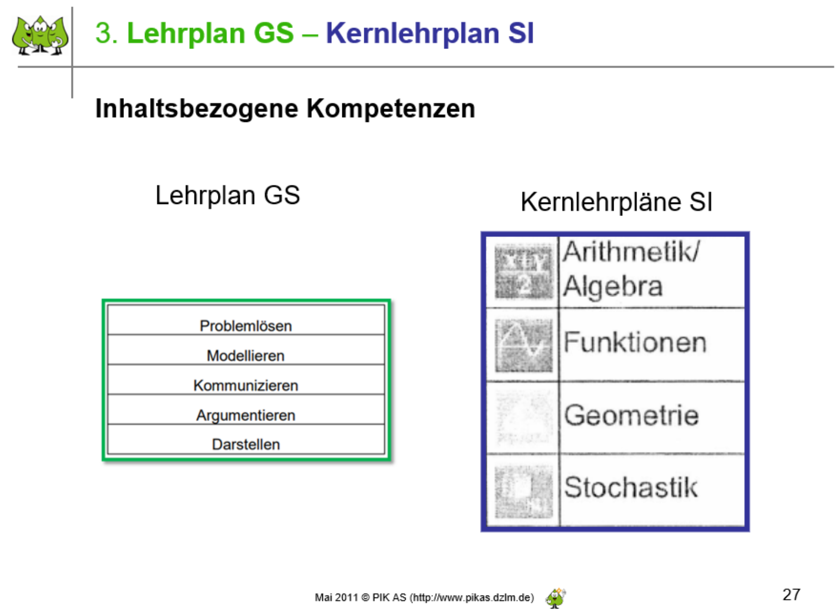
Haus 2: Kontinuität von Klasse 1 bis 6



Modul 2.1
Langfristiger Kompetenzaufbau aufgezeigt an ausgewählten Unterrichtsinhalten

Ministerium für
Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Hinweise zu den Lizenzbedingungen

Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik

Beitrag des Faches Mathematik zum Bildungs- und Erziehungsauftrag

„Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen mathematischen Erfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie. Im Laufe der Grundschulzeit werden **grundlegende mathematische Inhalte, Aufgaben und Darstellungsmittel** immer wieder auf verschiedenen Niveaus angesprochen und somit kontinuierlich angereichert, ausdifferenziert und miteinander verknüpft. Auf diese Weise wird die Grundlage für das **weiterführende schulische Mathematiklernen** und für die **lebenslange Auseinandersetzung** mit mathematischen Anforderungen des täglichen Lebens geschaffen.“

(LP Mathematik Grundschule NRW, MSW 2021, S. 73)

1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik

„Die Auswahl und Behandlung eines Themas an einer bestimmten Stelle des Curriculums soll nicht ad hoc, sondern so erfolgen, **dass auf einem höheren Niveau ein Ausbau möglich** wird. Zu vermeiden sind vordergründige didaktische Lösungen, die später ein Umdenken erforderlich machen.“

(formuliert nach E.Wittmann, Grundfragen des Mathematikunterrichts)

„Lernen und damit auch Unterricht sollte so angelegt werden, dass sich

das Wissen aus einfachsten Regeln und Mustern entwickelt, die weiter gelten.

Diese Muster sollten dem Lernenden bewusst gemacht werden, damit sie für weiteres Lernen wirksam werden.“

Didaktisches Permanenzprinzip

→ **Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept**

Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept

„Die für den modernen Mathematikunterricht geforderte Kultur des Beobachtens, Entdeckens, Problemlösens und Beschreiben klappt umso besser, je mehr sich der Lernende **an immer wieder kehrenden einfachen Regeln und Mustern orientieren kann**, die auch bestehen bleiben und immer wieder verwendet werden können (Denkökonomie).“

1. Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik

Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept

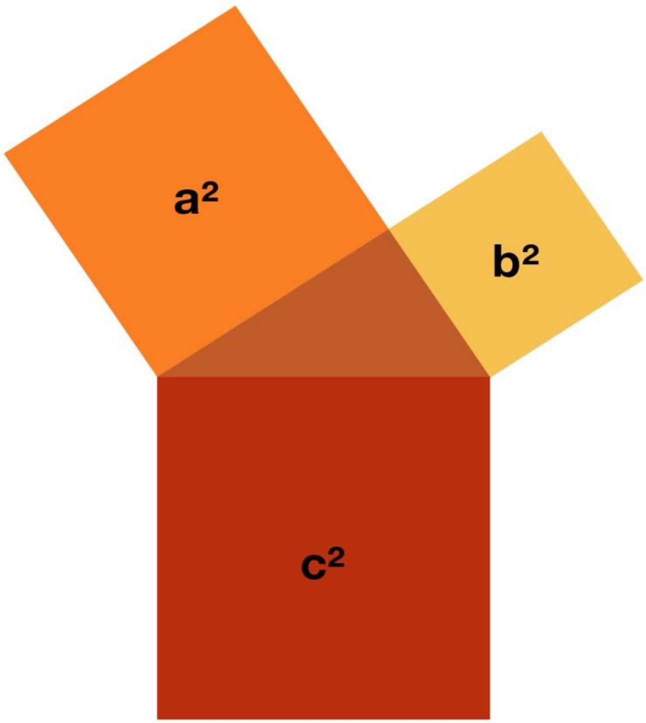
„Insofern besteht ein äußerst

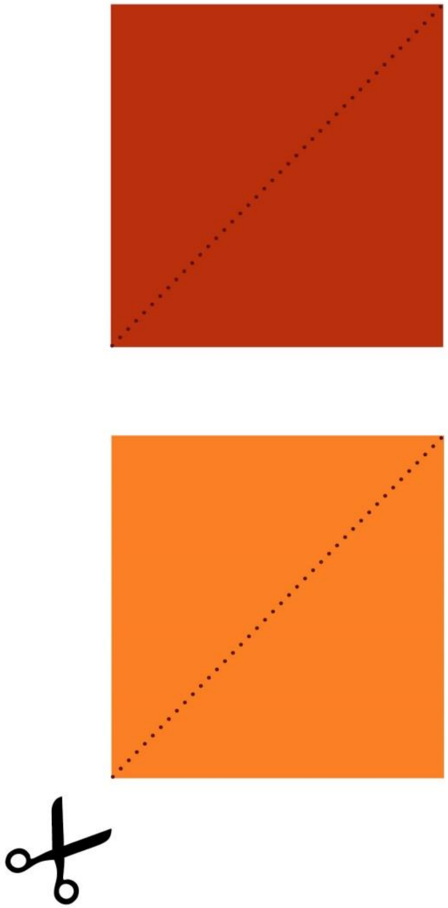
enger Zusammenhang zwischen der Entwicklung inhaltsbezogener und allgemein mathematischer Kompetenzen.“

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

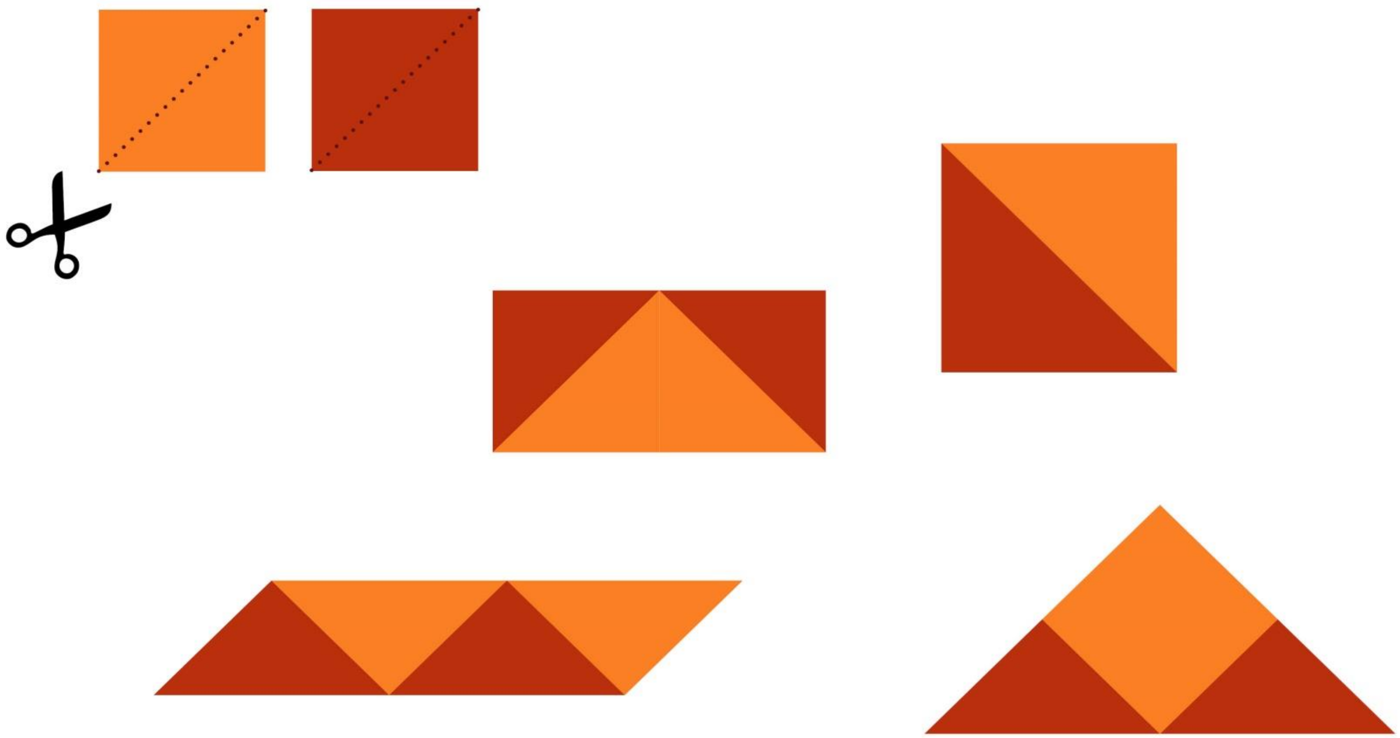
2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras



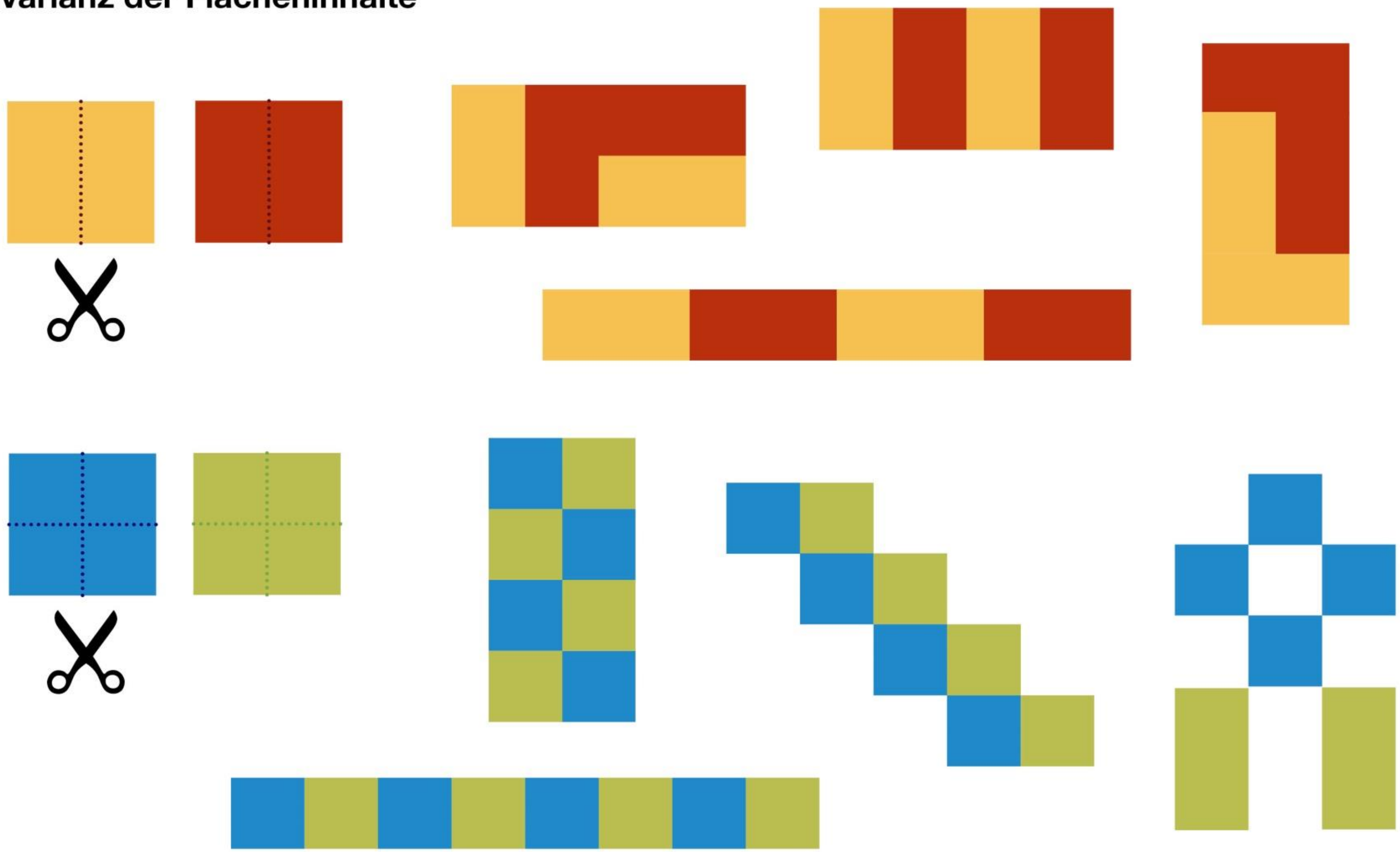


2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

Operation Zerlegen und (Neu-) Zusammensetzen

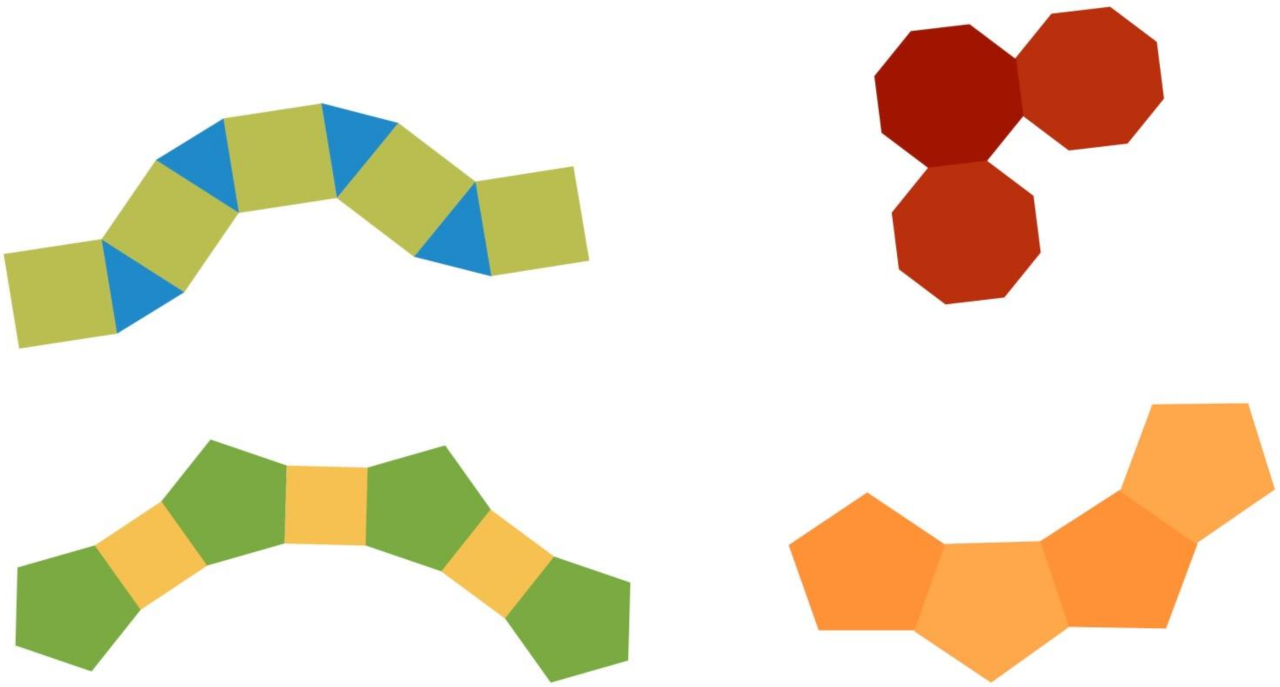


Invarianz der Flächeninhalte



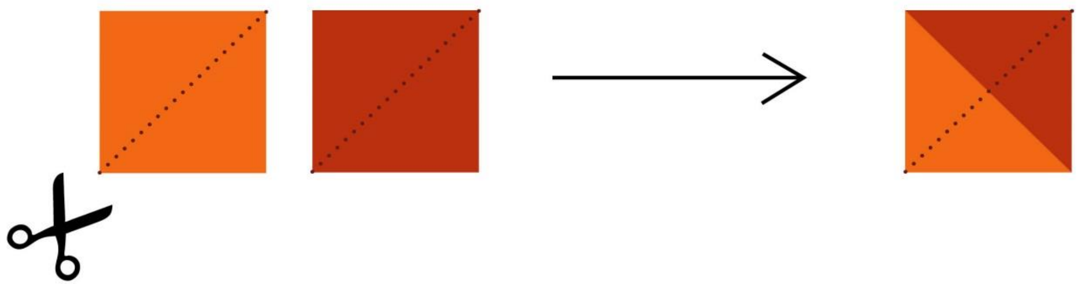
2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

Passung / Winkelsumme

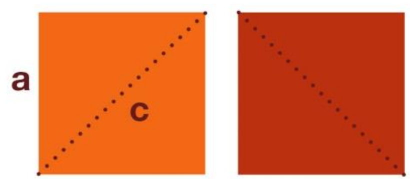


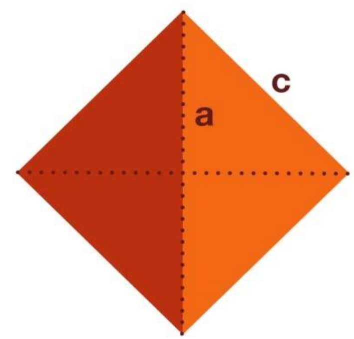
2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

falten, schneiden, legen



Wie lang ist die Diagonale im Quadrat?





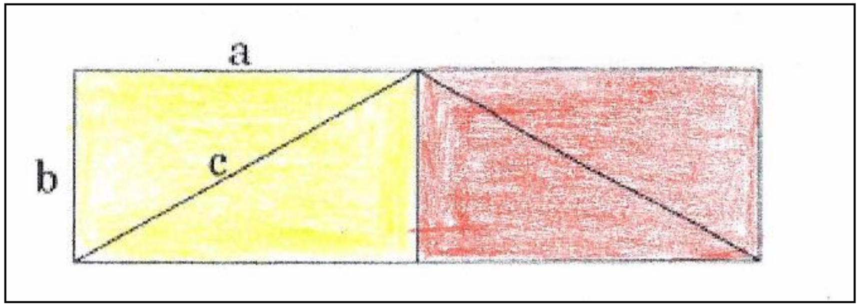
Spezialfall des Satz von Pythagoras

$c^2 = 2a^2$

$c = \sqrt{2a^2}$

2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

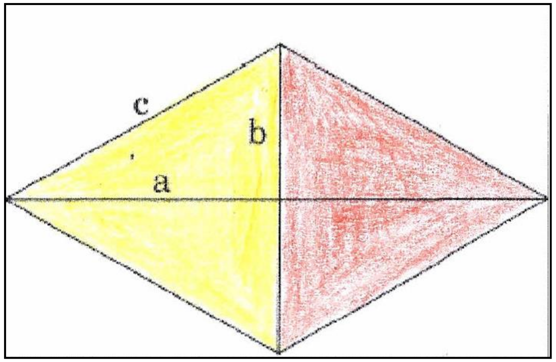
Forscherfrage
Wie lang ist die Diagonale im Rechteck?

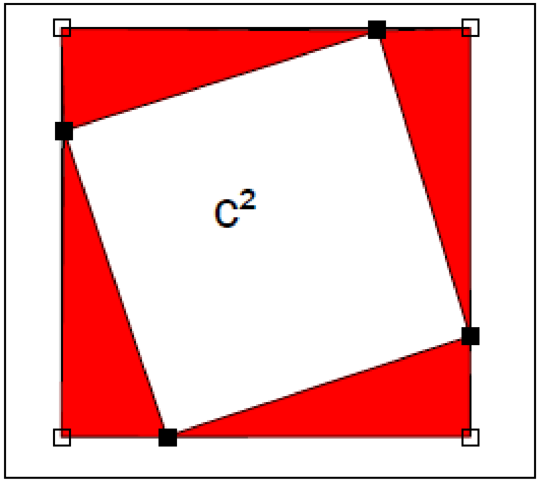


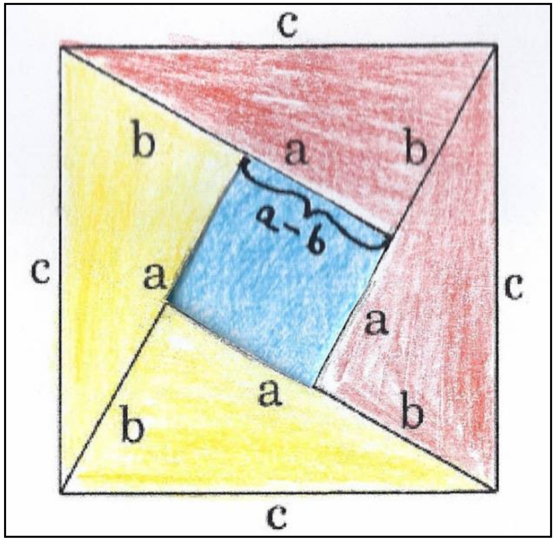
Lässt sich ebenfalls aus den vier Teilen ein Quadrat legen?

2. Vom Falten zum Satz von Pythagoras

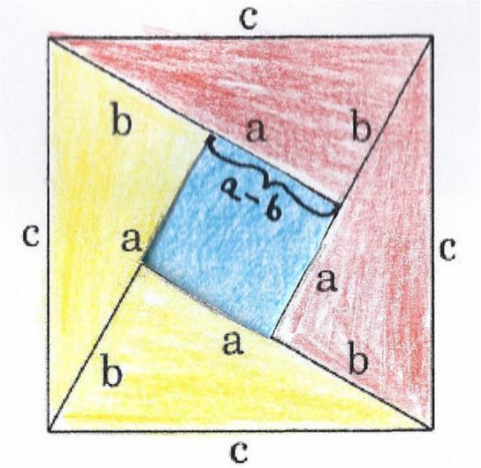
Lässt sich ebenfalls aus den vier Teilen
ein Quadrat legen?

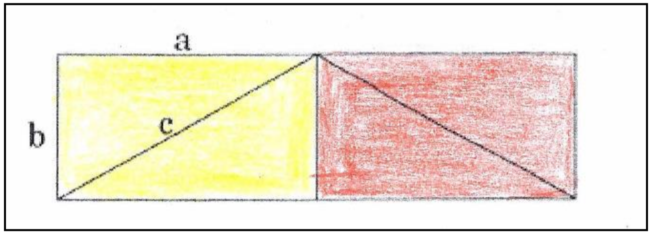






Lässt sich ebenfalls aus den vier Teilen
ein Quadrat legen?





2ab

$(a-b)^2$

$c^2 = 2ab + (a-b)^2$

$= 2ab + a^2 - 2ab + b^2$

$= a^2 + b^2$

c = $\sqrt{a^2 + b^2}$

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

Aufgaben und Ziele

Mathematiklernen durchgängig als konstruktiver, entdeckender Prozess

...in komplexen Problemkontexten entdeckendes und nacherfindendes Lernen ermöglichen

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Aufgaben und Ziele

Muster und Strukturen (...) **zur Verdeutlichung zentraler mathematischer Grundideen**

an zentralen mathematischen Leitideen (...) orientieren (...) und sich **auf Wesentliches zu konzentrieren**

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Aufgaben und Ziele

Prozessbezogene Kompetenzen werden in der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.

Prozessbezogene Kompetenzen, (...) werden immer nur bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Prozessbezogene Kompetenzen

Lehrplan GS

Problemlösen
Modellieren
Kommunizieren
Argumentieren
Darstellen

Kernlehrpläne SI

Argumentieren/ Kommunizieren
Problemlösen
Modellieren
Werkzeuge

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Problemlösen

die **„relevanten Informationen“ „mit eigenen Worten“** benennen

„in eigenen Worten“ wiedergeben und **„relevante Größen“** entnehmen

Problemlösen

„entwickeln Ideen für mögliche Vorgehensweisen und gehen dabei sukzessiv strukturiert (auch algorithmisch) vor“ unter Auswahl **„geeignete[r] Werkzeuge und (digitale[r]) Hilfsmittel“**

„Problemlösestrategien ‚Beispiel finden‘, ‚Überprüfen durch Probieren‘ “ unter Nutzung **„elementare mathematische Regeln und Verfahren“** anwenden

Problemlösen

Ergebnisse auf **„Plausibilität“** überprüfen und verschiedene Vorgehensweisen **„beschreiben, vergleichen und bewerten“**

„Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung“ deuten und Lösungswege **„vergleichen und bewerten“**

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Lehrplan GS

Problemlösen
Modellieren
Kommunizieren
Argumentieren
Darstellen

Kernlehrpläne SI

Arithmetik/ Algebra
Funktionen
Geometrie
Stochastik

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Zahlen und Operationen **Arithmetik / Algebra (Ende Jg. 6/8)**

Zahldarstellung strukturiert:
„**Prinzip der Bündelung, Stellenwertschreibweise“**;
Zahlen **„ordnen und vergleichen“**

Zahldarstellung:
„Zahlengerade, Zifferndarstellung, Stellenwerte, Wortform“;
Zahlen **„ordnen und vergleichen“**

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Zahlen und Operationen **Arithmetik / Algebra (Ende Jg. 6/8)**

„mit Material, bildlich, symbolisch und sprachlich“

„handelnd, zeichnerisch (...), durch Zahlensymbole und als Punkte auf der Zahlengerade“

Zahlen und Operationen | **Arithmetik / Algebra (Ende Jg. 6/8)**

„rechnen vorteilhaft mithilfe von Zahlbeziehungen und Rechengesetzen“

„untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren“

3. Lehrplan GS – Kernlehrplan SI

Fazit

Der Lehrplan Mathematik für die Grundschule und die Kernlehrpläne für die Sekundarstufe I legen die Grundlage für eine kontinuierliche Arbeit über die einzelne Schulformen hinaus.

Dies zeigt sich besonders in ...

- **den Grundsätzen der Unterrichtsgestaltung**
- **der Orientierung an zentralen Leitideen**
- **der Verzahnung von Inhalten und Prozessen**
- **der Orientierung an Kompetenzen**
- **den aufgeführten Bereichen und Schwerpunkten**

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

Summen aufeinander folgender natürlicher Zahlen

3+4+5+6= 18	11+12= 23
4+5+6+7= 22	11+12+13= 36
5+6+7+8= 26	11+12+13+14= 50
6+7+8+9=30	11+12+13+14+15=65
7+8+9+10=34	11+12+13+14+15+16= 81

Aktivität:

Finden Sie möglichst alle Additionsaufgaben mit Reihenfolgezahlen, deren Ergebnis kleiner oder gleich 25 ist.

- Wie sind Sie vorgegangen?
- Welche Auffälligkeiten, Muster oder Strukturen haben Sie entdeckt?
- Woran machen Sie fest, ob Sie alle Aufgaben gefunden haben?
- Markieren Sie Ihre Entdeckungen mit farbigen Stiften, Pfeilen, …
- Sie können bei der Bearbeitung die Tippkarten benutzen.

Durchführung einer Mathekonferenz

Arbeiten Sie bitte zunächst allein und beachten Sie die Hinweise auf dem Plakat zu den Mathekonferenzen!

Melden sie sich zu einer Mathekonferenz an und führen Sie sie mit maximal 4 Teilnehmerinnen / Teilnehmern durch.

Führen Sie bitte ein Ergebnisprotokoll.

Bereiten Sie eine Vorstellung im Plenum vor.

Alle möglichen Summen:

	2 Summanden	3 Summanden	4 Summanden	5 Summanden	6 Summanden
1					
2					
3	1+2				
4					
5	2+3				
6		1+2+3			
7	3+4				
8					
9	4+5	2+3+4			
10			1+2+3+4		
11	5+6				
12		3+4+5			
13	6+7				
14			2+3+4+5		
15	7+8	4+5+6		1+2+3+4+5	
16					
17	8+9				
18		5+6+7	3+4+5+6		
19	9+10				
20				2+3+4+5+6	
21	10+11	6+7+8			1+2+3+4+5+6
22			4+5+6+7		
23	11+12				
24		7+8+9			
25	12+13			3+4+5+6+7	

$\uparrow$ 2^n

3 • $\square$ 2 • $\square$ 5 • $\square$ 3 • $\square$

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

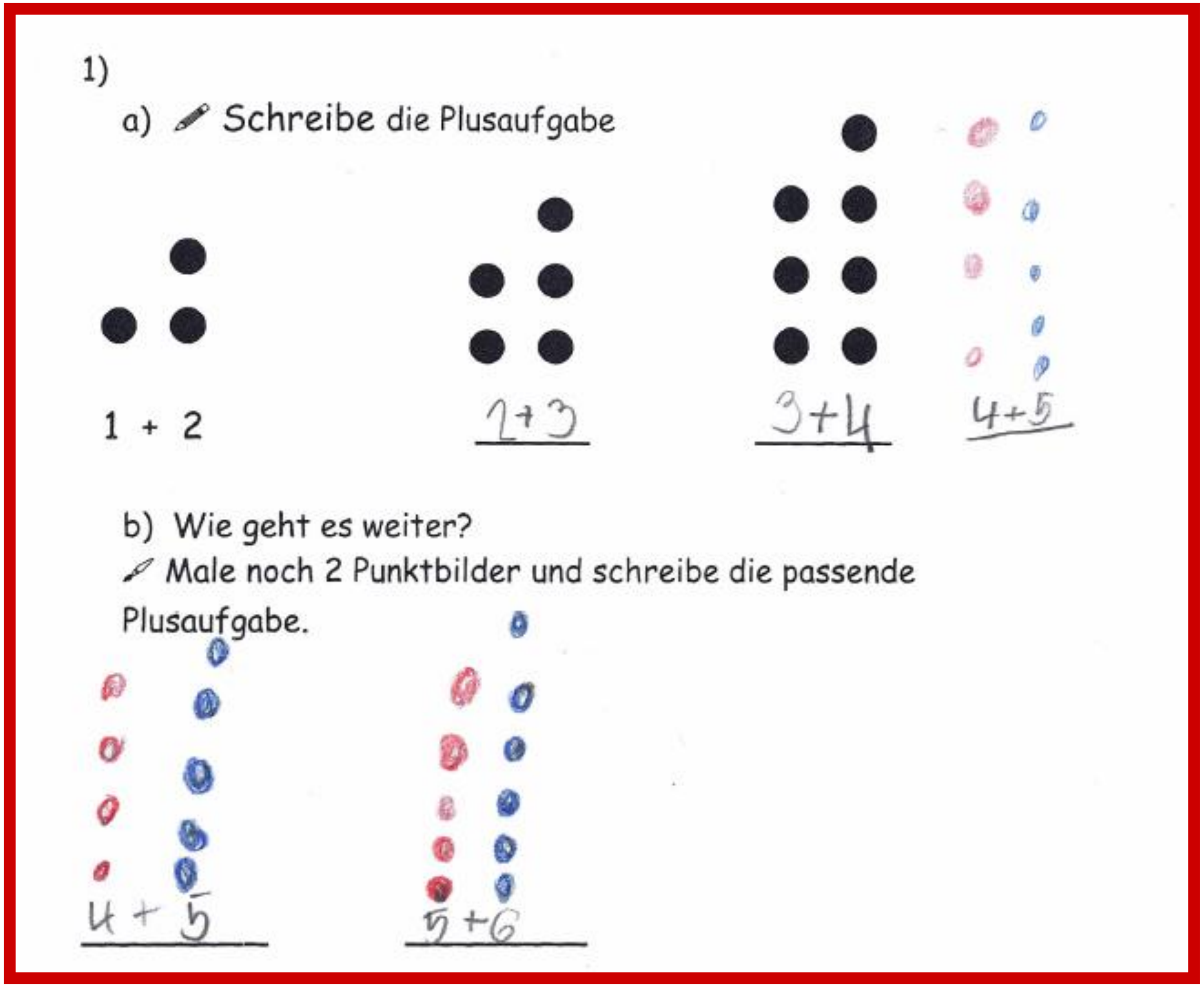
Aktivität:

- Überlegen Sie bitte (zu zweit oder in Ihrer Konferenzgruppe), welche Aufgabenstellungen sich aus dem Problemkontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“ für die Klassen 1-6 ableiten lassen.

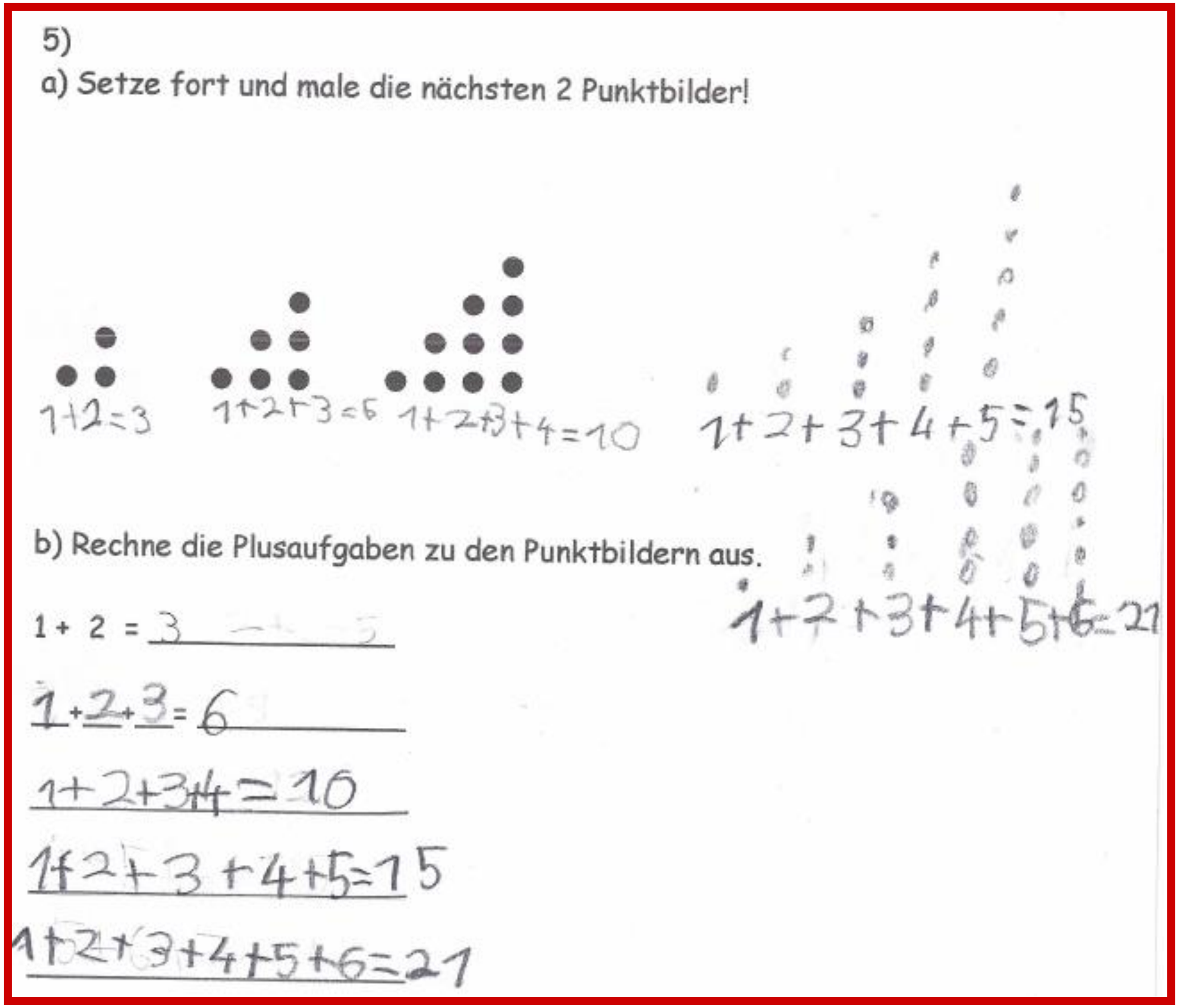
- Halten Sie bitte Ihre Vorschläge auf freien Blättern fest (ein Vorschlag pro Blatt) .

- Bereiten Sie eine Vorstellung der Vorschläge vor.

1./2. Schuljahr – Zweiersummen



1./2. Schuljahr – „Verlängern“


5)

a) Setze fort und male die nächsten 2 Punktbilder!

1+2=3 1+2+3=6 1+2+3+4=10 1+2+3+4+5=15

1+2+3+4+5+6=21

b) Rechne die Plusaufgaben zu den Punktbildern aus.

1 + 2 = 3

1+2+3=6

1+2+3+4=10

1+2+3+4+5=15

1+2+3+4+5+6=21

1./2. Schuljahr

6)

a) Setze das Päckchen fort. Wie weit kannst du schon rechnen?

3 + 4 = 7

3 + 4 + 5 = 12

3 + 4 + 5 + 6 = 18

3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25

3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33

3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42

3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54

6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

1./2. Schuljahr – Dreiersummen – Mittelzahl

Rechne die Aufgaben aus und vergleiche.
Beschreibe: Was fällt dir auf?

1 + 2 + 3 = ___	3 · 2 = ___
2 + 3 + 4 = ___	3 · 3 = ___
3 + 4 + 5 = ___	3 · 4 = ___
4 + 5 + 6 = ___	3 · 5 = ___

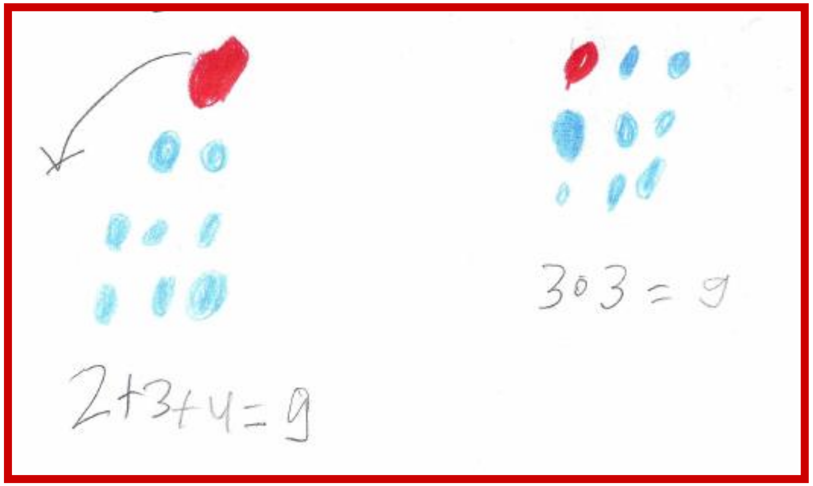
- Kannst du das erklären?

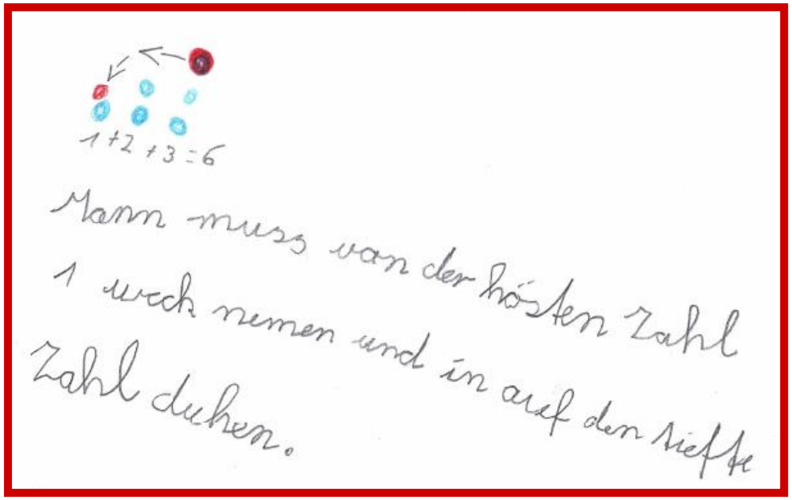
Das ergebnis wird imer um 3 erhöt und die aufgabe erhöt sich imer um 1

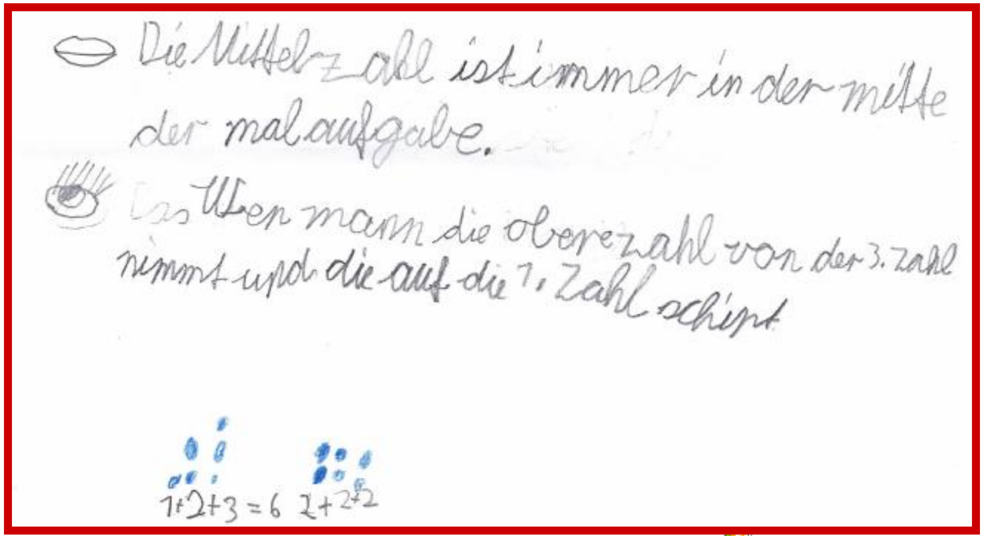
Das ist so weil die 1. Zahl + 1 die mittelre zahl + 1 und die 3 zahl + 1.

Das ist die 3. reie von 6 – 15

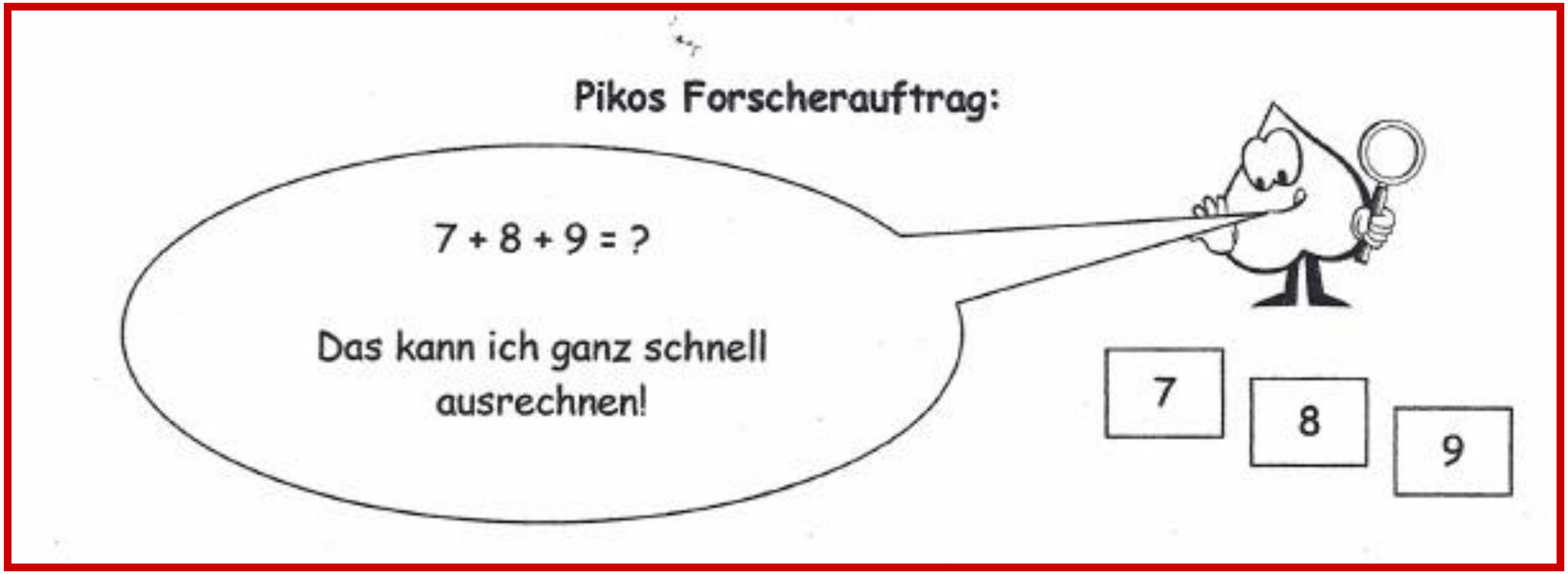
1./2. Schuljahr – Dreiersummen – Mittelzahl







3./4. Schuljahr – Dreiersummen



3./4. Schuljahr – Dreiersummen

diese aufgabe kann * 1+2+3
2+2+2=6

* ich ganz schnell rechnen weil ich 1 zu fon der 3 einen 1ner zu der 1 das sind dann
2+2+2=6

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

Die Mittel Zahl hat
einen trick sie ist
nicht irgendeine Zahl
Sondern die Trik Zahl

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

1 + 2 + 3 = 6
2 + 3 + 4 = 9
3 + 4 + 5 = 12
4 + 5 + 6 = 15
5 + 6 + 7 = 18
6 + 7 + 8 = 21
7 + 8 + 9 = 24

Piko hat recht, weil die Ergebnisse der 3er Reihe sind.

3./4. Schuljahr – Dreiersummen

7+8+9= 24

17+18+19 =54

27+28+29= 84

37+38+39= 114

47+48+49=144

Wenn man von der 9 die 1 heraus nimmt dann mus man praktisch 8+8+8 rechnen.

3./4. Schuljahr – Dreiersummen: Protokoll einer Mathekonferenz

Protokoll der Mathe-Konferenz

☺
☺ ☺

Namen der Konferenz-Teilnehmer: Elyesa, Jonas N., Marlon, Fabian

Datum: 13.4.2011

Unser Thema: ob es ein kurzen trig gibt.

Unsere Ergebnisse:

7+8+9=24:3=8, 8+9+10=27:3=9, 9+10+11=30:3=10

Antwort: Das Ergebnis wird immer +3 gerechnet. Die zahl in der Mitte wird mal 3 gerechnet. Korekt!!!

6. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen

3./4. Schuljahr – Transfer: Fünfer-/Siebenersummen

Trick

bei ungeraden Summen muss man die mittlere Zahl mit der Anzahl der aufeinander folgenden Zahlen mal nehmen.

$1+2+3+4+5+6+7=28$

$4 \cdot 7=28$

$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$

$5 \cdot 9=45$

3./4. Schuljahr – Ergebnis der Additionen kleiner oder gleich 25

Protokoll der Mathe-Konferenz

Namen der Konferenz-Teilnehmer: Marlon, Delia, Linda, Haluk

Datum: 5.5.11

Unser Thema: Reihnfolge zahlen bis 25.

Unsere Ergebnisse:
Wenn es zwei Reihnfolgezahlen sind dann wird dass Ergebniss immer Plus 2, bei 3 Reihnfolge zahlen werden es immer +3, bei 4+4, bei 5+5, bei 6+6 Es gibt bis 6 summanden bei 0 gibt es auch 7.

5./6. Schuljahr – Fünfersummen

1. 1+2+3+4+5=15

2+3+4+5+6 = ~~16~~ 20
3+4+5+6+7=25
4+5+6+7+8=30
5+6+7+8+9=35
6+7+8+9+10=40
8+9+10+11+12=50
9+10+11+12+13=55
10+11+12+13+14=60
11+12+13+14+15=65

2. Das Ergebniss wird immer um 5 höher

3/4. Ja der ~~Tr~~ Trick geht so:
5 · den mittleren Sammand

5. 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190

alle diese Zahlen sind aus der fünfer Reihe

5./6. Schuljahr – Kann man die 45 auch auf zwei verschiedene Arten darstellen?

Ja weil $45 = 5 \cdot 9$

mittlere Zahl 5

$1 + 2 + 3 + 4 + \underline{5} + 6 + 7 + 8 + 9$

mittlere Zahl 9

$+ 7 + 8 + \underline{9} + 10 + 11 + \cancel{12}$

5./6. Schuljahr – Ergebnis der Additionen kleiner oder gleich 25

1+2=3
1+2+3=6
1+2+3+4=10
1+2+3+4+5=15
1+2+3+4+5+6=21

2+3=5
2+3+4=9
2+3+4+5=14
2+3+4+5+6=20

3+4=7
3+4+5=12
3+4+5+6=18
3+4+5+6+7=25

4+5=9
4+5+6=15
4+5+6+7=22

5+6=11
5+6+7=18

6+7=13
6+7+8=21

7+8=15
7+8+9=24

8+9=17

9+10=19

10+11=21

Protokoll der Mathe-Konferenz

Namen der Konferenz-Teilnehmer: Lena S., Saskia O., Nicklas L.

Datum: 11.5.2004

Unser Thema: Rechenwege

Unsere Ergebnisse: Wir finden Saskias Rechenart und Rechenwege am besten weil sie sehr übersichtlig ist.

7./8. Schuljahr – Dreiersummen

Nicole: Mit den Rechnungen ist nicht bewiesen, dass alle Summen von drei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen durch drei teilbar ~~ist~~ sind. Hier eine richtige Lösung: Man erhält die Summe auch, wenn man den mittleren Summanden mit 3 multipliziert, also sind die Summen immer ein Vielfaches von 3.

Die Zahlen rechts und links sind immer die Zahl in der Mitte + 1 bzw - 1. Daraus kann man sagen, dass die Summe immer 3 · ~~a~~ die Zahl in der Mitte ist.

$(n-1) + n + (n+1) = 3n$

9. Schuljahr – Welche natürlichen Zahlen lassen sich als Summe von aufeinander folgenden Zahlen darstellen?

Theorie ins Wasser gefallen... (17=8+9)
Als ich bemerkte, dass es ja auch Zahlenreihenfolgen mit nur 2 Summanden gibt, hätte ich die Vorderseite beinahe durchgestrichen. Da sich somit alle ungeraden Zahlen in eine solche 2-er-Reihe zerlegen lassen (bsp: 19:2=9,5 → 19=9+10
allgem: ungerade Z. :2 = ...,5 → auf- & abrunden)
und auch einige geraden, muss ich von Neuem beginnen.

Nehmen wir nochmals die Teilbarkeit:
12 = 3+4+5
Jetzt teile ich 12 durch ihren ungeraden Faktor (also 3, das ergibt die Zahl der Summanden) und das Ergebnis (=4) ist dann der mittlere Wert der 3 Zahlen;
→ ...+4+... Da es eine Reihenfolge sein muss, setze ich logischerweise für "..." 3 & 5 → 12 = 3+4+5
Das geht mit allen Zahlen, die einen ungeraden Faktor haben! (2 unger. Faktoren → 2 Lösungen) (z.B. 15)
AHA! (ich hatte soeben ein Aha-Erlebnis!)
Hat es nur gerade Faktoren → keine Zahlenreihenfolge!
4·4=16 = geht nicht! 2·4=8 = geht nicht!
⚠ 20 = 2+3+4+5+6 hat zwar die Teiler 2·10, aber auch
4·5 → 5 = ungerade!
Das "Warum" ist jetzt einfach zu beantworten.

12 = 4 + 4 + 4 (3·4)

-1, -2, -3, ... Mitte bleibt +1, +2, +3, ...

Schülerdokumente aus:

Schelldorfer, R.: Summendarstellungen von Zahlen, in: PM Heft 17, 2007, S. 26

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

„Aus der Grundschule können wir lernen, wie Päckchenrechnen und intelligentes Mathematiktreiben mit einer zentralen didaktischen Idee verbunden werden können."

Susanne Prediger, 2008
Muster in Päckchen.
In: Zeitschrift Mathematik 5-10

6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Entdeckerpäckchen

1.-4. Schuljahr

Rechne aus. Setze fort.

Beschreibe: Was fällt dir auf?
*Begründe: Warum ist das so?

13 + 6 = ______

12 + 8 = ______

11 + 10 = ______

10 + 12 = ______

____

____

Welche Aufgaben musst du einsetzen,
damit aus den Päckchen Entdecker-Päckchen werden?

12 + 53 = ____	27 + 45 = ____	35 + 61 = ____
11 + 54 = ____	30 + 43 = ____	___ + ___ = ____
___ + ___ = ____	___ + ___ = ____	39 + 57 = ____
9 + 56 = ____	36 + 39 = ____	___ + ___ = ____

160:8=____

152:8=____

144:8=____

136:8=____

128:8=____

1089• 55=______

1089• 64=______

1089• 73=______

1089• 82=______

1089• 91=______

6. Weitere Unterrichtsbeispiele: Entdeckerpäckchen

Beispiel Addieren von Dezimalzahlen (6.Klasse)

10,2 + 7,6 = 17,8
9,3 + 7,5 = 16,8
8,4 + 7,4 = 15,8
7,5 + 7,3 = 14,8
___ + ___ =
___ + ___ =

Was fällt Dir auf? Wie geht das Päckchen weiter? Warum?

Beispiel Rechnen mit negativen Zahlen (Klasse 7)

$19 - 3 =$ 16	$3 \cdot (-5) =$ -15
$16 - 2 =$ 14	$2 \cdot (-5) =$ -10
$13 - 1 =$ 12	$1 \cdot (-5) =$ -5
$10 - 0 =$ 10	$0 \cdot (-5) =$ 0
$7 - (-1) =$ 8	$(-1) \cdot (-5) =$ 5
$4 - (-2) =$ 6	$(-2) \cdot (-5) =$ 10

Setze die Päckchen mindestens 3 Aufgaben weiter fort.

Beispiele aus:
Susanne Prediger, 2008: Muster in Päckchen.
In: Zeitschrift Mathematik 5-10

Verschiedene Arbeitsaufträge

10,2 + 7,6 = 17,8

9,3 + 7,5 = 16,8

8,4 + 7,4 = 15,8

7,5 + 7,3 =

Was fällt dir auf?

Die erste Einerzahl wird immer eins weniger, die Zahl nach dem Komma eins mehr, und bei der zweiten Zahl wird die Zahl hinter dem Komma eins weniger. Im Ergebnis wird die Einerzahl eins mehr.

Setze das Päckchen mit mindestens 3 Aufgaben fort.

7,5 + 7,3 = 14,8
6,6 + 7,2 = 13,8
5,7 + 7,1 = 12,8
4,8 + 7,0 = 11,8

Wie lautet die 10. Aufgabe?

1,2 + 6,6 = 7,8

Erfinde selbst ein Muster.

3,5 + 5,5 = 9,0
3,6 + 5,6 = 9,2
3,7 + 5,7 = 9,4
3,8 + 5,8 = 9,6
3,9 + 5,9 =

Wende das Muster auf eine andere Aufgabe an.

20 + 5,3 = 25,3
19,1 + 5,2 = 24,3
18,2 + 5,1 = 23,3
17,3 + 5,0 = 22,3

Begründe das Muster.

Erst wird es immer 0,9 weniger, dann 0,1 weniger, das macht zusammen immer eins weniger.

Hier stimmt etwas nicht. Repariere das Muster.

10,2 + 7,6 = 17,8

7,5 + 7,3 = 14,8

6,6 + 7,2 = 13,8

5,7 + 7,1 = 12,8

1./2. Schuljahr – Magische Quadrate mit 3x3 Zahlen

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Trage die fehlenden Zahlen ein

2		
	5	1
	3	

4	3	8
2		6

		4
1		9

1./2. Schuljahr – Magische Quadrate mit 3x3 Zahlen

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Untersuchung von Veränderungen der Zahlen in den magischen Quadraten

+ 1

5	10	3
4	6	8
9	2	7

-1

3	8	1
2	4	6
7	0	5

addieren

8	18	4
6	10	14
16	2	12

3./4. Schuljahr – Magische Quadrate mit 4x4 Zahlen: Das Dürerquadrat

Finden und Berechnen von

„magischen Summen“

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Berechne die Summen der Felder in den gleichen Farben.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Färbe immer 4 Felder mit der Summe 34 in der gleichen Farbe. Schreibe die Aufgaben auf.

4.-6. Schuljahr – Magische Quadrate mit 5x5 Zahlen

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Untersuche weitere Zusammenhänge:

•Dividiere die magische Summe durch 5 und vergleiche mit der Zahl im Zentrum des Quadrates. Erkläre das Ergebnis.

•Erfinde ein Quadrat mit der magischen Summe 80 (300) oder einer von dir bestimmten magischen Summe.

•Welche magische Summe ergibt sich mit den Zahlen 3,7,11,15, ... 99?

• Stimmt es, dass die Summe aller 25 Zahlen 25mal so groß ist wie die Zahl im Zentrum?

Hirt/Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Seelze 2008, S.107

7./8. Schuljahr

Wie kann man aus einem Zahlenquadrat ein neues Zahlenquadrat konstruieren?

Addiere zu jeder Zahl des folgenden Zahlenquadrats
a) die Zahl 1, b) die Zahl 2, c) die Zahl 3.
Ergibt sich jeweils ein neues Zahlenquadrat? Wenn ja, um wie viel nimmt die ursprüngliche Summe jeweils zu?

3	1	5
5	3	1
1	5	3

Vermutung:

Addiert man zu jeder Zahl eines gegebenen Zahlenquadrats dieselbe natürliche Zahl k, erhält man ein neues Zahlenquadrat, dessen Summe um $3k$ größer ist als die Summe des ursprünglichen Quadrats.

Günther Malle: Mathe-Welt. In: Mathematik lehren/Heft 110, S. 13

7./8. Schuljahr

Wie kann man aus einem Zahlenquadrat ein neues Zahlenquadrat konstruieren?

Um diese Vermutung zu beweisen, führen wir für jedes Feld eine Variable ein.

Ursprüngliches Quadrat:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Neues Quadrat:

a+k	b+k	c+k
d+k	e+k	f+k
g+k	h+k	i+k

Wir bezeichnen die Summe des ursprünglichen Quadrats mit S. Die Summe der ersten Zeile des neuen Quadrats beträgt

$$\begin{aligned} S' &= (a + k) + (b + k) + (c + k) \\ &= a + b + c + k + k + k \\ &= S + 3k \end{aligned}$$

Auf dieselbe Weise kannst du zeigen, dass auch alle anderen Zeilensummen sowie die Spalten- und Diagonalsummen des neuen Quadrats gleich $S + 3k$ sind. Man erhält also wieder ein Zahlenquadrat mit der neuen Summe $S' = S + 3k$.

Günther Malle: Mathe-Welt. In: Mathematik lehren/Heft 110, S. 13

„Um die Kinder im Modellieren und Konkretisieren zu üben (...) bedarf es auch hier eines langfristigen kumulativen Aufbaus der entsprechenden Kompetenzen.“

Sybille Schütte: Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern, München 2008, S. 153

Aufbau des Fortbildungsmoduls 2.1

1. Grundsätzliches I:
   Zentrale Aussagen aus der Fachdidaktik
2. Einstimmung: Vom Falten zum Satz von Pythagoras
3. Grundsätzliches II: Lehrplan GS – Kernlehrplan SI
4. Auseinandersetzung mit einer problemhaltigen Aufgabenstellung aus dem Kontext „Additionen mit Reihenfolgezahlen“
5. Entwicklung möglicher Aufgabenstellungen für unterschiedliche Schuljahre
6. Kontinuität von 1-6: Weitere Unterrichtsbeispiele
7. Schlussbemerkungen

Lernbedingungen für einen langfristigen Kompetenzaufbau

„Erfahrungen erfolgreicher Lehrkräfte und ihrer Schüler
und die Ergebnisse verschiedener Studien
(Helmke/Hosenfeld/Leuders/Gudjons)
stützen folgende Merkmale eines effektiven Unterrichts (...),
die insbesondere auch einem
langfristigen Kompetenzaufbau
dienlich sind:

Lernbedingungen für einen langfristigen Kompetenzaufbau

Zieltransparenz für die Lernenden mit klaren Informationen über Leistungserwartungen

Klare Strukturierung des Unterrichts

Schaffen von Lerngelegenheiten für Selbsteinschätzungen (...) für das individuelle und zunehmend eigenverantwortliche Schließen von Lücken (...)

Effektiver Umgang mit der Lernzeit mit einem professionellen Klassenraummanage-ment

7. Schlussbemerkungen

Lernbedingungen für einen langfristigen Kompetenzaufbau

Kognitive Aktivierung im Unterricht mit Wechsel der Sozial- und Arbeitsformen

Lernumgebungen (...) sollten eine langfristige Arbeitsplanung unterstützen, die den roten Faden durch das neue Gebiet sichert.

Ein positives Unterrichtsklima mit einer lernförderlichen Arbeitsatmosphäre sowohl für Lernschwache als auch für Leistungsstarke und einer entsprechenden Gesprächs- und Feedbackkultur.

Haus 2: Modul 2.1

Fortbildungsmaterial

- Präsentation
- Moderationspfad
- Sachinfos (1. Reihenfolgezahlen / 2. Kontinuität)
- Teilnehmermaterial

Unterrichtsmaterial

- Schülermaterial zu Reihenfolgezahlen für unterschiedliche Schuljahre
- Hinweise zur Unterrichtsdurchführung

Informationsmaterial

- Links: RFZ im Gymnasium, Zahlenmauern in der Sekundarstufe, Entdeckerpäckchen in der Sekundarstufe
- Literaturhinweise


Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!