



Haus 5: Individuelles und gemeinsames Lernen



5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

1) Ich habe 7 Aufgaben im Kopfrechnen aber auch 3 schriftlich. Ich habe jetzt gemerkt, dass es nicht immer gut ist im Kopf zu rechnen,

Fabian

2) Ich finde diese 3 Aufgaben sehr schwer weil ich nicht mit den hohen Zahlen zu recht komme,

Dezember 2011 © PPK AS (<http://www.ppk-as.de>)

15



Modul 5.4:

Flexibles Rechnen

Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion





Hinweise zu den Lizenzbedingungen



Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Von der Weitergabe ausgenommen sind Fotos, die erkennbar reale Personen zeigen.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.



Aufbau des Fortbildungsmoduls 5.4

Modul 5.3: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen

Modul 5.4: Flexibles Rechnen

1. **Rückblick**
2. **Vom halbschriftlichen Rechnen – und zurück!**
3. **Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele**
4. **Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5**
5. **Metaebene - Konsequenzen und Weiterarbeit**

Modul 5.5: Einmaleinslernen auf eigenen Wegen (in Arbeit)



1. Rückblick: Ein Vorschlag zur Strukturierung des Lernwegs

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege“

I. Rechnen auf eigenen Wegen - Das „**ICH-DU-WIR**-Prinzip“

a) „So rechne **ICH**, Wie rechnest **DU**?“

Entwicklung eigener Wege

b) „So rechnen **WIR**!“

Favorisierung „geschickter Wege“ im Hinblick auf das flexible

Rechnen und den schriftlichen Algorithmus (vgl. Haus 5 UM und FM, Modul 5.2)

II. Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

Favorisierte halbschriftliche Rechenwege werden zu den schriftlichen Rechenverfahren in Beziehung gesetzt, damit die Kinder die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege entdecken (vgl. FM, Modul 5.3)

III. Flexibles Rechnen

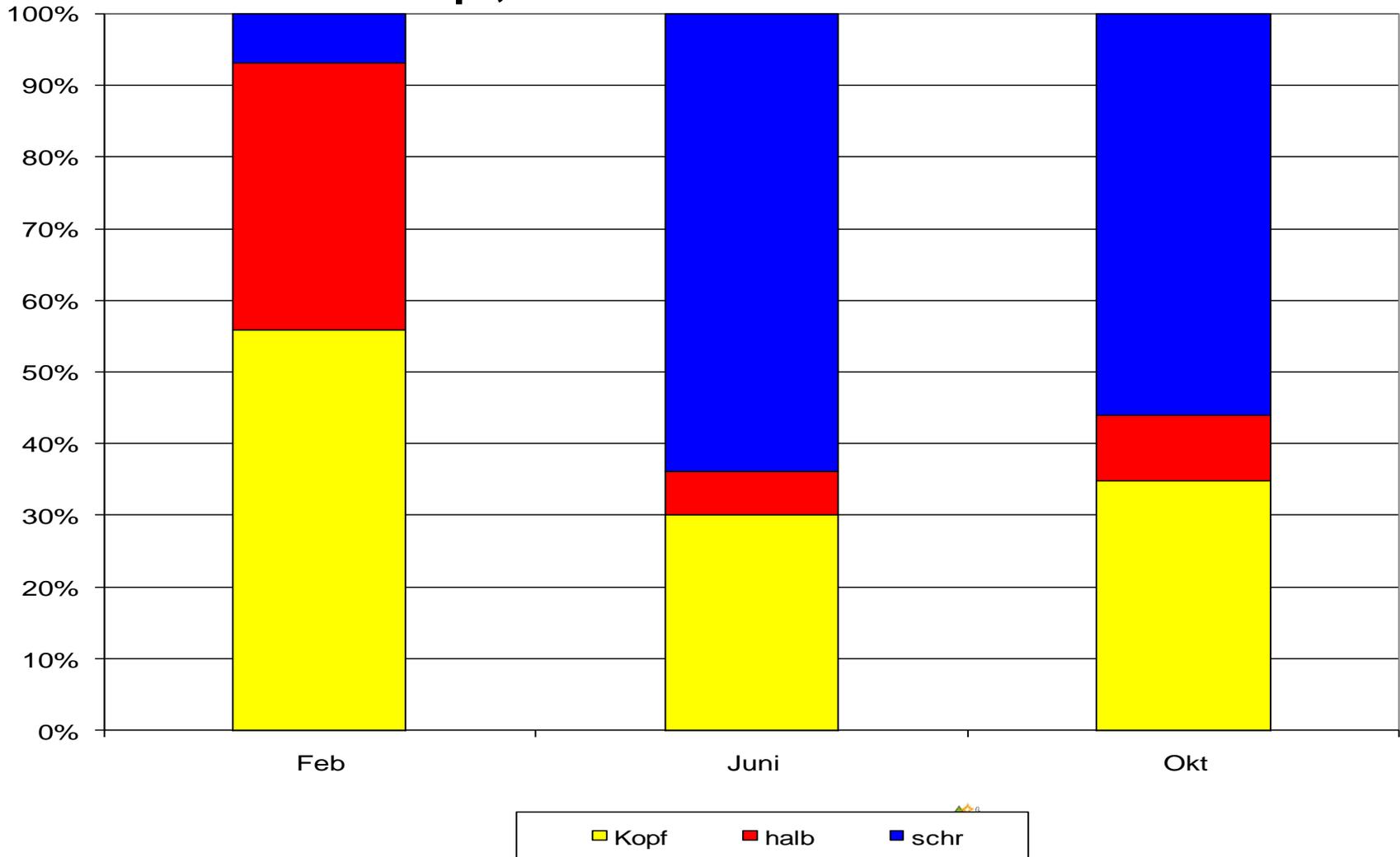
„Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!“

Sensibilisierung für die aufgabenbezogene Nutzung der verschiedenen Verfahren (vgl. FM, Modul 5.4)



1. Rückblick: 701-698, eine leichte Aufgabe?

**Wie rechneten 360 Schülerinnen und Schüler:
im Kopf, halbschriftlich oder schriftlich?**

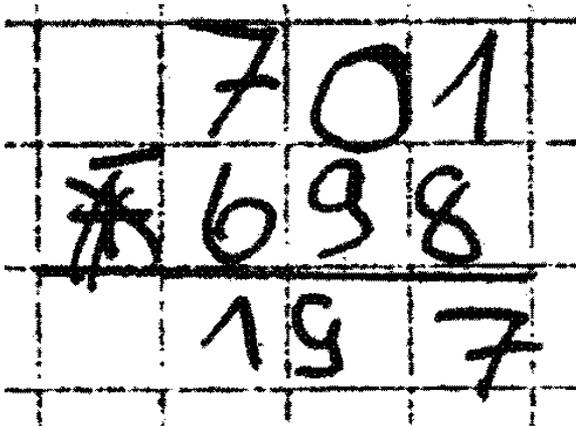




1. Rückblick: 701-698, eine leichte Aufgabe?

Wie viel ist 701–698?

8 minus 1 gleich 7, 9 minus 0 gleich 9, 7 minus 6 gleich 1. 197!



Kannst du das auch anders rechnen?

Ja. Von 698 bis 700 sind es 2 und von 701 bis 700 ist es 1, also sind's 3.



1. Rückblick: 701-698, eine leichte Aufgabe?

Mhm. Die selbe Aufgabe, aber zwei verschiedene Ergebnisse?

Mhm, weiß auch nicht.

Kann denn Beides richtig sein?

Ne.

Was denkst du denn, was stimmt?

Das da! (*Er zeigt auf das schriftlich Gerechnete.*)

Warum glaubst du, dass das stimmt und das andere nicht?

Ja, weil das hier (*zeigt auf das schriftlich Gerechnete*) habe ich richtig ausgerechnet und das andere habe ich mir nur so hopp-di-hopp im Kopf überlegt.



2. Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen - und zurück!

Mögliche Leitfrage für den Unterricht

Wenn sich die Kinder mit halbschriftlichen Strategien und dem schriftlichen Algorithmus auseinandergesetzt haben:

Wie fördere ich das *flexible Rechnen*?

Wie fördere ich den ‚Zahlenblick‘ und den ‚Aufgabenblick‘, den Blick für Beziehungen und Zusammenhänge zwischen Zahlen, und die aufgabenbezogene oder von eigenen Präferenzen abhängige Nutzung der verschiedenen Verfahren?

III. Flexibles Rechnen

Sensibilisierung für Rechenvorteile:

Die Kinder sollen erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf (bzw. halbschriftlich) zu rechnen.

Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!

Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!





2. Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen - und zurück!

Lehrplan Mathematik

Bereich: Zahlen und Operationen

Schwerpunkt: Flexibles Rechnen

Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4
<p>Die Schülerinnen und Schüler entscheiden sich aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen für eine Strategie des Zahlenrechnens (stellenweise, schrittweise, Hilfsaufgaben, Kopfrechnen) und berechnen Aufgaben.</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler entscheiden sich aufgabenbezogen nach eigenen Präferenzen für eine Strategie des Zahlenrechnens oder ein schriftliches Normalverfahren, verwenden ggf. digitale Mathematikwerkzeuge und berechnen Aufgaben.</p>



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

Im Kopf oder schriftlich?

Ausgehend vom Zahlenmaterial einer Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler lernen, (für sich begründet) zu entscheiden, ob sie mündlich (halbschriftlich) oder schriftlich rechnen.

1. Kopfrechnen - schriftliches Rechnen

Die Kinder sollen im Unterrichtsgespräch bei fünf Beispielaufgaben zur Addition (für sich begründet) entscheiden, ob sie diese im Kopf oder schriftlich rechnen.

1. $278+199$

2. $340+250$

3. $280+200$

4. $138+133$

5. $721+247$



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

2. Entscheide selbst: Im Kopf oder schriftlich?

Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide zuerst, ob du sie im Kopf oder schriftlich rechnen willst.

Rechne dann aber mindestens zwei Aufgaben schriftlich und zwei Aufgaben im Kopf!

1) $700 + 35$

6) $500 + 98$

2) $249 + 250$

7) $480 + 370$

3) $342 + 98$

8) $720 + 35$

4) $476 + 238$

9) $235 + 678$

5) $589 + 212$

10) $320 + 460$



5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

- 1) 735
- 2) 499
- 3) 430
- 5) 801
- 6) 598
- 7) 850
- 8) 755
- 10) 780

Torsten

$$4) \begin{array}{r} 476 \\ + 238 \\ \hline 714 \end{array}$$

$$9) \begin{array}{r} 235 \\ + 678 \\ \hline 913 \end{array}$$

$$1) \begin{array}{r} 735 \\ + 238 \\ \hline 973 \end{array}$$

$$2) 499$$

$$3) \begin{array}{r} 342 \\ + 498 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r} 476 \\ + 238 \\ \hline 714 \end{array}$$

$$5) \begin{array}{r} 589 \\ + 212 \\ \hline 801 \end{array}$$

$$6) 598$$

$$7) \begin{array}{r} 480 \\ + 370 \\ \hline 850 \end{array}$$

$$8) 755$$

$$9) \begin{array}{r} 678 \\ + 235 \\ \hline 913 \end{array}$$

$$10) \begin{array}{r} 320 \\ + 460 \\ \hline 780 \end{array}$$

Victor



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

3. Warum im Kopf, warum schriftlich?

- Schreibe einige Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast!
Warum hast du diese Aufgaben im Kopf gerechnet?
- Schreibe einige Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast!
Warum hast du sie schriftlich gerechnet?

DENISE Antworten ⊕

① Es sind die Aufgaben 1, 2, 6, 8 und 10.
Warum: weil sie einfach waren.

② Es sind die Aufgaben 3 und 4.
Warum weil sie etwas schwerer waren.



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

Ich habe die 1) Aufgabe im Kopf gerechnet, denn $700+35$ muss man nicht schriftlich rechnen, wenn man bei Hundertern etwas dazuzählt muss man nur die Einer und Zehner hinter den Hunderten setzen dann hat man das Ergebnis. Die 4) Aufgabe habe ich schriftlich gerechnet denn Einer, Zehner und Hunderten sind sehr schwer zum zusammenzurechnen.

von Bianca



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

NADINE

Du hast mindestens 2 Aufgaben im Kopf gerechnet. Welche sind das?

WARUM hast du sie im Kopf gerechnet?

Ich habe die Nr. 1 im Kopf gerechnet denn wenn man hinten nullen stehen und man dann etwas dazuzählt geht es leichter. Wenn man es schriftlich macht dauert es auch länger.



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

1) Ich habe 7 Aufgaben im Kopfgerechnet aber auch 3 ~~z~~ schriftlich. Ich habe jetzt gemerkt das ~~z~~ es nicht immer geht ist im Kopf zu rechnen.

Fabian

2) Ich finde diese 3 Aufgaben sehr schwer weil ich nicht mit den hohen Zahlen zu recht komme.



3. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

4. Stelle deine Arbeit anderen Kindern vor.

Die Kinder präsentieren und diskutieren ihre Vorgehensweisen und ihre Texte (z.B. in Mathe-Konferenzen -> Haus 8) und überarbeiten diese gegebenenfalls.

5. Schreibe fünf Aufgaben auf, die sich gut für das Kopfrechnen eignen, und fünf Aufgaben, die sich gut für das schriftliche Rechnen eignen.

im Kopf

$$1) 200 + 300 = 500$$

$$2) 401 + 37 = 438$$

$$3) 150 + 140 = 290$$

$$4) 127 + 700 = 827$$

$$5) 150 + 149 = 299$$

schriftlich

$$\begin{array}{r} 1) 237 \\ + 588 \\ \hline 825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 478 \\ + 478 \\ \hline 956 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) 483 \\ + 216 \\ \hline 699 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) 421 \\ + 358 \\ + 107 \\ \hline 886 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) 153 \\ + 264 \\ \hline 417 \end{array}$$



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Name:
Datum:

Im Kopf oder schriftlich?



1. Kreuze an!

Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann:

Welche Aufgaben kannst du gut im Kopf rechnen?

Welche Aufgaben rechnest du lieber schriftlich?

	im Kopf	schriftlich
300 + 71	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
586 + 377	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
249 + 251	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
368 + 457	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
520 + 460	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
546 + 275	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
345 + 199	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
377 + 556	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
97 + 104	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Rechne alle Aufgaben aus!

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
300 + 71 =	

1

3. Warum im Kopf?

Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum? Welche Rechenricks hast du jeweils benutzt?

Aufgabe	Warum?	Mein Rechenrick
300 + 71		

*4. Erfinde Plusaufgaben!



a) Erfinde fünf Aufgaben, die du im Kopf rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du schriftlich rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet

2



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Name:

Datum:

Im Kopf oder schriftlich?



1. Entscheide selbst!

Schau dir jede Aufgabe genau an.

Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

$249 + 250$

$320 + 460$

$589 + 212$

$500 + 98$

$476 + 238$

$342 + 98$

$480 + 370$

~~$700 + 35$~~

$720 + 35$

$235 + 678$

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet
$700 + 35 =$	

1

2. Warum im Kopf?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie im Kopf gerechnet hast.

3. Warum schriftlich?

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie schriftlich gerechnet hast.

4. Erfinde Aufgaben!

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.



b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

im Kopf gerechnet	schriftlich gerechnet



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Name:
Datum:

Im Kopf oder schriftlich?

198 + 603
376 + 586
601 - 599
834 - 675

Nicht immer ist es schlaue,
schriftlich zu rechnen!



198 + 603 ?
Das rechne ich im Kopf.
198 + 2 = 200
200 + 600 + 1 = 801

376 + 586 ?
Das rechne ich lieber schriftlich.

601 - 599 ?
Das rechne ich im Kopf.
599 + 2 = 601



Murat



Lia

Emma

- Wie rechnen die Kinder? Warum? Erkläre ihre Rechenwege.
 - Wie rechnest du diese Aufgaben? Warum? Erkläre deine Rechenwege.

2. Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne im Heft. Erkläre deinen Rechenweg.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) 519 + 479 | b) 479 + 356 | c) 703 - 698 | d) 950 - 125 |
| 604 + 290 | 302 + 507 | 649 - 140 | 688 - 99 |
| 397 + 201 | 799 + 112 | 681 - 576 | 753 - 478 |

- * a) Erfinde Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.
b) Erfinde Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.

Name:
Datum:

Im Kopf oder schriftlich?

99	901	50	112
934	10	701	
+			
567	175	288	
100	239	657	25

Leicht oder schwierig?



Bilde mit diesen Zahlen viele Plus-Aufgaben.
Welche Aufgaben findest du leicht? Welche Aufgaben findest du schwieriger?
Ordne zu.

 Leichtere Aufgaben, die ich im Kopf rechne	 Schwierigere Aufgaben, die ich schriftlich rechne
$175 + 100$	

Erkläre einem Partnerkind oder in der Mathe-Konferenz:
Warum hast du die Aufgaben so geordnet?



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Wichtig: **Meta-Betrachtung** der Aufgaben

Motto: „Erst schauen.

Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“





4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Wichtig: **Meta-Betrachtung** der Aufgaben

Motto: „Erst schauen.



Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“





4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5



Welche ‚objektiven‘ Kriterien („Tipps“) können die Kinder bei der Meta-Betrachtung entwickeln?

Fertigen Sie bitte eine Zusammenstellung an – z.B. für die Erarbeitung eines Lern-Plakates mit Kriterien, wann es (aus der Sicht des geübten Rechners) „schlau“ ist, im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen.

Anmerkung:

Dabei kann es im engeren Sinne keine „richtigen“ oder „falschen“ Lösungen geben, denn es ist möglich, dass die Kinder unterschiedliche Zuordnungen vornehmen, die von ihren Lernmöglichkeiten und ihren persönlichen Präferenzen abhängen.



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5



Welche ,objekte“
 Meta-Betrachtung
 Fertigen Sie
 Erarbeitung
 Sicht des ge
 zu rechnen.

Anmerkung:
 Dabei kann es
 Lösungen ge
 unterschiedli
 Lernmöglich

Name: _____
 Datum: _____

**Im Kopf oder schriftlich?
 Meine Tipps**

Wann rechnest du im Kopf?
 Was haben die Aufgaben
 gemeinsam?



Wann rechnest du schriftlich?
 Was haben die Aufgaben
 gemeinsam?

<p>Ich rechne im Kopf, wenn ...</p> <p> ...</p> <p>...</p> <p>.</p>	<p>Ich rechne schriftlich, wenn ...</p> <p> ...</p> <p>...</p> <p>.</p>
--	--

Kinder bei der
 z.B. für die
 n es (aus der
 bzw. schriftlich

oder „falschen“
 der
 ihren
 zen abhängen.



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Mögliche ‚objektive‘ Kriterien -

Ideen für die Erarbeitung eines Lern-Plakates mit möglichen Kriterien, wann es (aus der Sicht des geübten Rechners) „schlau“ ist, im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen:



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Mögliche ,o
Ideen für die B
Kriterien, wann
ist, im Kopf bz

**Im Kopf oder schriftlich?
Unsere Tipps**

Wann rechnest du im Kopf?
Was haben die Aufgaben
gemeinsam?

Wann rechnest du schriftlich?
Was haben die Aufgaben
gemeinsam?

<p>Ich rechne im Kopf, wenn die Aufgaben leicht sind, weil</p> <ul style="list-style-type: none"> • ich sie <i>auswendig</i> weiß ($25 + 25$), • ich die <i>Lösung auf einen Blick</i> sehe ($342 + 2$), • die Zahlen <ul style="list-style-type: none"> - klein sind ($25 - 3$), - glatt sind, also eine Null in der Zehner-Stelle und in der Einer-Stelle stehen: <ul style="list-style-type: none"> • zwei glatte Zahlen ($100 + 300$), • eine glatte Zahl ($100 + 56$), - fast glatt sind, also die Zahlen nah an einer glatten Zahl sind (199 und 201 sind nah an 200), • ich nur wenige Rechenschritte machen muss ($314 + 21 = 314 + 20 + 1$), • es keine Überträge gibt ($934 + 22$), • ich „<i>Rechentricks</i>“ benutzen kann: <ul style="list-style-type: none"> • eine <i>ähnliche leichte Aufgabe</i> rechnen ($213 + 307 \rightarrow 13 + 7$) • die Aufgabe <i>vereinfachen</i> ($249 + 251 \rightarrow 250 + 250$), • eine <i>Hilfsaufgabe</i> rechnen ($525 + 297 \rightarrow 525 + 300 - 3$), • Zahlen <i>geschickt zusammenfassen</i> ($249 + 251 + 317 = 500 + 317$) • bei <i>Minusaufgaben</i>, wenn die Zahlen nah beieinander liegen: Rechnen mit dem <i>Ergänzen-Trick</i> ($701 - 698 = _ \rightarrow 698 + _ = 701$) • ... • ... 	<p>Ich rechne schriftlich, wenn die Aufgaben schwieriger sind, weil</p> <ul style="list-style-type: none"> • die Zahlen groß sind ($550 - 287$), • es keine glatte Zahlen gibt ($657 - 173$), • ich mehrere Rechenschritte machen muss ($176 + 468 = 100 + 400 + 70 + 60 + 6 + 8 = 500 + 130 + 14$), • es einen Übertrag gibt ($288 + 31$), • es mehrere Überträge gibt ($288 + 73$), • ich keine „<i>Rechentricks</i>“ benutzen kann, • viele Zahlen in der Aufgabe stehen ($171 + 382 + 257$), • ... • ...
--	--

möglichen
chners) „schlau“



4. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Erarbeitung ‚objektiver‘ Kriterien

Ziel: Flexible Nutzung der verschiedenen Rechenmethoden durch Ausbildung *metakognitiver Kompetenzen*

Methode: ICH-DU-WIR-Prinzip

- **So rechne ICH!**

Jedes Kind erhält die Gelegenheit, seine eigenen Erfahrungen zu sammeln und seine eigene Sicht zu objektivieren.

- **Wie rechnet DU?**

Jedes Kind erhält die Gelegenheit, sich mit den Denkwegen und Lösungen anderer Kinder auseinanderzusetzen (z.B. in Mathe-Konferenzen -> Haus 8).

- **So rechnen WIR!**

Im Austausch erfahren die Kinder, dass es ‚subjektive‘ und ‚objektive‘ Kriterien gibt, also dass es viele Sichtweisen geben kann, aber einige leichter bzw. schneller ans Ziel führen.

Subjektive Kriterien müssen aber möglich bleiben!



5. Metaebene: Rückmelderunde



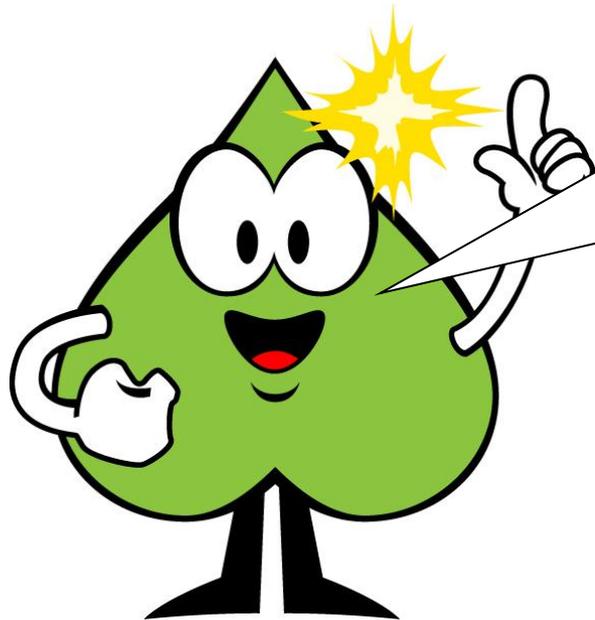
5. Metaebene: Konsequenzen / Weiterarbeit

Modul 5.3: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen

Modul 5.4: Flexibles Rechnen

1. **Rückblick**
2. **Vom halbschriftlichen Rechnen – und zurück!**
3. **Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele**
4. **Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5**
5. **Metaebene - Konsequenzen und Weiterarbeit**

Modul 5.5: Einmaleinslernen auf eigenen Wegen (in Arbeit)



Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!