinder, „ihr subjektives Empfinden […] zunehmend in den Hintergrund“ (Walther u.a. 2008, S. 150) zu stellen. Dabei sind die Aufgaben weitestgehend so offen gestellt, dass sie auf den verschiedensten Niveaus der Kinder bearbeitet werden können. Somit lassen sie sich im Sinne der natürlichen Differenzierung einsetzen und werden der Heterogenität einer Lerngruppe gerecht.

Literatur:

Bönig, D.; Ruwisch, S. (2004): Daten gewinnen, darstellen, verarbeiten und interpretieren. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 172, S. 6-14

Büchter, A., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2005): Den Zufall im Griff? Stochastische Vorstellungen fördern. In: PM - Praxis der Mathematik, Jg. 47, H.4, S. 1-7

Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (MSW) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes Nordrhein-Westfalen (Entwurf MSW 28.01.2008). Verfügbar unter:

http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/lehrplaene-gs/mathematik/lehrplan-mathematik 23.05.11

→ *zur Erleichterung des Leseflusses zitiert als MSW 2008, S. …*

Neubert, B. (2009): Zufall und Wahrscheinlichkeit in der Grundschule. Verfügbar unter: https://www.schulportal-thueringen.de/get-data/8b7b00c6-9dd1-4ce5-8bdb-110ea25ec66b/200903_neubert_2.pdf 27.09.18

Pratt, D. (2000): Making sense of the total of two dice. In: Journal for Research in Mathematics Education, Jg. 31, H.5, S. 602-625.

Richardson, K. (2004): Mathematische Standards für Kindergärten und die ersten beiden Primarschulklassen. In: Bildung, Erziehung, Betreuung von Kindern in Bayern. 9 Jg. Heft 1/2, 3 & 5. Verfügbar unter: http://www.ifp.bayern.de/veroeffentlichungen/infodienst/mathestandards.html 23.05.10

Schwarzkopf, R. (2004): Wer gewinnt? - Dem Zufall auf der Spur. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 172, S. 32 - 36

Walther, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. (2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik Konkret. Berlin. Cornelsen Verlag

**Sachinformationen „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“**

Mathematisch gesehen lässt sich die Eintrittswahrscheinlichkeit E eines Ereignisses eindeutig berechnen: Sie ist allgemein definiert als der Quotient aus der Anzahl der günstigen Fälle durch die Anzahl aller möglichen Fälle.

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse, sofern sie gleich möglich sind}}$$

Auf diese Weise lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für verschiedenste Glücksspiele bestimmen. Beispielhaft werden an dieser Stelle die Wahrscheinlichkeiten berechnet, die in der auf dieser Seite vorgestellten Lernumgebung gefragt sind:

1. *Welche Ziffer tritt beim Würfeln mit einem Würfel am wahrscheinlichsten auf?*

Ein Würfel hat 6 Flächen, auf die er fallen kann. Somit ist die Anzahl der möglichen Fälle 6. Da ein Würfel symmetrisch ist und jede Zahl gleich häufig, nämlich genau einmal, vorkommt, ist die Anzahl der günstigen Fälle immer 1. Somit kann eine „Gleichwahrscheinlichkeit für das Eintreten der sechs Augenzahlen“ (Walther u.a. 2008, S. 151), die bei jeweils 1/6 liegt, errechnet werden.

2. *Welche Augensumme tritt beim Würfeln mit zwei Würfeln am häufigsten auf?*

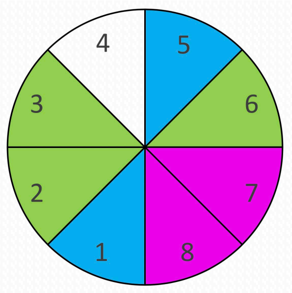
Hierzu muss die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten, die einzelnen Augensummen zu erzielen, herangezogen werden. Diese sind in folgender Tabelle abgebildet:

| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Der Tabelle lässt sich entnehmen, dass es 36 Felder und somit auch 36 mögliche Fälle gibt. Um die Augensummen 2 und 12 zu erreichen, gibt es jeweils nur einen günstigen Fall (1+1 bzw. 6+6). Bei den Summen 3 und 11 sind es jeweils zwei günstige Fälle (1+2 und 2+1 bzw. 5+6 und 6+5). Analog jeweils drei günstige Fälle bei 4 und 10, vier günstige Fälle bei 5 und 9, fünf günstige Fälle bei 6 und 8 sowie sechs günstige Fälle bei der Augensumme 7. So ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten 1/36 (bei Augensumme 2 und 12), 2/36 (bei 3 und 11), 3/36 (bei 4 und 10), 4/36 (bei 5 und 9), 5/36 (bei 6 und 8) und 6/36 (bei Augensumme 7). Es ist also klar zu erkennen, dass die Augensumme 7 am wahrscheinlichsten ist.

Da die Augensumme 1 beim Würfeln mit zwei Würfeln nicht erreicht werden kann, ist deren Wahrscheinlichkeit 0/36, also unmöglich.

*3. Welches Feld tritt beim Glücksraddrehen am häufigsten auf?*




Auch bei einem Glücksrad hängt die Eintrittswahrscheinlichkeit nicht allein von der Anzahl der verschiedenen Zahlen bzw. Farben ab. Vielmehr ist das flächenmäßige Vorkommen auf dem Glücksrad entscheidend. Wie die gleiche Auftrittswahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel mit der Symmetrie desselben erklärt werden kann, so lässt sich die gleiche Wahrscheinlichkeit zweier Felder beim Glücksrad durch gleich große Flächen dieser Felder begründen.

Für das abgebildete Glücksrad ergeben sich somit folgende Wahrscheinlichkeiten für die entsprechenden Farben (vgl. Neubert 2009):

| **Farbe** | weiß | blau | rot | grün |
|---|---|---|---|---|
| **Wahrscheinlichkeit** | 1/8 | 2/8 = 1/4 | 2/8 = 1/4 | 3/8 |

Betrachtet man nur die Ziffern, so beträgt die Wahrscheinlichkeit für jede Ziffer 1/8, da jede Ziffer nur einmal vorkommt und die einzelnen Gewinnfelder gleich groß sind.

Zusätzlich können Kombinationen aus Ziffern und/oder Farben als Gewinnregel angegeben werden (z.B. „Du gewinnst bei weiß und blau"). Auch in diesem Fall wären die Anteile der angegebenen Flächen die günstigen Fälle (Im genannten Beispiel: 2 blaue + 1 weiße = 3). Die Anzahl der möglichen Fälle wären weiterhin alle 8 Flächen. Somit ergibt sich für das oben genannte Beispiel eine Eintrittswahrscheinlichkeit von 3/8.

Die folgende Tabelle gibt die analog errechneten Wahrscheinlichkeiten für die in der hier vorgestellten Lernumgebung verwendeten Gewinnregeln und das oben abgebildete Glücksrad (vgl. Neubert 2009):

| **Gewinnregel** | <u>Gewinnkarte 1:</u> Du gewinnst bei 1,2 oder 3 | <u>Gewinnkarte 2:</u> Du gewinnst bei rot | <u>Gewinnkarte 3:</u> Du gewinnst bei weiß oder blau | <u>Gewinnkarte 4:</u> Du gewinnst bei 2,4,6 oder 8 |
|---|---|---|---|---|
| **Wahrscheinlichkeit** | 3/8 | 2/8 = 1/4 | 3/8 | 4/8 |

Regel 4 tritt also am ehesten ein. Es folgen die Regeln 1 und 3, die gleichwahrscheinlich sind, während Regel 2 am unwahrscheinlichsten zum Gewinn führt.

<u>Literatur:</u>

Neubert, B. (2009): Zufall und Wahrscheinlichkeit in der Grundschule. Verfügbar unter: https://www.schulportal-thueringen.de/get-data/8b7b00c6-9dd1-4ce5-8bdb-110ea25ec66b/200903_neubert_2.pdf 27.09.18

Walther, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. (2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik Konkret. Berlin. Cornelsen Verlag.

## 1. Einheit: Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln kennenlernen

Die Kinder machen aktiv-entdeckend Erfahrungen mit gleichen und unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln und finden Begründungen entsprechend ihrer jeweiligen Niveaus.

**Ziele**
Die Schülerinnen und Schüler
- erkennen, dass aufgrund der Symmetrie des Würfels das Eintreten aller sechs Augenzahlen beim Würfeln mit **einem** Würfel gleichwahrscheinlich ist,
- äußern Vermutungen über Eintrittswahrscheinlichkeiten und hinterfragen diese,
- erkennen, dass beim Würfeln mit **zwei** Würfeln die verschiedenen Augensummen unterschiedlich wahrscheinlich sind,
- erkennen und diskutieren, dass über Einzelfälle keine Aussage gemacht werden kann, sondern die Gesamtheit für die Interpretation von Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten wichtig ist.

**Zeit**
45 – 60 Minuten

**Darum geht es**
In der vorliegenden Unterrichtseinheit steht das Würfeln mit ein und zwei Würfeln im Hinblick auf den Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten im Mittelpunkt.
In dieser Einheit geht es zunächst darum, dass die Kinder durch konkrete Handlungserfahrung einen Zugang zu dem Thema bekommen. Sie sollen ihre intuitiven Vermutungen äußern und durch z.T. abweichende Beobachtungen der konkret durchgeführten Versuche angeregt werden, diese zu hinterfragen. Auf diese Weise werden sie an die Erhebung von Daten und die Bestimmung von Eintrittswahrscheinlichkeiten herangeführt. So erfahren sie, dass Glücksspiele nicht nur vom Zufall abhängig, sondern (mathematisch) berechenbar sind. Dabei erlauben die offenen Aufgabenstellungen unterschiedliche Zugänge und Erkenntnisse hinsichtlich der Quantität und Qualität der Bearbeitung und somit ein niveaudifferentes Arbeiten.

**So kann es gehen**

1. *Transparenz über die Unterrichtseinheit und Einführung grundlegender (Fach-)Begriffe*

Die 1. Einheit dient dazu, den Kindern einen möglichst eigentätigen Zugang zum Umgang mit Daten, Häufigkeiten

**Schuljahr**
3-4

**Lehrplanbezug**
*Inhaltsbezogene Kompetenzen*
Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten, Schwerpunkte: Daten erheben, Wahrscheinlichkeiten

*Prozessbezogene Kompetenzen*
Kommunizieren/Darstellen, Argumentieren, Problemlösen

**Material**
*Schüler-Material*
Ein Würfel pro Kind,
AB 1, 2,
Forscherauftrag 1, 2
Tippkarte zu Aufgabenblatt 2
Gewinnregel 2

*Lehrer-Material*
Demo-Würfel

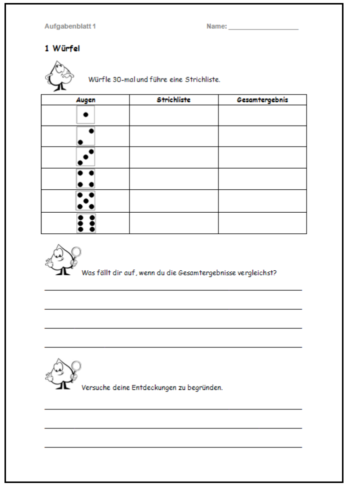
und Wahrscheinlichkeiten zu ermöglichen. Ihnen sollte daher zu Beginn der Einheit bewusst gemacht werden, dass es sich um ein neues Themengebiet handelt, dass sie zunächst weitgehend selbstständig erkunden sollen. Es ist jedoch ratsam, sich im Sitzkreis o.Ä. zu treffen, um eine gemeinsame Verständnisgrundlage zu schaffen. Dort kann sich als stummer Impuls ein Demo-Würfel befinden, der kurz beschrieben werden soll. Dabei sollte neben den Eigenschaften eines Würfels vor allem der Begriff „Augen“ thematisiert werden. In diesem Zusammenhang empfiehlt es sich, einen Wortspeicher (s*. Haus 4 – IM - Informationsvideo*) zu erstellen, in dem wichtige Begriffe der Unterrichtseinheit festgehalten werden. Dieser kann dann in den folgenden Einheiten genutzt und erweitert werden.
Auch kann man zur Einführung 3-4 Kinder würfeln und vorher vermuten lassen, welche Zahl gewürfelt werden wird. Anschließend wird das AB 1 vorgestellt: Die Kinder erhalten den Auftrag, in Einzelarbeit 30-mal zu würfeln und die geworfenen Augenzahlen in einer Strichliste zu notieren. Sie sollen beschreiben, was Ihnen auffällt und versuchen, dies zu begründen.

*2. Arbeitsphase 1*

Jedes Kind erhält einen Würfel und bearbeitet die recht offen formulierten Arbeitsaufträge des AB 1 auf seinem jeweiligen Niveau. Dass die Bearbeitung in Einzelarbeit stattfindet, hat den Vorteil, dass ein individueller Zugang, der sich z.B. in den Würfeltempi der Kinder zeigt, gewährt werden kann. Zudem wird auf diese Weise eine größere Zahl an Wurfergebnissen erreicht. So kann, selbst wenn die Wurfergebnisse der Kinder sehr unterschiedlich sind, beim Addieren der Ergebnisse aller Kinder – dem Gesetz der großen Zahlen zu Folge – sichergestellt werden, dass jede der sechs Zahlen etwa gleichhäufig vorkommt.

**Differenzierung**

a) Um der Heterogenität gerecht zu werden, ist das Beschreiben und Begründen in zwei separaten Aufgabenstellungen gefragt. So können die schwächeren Kinder auf der Ebene des Beschreibens bleiben, während leistungsstärkere Kinder auch schon erklären können, wie sich diese Auffälligkeiten begründen lassen.
b) Für leistungsstarke Kinder, die schnell mit dem AB 1 fertig sind, kann ein Forscherauftrag eingesetzt werden. Sie sollen angeben, wie die Strichliste aussähe, wenn mit 2 Würfeln gewürfelt würde (und die beiden Augenzahlen nicht addiert würden). So wäre festzustellen, dass alle Kombinationen gleich häufig vorkämen, nur ein Pasch unwahrscheinlicher wäre.


Aufgabenblatt 1 Name: ____________

**1 Würfel**

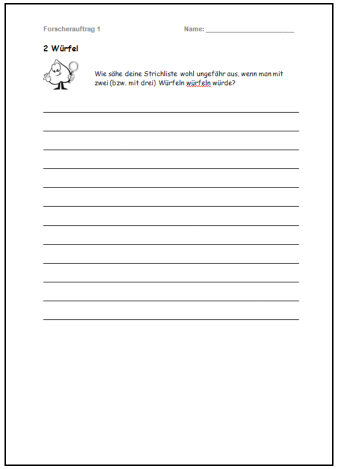
Würfle 30-mal und führe eine Strichliste.

| Augen | Strichliste | Gesamtergebnis |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Was fällt dir auf, wenn du die Gesamtergebnisse vergleichst?

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

AB 1: 1 Würfel


Forscherauftrag 1 Name: ____________

**2 Würfel**

Wie sähe deine Strichliste wohl ungefähr aus, wenn man mit zwei (bzw. mit drei) Würfeln würfeln würde?

Forscherauftrag 1: 2 Würfel

*3. Zwischenreflexion*

In einer kurzen Plenumsphase sollen die im AB 1 gesammelten Ergebnisse der einzelnen Kinder zusammengetragen werden. Es soll verständlich werden, dass die Symmetrie des Würfels dazu führt, dass alle Augenzahlen bei genügend Versuchen in etwa gleich häufig auftreten und somit gleich wahrscheinlich sind.
Auch kann an dieser Stelle die Überleitung zur zweiten Arbeitsphase stattfinden. Als Aufhänger der zweiten Aufgabe dient ein Spiel, bei dem sich die Kinder mit ihren Sitznachbarn zusammenfinden: Ein Kind übernimmt die Rolle der ‚Bank', das andere die des ‚Spielers'. Wichtig hierbei ist, zu betonen, dass die Kinder erst begründet einschätzen sollen, ob das Spiel fair ist oder nicht, bevor sie beginnen, mit zwei Würfeln zu würfeln, die Augensumme zu berechnen und diese der entsprechenden Gewinnregel zuzuordnen.

*4. Arbeitsphase 2*

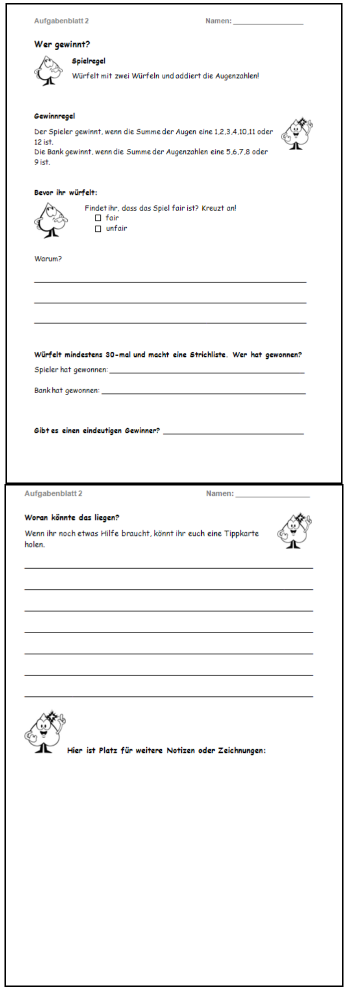
Die Kinder finden sich mit ihren jeweiligen Sitznachbarn zusammen und bearbeiten die Aufgaben des AB 2. So soll einerseits erreicht werden, dass sie sich in ihre jeweilige Rolle hineinversetzen, aber auch die Gewinnchancen des Spielpartners einschätzen. Andererseits sollen sie, davon ausgehend, schon vor Beginn des Spiels Vermutungen über dessen Ausgang aufstellen. Außerdem soll herausgefunden werden, auf welcher Grundlage die Kinder intuitiv urteilen: Nach der Anzahl der Gewinnzahlen oder nach deren Werten. Durch die Strichliste und die Frage nach einem eindeutigen Gewinner wird dann deutlich, dass meistens die Bank gewinnt und somit manch anfängliche, subjektiv empfundene Vermutung nicht passt. Die Verwunderung über den Ausgang des Spiels soll dann zur Begründung desselben motivieren. Diese soll schließlich auf Grundlage der Beobachtungen der Kinder während des Spielens herausstellen, dass nicht die Anzahl der Gewinnzahlen, sondern die Anzahl der Möglichkeiten, diese Zahlen zu würfeln, wichtig ist, um die Fairness des Spiels zu beurteilen.

**Differenzierung**

c) Die Tippkarte zu Aufgabenblatt 2 fordert die Kinder, die noch keine Idee zur Begründung des Spielausgangs haben, auf, nochmals 30-mal zu würfeln und eine Strichliste über das Auftreten der einzelnen Augensummen zu führen. Durch diese Hilfe kann dann bspw. erkannt werden, dass man beim Würfeln mit zwei Würfeln die 1 als Augensumme nicht erreichen kann, während die Augensumme 7 am häufigsten erzielt wird.

d) Leistungsstärkere Kinder können dasselbe Spiel nochmals mit einer anderen Gewinnregel spielen und dabei ihre gewonnenen Erkenntnisse auf die neue Situation übertragen und an dieser überprüfen.

e) Alternativ besteht die Möglichkeit, in einem Forscherauftrag die Gewinnregeln so zu verändern, dass das Spiel fair wird. Zwar gibt es hier verschiedene Möglichkeiten, jedoch sollte dieser Forscherauftrag als deutlich anspruchsvollere Alternative zur zweiten Spielregel eingeordnet werden.



Aufgabenblatt 2 Namen: ____________

**Wer gewinnt?**

**Spielregel**

Würfelt mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen!

**Gewinnregel**

Der Spieler gewinnt, wenn die Summe der Augen eine 1,2,3,4,10,11 oder 12 ist.
Die Bank gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen eine 5,6,7,8 oder 9 ist.

**Bevor ihr würfelt:**

Findet ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!
☐ fair
☐ unfair

Warum?

**Würfelt mindestens 30-mal und macht eine Strichliste. Wer hat gewonnen?**

Spieler hat gewonnen: ____________

Bank hat gewonnen: ____________

**Gibt es einen eindeutigen Gewinner?** ____________

Aufgabenblatt 2 Namen: ____________

**Woran könnte das liegen?**

Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch eine Tippkarte holen.

**Hier ist Platz für weitere Notizen oder Zeichnungen:**

AB 2: Wer gewinnt?

| | |
|---|---|
| 5. *Reflexionsphase*<br>In einem Sitzkreis stellen die Kinder ihre Ergebnisse vor. So sollte für alle Kinder deutlich werden, dass Augensummen wie 7, 6 und 8 recht häufig vorkommen, während beispielsweise die Augensummen 2 und 12 eher unwahrscheinlich sind *(vgl. Basisinfo).* Auch sollten die Ergebnisse der Kinder genutzt werden, um Vermutungen bzw. Begründungen aufzuzeigen, wie sich diese Auffälligkeiten erklären lassen. So kann an dieser Stelle bereits auf die Bedeutung der Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten, die einzelnen Augensummen zu erzielen, eingegangen werden *(vgl. Basisinfo).*<br>Im Sinne der Prozesstransparenz kann dies als Anlass genommen werden, um einen Ausblick auf die Folgestunde zu geben. Dort sollen dann alle Kombinationsmöglichkeiten für die Augensummen, die sich mit zwei Würfeln erzielen lassen, fokussiert werden. | |

**Ausgewählte Schülerdokumente zu Aufgabenblatt 1: 1 Würfel**

Kind 1:

> Was fällt dir auf?
>
> Das die 6 öffter vor kommt als die anderen zahlen.
>
> Versuche deine Entdeckungen zu begründen.
>
> Ich glaube das mein Würfel gezinkt ist. Weil immer wenn ich ein Würfelspiel spiele kommt die 6 nicht so oft vor.

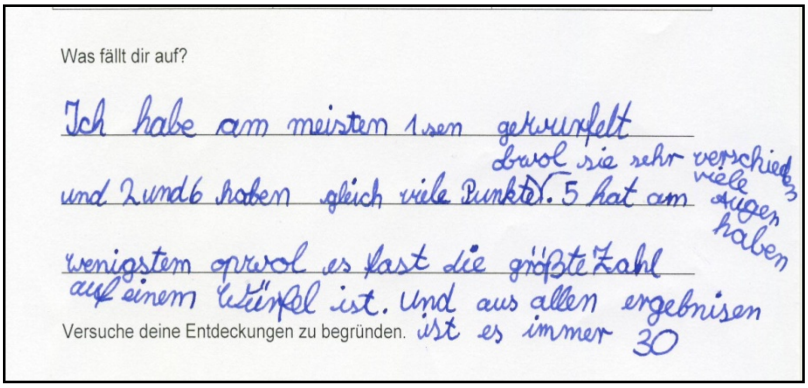
Kind 1 argumentiert der ‚availability heuristic' entsprechend auf der Grundlage seiner eigenen Erfahrungen mit Würfelspielen.

Kind 2:

> Was fällt dir auf?
>
> Die 6 wurde beimiram meisten gewürfelt, selbst wen ich 100 mal würfeln dürfte glaube ich das die 6 immer noch forne wäre.

Bei Kind 2 zeigt sich die ‚representativeness heuristic', da es von den 30 selbst durchgeführten Versuchen auf Allgemeingültigkeit schließt.

Kind 3:

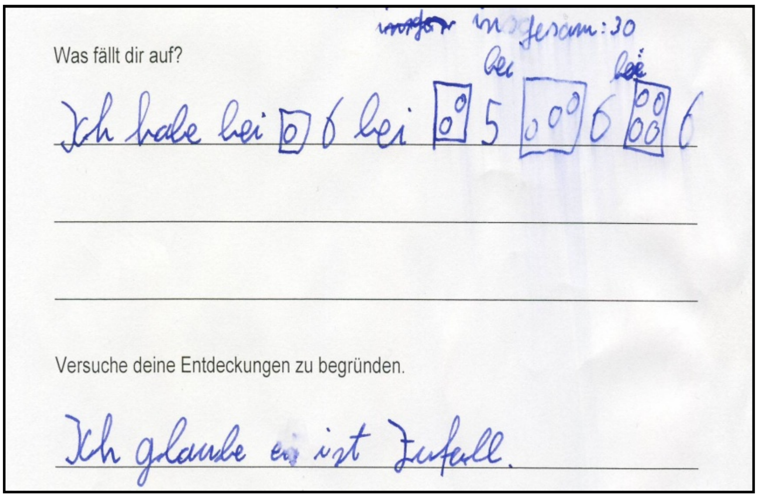

Was fällt dir auf?

Ich habe am meisten 1sen gewürfelt und 2und6 haben gleich viele Punkte obwol sie sehr verschied viele Augen haben. 5 hat am wenigsten obwol es fast die größte Zahl auf einem Würfel ist. Und aus allen ergebnisen ist es immer 30

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

Kind 3 gibt keine Begründung an. Es beschreibt mehrere Auffälligkeiten und konzentriert sich dabei auf den Zusammenhang zwischen Höhe und Anzahl der gewürfelten Augenzahlen. Der letzte Satz zeigt, dass das Kind die Anzahl aller Versuche addiert und dabei 30 als Ergebnis erhalten hat. Somit hat es – wie in der Aufgabenstellung gefordert – 30-mal gewürfelt.

Kind 4:


insgesam: 30

Was fällt dir auf?

Ich habe bei 6 bei 5 bei 6 bei 6

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

Ich glaube es ist Zufall.

Kind 4 zeichnet das Würfelbild der Augenzahlen bis 4 und gibt daneben in Ziffernschreibweise an, wie häufig es die jeweilige Augenzahl gewürfelt hat. Wie Kind 3 summiert auch Kind 4 die Anzahl der Versuche und notiert „insgesamt 30“ über seinen Auffälligkeiten.

Seine Begründung entspricht der ‚equiprobability bias‘, wobei anzumerken ist, dass dies für diese Aufgabe eine durchaus passende Begründung ist, da alle Augenzahlen gleich wahrscheinlich sind.

Kind 5:

Was fällt dir auf?

Es sind edwa alle gleich.

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

Wegene den Ecken,

Kind 5 abstrahiert seine Beobachtungen, indem es nicht auf die konkret gewürfelten Anzahlen eingeht.

In seiner Begründung scheint es auf die geometrischen Eigenschaften des Würfels einzugehen. Somit lässt sich vermuten, dass es bereits erkannt hat, dass alle Augenzahlen aufgrund der Symmetrie des Würfels gleich wahrscheinlich sind.

Kind 6:

Was fällt dir auf?

Das das alles ganz andere und unterschidliche Ergebnise sind. Und wenn man alle ergebnisse zusammen rechnet ergibt das 29 ungefär die hälfte von 60.

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

Weil ich immer anders gewürfelt habe manchmal schnell und manchmal langsam und deswegen kommen verschidene Ergebnise.

Kind 6 macht eine gegenteilige Feststellung zu Kind 5. Bei ihm sind alle Ergebnisse unterschiedlich. Auch dieses Kind bestimmt die Anzahl aller Versuche, wobei es nur 29-mal gewürfelt zu haben scheint.
Seine Begründung verdeutlicht den ‚outcome approach', da das Kind auf unterschiedliche Würfeltempi und somit auf die speziellen Ausgänge einzelner Versuche eingeht.

Fazit:

Die ausgewählten Schülerdokumente zeigen deutliche Unterschiede in der Qualität und Quantität der jeweiligen Beschreibungen und Begründungen. Sie illustrieren, dass die Kinder verschiedene Vorstellungen und Herangehensweisen zur Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten mitbringen und zur Begründung ihrer Entdeckungen heranziehen.

Dabei veranschaulichen diese Unterschiede, dass die auf dieser Seite vorgestellten Aufgabenstellungen durch ihre Offenheit Zugänge für alle Kinder bieten. Gleichzeitig können sie der Lehrperson als Diagnoseinstrument dienen, um diese heterogenen Vorstellungen zum Thema „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ zu erheben.

## Ausgewählte Schülerdokumente zu Aufgabenblatt 2: 2 Würfel

Gruppe 1:

**Bevor Du würfelst:**

Findet Ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

- [x] ~~fair~~
- [x] unfair

Warum?

~~weil beide die gleiche gewinnschanks haben.~~

Weil man mer kleinere zahlen würfeld.

**Würfelt mindestens 30-mal und macht eine Strichliste. Wer hat gewonnen?**

Spieler hat gewonnen:

Bank hat gewonnen:

**Gibt es einen eindeutigen Gewinner?** die Bank

**Woran könnte das liegen?** (Wenn Ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt Ihr Euch eine Tippkarte holen.)

Die 1 geht nicht und die 2 ist unwarscheinlich, weil dann brauch man einen Pasch und das gleiche bei der 4, 12.

Die Kinder schätzen das Spiel vor der Erprobung als fair ein, weil beide Spieler die gleichen Chancen hätten (vgl. blaue Schrift). Was sie zu dieser Annahme verleitet, bleibt dabei unklar. Beim Durchführen des Spiels zeigt sich, dass die Bank deutlich öfter gewinnt als der Spieler. Daraufhin streichen die Kinder ihre ursprüngliche Vermutung durch und geben an, dass das Spiel unfair ist. Ihre korrigierte Begründung (vgl. rote Schrift) lässt vermuten, dass sie die Augensummen 10, 11 und 12, die Gewinnzahlen des Spielers sind, seltener gewürfelt haben.

Ihre Begründung dafür, dass die Bank eindeutiger Gewinner des Spiels ist, deutet an, dass sich die Kinder bereits ansatzweise über die Bedeutung der Kombinationsmöglichkeiten für den Ausgang des Spiels bewusst sind. Allerdings sollte nochmals nachgefragt werden, ob man die Summen 4 und 12 wirklich nur durch einen Pasch erreichen kann. Dies könnte bspw. durch die Aufforderung, alle Kombinationsmöglichkeiten beim Würfeln mit zwei Würfeln herauszufinden (vgl. AB 3), geklärt werden.

Gruppe 2:

**Bevor Du würfelst:**

Findet Ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

☐ fair

☒ unfair

Warum?

Weil der spieler nicht so geringe ~~Shansen hat~~ Schanksen hat.

**Würfelt mindestens 30-mal und macht eine Strichliste. Wer hat gewonnen?**

Spieler hat gewonnen: ~~IIII~~ II

Bank hat gewonnen: ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ II

**Gibt es einen eindeutigen Gewinner?** Die Bank

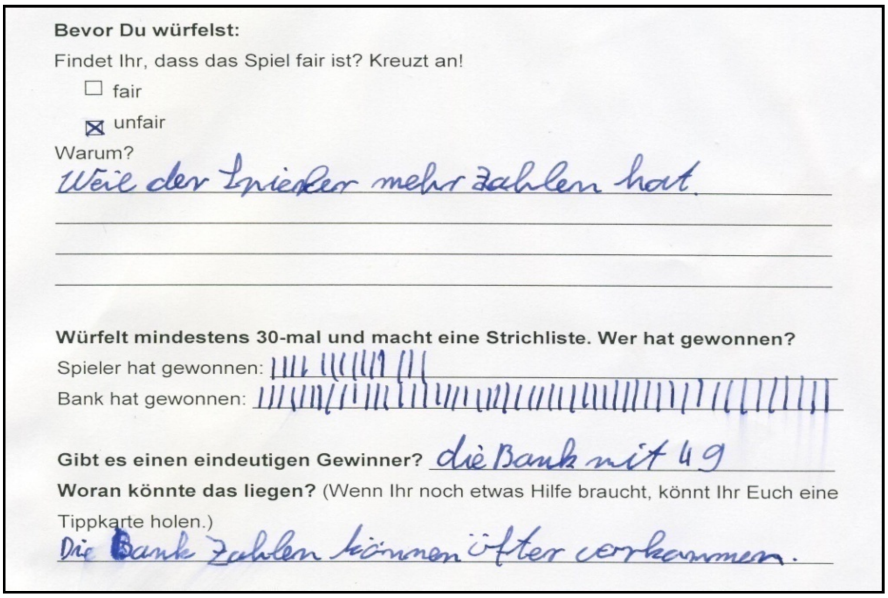
**Woran könnte das liegen?** (Wenn Ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt Ihr Euch eine Tippkarte holen.)

Die Bank hat höhere gewinn Schanksen weil der Spieler die 7 gar nich Würfeln kann.

Auch die Kinder in Gruppe 2 korrigieren ihre ursprüngliche Vermutung. Im Gegenteil zu den Kindern der Gruppe 1 schätzen sie das Spiel jedoch auch schon vor der Erprobung unfair ein. Dabei sind sie allerdings der Meinung, dass der Spieler gewinnen würde. Sie scheinen also die Anzahl der Gewinnzahlen und nicht die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten zur Beurteilung herangezogen zu haben.

Auch diese Kinder korrigieren ihre Einschätzung nach Durchführung des Spiels. Ihre Begründung, warum die Bank eindeutiger Gewinner ist, zeigt, dass sie erkannt haben, dass man eine Gewinnzahl des Spielers nicht würfeln kann. Dies sollte im folgenden Unterricht aufgegriffen werden, um davon ausgehend nachzufragen, ob und wie man die anderen Gewinnzahlen erreichen kann.

Gruppe 3:



**Bevor Du würfelst:**

Findet Ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

☐ fair

☒ unfair

Warum?

Weil der Spieler mehr Zahlen hat.

**Würfelt mindestens 30-mal und macht eine Strichliste. Wer hat gewonnen?**

Spieler hat gewonnen:

Bank hat gewonnen:

**Gibt es einen eindeutigen Gewinner?** die Bank mit 49

**Woran könnte das liegen?** (Wenn Ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt Ihr Euch eine Tippkarte holen.)

Die Bank Zahlen können öfter vorkommen.

Auch diese Kinder vermuten intuitiv, dass das Spiel unfair ist, weil der Spieler gewinnen würde. Sie ziehen - wie die Kinder der Gruppe 2 - die Anzahl der Gewinnzahlen zur Beurteilung heran.

An ihrer Strichliste lässt sich einerseits erkennen, dass das Bündeln zu Fünferpäckchen nochmals thematisiert werden sollte. Andererseits zeigt die Tatsache, dass die Kinder weit mehr als die geforderten 30 Versuche durchgeführt haben, wie motivierend diese Aufgabe für sie war. Auch könnte dies andeuten, dass sie nicht glauben konnten, dass ihre intuitive Vermutung nicht zutreffend ist.

Ihre Begründung, warum die Bank häufiger gewinnt, bleibt dabei eher beschreibend. Dies lässt vermuten, dass ihnen noch nicht bewusst ist, warum die Gewinnzahlen der Bank häufiger auftreten.

Gruppe 4:

**Gewinnregel 1**

**Bevor Du würfelst:**

Findet Ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

☐ fair

☒ unfair

Warum?

weil der Spieler mehr Chancen hat.

**Würfelt mindestens 30-mal und macht eine Strichliste. Wer hat gewonnen?**

Spieler hat gewonnen: ||||||

Bank hat gewonnen: ||||||||||||||||||||||||||

**Gibt es einen eindeutigen Gewinner?** Die loozerige Bank.

**Woran könnte das liegen?** (Wenn Ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt Ihr Euch eine Tippkarte holen.)

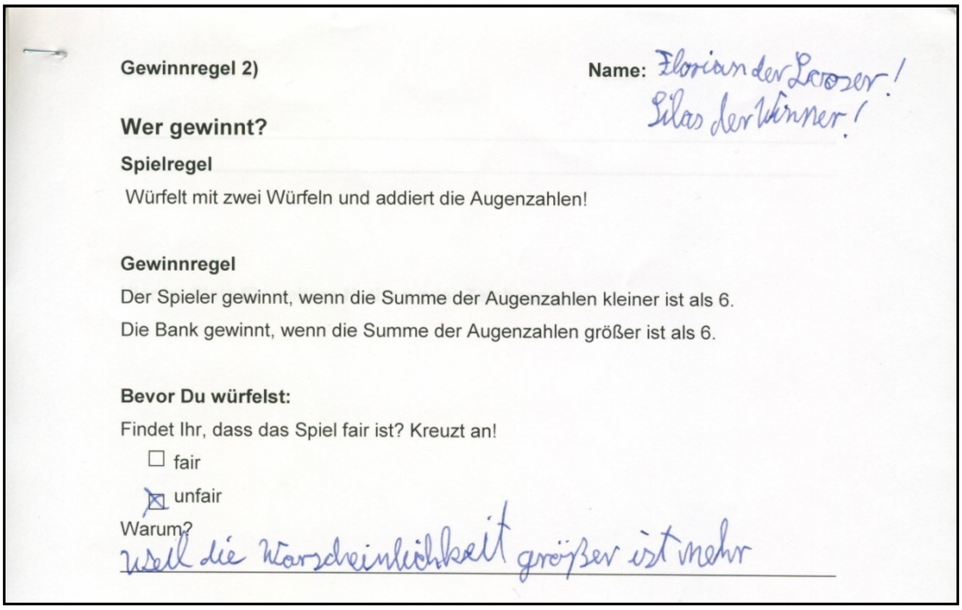
Der Spieler hat zwar mehr Chanen aber viel niedrige Zahlen Die Bank hat höre chanen weil die Zahlen höher sind.

Ähnlich wie Gruppe 3 schätzt auch Gruppe 4 das Spiel unfair ein. Auch diese Kinder glauben, dass der Spieler einen Vorteil hätte. Somit lässt sich schließen, dass auch sie die Anzahl der Gewinnzahlen und nicht die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten, diese Augensummen zu erreichen, zur Beurteilung der Fairness heranziehen.

Zudem zeigt sich auch bei ihnen, dass das Erstellen einer Strichliste nochmals thematisiert werden sollte.

Ihre Begründung, warum trotz anderer Vermutung doch die Bank gewinnt, zeigt schließlich, dass die Kinder bemerkt haben, dass die Anzahl der Gewinnzahlen nicht allein entscheidend für den Ausgang des Spiels ist. Im weiteren Verlauf des Unterrichts sollte geklärt werden, ob und inwiefern höhere Gewinnzahlen auch gleichzeitig höhere Gewinnchancen bedeuten.

**Gewinnregel 2**


Gewinnregel 2)

Name: Florian der Looser! Silas der Winner!

**Wer gewinnt?**

**Spielregel**

Würfelt mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen!

**Gewinnregel**

Der Spieler gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen kleiner ist als 6.

Die Bank gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen größer ist als 6.

**Bevor Du würfelst:**

Findet Ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

☐ fair

☒ unfair

Warum? weil die Warscheinlichkeit größer ist mehr

Diese Bearbeitung der zweiten Gewinnregel zeigt, dass die Kinder der Gruppe 4 die Erkenntnisse, die sie beim Spielen der ersten Gewinnregel gewonnen haben (s.o.), zur Einschätzung der veränderten Gewinnregel heranziehen. Direkt schätzen sie das Spiel unfair ein und begründen dies mit der Größe der Gewinnzahlen. Sie sind also in der Lage, ihre Erkenntnisse auf die neue Situation zu übertragen.
Zudem zeigt der Eintrag der Namen, wie sehr sich die Kinder mit ihren Rollen identifiziert haben und wie motivierend somit die Aufgabe für die Kinder war.

Fazit:
Insgesamt zeigen die Schülerdokumente, dass die Kinder die Fairness des Spiels ohne Erprobung anders einschätzen als nach dem konkreten Durchführen. Nicht zuletzt dadurch wird deutlich, dass sich die Aufgabe eignet, um Verwunderung auszulösen und somit eine Motivation zu schaffen, die intuitiven Einschätzungen zu hinterfragen und Begründungen für den Ausgang des Spiels zu finden.
Weiterhin veranschaulichen die Dokumente, dass verschiedene Zugangsweisen auf unterschiedlichen Niveaus möglich sind. Die Aufgabe wird also der Heterogenität der Kinder gerecht und ermöglicht eine natürliche Differenzierung.

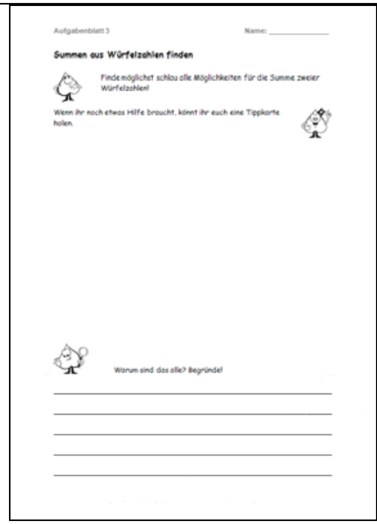
| **2. Einheit: Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln mit zwei Würfeln (systematisch) bestimmen** | **Schuljahr** |
|---|---|
| **Ziele**<br>Die Schülerinnen und Schüler<br>- finden alle Möglichkeiten für die Summe zweier Würfelzahlen heraus,<br>- ziehen die unterschiedlichen Anzahlen an Möglichkeiten als Begründung für den Ausgang des Spiels heran (→ Ergebnisse übertragen),<br>- unterscheiden zwischen den Besonderheiten bezüglich der Wahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel und beim Würfeln mit zwei Würfeln.<br><br>**Zeit**<br>Ca. 45 Minuten<br><br>**Darum geht es**<br>Die Entdeckungen der vorherigen Stunde aufgreifend, sollen nun alle Kombinationsmöglichkeiten für die Summe zweier Würfelzahlen herausgefunden werden. Diese sollen dann als Begründung für die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln mit zwei Würfeln herangezogen werden. Es soll deutlich werden, warum bei dem Spiel, das in der vorangegangenen Stunde gespielt wurde, doch zumeist die Bank gewonnen hat.<br><br>**So kann es gehen**<br>1. *Transparenz über die Unterrichtseinheit*<br>Zunächst sollte den Kindern Prozesstransparenz gegeben werden. So können die Ergebnisse der vorangegangenen Stunde aufgegriffen werden (z.B. „In der letzten Stunde haben wir ja schon viele Entdeckungen beim Würfeln mit einem und zwei Würfeln gemacht. Wisst ihr noch, was wir dabei herausgefunden haben?“ „Heute wollen wir möglichst alle Möglichkeiten für die Summe zweier Würfelzahlen herausfinden und dabei möglichst geschickt vorgehen.“).<br>Dann wird das AB 3 vorgestellt. Die Kinder sollen alle Kombinationsmöglichkeiten für die Summe zweier Würfelzahlen herausfinden und versuchen zu begründen, warum sie alle Möglichkeiten gefunden haben. Da die Aufgabenstellung sehr offen ist, ist es ratsam, auf die Tippkarten zu AB 3 hinzuweisen, die den Kindern bei der Herangehensweise, alle Möglichkeiten zu finden, helfen können.<br><br>2. *Arbeitsphase*<br>Die Kinder bearbeiten die Aufgaben des AB 3 in Einzel- oder Partnerarbeit auf ihren jeweiligen Niveaus. | 3 - 4<br><br>**Lehrplan**<br>*Inhaltsbezogene Kompetenzen*<br>Umgang mit Daten Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten<br><br>*Prozessbezogene Kompetenzen*<br>Problemlösen,<br>Darstellen/Kommunizieren,<br>Argumentieren<br><br>**Material**<br>*Schüler-Material*<br>AB 3<br>Tippkarten 1 und 2 zu AB 3<br>Würfel<br><br>*Lehrer-Material*<br>Würfelkarten |

Vorteil der Bearbeitung in Einzelarbeit wäre, dass die individuellen Herangehensweisen unterstützt würden. Hierbei würde es sich anbieten, die gefundenen Möglichkeiten und Begründungen anschließend in Mathe-Konferenzen vergleichen und evtl. ergänzen bzw. korrigieren zu lassen (*s. dazu Haus 8 – UM + IM: Mathe-Konferenzen).*
Bei einer Bearbeitung in Partnerarbeit kann dagegen ein Lernen voneinander stattfinden und außerdem diskutiert werden, ob beispielsweise die Kombination ‚Eins und Drei' die gleiche ist wie ‚Drei und Eins'. Durch diese gemeinsame Bearbeitung sowie durch die Begründung, warum die Kinder sicher sein können, alle Möglichkeiten gefunden zu haben, werden erneut die prozessbezogenen Kompetenzen angesprochen.
Zusätzlich sollten den Kindern Würfel zur Lösung der eher abstrakten Aufgaben zur Verfügung gestellt werden, um einzelne Möglichkeiten nachlegen zu können.

3. *Reflexionsphase*

Die Kinder sollen in einem Sitzkreis o.Ä. zusammenkommen und die einzelnen Kombinationsmöglichkeiten und Begründungen, warum dies alle sind, zusammentragen. Zur Veranschaulichung und um sicherzugehen, alle Möglichkeiten gefunden, und keine doppelt genannt zu haben, können Würfelkarten (*s. UM – Haus 7 – Lehrer-Material: Würfelkarten*) herangezogen werden. Um herauszustellen, dass es sich beispielsweise bei der Kombination 1 und 2 um eine andere Möglichkeit handelt als bei 2 und 1, ist es sinnvoll die Würfelkarten in zwei verschiedenen Farben anzufertigen: Eine Farbe für Würfel 1 und die andere Farbe für Würfel 2. Mit Hilfe dieser Würfelkarten können dann die einzelnen Kombinationsmöglichkeiten in die Mitte des Sitzkreises gelegt und strukturiert werden. Um die Heterogenität der Kinder zu berücksichtigen, bietet es sich an, dass v.a. die schwächeren Kinder, die nicht alle Möglichkeiten gefunden haben, ihre gefundenen Kombinationen zuerst vorstellen dürfen. Ergänzend und erweiternd könnten die leistungsstärkeren Kinder dann aufgefordert werden, fehlende Möglichkeiten aufzuzeigen und ihre Begründungen einzubringen.
Um die gefundenen Ergebnisse auf die Ausgangssituation, also das Würfeln mit zwei Würfeln, zurück zu übertragen, sollte anschließend gefragt werden, auf welche Zahl die Kinder tippen würden, um beim Würfeln mit zwei Würfeln zu gewinnen. Gerade in der Begründung können dann Begriffe wie ‚sicher' und ‚unmöglich' genutzt werden, um die Art der Wahrscheinlichkeit zu beschreiben. Diese sollten auch in den Wortspeicher aufgenommen werden.
Schließlich sollte im Sinne der Prozesstransparenz auf die Folgestunde hingewiesen werden. Dort soll herausgefunden werden, ob es ähnliche Auffälligkeiten auch beim Glücksraddrehen gibt.

Als passende Fragestellung für einen Mathebrief (*s. Haus 9 - UM*) bietet es sich an dieser Stelle an, zu


Aufgabenblatt 3 Name: ____________

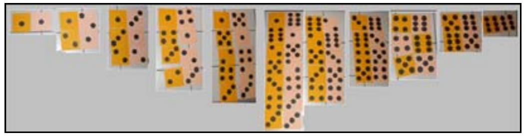
Summen aus Würfelzahlen finden

Finde möglichst schlau alle Möglichkeiten für die Summe zweier Würfelzahlen!

Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch eine Tippkarte holen.

Warum sind das alle? Begründe!

**Aufgabenblatt 3: Summe aus Würfelzahlen finden**



**Würfelkarten zur Veranschaulichung der Kombinationsmöglichkeiten**

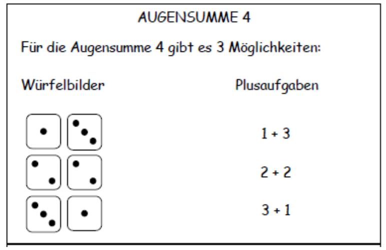
fragen, ob es beim ‚Mensch ärgere Dich nicht' besser wäre, statt mit einer Sechs mit einer Eins ‚raus zu dürfen' und die Antwort begründen zu lassen. So könnte ein Rückbezug zur vorherigen Stunde und somit dem Würfeln mit einem Würfel hergestellt werden. Da sich die Kinder hierbei von der gerade besprochenen Wahrscheinlichkeitsverteilung mit zwei Würfeln lösen müssen, kann auf diesem Weg herausgefunden werden, inwiefern die Kinder bereits den Umgang mit Wahrscheinlichkeitseinschätzungen reflektieren und variabel zwischen den verschiedenen Häufigkeitsverteilungen wechseln.

**Differenzierung**

a) Um der Heterogenität gerecht zu werden und eine niveaudifferente Bearbeitung zu ermöglichen, ist die Aufgabe offen formuliert. So sind unterschiedliche Vorgehensweisen möglich. Auch kann sich die Heterogenität in der Anzahl der gefundenen Lösungen zeigen: So werden manche Kinder nur einige und andere Kinder alle Möglichkeiten finden. Ebenso ist durch die Möglichkeit, Begründungen unterschiedlicher Art und Tiefe anzugeben, eine natürliche Differenzierung gegeben.

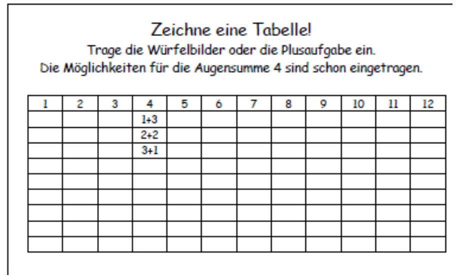
b) Zudem kann auf die Tippkarte zu AB 3 zurückgegriffen werden. Sie schlägt eine Strukturierung vor, die die Kinder nutzen können, um alle Möglichkeiten zu finden. Außerdem leitet sie durch die Frage, woran man erkennen kann, dass es genau zwei Möglichkeiten gibt, die Augensumme 3 zu erzielen, den Fokus auf die Kombinationsmöglichkeiten.

**Tippkarten zu Aufgabenblatt 3**


AUGENSUMME 4

Für die Augensumme 4 gibt es 3 Möglichkeiten:

| Würfelbilder | Plusaufgaben |
|---|---|
| | 1 + 3 |
| | 2 + 2 |
| | 3 + 1 |


Zeichne eine Tabelle!

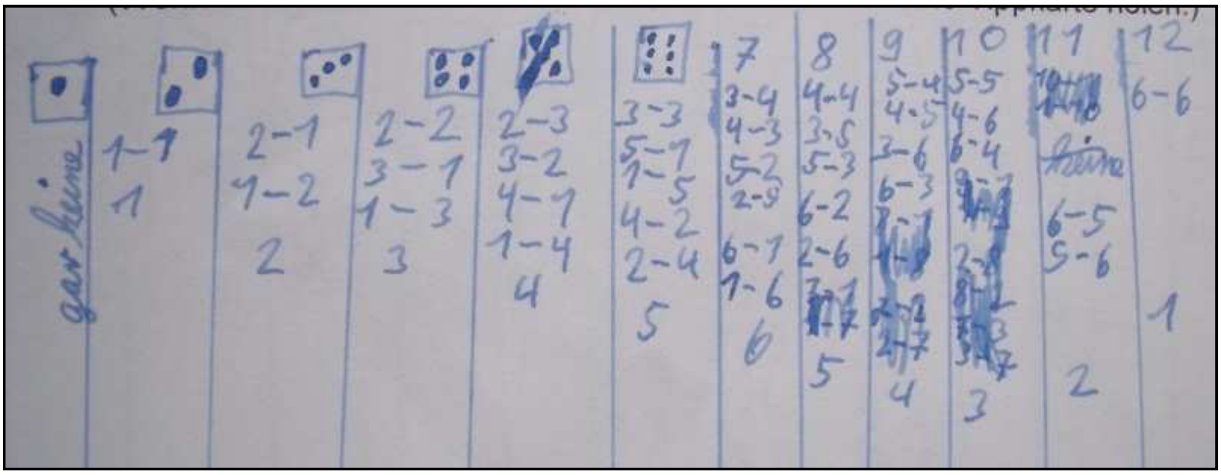
Trage die Würfelbilder oder die Plusaufgabe ein.

Die Möglichkeiten für die Augensumme 4 sind schon eingetragen.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1+3 | | | | | | | | |
| | | | 2+2 | | | | | | | | |
| | | | 3+1 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

**Ausgewählte Schülerdokumente zu Aufgabenblatt 3:**
**Kombinationsmöglichkeiten für Augensummen finden**

<u>Kind 1:</u>

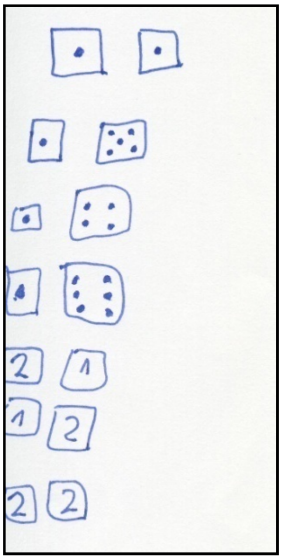



Kind 1 strukturiert sein Blatt horizontal und erreicht somit eine Abtrennung der einzelnen Möglichkeiten durch Untereinanderschreiben der einzelnen Ergebnisse. Weiterhin notiert dieses Kind die Summen von 1 bis 6 in der Würfelschreibweise, während es die Summen von 7 bis 12 als Ziffern schreibt (vermutlich, weil es diese nicht als eigenständige Augenzahlen gibt). Zudem stellt das Kind heraus, dass die Augensumme 1 beim Würfeln mit zwei Würfeln nicht erzielt werden kann, indem es eine Spalte für die Augensumme 1 anlegt und kennzeichnet, dass diese nicht erreichbar ist.

Die gefundenen Summen notiert das Kind in Ziffernschreibweise durch Bindestriche getrennt. Es geht systematisch vor, indem es auf jede gefundene Zahlenkombination das Kommutativgesetzt anwendet und bei den Verdopplungsaufgaben beginnend einen Summanden recht systematisch erhöht bzw. erniedrigt. Wahrscheinlich aufgrund dessen notiert es zuerst auch Lösungspaare wie 7-1, die nicht möglich sind, weil sich bspw. eine 7 mit einem Würfel nicht würfeln lässt. Dies bemerkt das Kind jedoch selbst, sodass es solche Zahlenpaare wieder durchstreicht.

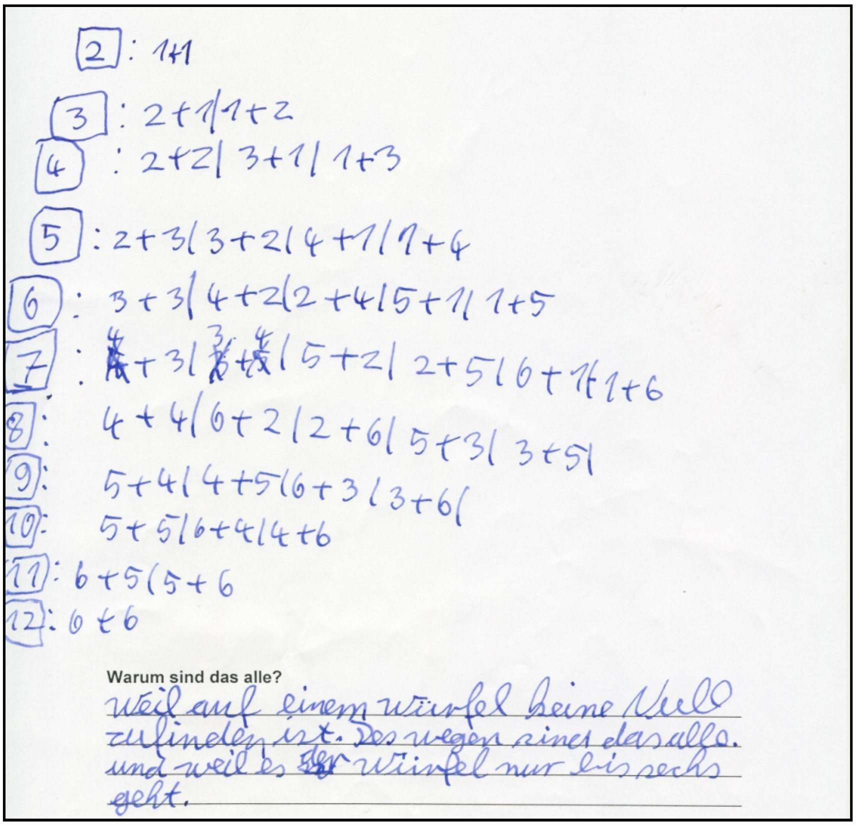
Unter jede Spalte schreibt das Kind schließlich die Anzahl der gefundenen Augenpaare.

Kind 2:




Kind 2 stellt mögliche Kombinationen einiger Würfelaugen dar, schreibt die entsprechenden Summen allerdings nicht. Das Kind beginnt mit der Augensumme 2, also ebenfalls einer Verdopplungsaufgabe, und fährt mit den Kombinationen 1-5, 1-4, 1-6 fort. Dies könnte andeuten, dass das Kind versucht einen Summanden konstant zu halten. Die Tatsache, dass es dies allerdings nicht weiterführt sowie der Wechsel von der Würfelaugen- zur Ziffernschreibweise, lassen vermuten, dass das Kind seine Strategie ändert: Nun wendet es das Kommutativgesetz an und erhöht anschließend den ersten Summanden um Eins während es den zweiten nicht verändert. Da es aber keine weiteren Möglichkeiten findet, lässt sich nicht folgern, ob es nun wieder auf seine anfängliche Strategie zurückgreifen oder eher willkürlich Kombinationsmöglichkeiten suchen würde.

Kind 3:



2: 1+1

3: 2+1 | 1+2

4: 2+2 | 3+1 | 1+3

5: 2+3 | 3+2 | 4+1 | 1+4

6: 3+3 | 4+2 | 2+4 | 5+1 | 1+5

7: 4+3 | 3+4 | 5+2 | 2+5 | 6+1 | 1+6

8: 4+4 | 6+2 | 2+6 | 5+3 | 3+5 |

9: 5+4 | 4+5 | 6+3 | 3+6 |

10: 5+5 | 6+4 | 4+6

11: 6+5 | 5+6

12: 6+6

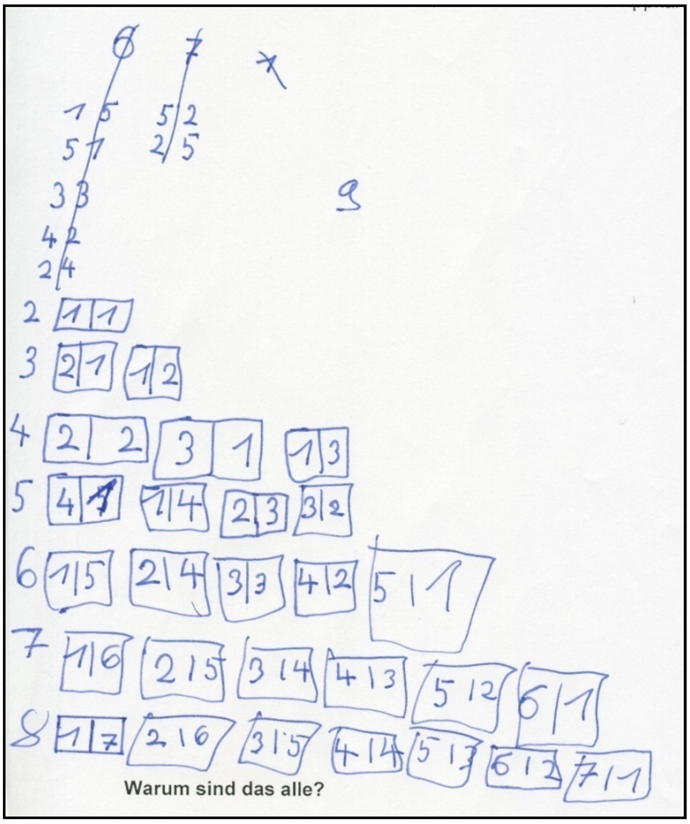
Warum sind das alle?

weil auf einem würfel keine Null zufinden ist. Des wegen sind das alle. und weil es ~~der~~ würfel nur bis sechs geht.

Kind 3 strukturiert sein Blatt vertikal und stellt die gefundenen Augensummen als Additionsaufgaben dar. Dazu nutzt es durchgehend die Ziffernschreibweise. Auch dieses Kind geht von den Verdopplungsaufgaben aus und nutzt das Kommutativgesetz.

Zudem kann es begründen, warum es alle Kombinationsmöglichkeiten gefunden hat.

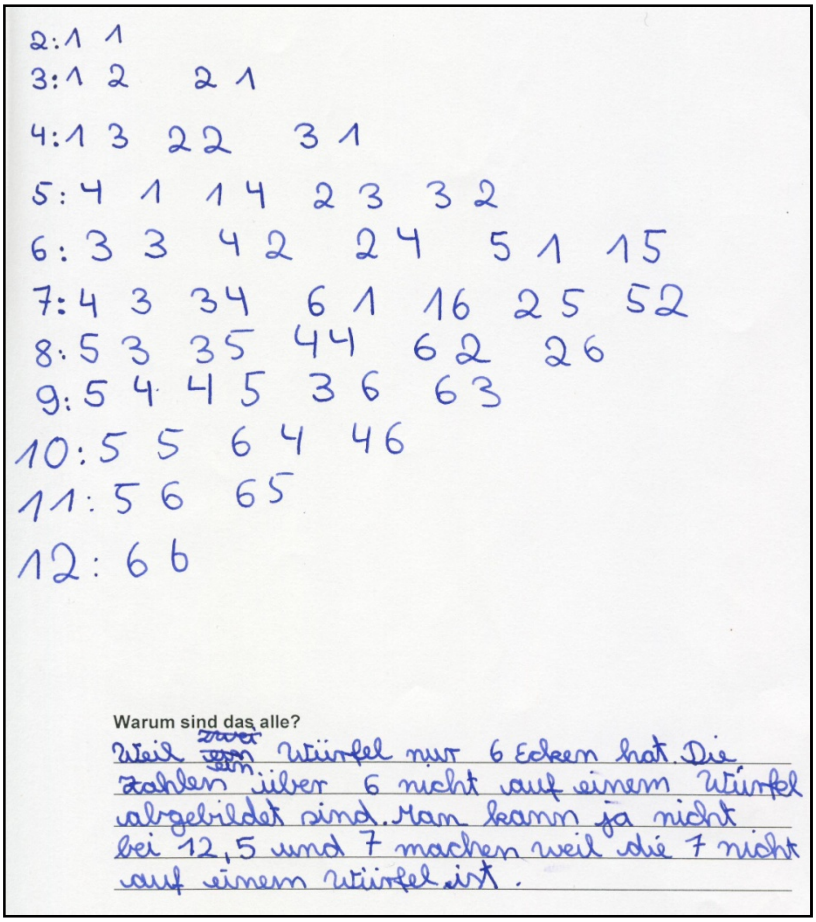
Kind 4:




Kind 4 beginnt zuerst, die Kombinationsmöglichkeiten für die Summen 6 und 7 zu finden. Dies bricht es jedoch ab und beginnt neu, indem es die Zerlegungen der Summe 2 wie in zwei Würfelkarten schreibt. Bis zur Summe 5 wendet es dann das Kommutativgesetz an, um alle Kombinationsmöglichkeiten zu finden. Ab der Augensumme 6 ändert das Kind allerdings sein Vorgehen, indem es jeweils den ersten Summanden um eins erhöht.

Zwar findet das Kind nicht alle Möglichkeiten. Jedoch ist aufgrund des systematischen Vorgehens zu vermuten, dass es bei ausreichend Zeit alle Möglichkeiten gefunden hätte.

Kind 5:

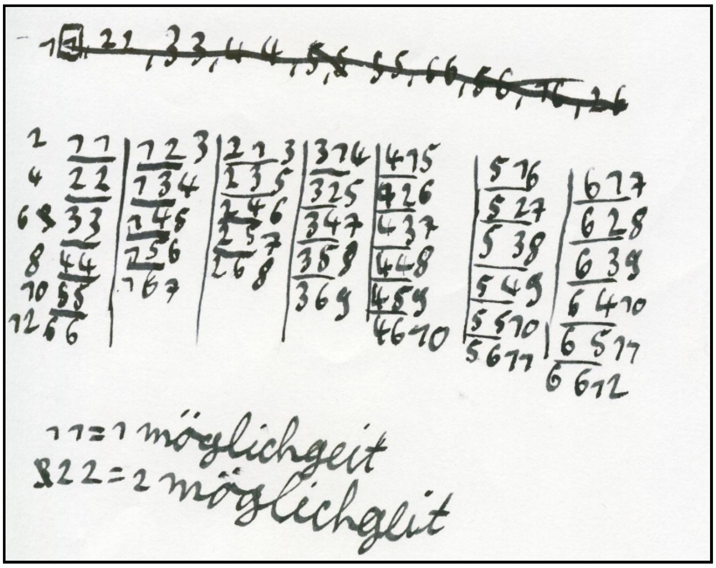

2: 1 1
3: 1 2  2 1
4: 1 3  2 2  3 1
5: 4 1  1 4  2 3  3 2
6: 3 3  4 2  2 4  5 1  1 5
7: 4 3  3 4  6 1  1 6  2 5  5 2
8: 5 3  3 5  4 4  6 2  2 6
9: 5 4  4 5  3 6  6 3
10: 5 5  6 4  4 6
11: 5 6  6 5
12: 6 6

Warum sind das alle?

Weil ~~zwei~~ ein Würfel nur 6 Ecken hat. Die Zahlen über 6 nicht auf einem Würfel abgebildet sind. Man kann ja nicht bei 12, 5 und 7 machen weil die 7 nicht auf einem Würfel ist.

Wie Kind 3 gliedert auch Kind 5 sein Blatt vertikal und wendet das Kommutativgesetz auf die gefundenen Kombinationsmöglichkeiten an. Diese trennt es nicht durch Additionszeichen, sondern durch kleinere Lücken voneinander ab. Somit ist diese Darstellungsweise nicht so leicht lesbar wie bspw. die von Kind 3. Auch Kind 5 findet eine Begründung und erläutert diese mit Hilfe eines Beispiels.

<u>Kind 6:</u>

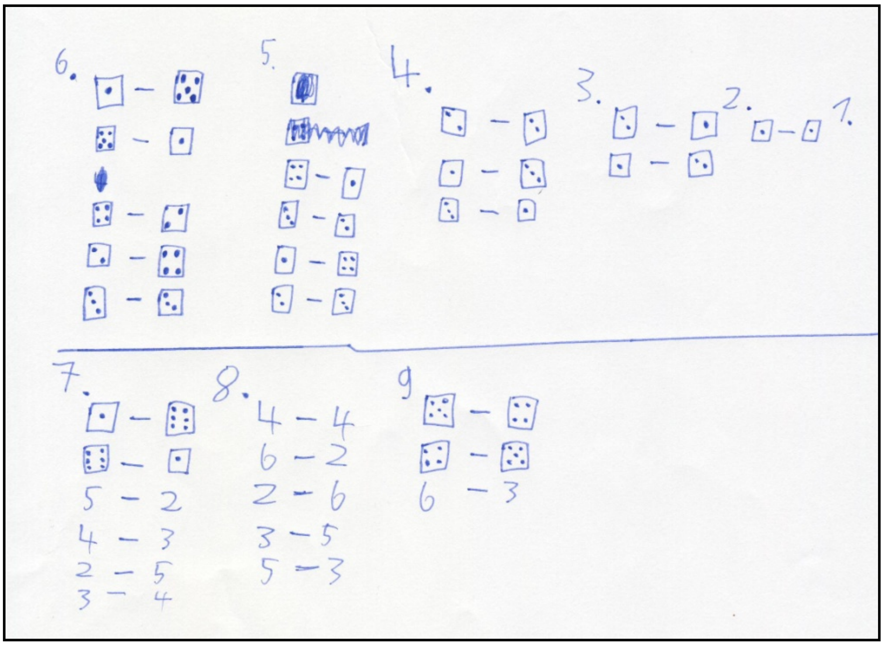



Kind 6 geht nicht von den Augensummen, sondern von den Kombinationsmöglichkeiten aus. So notiert es in der ersten Spalte alle Möglichkeiten für einen Pasch und schreibt links daneben die entsprechenden Augensummen. In der nächsten Spalte notiert das Kind alle Kombinationsmöglichkeiten, bei denen die erste Würfelzahl 1 ist und schreibt rechts daneben die jeweilige Augensumme. Es folgen analog in den nächsten Spalten alle Kombinationsmöglichkeiten mit erster Zahl 2, 3, 4, 5 bzw. 6. Dabei werden die Pasch-Kombinationen jeweils ausgelassen, da diese ja in der ersten Spalte zu finden sind.

Um herauszufinden, wie viele Kombinationsmöglichkeiten es pro Augensumme gibt, müssten diese jeweils einzeln abgezählt werden. Dies scheint Kind 6 zu beginnen, indem es unter seinen Spalten notiert, wie viele Kombinationsmöglichkeiten es für die Summen 2 und 4 (jeweils als Pasch notiert) gibt. Dies führt das Kind allerdings nicht zu Ende.

Aus der Begründung lässt sich zudem schließen, dass das Kind nicht begründen kann, warum es alle Kombinationsmöglichkeiten gefunden hat. Das Argumentieren sollte also nochmals geübt werden.

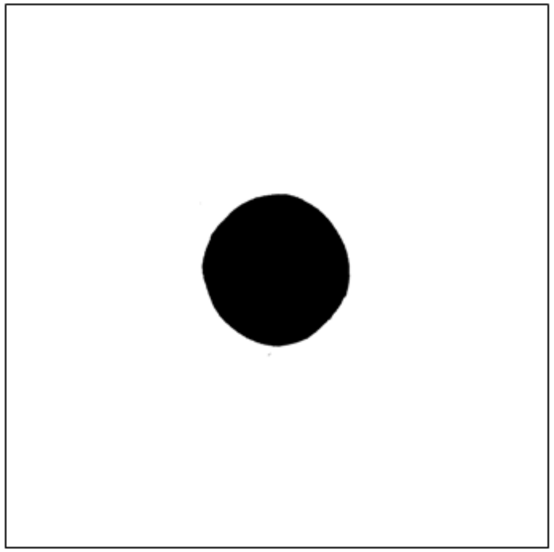
Kind 7:

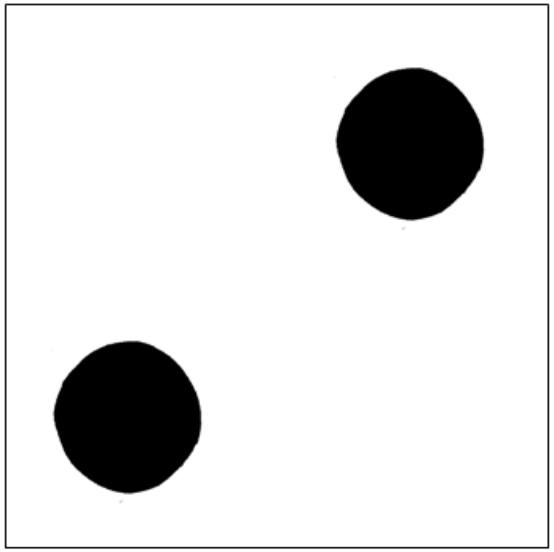


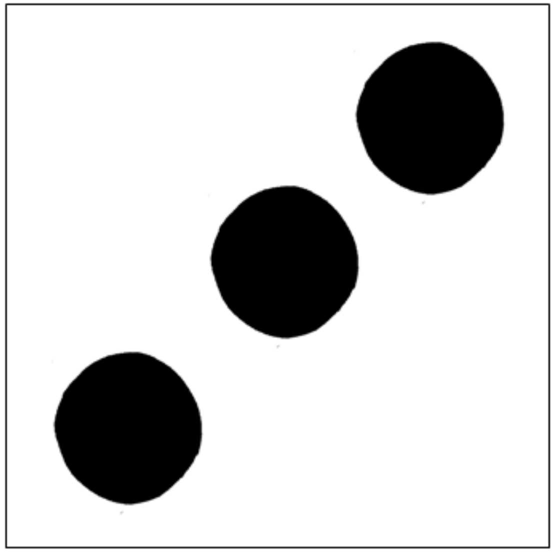

Kind 7 beginnt damit, alle Kombinationsmöglichkeiten zur Augensumme 6 zu finden. Es fährt fort, indem es alle Möglichkeiten, die Summen 5, 4, 3, 2 und 1 zu erreichen, notiert. Dann beginnt es aufsteigend die Summen 7, 8 und 9 aus zwei Würfelzahlen darzustellen. An dieser Stelle hört das Kind auf.

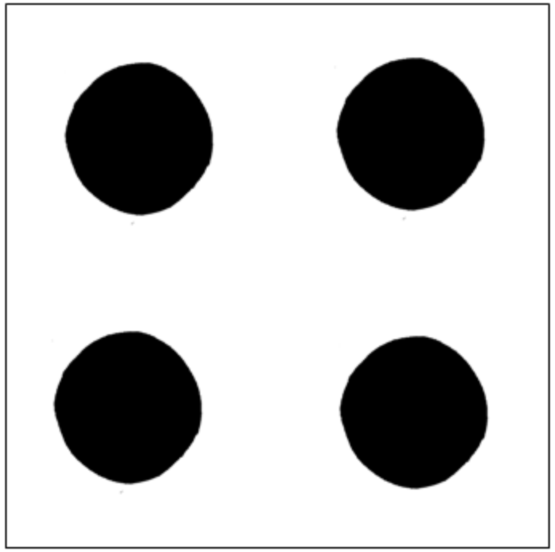
Auffällig ist, dass das Kind erst die Kombinationsmöglichkeiten in Würfelschreibweise darstellt, zwischenzeitlich in dien Ziffernschreibweise wechselt, für zwei Kombinationsmöglichkeiten erneut die Würfelschreibweise wählt, bevor es schließlich wieder die Ziffernschreibweise nutzt. Dabei könnte die mehrheitlich verwendete und schreibzeitintensive Würfelschreibweise dafür verantwortlich sein, dass das Kind nicht genügend Zeit hatte, um alle Kombinationsmöglichkeiten zu finden.

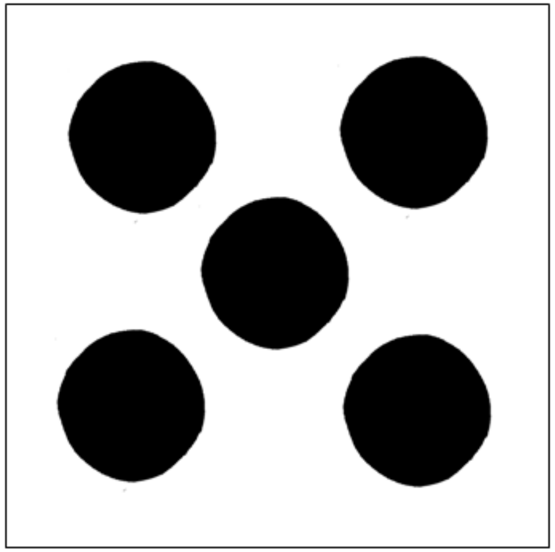
**Kopiervorlage Würfelkarten: Um alle Kombinationsmöglichkeiten legen zu können, werden je 6 Würfelkarten pro Augenzahl und Würfel benötigt (→ insgesamt 72 Karten).**

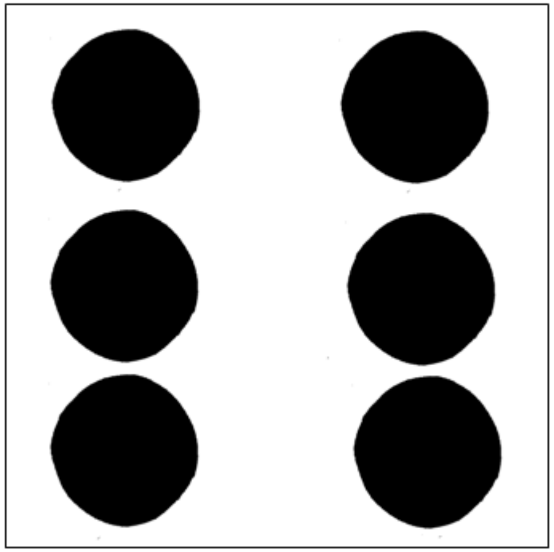












**Einheit 3: Wahrscheinlichkeiten beim Glücksrad bestimmen**

In dieser Einheit soll ein Transfer der in den bisherigen Stunden zum Würfeln gewonnenen Erkenntnisse auf das Glücksrad stattfinden.

**Ziele**
Die Schülerinnen und Schüler
- übertragen die Erkenntnisse über die Bedeutung der Kombinationsmöglichkeiten, die sie beim Würfeln gemacht haben, auf das Glücksrad,
- erkennen unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten von Gewinnregeln,
- erstellen eigene Glücksräder und passende Gewinnregeln.

**Zeit**
Ca. 45 Minuten

**Darum geht es**
Die Kinder sollen die Erkenntnisse, die sie in den vorangegangenen Stunden beim Würfeln mit ein und zwei Würfeln erlangt haben, auf eine neue Situation (das Glücksrad) übertragen und erweitern. Ausgehend von ihren intuitiven Einschätzungen und konkreten Handlungen am Glücksrad sollen sie erkennen, dass beim Glücksraddrehen ähnliche Auffälligkeiten zu entdecken sind wie beim Würfeln und auch dort der Zufall (mathematisch) berechenbar ist. Somit soll nochmals verdeutlicht werden, wie wichtig es ist, Glückspiele nicht einfach hinzunehmen, sondern immer wieder zu hinterfragen. Anders als beim Würfeln kommt in dieser Einheit zum Glücksrad allerdings hinzu, dass eine kombinierte Betrachtung von Glücksrad und Gewinnregel nötig ist, um die Wahrscheinlichkeiten angemessen einschätzen zu können.

**So kann es gehen**

1. *Transparenz über die Unterrichtseinheit und Einführung des Glücksrads*

Zu Beginn sollte den Kindern Transparenz über die Einbettung der Einheit in die Unterrichtsreihe gegeben werden. Bspw. kann an die vorangegangenen Stunden angeknüpft werden: „In den letzten Stunden haben wir bereits unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln kennengelernt. Heute wollen wir herausfinden, ob es solche Auffälligkeiten auch beim Glücksraddrehen gibt.“
Als Impuls kann ein Demo-Glücksrad dienen. Es enthält Felder, die sowohl farblich als auch mit Zahlen gekennzeichnet sind. Somit können zwei Faktoren gleichzeitig erdreht werden. Dieses Glücksrad wird z.B. in die

**Schuljahr**
3 – 4

**Lehrplanbezug**
*Inhaltsbezogene Kompetenzen*
Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

*Prozessbezogene Kompetenzen*
Problemlösen/kreativ sein, Kommunizieren /Darstellen, Argumentieren

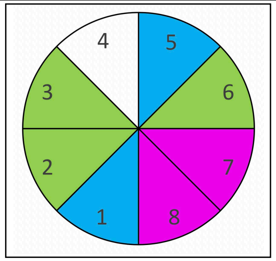
**Material**
*Schüler-Material*
AB 4, AB 5
je 1 Glücksrad pro vier Kinder,
je ein Satz Gewinnkarten pro vier Kinder

*Lehrer-Material*
Demo-Glücksrad

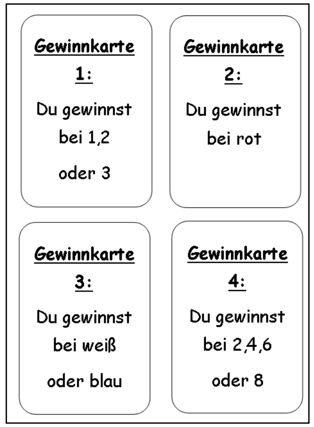
Mitte eines Sitzkreises gelegt. Als weiterer Impuls dienen Gewinnkarten mit Gewinnregeln (*s. Haus 7 – UM – Lehrer-Material: Glücksrad und Gewinnkarten*). Für die gemeinsame Einführungsphase sollte eine Gewinnkarte ausgewählt und getestet werden. Um den Zusammenhang zwischen Glücksrad und Gewinnregel zu verdeutlichen und Begriffe wie „Gewinnfeld“ und „Gewinn-“ bzw. „Verlustregel“ einzuführen, bietet es sich deshalb an, einige Kinder das Glücksrad drehen zu lassen. In diesem Zusammenhang ist es für die meisten Kinder zudem motivierend, wenn man sie vor dem Dreh vermuten lässt, welches Feld (welche Farbe bzw. Zahl) gewinnt. Sie sollen also eine Gewinnregel aufstellen.
Anschließend werden das AB 4 und das AB 5 vorgestellt: Mit AB 4 erhalten die Kinder den Auftrag, in Vierergruppen das Glücksrad zehnmal zu drehen und dabei zu beobachten, wer am ehesten gewinnt. Basierend auf dieser Erfahrung sollen sie dann überlegen, mit welcher Gewinnkarte man am ehesten gewinnt bzw. verliert und begründen, warum dies so ist. Auch sollen die Gewinnkarten nach Gewinnchancen geordnet werden. Schließlich sollen sich die Kinder für jede Gewinnregel ein Glücksrad ausdenken, bei dem man am ehesten gewinnt.
In AB 5 werden die Kinder abschließend dazu aufgefordert, eigene Glücksräder und passende Gewinnregeln zu erstellen.

2. *Arbeitsphase*

Die Kinder arbeiten in Vierergruppen. Jede Gruppe bekommt je ein Glücksrad und für jedes Kind eine Gewinnkarte. Hierdurch kann ähnlich wie beim Würfelspiel (vgl. Einheit 1) eine Identifikation des Kindes mit der jeweiligen Gewinnregel erreicht werden, sodass die Neugier und Motivation, über die Fairness des Spiels zu diskutieren, verstärkt wird. Außerdem schätzen die Kinder die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Gewinnregeln ein, wobei erneut Begrifflichkeiten wie ‚sicher', die im Wortspeicher festgehalten sind, genutzt werden sollten. Dabei sind die Gewinnregeln so gesetzt, dass zwei Karten dieselbe Wahrscheinlichkeit haben. So wird nicht nur auf die Extremfälle eingegangen, sondern auch festgestellt, ob die Kinder die Strukturen erkannt haben und ihnen bewusst ist, dass die Wahrscheinlichkeit nicht von der Anzahl der verschiedenen Zahlen bzw. Farben, sondern von deren flächenmäßigem Vorkommen auf dem Glücksrad abhängt. Auch hier zeigt sich, inwieweit die Kinder die Erkenntnis der Würfelaufgabe, wo es nicht auf die Anzahl der Gewinnzahlen, sondern auf die Häufigkeit der Kombinationsmöglichkeiten ankam (vgl. Einheit 1), auf das Glücksrad übertragen können. Dadurch, dass die Bearbeitung dieser Aufgaben in Gruppenarbeit stattfindet, sind außerdem verschiedene Meinungen der Kinder zu erwarten, die dargestellt und ausdiskutiert werden müssen. Findet dies statt, werden wiederum die prozessbezogenen Kompetenzen geschult. Zudem erstellen die Kinder eigene Glücksräder, sodass erneut festgestellt werden kann, inwiefern die Kinder in der Lage sind, ihre Erkenntnisse zu übertragen und zu verallgemeinern *(s. dazu Haus 7 – UM – Schüler-Material: AB 5: Eigene Glücksräder)*. Es wird deutlich, inwieweit



**Demo Glücksrad**



**Gewinnkarten**

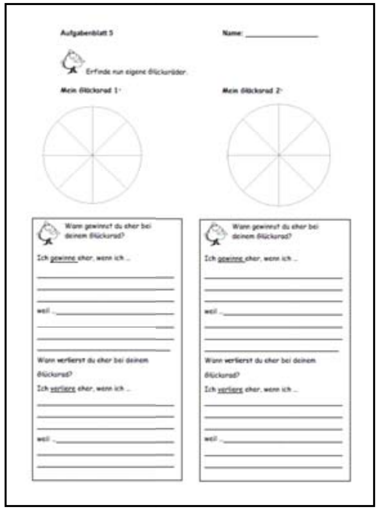
sie die Beziehung zwischen Anteil der Fläche auf dem Glücksrad und Wahrscheinlichkeit verinnerlicht haben.

3. *Reflexionsphase*

Im Sitzkreis o.Ä. stellen die Kinder ihre Ergebnisse vor. Um die Arbeit der Kinder zu würdigen und den Zusammenhang zwischen Gewinnregel und Glücksrad herauszustellen, ist es sinnvoll, einige Kinder ihre Ergebnisse vorlesen zu lassen. Dabei ist es wichtig, ggf. durch gezieltes Nachfragen herauszustellen, dass und vor allem auch warum die Gewinnregeln 1 und 3 gleich wahrscheinlich sind.
Um die Eigenproduktionen der Kinder zu berücksichtigen, bietet es sich anschließend an, einige selbst erstellte Glücksräder und Gewinnregeln testen zu lassen. Hierzu können Leerformate für das Demo-Glücksrad bereitgestellt werden, in die die Kinder ihre Felder einfärben oder nummerieren und die sie dann auf das Demo-Glücksrad auflegen und somit testen können.

**Differenzierung**

a) Durch den konkreten Einstieg, die Gewinnregeln selbst zu erproben, wird es allen Kindern ermöglicht, ihre intuitiven Erfahrungen einzubringen.
b) Dabei erlauben die zumeist offenen Aufgabenstellungen ein Argumentieren auf unterschiedlichen Niveaus.

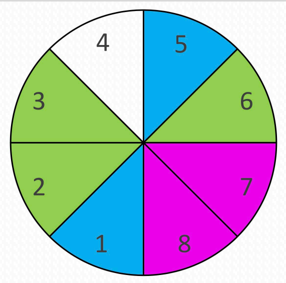


**AB 5: Eigene Glücksräder**

**Ausgewählte Schülerdokumente zu Aufgabenblatt 4: Wahrscheinlichkeiten am Glücksrad**

***Zur Erinnerung:***

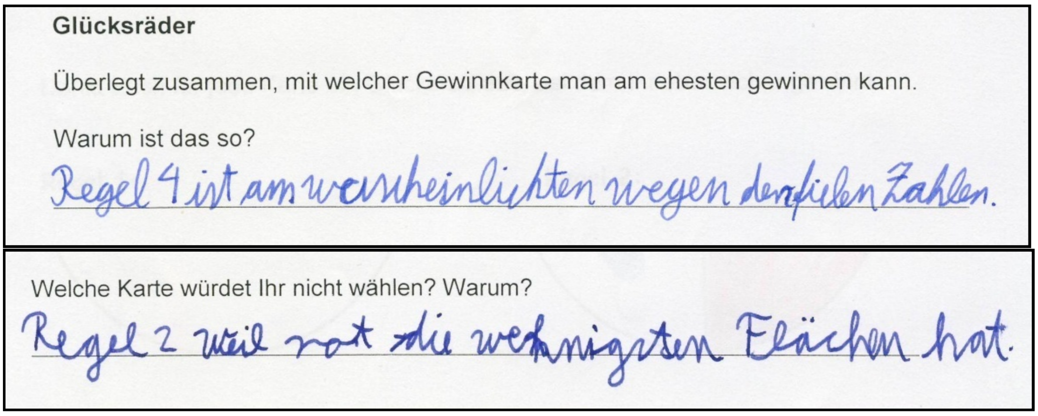
Glücksrad




Gewinnkarten

| Gewinnkarte 1: | Gewinnkarte 2: | Gewinnkarte 3: | Gewinnkarte 4: |
| --- | --- | --- | --- |
| Du gewinnst bei 1,2 oder 3 | Du gewinnst bei rot | Du gewinnst bei weiß oder blau | Du gewinnst bei 2,4,6 oder 8 |

Gruppe 1:



**Glücksräder**

Überlegt zusammen, mit welcher Gewinnkarte man am ehesten gewinnen kann.

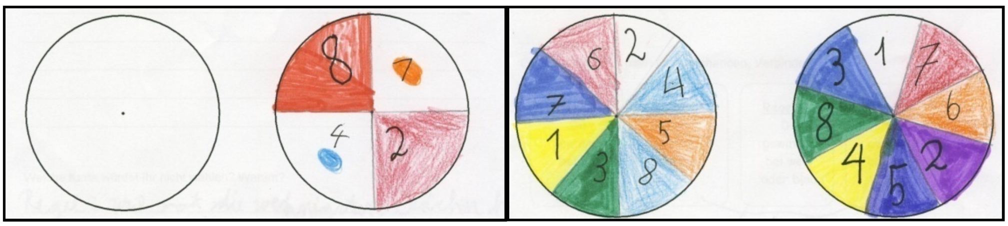
Warum ist das so?

Regel 4 ist am warscheinlichten wegen den fielen Zahlen.

Welche Karte würdet Ihr nicht wählen? Warum?

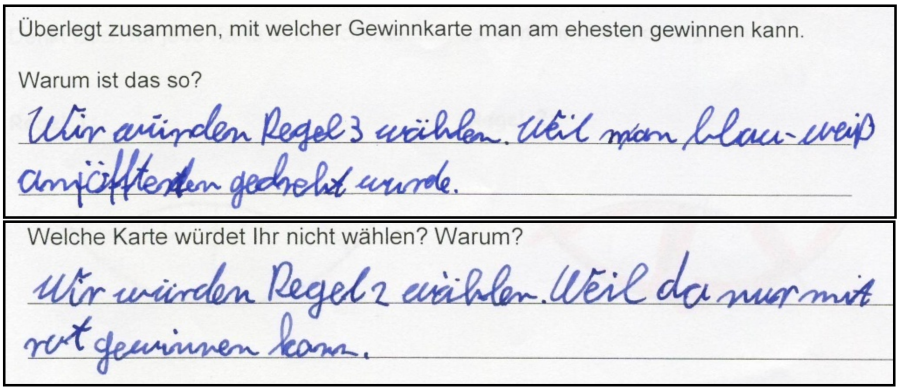
Regel 2 weil rot die wehnigsten Flächen hat.

Gruppe 1 bestimmt Regel 4 als die Regel, mit der man ehesten gewinnen kann. Dabei orientiert sich ihr Urteil einzig an der Anzahl der Gewinnzahlen auf der Regelkarte während das Glücksrad scheinbar nicht miteinbezogen wurde. Dies ändert sich jedoch als die Gruppe die Karte bestimmt, die sie nicht wählen würde: Hier beziehen die Kinder zusätzlich zu den Informationen auf der Gewinnkarte die entsprechende Flächenverteilung auf dem Glücksrad mit ein.



Bei den selbst erstellten Glücksrädern fällt die Einteilung in Viertel (zu Regel 2) auf, da sich diese von der vorgegebenen Einteilung in Achtel absetzt und somit eine Eigenständigkeit der Gruppe andeutet.

<u>Gruppe 2:</u>


Überlegt zusammen, mit welcher Gewinnkarte man am ehesten gewinnen kann.

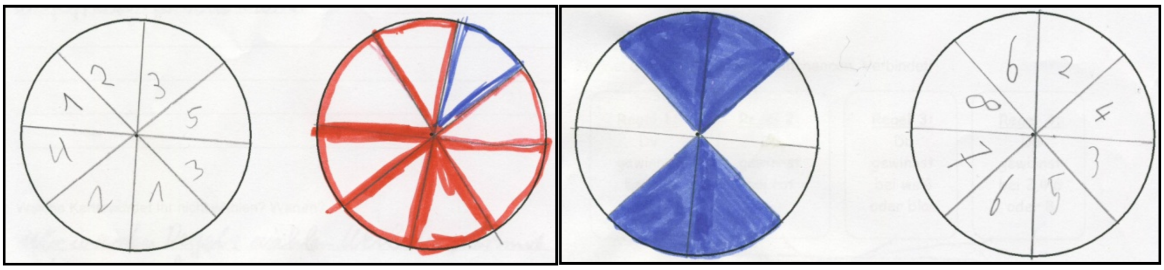
Warum ist das so?

Wir würden Regel 3 wählen. Weil man blau-weiß am häufigsten gedreht wurde.

Welche Karte würdet Ihr nicht wählen? Warum?

Wir würden Regel 2 wählen. Weil da nur mit rot gewinnen kann.

Auch Gruppe 2 benutzt unterschiedliche Strategien, um die am wahrscheinlichsten und die am unwahrscheinlichsten eintretende Gewinnregel zu bestimmen. So würden die Kinder auf Grundlage der von ihnen selbst durchgeführten Ergebnisse am ehesten Regel 3 wählen (vgl. ‚representativeness heuristic' in den Sachinfos zu dieser Seite). Dagegen ziehen die Kinder zur Beurteilung der Regel, die am unwahrscheinlichsten auftritt, die Anzahl der Gewinnmerkmale, die in der Regel benannt sind, heran.



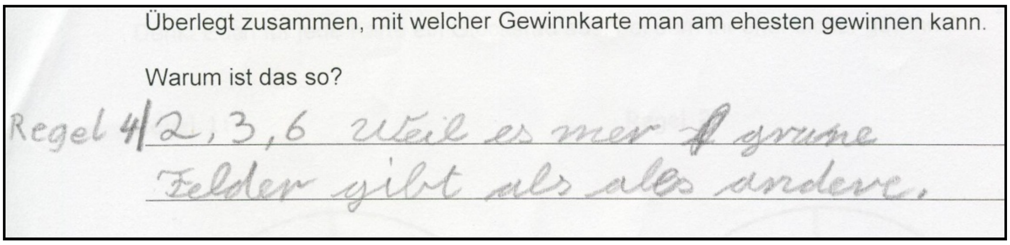
Auffallend bei den selbst erstellten Glücksrädern dieser Gruppe ist, dass man mit dem Glücksrad zu Regel 3 auf jeden Fall gewinnen würde. Auch sind die Gewinnchancen bei den entsprechenden eigenen Glücksrädern zu Regel 1 und 2 recht groß.

Außerdem zeichnen die Kinder jeweils nur das Gewinnmerkmal (Zahlen oder Farbe) in die selbst erstellten Glücksräder ein, welches auch in der Gewinnregel erwähnt wird. So lassen sie in den Glücksrädern 1 und 4 die Farbe neutral, während die Glücksräder 2 und 3 keine Zahlen beinhalten.

Gruppe 3:

Gruppe 3 zeichnet ebenfalls eigene Glücksräder, mit denen man bei der jeweiligen Gewinnregel eher sicher gewinnt. Dabei wird v.a. an dem Glücksrad zu Gewinnregel 2 deutlich, dass die Gewinnchancen nicht so eindeutig sind, wie dies bspw. bei Gruppe 2 der Fall ist.

Gruppen 4:

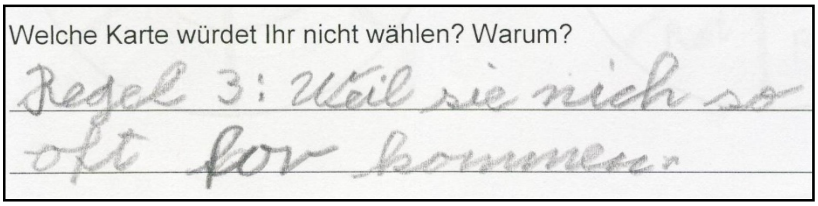


Überlegt zusammen, mit welcher Gewinnkarte man am ehesten gewinnen kann.

Warum ist das so?

Regel 4 | 2, 3, 6 Weil es mer ~~f~~ grüne Felder gibt als alle andere.

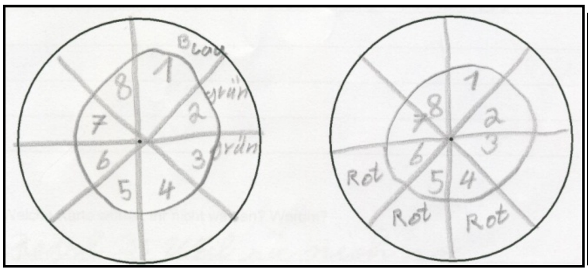
Gruppe 4 nennt zwar auch Regel 4 als die Regel, mit der man am ehesten gewinnen kann, erfindet dann aber eine eigene Regel, die ebenfalls passen würde. Hierbei fällt auf, dass die Kinder die Zahlen der entsprechenden Felder auf dem Glücksrad zur Beschreibung der Regel nennen, zur Begründung, warum die Regel wahrscheinlich ist, allerdings die Farben der Glücksradfelder heranziehen.



Welche Karte würdet Ihr nicht wählen? Warum?

Regel 3: Weil sie nich so oft for kommen.

Bei der Begründung, welche Regel sie nicht wählen würden, bezieht sich Gruppe 3 wieder auf die bereits vorgegebenen Regeln. Zur Begründung scheinen die Kinder das flächenmäßige Vorkommen der Gewinnmerkmale auf dem Glücksrad berücksichtigt zu haben.





Die eigenen Glücksräder lassen allerdings darauf schließen, dass die Kinder dieser Gruppe ihre anfangs gezeigten korrekten Erkenntnisse noch nicht vollständig auf das Erstellen eigener Glücksräder übertragen können. So hat das zweite Glücksrad zwar drei rote Flächen, jedoch auch vier weiße, sodass man bei diesem Glücksrad nicht mit Rot am ehesten gewinnen würde. Deutlicher wird dies noch im dritten Glücksrad der Gruppe. Hier sind die Gewinnfarben weiß und blau gar nicht auf dem Glücksrad zu finden. Analog sind die beiden anderen Glücksräder zu deuten.

<u>Fazit:</u>

Die Schülerdokumente verdeutlichen, dass sich die Strategien der einzelnen Gruppen zur Einschätzung der Wahrscheinlichkeiten beim Glücksraddrehen voneinander unterscheiden. Und auch innerhalb einer Gruppe können die Herangehensweisen je nach Gewinn- oder Verlustregel variieren. Diese Heterogenität zeigt sich auch in den selbsterstellten Glücksrädern zu den vorgegebenen Gewinnregeln. Sie unterscheiden sich nicht nur im Grad ihrer Korrektheit, sondern auch in der Anzahl der genutzten Merkmale, der Eindeutigkeit der Gewinnchancen und der Größe der eingezeichneten Gewinnfelder. Trotzdem wird deutlich, dass die meisten Gruppen die vorgegebenen Glücksräder als Orientierung nutzten und unterschiedlich stark für ihre Zwecke abwandelten. Daraus lässt sich schließen, dass diese Aufgabe die unterschiedlichen Niveaus und Vorgehensweisen der Kinder aufgreifen und als gemeinsame Grundlage zum weiteren Arbeiten mit „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ dienen kann.

**Ausgewählte Schülerdokumente zu Aufgabenblatt 5: Eigene Glücksräder und Gewinnregeln erstellen**

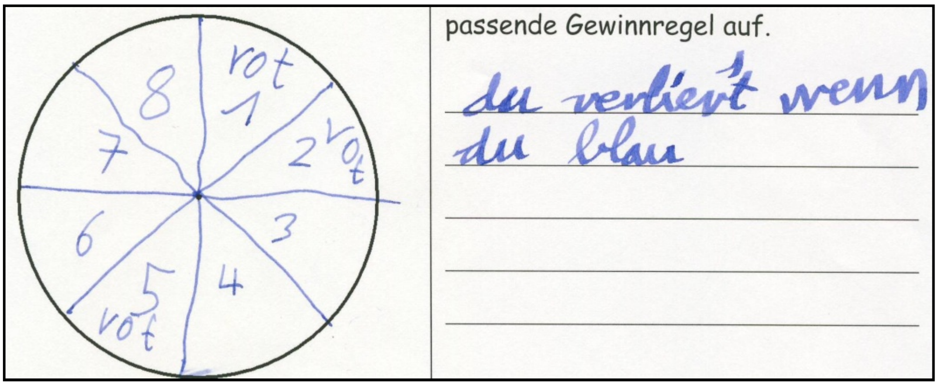
Kind 1:


Die Glücksräder verdeutlichen, dass Kind 1 den Zusammenhang von ‚Merkmal in der Gewinnregel' und ‚entsprechender Fläche auf dem Glücksrad' noch nicht vollständig auf das Erstellen eigener Glücksräder anwenden kann. So gibt das Kind in seiner ersten Gewinnregel lila als Gewinnmerkmal an, stellt im entsprechenden Glücksrad jedoch eine Gleichwahrscheinlichkeit der Farben lila und weiß dar. Auch bei dem zweiten Glücksrad wären die fünf grünen Flächen wahrscheinlicher als die zwei blauen, die das Kind als Gewinnfelder angibt.

Kind 2:

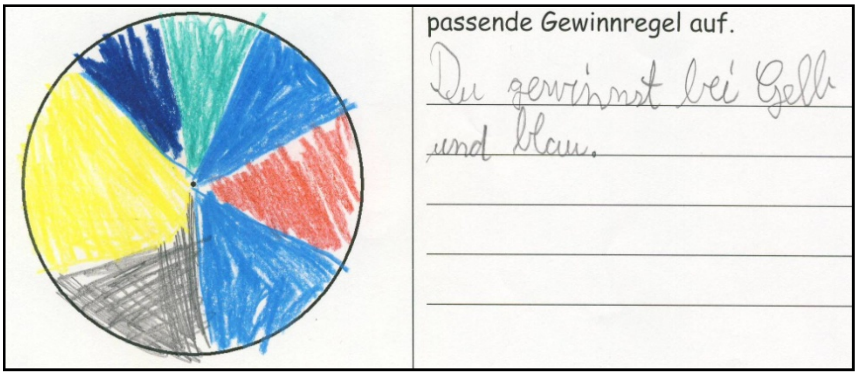

Kind 2 kann den Zusammenhang zwischen ‚Merkmal in der Gewinnregel' und ‚entsprechender Fläche auf dem Glücksrad' auf die Erstellung des eigenen Glücksrads übertragen. Seine Gewinnregel passt somit zu seinem Glücksrad.

Kind 3:

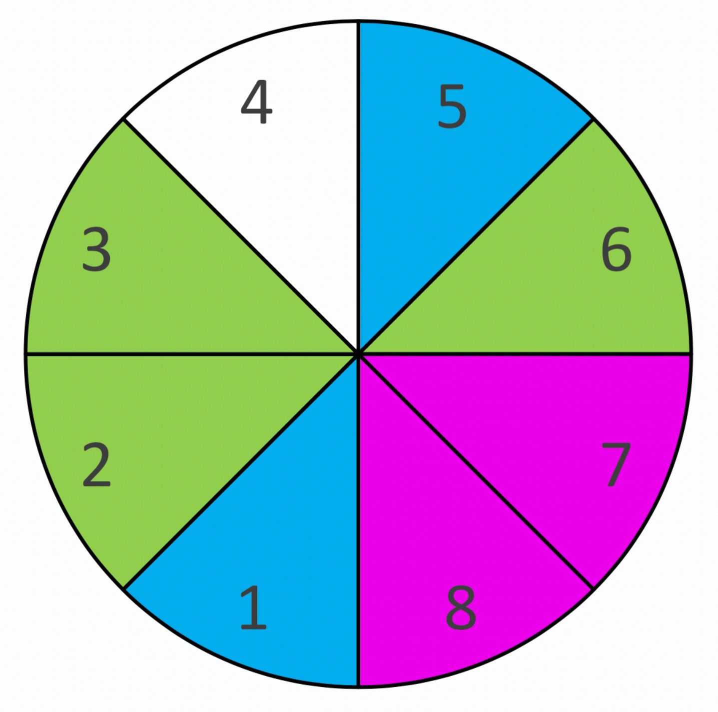



Die Tatsache, dass Kind 3 eine Verlustregel verfasst, zeigt, dass es bereits versucht, die erkannten Strukturen zu verallgemeinern bzw. auf die umgekehrte Situation zu übertragen. Dadurch, dass sein Glücksrad die erwähnte Farbe Blau allerdings gar nicht hat und das Kind auch kein weiteres Glücksrad malt, kann man jedoch nicht sicher sein, ob es die Beziehung zwischen ‚Fläche auf dem Glücksrad' und ‚Merkmal in der Gewinnregel' wirklich verstanden hat. Einerseits könnte dies bedeuten, dass das Kind eine eindeutige Verlustregel aufstellen wollte, indem es die gewählte Farbe gar nicht gibt. Andererseits könnte es auch vergessen haben, eine Fläche blau einzuzeichnen bzw. dies aus zeitlichen Gründen nicht mehr geschafft haben.

Kind 4:




Kind 4 gibt Gelb und Blau als Gewinnmerkmale an. Auf Nachfragen argumentiert es zunächst „Gelb gewinnt, weil das ne größere Fläche hat“. Dies zeigt, dass das Kind die Bedeutung der Fläche für die Gewinnchance verstanden hat. Anschließend geht Kind 4 auf die Tatsache ein, dass sein Glücksrad zwei kleine blaue Felder enthält, die zusammen etwa so groß sind wie die eine gelbe Fläche. Deshalb stellt das Kind heraus, dass Blau und Gelb „beide gleich“ wahrscheinlich sind, sodass auch die Gewinnregel „Du gewinnst bei Gelb und Blau“ lautet. Kind 4 ist also in der Lage, zwei Variablen zusammen zu betrachten, nämlich die Größe der einzelnen Flächen und deren Anzahl.




**Gewinnkarte 1:**

Du gewinnst bei 1,2 oder 3

**Gewinnkarte 2:**

Du gewinnst bei rot

**Gewinnkarte 3:**

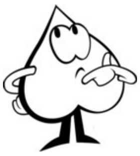
Du gewinnst bei weiß oder blau

**Gewinnkarte 4:**

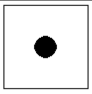
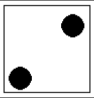
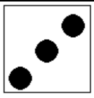
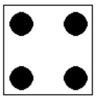
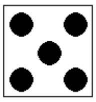
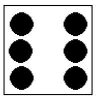
Du gewinnst bei 2,4,6 oder 8

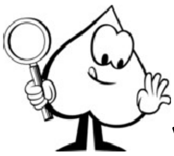
**Aufgabenblatt 1** **Name: ____________________**

# 1 Würfel

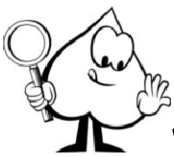


Würfle 30-mal und führe eine Strichliste.

| Augen | Strichliste | Gesamtergebnis |
|---|---|---|
|  | | |
|  | | |
|  | | |
|  | | |
|  | | |
|  | | |



Was fällt dir auf, wenn du die Gesamtergebnisse vergleichst?



Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

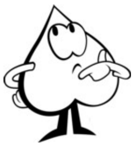
**Forscherauftrag 1** **Name:** ____________________

## 2 Würfel

Wie sähe deine Strichliste wohl ungefähr aus, wenn man mit zwei (bzw. mit drei) Würfeln würfeln würde?

**Aufgabenblatt 2** **Namen: ________________**

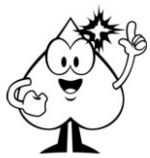
# Wer gewinnt?



**Spielregel**

Würfelt mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen!

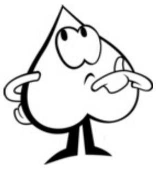
**Gewinnregel**



Der Spieler gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen **1, 2, 3, 4, 10, 11 oder 12** ist.

Die Bank gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen **5, 6, 7, 8 oder 9** ist.

**Bevor ihr würfelt:**



Findet ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

☐ fair

☐ unfair

Warum?

______________________________________________

______________________________________________

**Würfelt mindesten 30 mal mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen.**

**Führt dazu die Strichlisten!**

Einigt euch vorher, wer würfelt und wer die Strichlisten führt.

**Wer hat gewonnen?** ______________________________________

Stimmt eure Vermutung?

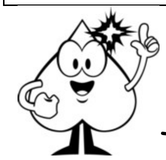
**Aufgabenblatt 2** **Namen: ___________________**

Hier gewinnt der Spieler:

| **Summe der Augen** | **Strichliste** |
|---|---|
| **1** | |
| **2** | |
| **3** | |
| **4** | |
| **10** | |
| **11** | |
| **12** | |

Hier gewinnt die Bank:

| **Summe der Augen** | **Strichliste** |
|---|---|
| **5** | |
| **6** | |
| **7** | |
| **8** | |
| **9** | |



Tipps zum Weiterdenken:

- Welche Augensummen wurden häufig gewürfelt? ___________________________

- Welche Augensummen wurden selten gewürfelt? ___________________________

- Kannst du das erklären?

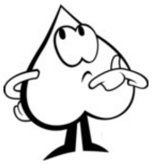
_______________________________________________________________

_______________________________________________________________

_______________________________________________________________

**Aufgabenblatt 2*** **Name:** ______________________

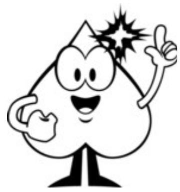
## Wer gewinnt?



**Spielregel**

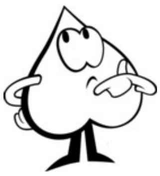
Würfelt mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen!

**Gewinnregel**



Der Spieler gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen kleiner als oder genau gleich 6 ist.
Die Bank gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen größer ist als 6.

**Bevor ihr würfelt:**



Findet ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

- ☐ fair
- ☐ unfair

Warum?

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

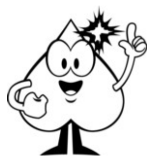
**Würfelt mindestens 30-mal und führt eine Strichliste. Wer hat gewonnen?**

Augenzahlen kleiner oder genau 6: ___________________________________

Augenzahlen größer 6: ___________________________________

**Gibt es einen eindeutigen Gewinner?** ______________________________

**Woran könnte das liegen?**



Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch eine Tippkarte holen.

**Aufgabenblatt 2*** **Name: ________________________**

________________________________________________________________

________________________________________________________________

________________________________________________________________

________________________________________________________________

________________________________________________________________

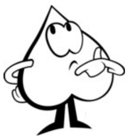
________________________________________________________________

________________________________________________________________

**Hier ist Platz für weitere Notizen oder Zeichnungen:**

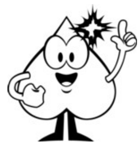
**Aufgabenblatt 3** **Name: ______________**

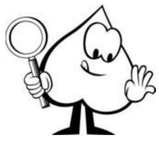
## Summen aus Würfelzahlen finden



Finde möglichst schlau alle Möglichkeiten für die Summe zweier Würfelzahlen!

Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch eine Tippkarte holen.





Warum sind das alle? Begründe!

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

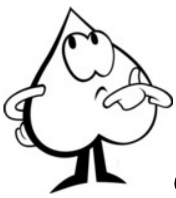
**Aufgabenblatt 4** **Namen**: ______________________________

## Glücksräder

Du benötigst: Glücksräder, Karten mit Gewinnregeln

Überlegt zusammen, mit welcher Gewinnkarte man am ehesten gewinnen kann. Warum ist das so?

Welche Gewinnkarte würdet ihr nicht wählen? Warum?

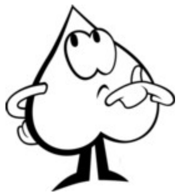


Ordnet die Karten nach Gewinnchancen. Verbindet!

| Gewinnkarte 1: | Gewinnkarte 2: | Gewinnkarte 3: | Gewinnkarte 4: |
|---|---|---|---|
| Du gewinnst bei 1,2 oder 3 | Du gewinnst bei rot | Du gewinnst bei weiß und blau | Du gewinnst bei 2,4,6 oder 8 |

| | | |
|---|---|---|
| Am wahrscheinlichsten | Gleich wahrscheinlich | Am unwahrscheinlichsten |

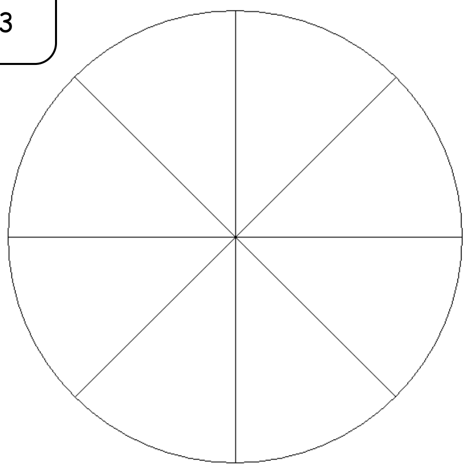
**Aufgabenblatt 4** **Namen**: ______________________________



Färbe oder beschrifte die Glücksräder so, dass du bei der daneben stehenden Gewinnregel wahrscheinlich gewinnst.

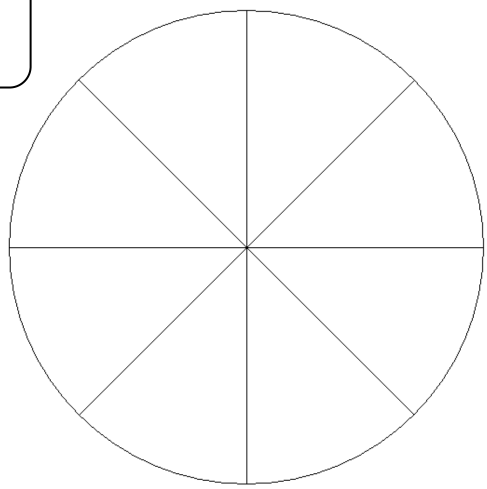
**Regel 1:**

Du gewinnst bei 1,2 oder 3



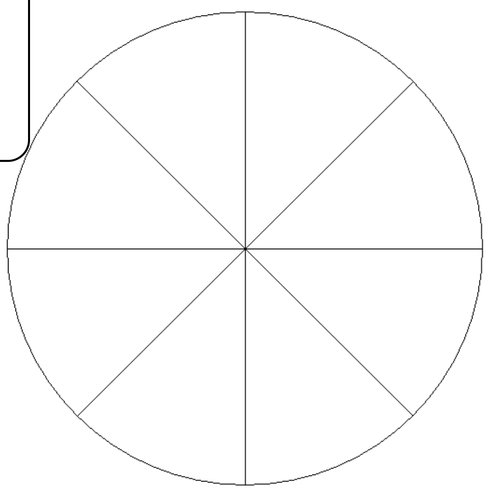
**Regel 2:**

Du gewinnst bei rot



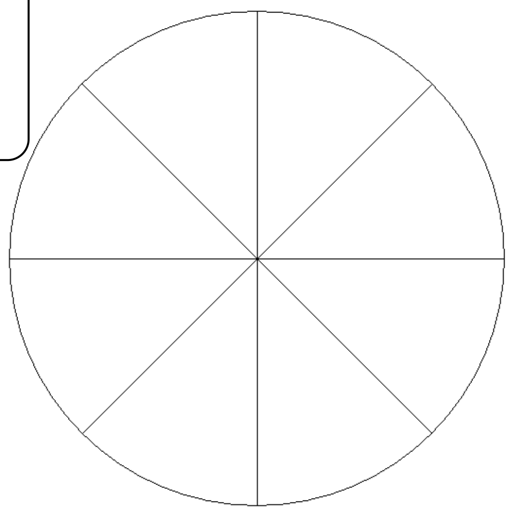
**Regel 3:**

Du gewinnst bei weiß und blau



**Regel 4:**

Du gewinnst bei 2,4,6 oder 8

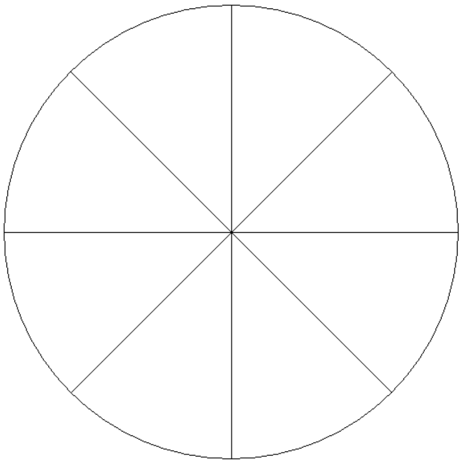


Probiert diese Regel mit euren Glücksrädern aus.

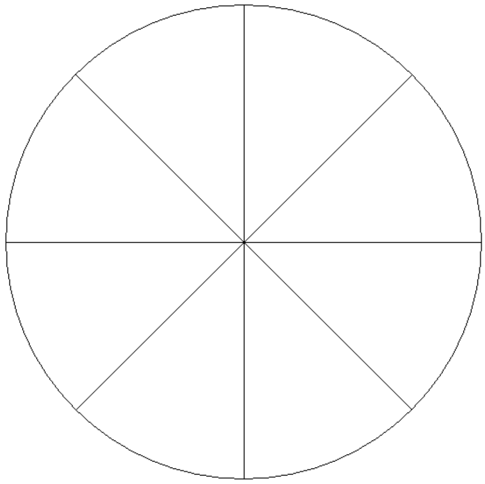
**Aufgabenblatt 5** **Name:** ____________________

Erfinde nun eigene Glücksräder.

**Mein Glücksrad 1:**



**Mein Glücksrad 2:**



Wann gewinnst du eher bei deinem Glücksrad?

Ich gewinne eher, wenn ich …

weil …

Wann **verlierst** du eher bei deinem Glücksrad?

Ich verliere eher, wenn ich …

weil …

Wann gewinnst du eher bei deinem Glücksrad?

Ich gewinne eher, wenn ich …

weil …

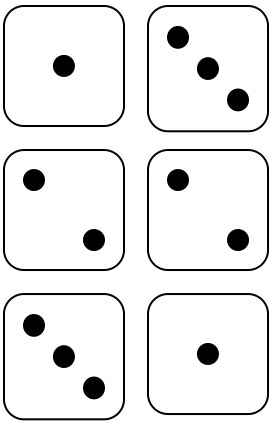
Wann **verlierst** du eher bei deinem Glücksrad?

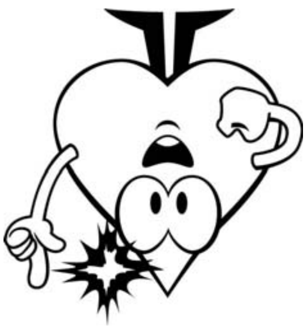
Ich verliere eher, wenn ich …

weil …

AUGENSUMME 4

Für die Augensumme 4 gibt es 3 Möglichkeiten:

| Würfelbilder | Plusaufgaben |
| --- | --- |
|  | 1 + 3<br>2 + 2<br>3 + 1 |



**Tipp 1**

**Aufgabenblatt 3**

Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

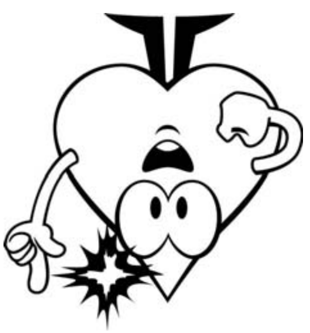
## Zeichne eine Tabelle!

Trage die Würfelbilder oder die Plusaufgabe ein.
Die Möglichkeiten für die Augensumme 4 sind schon eingetragen.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1+3 | | | | | | | | |
| | | | 2+2 | | | | | | | | |
| | | | 3+1 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

**Tipp 2**

**Aufgabenblatt 3**



Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.