## Darum geht es

### Begriffsklärung

In der Sachinformation zu Reihenfolgezahlen (siehe FM - Sachinfo sowie tabellarische Übersicht) sind alle wichtigen Hintergrundinformationen zum Kontext "Addition mit Reihenfolgezahlen" beschrieben.

Im **UM** ist unter der Überschrift "Aufgabenstellungen und Niveaustufen" nach Schulstufen und –formen aufgeführt, wie von Klasse 1 ausgehend unter Beachtung immer wiederkehrender Muster und Strukturen die unterrichtliche Behandlung der Thematik auf sukzessiv steigenden Niveaustufen ausgebaut werden kann.

#### Hinweise zur Anlage der Unterrichtsdurchführungen

In einem forschend-entdeckend angelegtem Unterricht werden den Schülerinnen und Schülern in allen Schuljahren Forscheraufträge angeboten, die in Anlehnung an das Prinzip des dialogischen Lernens zunächst individuell und zu gegebener Zeit im Rahmen einer sachbezogenen Kommunikation mit anderen Kindern beschrieben, verglichen, präsentiert und / oder reflektiert werden können. Folgeaufträge und Zusatzaufgaben auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus können in diesen Prozess bereits eingebunden sein oder sich anschließen.

### Schuleingangsphase

AB "Einstieg": Hier wird angeknüpft an die strukturierten Punktdarstellungen, die die Kinder bereits aus den Übungen zur Anzahlerfassung kennen. Es wird für die Darstellung von Reihenfolgezahlen eine bestimmte Strukturierung der Punktmuster und der Benennung vereinbart. Die weiteren Angebote (AB 1-3) sind in den Kontext "Entdeckerpäckchen" eingebunden und nicht explizit als "Forscheraufträge" benannt. Über die Aufforderung, Auffälligkeiten und Entdeckungen zu beschreiben, kann in eine sachbezogene Kommunikation eingestiegen werden. Die Dokumentationen der Kinder können so übernommen werden oder in einem Forscherbericht (siehe hierzu Haus 1- UM – Forscherbericht 2. Einheit) festgehalten werden. Nach Einführung der Multiplikation in Klasse 2 kann mit den Forscheraufträgen 1 und 2 (Dreiersummen – Einmaleins mit 3) weiter gearbeitet werden. Je nach Leistungsvermögen der Kinder kann mit der gesamten Thematik auch in Klasse 2 begonnen werden.

#### Klassen 3/4

Es stehen 3 unterschiedliche Forscheraufträge zur Auswahl: Die Aufträge 1 und 2 sind auf die Besonderheiten der Dreiersummen ausgerichtet und enger umfasst; der Auftrag 4 hat das Finden aller möglichen Summen mit Reihenfolgezahlen kleiner oder gleich 25 zum Thema und ist für das 4. Schuljahr geeignet. Bei der Bearbeitung des letzt genannten Auftrags sollte die Frage: "Wie kann man sicher sein, dass man alle Aufgaben gefunden hat?" in einer weiteren Unterrichtsstunde, in der die gefundenen Aufgaben geordnet und anschließend fehlende Aufgaben ergänzt werden, in den Mittelpunkt gestellt werden. Entsprechend des gewählten Forscherauftrags schließen sich Folgeaufträge an. Eine besondere Transferleistung kann in der Auseinandersetzung mit der sog. Gaußaufgabe erbracht werden.

#### Klassen 5/6

Ausgangspunkt der Forschungen ist das Auffinden aller Summen von Reihenfolgezahlen kleiner oder gleich 25 (Forscherauftrag Version 1). In den anschließenden Folgeaufträgen werden zunächst ungerade Anzahlen von Summanden untersucht und Auffälligkeiten systematisiert, begründet und verallgemeinert.

In den Zusatzaufgaben werden dann auch gerade Anzahlen von Summanden untersucht.

Alternativ kann auch mit geschlossenren Forscherauftrag (Version 2) begonnen werden. Die Auswahl der Folgeaufträge muss dann angepasst werden.

Methodisch kann man so vorgehen, dass alle Schülerinnen und Schüler zunächst denselben Forscherauftrag erhalten und bearbeiten. Die Kinder kehren mit einer Lösung zur Lehrerin oder zu einem Expertenkind zurück und erhalten eine individuelle Rückmeldung. Die Lehrerin kann zum Beispiel auch einen individuellen Tipp oder eine Bemerkung ins Heft des Schülers schreiben und ihn durch die schriftliche Korrespondenz zur Weiterarbeit oder zum Überarbeiten seiner Ergebnisse anregen (vgl. Gallin/ Ruf 1990, 107ff). Des Weiteren kann eine Folgeaufgabe (handschriftlich oder durch einen weiteren vorgegebenen Folgeauftrag) als Aufgabenvariation an den Schüler verteilt werden.

Durch diese Art der Rückmeldung können sich individuelle Aufgabenstellungen zur Weiterarbeit ergeben, die individuell auf die Schüler zugeschnitten sind. Die Schüler haben die Möglichkeit, in ihrem eigenen Tempo und entsprechend ihrer individuellen Möglichkeiten und Lernvoraussetzungen zu arbeiten.

Im Verlauf der Stunde/ Reihe arbeiten die Schüler dabei unter Umständen am selben Thema, jedoch auf unterschiedlichen Niveaus. Zu bestimmten Zeiten melden sich die Kinder zu Forscherrunden oder Mathekonferenzen an.

Zum Einstieg in das Thema gibt es für jeden Jahrgang ein vorbereitetes Arbeitsblatt mit Aufgabenstellungen, die als notwendige Basis für die Bearbeitung der Forscheraufträge anzusehen sind. Sie können bei einer kontinuierlichen Vorgehensweise über die Jahrgänge hinweg entsprechend gekürzt und den Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler angepasst werden.



## So kann es gehen – Skizzierung einer möglichen Reihenplanung:

#### 1. Forscherauftag für alle

#### 2a. Weiterarbeit Forscherauftrag

Anmeldung und Durchführung: Mathekonferenz / Forscherrunde

#### 2b. Weiterarbeit Forscherauftrag

Zeit für individuelle Weiterarbeit Nutzung von Hilfsangeboten: Tippkarten/ Experten/ Gespräche mit der Lehrerin

#### 3. Schwerpunktsetzung

Auswahl möglicher Schwerpunkte entsprechend den Forscheraufträgen der unterschiedlichen Jahrgänge:

- Zweier- und Dreiersummen in Entdeckerpäckchen
- Geschicktes Berechnen von Dreier- und Fünfersummen
- Strukturierte Punktdarstellungen
- Vorgehensweisen und Tipps zum Finden bestimmter Additionen
- "Plättchenbeweise"
- Untersuchungen zur Eigenschaft der Anzahl der Summanden
- Darstellung einer Zahl in unterschiedlichen Additionen

#### 4. Weiterarbeit

Folgeaufträge Zusatzangebote

- Durchführung weiterer Präsentations- und Reflexionsrunden in Kleingruppen oder im Plenum
- Veröffentlichung von Lernspuren in Form von Ergebnisplakaten, Wortspeichern, Satzanfängen, ausgewählten Dokumenten aus den Forschungen der Kinder, Protokolle von Mathekonferenzen oder Forscherrunden
- Lernberichte / Lerntagebuch / Rückmeldungen der Kinder

#### Literaturhinweise:

Schwätzer, Ulrich / Selter, Christoph: Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen – eine Unterrichtsreihe für das 4. bis 6. Schuljahr, in: Mathematische Unterrichtspraxis, H.2, 2000, S. 28-37

Selter, Christoph / Spiegel, Hartmut: Wie Kinder rechnen, Leipzig 1997, S.59, S.140-143

Schütte, Sybille (Hrsg.): Die Matheprofis 3, München 2004, Schülerbuch S.110/111 / Lehrerhandbuch 232, 233

Wittmann, E, / Müller, G.: Das Zahlenbuch 4, Leipzig 2011, S.104

Blum/Drüke-Noe/Hartung/Köller (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret / Sekundarstufe I, Berlin 2010, S.37/38; S. 102-105

#### Downloads zu:

#### Forscherbericht:

http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 1 -Entdecken Beschreiben Begruenden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit 2/Schueler-Material/EP 2 AB Forscherbericht.pdf

#### Forscherrunden:

http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/forscherheft-mal-plushaus/forscherheft-mal-plus-haus.html

#### Mathekonferenzen:

http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/mathekonferenzen.html

#### Wortspeicher:

http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informationsmaterial/informationsvideos/informationsvideos.html

# Additionen mit Reihenfolgezahlen

Übersicht zu Aufgabenstellungen und deren Niveau in den einzelnen Schulstufen

### **Muster und Strukturen**

Eigenschaften der Anzahl der Summanden in den unterschiedlichen Summenbildungen; Anzahl der Summenbildungen

Schul- jahr	Gerade Anzahl der Summanden	Ungerade Anzahl der Summanden	Anzahl der Summenbildungen	Zahlen, die sich nicht als Summe darstellen lassen
1. / 2.	<ul> <li>Zweiersummen:         <ul> <li>Strukturierte Punktdarstellung</li> </ul> </li> <li>+ entsprechende         <ul> <li>Additionsaufgaben im Kontext</li> <li>"Entdeckerpäckchen"</li> </ul> </li> <li>Zerlegung vorgegebener         <ul> <li>Zahlen in Zweiersummen</li> </ul> </li> </ul>	Dreiersummen:  Strukturierte Punktdarstellung (als "Verlängerung" der Zweiersumme)  + entsprechende Additionsaufgaben im Kontext "Entdeckerpäckchen"		
	Zweiersumme	n "verlängern"		
		<ul> <li>Zusammenhang zwischen Dreiersummen und der Multiplikation der Mittelzahl mit 3</li> <li>Strukturierte Punktdarstellungen als Grundlage für den "Plättchen-Beweis"</li> </ul>		

Schul- jahr	Gerade Anzahl der Summanden	Ungerade Anzahl der Summanden	Anzahl der Summenbildungen	Zahlen, die sich nicht als Summe darstellen lassen				
3. / 4.	<ul><li>Zweiersummen</li><li>Ergänzung zur Bildung aller möglichen Summen</li></ul>	<ul> <li>Dreier-/Fünfersummen:</li> <li>"geschicktes" Berechnen durch Multiplikation mit der jeweiligen Mittelzahl</li> </ul>	<ul> <li>Dreier-/Fünfersummen:</li> <li>Die Zahl 15 in unterschiedlichen Summen darstellen</li> </ul>					
		<ul> <li>Strukturierte         Punktdarstellungen als         Grundlage für den "Plättchen-Beweis"     </li> </ul>						
		Darstellung vorgegebener Zahlen in Dreier- / Fünfersummen (Teilbarkeit)						
		Transfer auf Siebener-/ Neunersummen						
		Die Gauß-Aufgabe						
5. / 6.	Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen, bei denen das Ergebnis höchstens 25 beträgt							
	Vierersummen:	Dreier-/Fünfersummen:	Dreier-/Fünfersummen:					
	<ul> <li>"geschicktes" Berechnen durch Zusammenfassung der Innen- und Außenzahlen</li> </ul>	<ul> <li>Verallgemeinerung: Welche Zahlen lassen sich als Fünfer- oder Siebenersummen scheiben?</li> </ul>	<ul> <li>Verallgemeinerung: Welche Zahlen lassen sich als Fünfer- und Siebenersummen schreiben?</li> </ul>					
	<ul> <li>Darstellung vorgegebener Zahlen in Vierersummen</li> </ul>	Begründen: Warum lässt sich die aber als Dreiersumme schreiben						
	Transfer auf Sechsersummen /weitere gerade Summandenanzahlen	Dreiersumme, nicht aber als Für						
	<ul> <li>Ansatz zur Verallgemeinerung: Tipps formulieren</li> </ul>							
	Die Gauß-Aufgabe							

# Weitere Schuljahre /

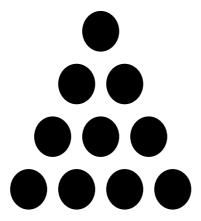
- Warum ist die Summe von 3,5,7, ... Reihenfolgezahlen immer durch 3,5,7, ... teilbar? Welche Auffälligkeit ergibt sich bei Summen von 2,4,6, ... Reihenfolgezahlen?
- Finde alle Summen von Reihenfolgezahlen mit dem Ergebnis 1000 (bzw. n)! Begründe, warum du alle Möglichkeiten gefunden hast.
- Welche natürlichen Zahlen lassen sich als Summe von Reihenfolgezahlen darstellen? Welche nicht? Begründe!

#### Studium

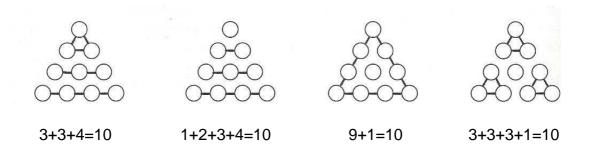
• Beweis des Satzes von Sylvester: Für eine Zahl gibt es genauso viele Darstellungen als Summen von Reihenfolgezahlen, wie diese Zahl ungerade Teiler verschieden von 1 hat.

Gemeinsamer Einstieg

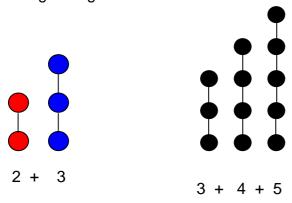
Anknüpfung: Strukturierte Anzahlerfassung / Zerlegung



Zu diesem Punktmuster werden verschiedene Zerlegungen gebildet und als Additionsaufgaben aufgeschrieben oder genannt (Magnetplätttchen an der Tafel):



In den nächsten Unterrichtsstunden wird es um ganze besondere Punktmuster und Plusaufgaben gehen.



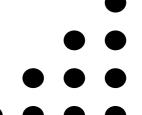
Vereinbarung: 2+3+4 ... sind "Plusaufgaben mit Nachbarzahlen"



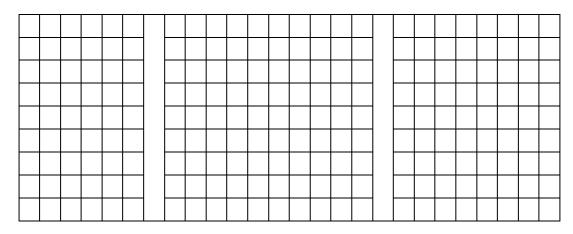
# Pikos Plusaufgaben mit Nachbarzahlen 1

Wie viele?  ${\mathscr I}$  Schreibe die passende Plusaufgabe und rechne sie aus.

3 + \_ =



Male die Punktbilder zu den Plusaufgaben.



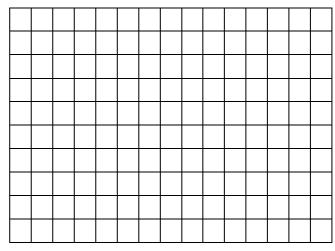
5 + 6 + 7 2 + 3 + 4 + 5

8 + 9

Erfinde eine eigene Plusaufgabe mit Nachbarzahlen und zeichne das Punktbild.

Meine Aufgabe:





- Schreibe die Plusaufgaben.
  - Zeichne und schfreibe noch zwei weitere Aufgaben.



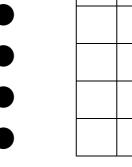


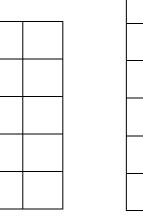














Rechne die Plusaufgaben zu den Punktbildern aus Aufgabe 1 aus.

Was fällt dir an den Ergebnissen auf?

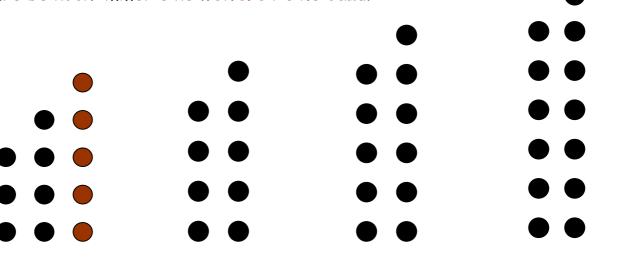


Begründe: Warum ist das so?

a) Welche Plusaufgaben mit zwei Nachbarzahlen gehören zu diesen Ergebnissen?

b) Zu der Zahl 14 kann man keine Plusaufgabe mit 2 Nachbarzahlen finden. Kannst du das erklären?





2) Rechne die Plusaufgaben zu den Beschreibe: Punktbildern aus Aufgabe 1.



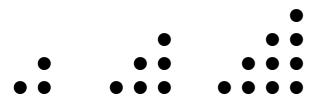
Was fällt dir an den Ergebnissen auf?

3 + 4 + 5

Begründe: Warum ist das so?

- 3)
- a) Setze fort und male die nächsten 2 Punktbilder!





b) Rechne die Plusaufgaben zu den Punktbildern aus.

1 + 2 = \_\_\_\_\_

Was fällt dir an den Ergebnissen auf?

\_\_+\_\_+ \_\_= \_\_\_\_\_

Kannst du das erklären?

4) Setze das Päckchen fort. Wie weit kannst du schon rechnen?

\_\_\_\_\_

5) Kannst du eine Plusaufgabe mit 3 Nachbarzahlen zur Zahl 18 finden?



# Pikos Forscherauftrag 1



Rechne die Aufgabenpaare aus.

1 + 2 + 3 =	3 · 2 =
2 + 3 + 4 =	3 · 3 =
3 + 4 + 5 =	3 · 4 =

Male die Punktbilder dazu!



## Beschreibe:

- Was fällt dir an den Ergebnissen der Aufgabenpaare auf?
- Was haben alle Ergebnisse gemeinsam?
- Kannst du erklären, warum das so ist?

# Pikos Forscherauftrag 2



3 · 7 = \_\_\_\_ 3 · 8 = \_\_\_\_

3 · \_ = \_\_\_\_

Finde zu jedem Päckchen noch drei weitere Aufgaben und rechne sie aus.

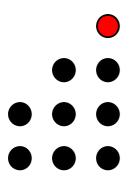
 Kannst du einen Tipp geben, wie man schnell Dreiersummen ausrechnen kann?

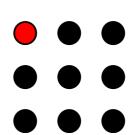


# So sehen die Punktbilder aus

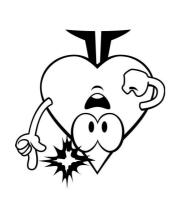
$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$3 \cdot 3 = 9$$





# Tipp 1 Forscherauftrag 4



Schau dir die mittlere Zahl der Dreiersumme an!



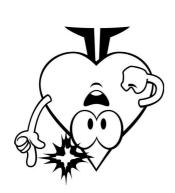






$$6 + 7 + 8 = 21$$

# Tipp 2 Forscherauftrag 4





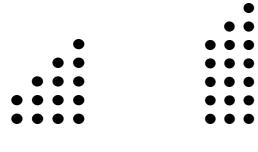
# Besondere Plusaufgaben

Die Additionsaufgaben auf diesem Arbeitsblatt sind immer aus aufeinander folgenden Zahlen gebildet:

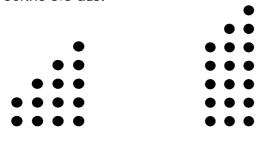
1) Rechne die Aufgaben aus!

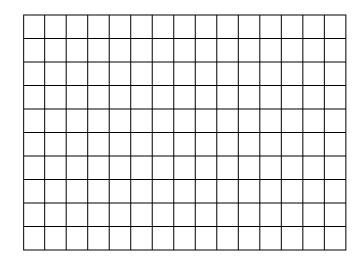
2)

a) Finde eine passende Aufgabe zu den Punktbildern und rechne sie aus!



b) Zeichne zu jedem Punktbild noch eine weitere Reihe, schreibe die Aufgabe auf und rechne sie aus!





3) Rechne die Päckchen aus und finde zu jedem Päckchen noch zwei weitere Aufgaben! Schau dir die Aufgaben und die Ergebnisse an. Fällt dir etwas auf? Kannst du es erklären?



5+6+7+8=\_\_\_

Das fällt mir auf: a)

b)

Erklärung:

a)

b)

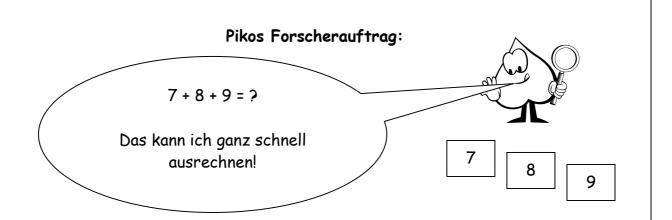
5) Erfinde selbst Additionsaufgaben mit Reihenfolgezahlen!



Bilde mehrere Plusaufgaben mit 3 aufeinander folgenden Zahlen und überprüfe, ob Piko recht hat.

\*Kannst du eine Erklärung finden?

- Melde dich zur Mathekonferenz an.
- Führe mit drei weiteren Kindern eine Mathekonferenz durch!
- Schreibt ein Protokoll über eure Entdeckungen. Ihr könnt z.B. mit farbigen Stiften besonders markieren, was Ihr entdeckt habt oder was euch wichtig ist.



Bilde mindestens fünf Plusaufgaben mit 3 aufeinander folgenden Zahlen und rechne sie aus.

Findest du einen Trick, wie man die Aufgaben schnell ausrechnen kann?

- Melde dich zur Mathekonferenz an.
- Führe mit drei weiteren Kindern eine Mathekonferenz durch!
- Schreibt ein Protokoll über eure Entdeckungen. Ihr könnt z.B. Punktbilder benutzen, mit farbigen Stiften markieren, was Ihr entdeckt habt oder was euch wichtig ist.



# Folgeauftrag 1:

Hier ist die Zahl 27 als Summe von drei aufeinander folgenden Zahlen geschrieben:

$$27 = 8 + 9 + 10$$

Schreibe die Zahl 21 auch als Summe von drei aufeinander folgenden Zahlen. Findest du noch weitere Zahlen, die sich als Dreiersumme aufschreiben lassen?

 Kannst du einen Tipp geben, wie man die Dreiersumme schnell finden kann?





# Folgeauftrag 2:

Addiere 5 aufeinander folgende Zahlen. Schreibe mehrere Aufgaben und rechne sie aus.

- Beschreibe, wie man schnell Fünfersummen ausrechnen kann. Gibt es auch hier einen Trick?
- Untersuche auch Siebener- und Neunersummen und überprüfe deine Entdeckungen.





# Folgeauftrag 3:

Hier ist die Zahl 35 als Fünfersumme dargestellt:

$$35 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

Kann man die Zahl 55 auch als Fünfersumme schreiben?

Schreibe noch weitere Zahlen als Fünfersumme auf.

- Kannst du einen Tipp geben, wie man schnell herausfinden kann, ob eine Zahl als Fünfersumme geschrieben werden kann?
- Finde Zahlen, die sich als Siebener- oder Neunersumme schreiben lassen. Beschreibe, wie du die Zahlen gefunden hast.



# Folgeauftrag 4:

Schreibe die Zahl 15 als Plusaufgabe mit aufeinander folgenden Zahlen.

Es gibt mehrere Lösungen.

 Beschreibe, wie du die Lösungen gefunden hast.



# Pikos Forscherauftrag:

Finde alle Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen, bei denen die Summe höchstens 25 ist.

- Arbeite zunächst allein und beachte:
  - o Wie bist du vorgegangen?
  - o Was ist dir aufgefallen?
  - o Wie kannst du sicher sein, dass du alle Aufgaben gefunden hast?
- Melde dich anschließend zur Mathekonferenz an.
- Führe mit drei weiteren Kindern eine Mathekonferenz durch!
- Schreibt ein Protokoll über eure Entdeckungen. Ihr könnt z.B. mit farbigen Stiften besonders markieren, was Ihr entdeckt habt oder was euch wichtig ist.



# Zusatzaufgabe



Carl Friedrich Gauß ist ein berühmter deutscher Mathematiker. Er lebte von 1777 bis 1855. Schon in der Grundschule zeigte er, dass er ein besonders pfiffiger Schüler war.

Einmal stellte ihm sein Lehrer die folgende Aufgabe:

"Addiere alle Zahlen von 1 bis 100". Carl Friedrich konnte das Ergebnis ganz schnell nennen.

Wie hat er das wohl so schnell herausgefunden?

Zu dieser Aufgabe gibt es zwei Tippkarten!

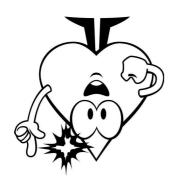


Die Summe von drei Reihenfolgezahlen beträgt 27.

Vergleiche das Ergebnis mit der Anzahl der Summanden!

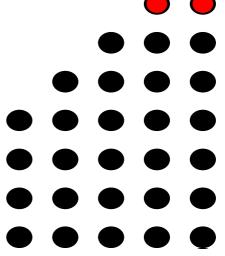
Wie kannst du die Mittelzahl berechnen?

# Tipp 1 Folgeauftrag 1

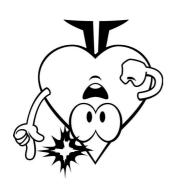


Die Summe dieser fünf Reihenfolgezahlen beträgt 30.

Vergleiche das Ergebnis mit der Mittelzahl. Schreibe die passende Malaufgabe



# Tipp Folgeauftrag 2

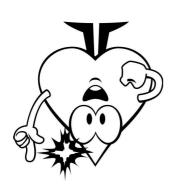


Berechne zuerst die Summe der Zahlen von 1 bis 99!



Mittelzahl

# Tipp 1 Saubaufgabe



# Du kannst auch die Hundertertafel benutzen:

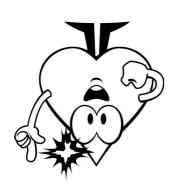
X	Z	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	V	120

Rechne mit den Zahlenpärchen:

50 + 51 = 101

Wie viele solcher Aufgaben mit dem Ergebnis 101 kannst du bilden?

# 2 qqiT Gaußaufgabe





# Besondere Additionsaufgaben

Die Additionsaufgaben auf diesem Arbeitsblatt sind immer aus aufeinander folgenden Zahlen gebildet:

1) Rechne die Aufgaben aus!

2)

a) Finde eine passende Aufgabe zu den Punktbildern und rechne sie aus!



b) Zeichne zu jedem Punktbild noch eine weitere Reihe, schreibe die Aufgabe auf und rechne sie aus!



Beschreibe die Punktbilder!

Erfinde ein eigenes Punkt	oild!
	us und finde zu jedem Päckchen noch zwei weitere
Aufgaben! Fällt dir etwas	auf? Kannst du es erklären?
3+4+5+6=	11+12=
4+5+6+7=	11+12+13=
5+6+7+8=	11+12+13+14=
<del></del>	<del></del>
Das fällt mir auf:	
Begründung:	
Begi undung.	

5) Erfinde selbst Additionsaufgaben mit Reihenfolgezahlen!



# Forscherauftrag:

Finde alle Additionsaufgaben mit Reihenfolgezahlen, bei denen die Summe höchstens 25 ist.

- Arbeite zunächst allein und beachte:
  - o Wie bist du vorgegangen?
  - o Was ist dir aufgefallen?
  - o Wie kannst du überprüfen, dass du alle aufgaben gefunden hast?
- Melde dich anschließend zur Mathekonferenz an.
- Führe mit drei weiteren Kindern eine Mathekonferenz durch!
- Schreibt ein Protokoll über eure Entdeckungen. Ihr könnt z.B. mit farbigen Stiften besonders markieren, was Ihr entdeckt habt oder was euch wichtig ist.

# Forscherauftrag:



# Annika behauptet:

"Die Summe von drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ist immer durch drei teilbar."

Hat Annika recht?

Begründe deine Antwort!

- Melde dich anschließend zur Mathekonferenz an.
- Führe mit drei weiteren Kindern eine Mathekonferenz durch!
- Schreibt ein Protokoll über eure Entdeckungen. Ihr könnt z.B. mit farbigen Stiften besonders markieren, was Ihr entdeckt habt oder was euch wichtig ist.

Untersuche auch die Summe von 5 oder 7 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen!



# Folgeauftrag 1:

Berechne die Summe von drei Reihenfolgezahlen:

Beschreibe oder markiere, was dir auffällt.

Dazu kannst du auch farbige Stifte benutzen!

• Kannst du deine Entdeckungen begründen?





# Folgeauftrag 2:

Hier ist die Zahl 24 als Summe von drei Reihenfolgezahlen dargestellt:

Schreibe die Zahl 36 auch als Summe von drei Reihenfolgezahlen. Finde noch 3 weitere Zahlen größer als 25, bei denen das möglich ist.

- Gibt es einen Trick, wie man schnell herausfinden kann, ob sich eine Zahl als Summe von drei Reihenfolgezahlen schreiben lässt?
- Welche Zahlen lassen sich als Summe von drei Reihenfolgezahlen schreiben?





# Folgeauftrag 3:

Hier ist die Zahl 45 als Summe von fünf Reihenfolgezahlen dargestellt:

Schreibe die Zahl 35 auch als Summe von fünf Reihenfolgezahlen. Finde noch 3 weitere Zahlen größer als 25, bei denen das möglich ist.

- Beschreibe, wie man herausfinden kann, ob sich eine Ergebniszahl als Fünfersumme schreiben lässt. Gibt es auch hier einen Trick?
- Welche Zahlen lassen sich als Summe von fünf Reihenfolgezahlen schreiben? Begründe!





# Folgeauftrag 4:

Hier ist die Zahl 35 als Summe von fünf und von sieben Reihenfolgezahlen dargestellt:

Kann man die Zahl 45 auch auf zwei verschiedene Arten darstellen?

- Kannst du noch eine andere Zahl finden, bei der das auch möglich ist?
- Kannst du einen Tipp geben, wie man schnell herausfinden kann, ob eine Zahl auf zwei verschiedene Arten als Summe von Reihenfolgezahlen geschrieben werden kann?



# Folgeauftrag 5:



Carl Friedrich Gauss ist ein berühmter deutscher Mathematiker. Er lebte von 1777 bis 1855. Schon in der Grundschule zeigte er, dass er ein besonders pfiffiger Schüler war.

Einmal stellte ihm sein Lehrer die folgende Aufgabe:

"Addiere alle Zahlen von 1 bis 100". Carl Friedrich konnte das Ergebnis ganz schnell nennen.

Wie hat er das wohl so schnell herausgefunden?



# Zusatzaufgabe 1:

Berechne die Summe von vier Reihenfolgezahlen:

Beschreibe oder markiere, was dir auffällt.

Dazu kannst du auch farbige Stifte benutzen!

• Beschreibe, wie man schnell Vierersummen ausrechnen kann. Schreibe auch eine Begründung.





# Zusatzaufgabe 2:

Hier ist die Zahl 26 als Summe von vier Reihenfolgezahlen dargestellt:

Schreibe die Zahl 38 auch als Summe von vier Reihenfolgezahlen. Finde noch eine weitere Zahl größer 25, bei der das möglich ist.

• Kannst du einen Tipp geben, wie man schnell herausfinden kann, ob es man eine Zahl als Summe von vier Reihenfolgezahlen schreiben kann?



# Zusatzaufgabe 3:

Warum kann man die Zahl 1000 als Summe von fünf Reihenfolgezahlen schreiben, nicht aber als Summe von drei Reihenfolgezahlen?

Und die Zahl 999?

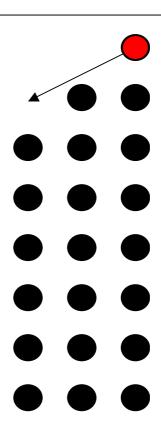
Warum kann man sie als Summe von 3 Reihenfolgezahlen schreiben, nicht aber als Summe von fünf Reihenfolgezahlen?

• Schreibe eine Begründung!

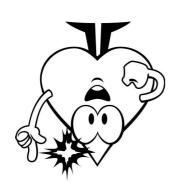
Die Summe dieser drei Reihenfolgezahlen beträgt 21.

6+7+8

Vergleiche das Ergebnis mit der mittleren Zahl.



# Tipp Reihenfolgezahlen Forscherauftrag 2

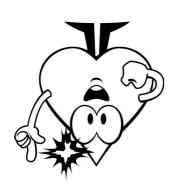


Die Summe von drei Reihenfolgezahlen beträgt 27.

Vergleiche das Ergebnis mit der Anzahl der Summanden!

Wie kannst du die Mittelzahl berechnen?

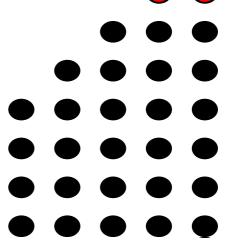
# Tipp Reihenfolgezahlen Forscherauftrag 3



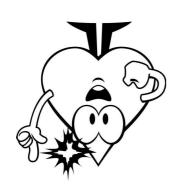
Die Summe dieser fünf Reihenfolgezahlen beträgt 30.

4+5+6+7+8 = 30

Vergleiche das Ergebnis mit der Mittelzahl.



# Tipp Reihenfolgezahlen Forscherauftrag 4



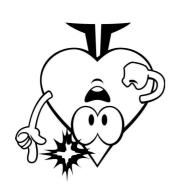
Die Summe dieser vier Reihenfolgezahlen beträgt 30.

$$6+7+8+9=30$$

Vergleiche das Ergebnis mit der Summe der beiden mittleren Zahlen.

Addiere auch die beiden Randzahlen und vergleiche.

# Tipp Reihenfolgezahlen Zusatzaufgabe 1





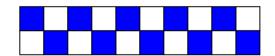
#### Die Hälfte färben

#### Darum geht es:

Der Auftrag, die Hälfte eines Zahlenfeldes geschickt zu färben, erfordert die Beschäftigung mit geometrischen Mustern. Dabei kann die Symmetrie als Mittel zur Problemlösung hilfreich sein. Unter Nutzung von Spiegelungen und Verschiebungen können aus einem gefundenen Muster weitere entwickelt werden.

#### Zwanzigerfeld:

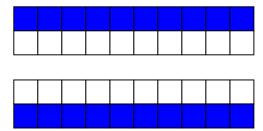
Beispiel: Achsenspiegelung vertikal:

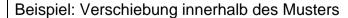


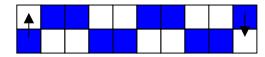
Symmetrien an Zahlenfeldern: Die Hälfte färben

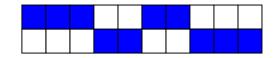


Beispiel: Achsenspiegelung horizontal:









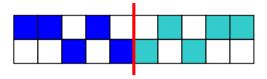
LP NRW S. 64 Raum und Form -**Symmetrie** Schuleingangsphase

Die Sch.... überprüfen einfache ebene Figuren auf Achsensymmetrie (z.B. durch Klappen, Durchstechen, Spiegeln).

erzeugen achsensymmetrische Figuren mit ein oder zwei Spiegelachsen (z.B. Klecks-, Loch-, Spiegelbilder).



Beispiel: Achsensymmetrie innerhalb eines Musters



Die Färbung kann sowohl an leeren als auch an beschrifteten Zahlentafeln ausgeführt werden. Es wird empfohlen, im ersten Jahr der Schuleingangsphase mit den leeren Zahlentafeln zu arbeiten, um den Schwerpunkt auf die "schönen" Muster zu legen. Eine Beschreibung und Erklärung der Färbung durch die Hinzunahme der Zahlen im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe oder zu einem späteren Zeitpunkt regt dann dazu an, sich stärker auch mit den Eigenschaften der Zahlen in den gefärbten Feldern zu beschäftigen und die entstandenen Muster umfassender zu beschreiben. Insgesamt stellt die Beschreibung der Muster eine anspruchsvolle Herausforderung für die Kinder dar.

Zum Zwanzigerfeld sind u.a. folgende Beschreibungen denkbar:

- Einfärben der oberen / unteren Reihe
- Einfärben der ersten / letzten 5 Felder in jeder Reihe
- Finfärben der ersten / letzten 5 Felder in der oberen /unteren Reihe
- Einfärben einzelner Felder im Wechsel
- Einfärben aller geraden / ungeraden Zahlen
- Einfärben der geraden/ungeraden Einerzahlen und ungraden/ geraden Zehnerzahlen
- Einfärben der Zahlen 1-10 (obere Reihe) oder 11-20 (untere Reihe)
- Einfärben der Zahlen 1-5 und 16-20 / 6-10 und 11-15
- Einfärben der Zahlen 1-5 und 11-15 / 6-10 und 16-20
- Einfärben der Zahlen 1, 2, 13, 14, 5, 6, 17, 18, 9,10 / 11,12, 3, 4, 15, 16, 7, 8, 19, 20

#### **IPNRWS.59** Problemlösen/ kreativ sein

Die Sch. ... probieren zunehmend systematisch und zielorientiert ...

überprüfen Ergebnisse auf Angemessenheit. finden und korrigieren Fehler, vergleichen und bewerten verschiedene Lösungswege

**LP NRW S. 60** Argumentieren

Die Sch. ... stellen Vermutungen (...) an und überprüfen anhand von Beispielen ... erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten

anhand von Beispielen. Darstellen / Kommunizieren

Die Sch. ... halten ihre Arbeitsergebnisse und Vorgehensweisen fest.

Lösungswege und stellen

bearbeiten komplexere

präsentieren ihre

übertragen eine Darstellung in eine andere.



### Hinweise zum unterrichtlichen Vorgehen:

Die Schülerinnen und Schüler sollten möglichst bereits unterrichtliche Erfahrungen zur Symmetrie (siehe Lehrplanbezug) gemacht haben.

Grunderfahrungen: -falten (Klecksbilder, Faltschnitte) -spiegeln (auch mehrfach) -Dinge bewegen (klappen, drehen, verschieben)

Ausgangspunkt der Überlegungen kann ein Zwanzigerfeld sein, bei dem bereits die Hälfte der Felder gefärbt ist. Nach Klärung des Begriffs "Hälfte" und Beschreibung des Musters können erste Vorschläge der Kinder gesammelt oder auch ein "schönes Muster" gemeinsam erstellt oder angefangen werden. Die Kinder erhalten Arbeitsauftrag 1 und leere Zwanzigerfelder.

Das Muster kann zunächst mit Plättchen auf dem Zwanzigerfeld gelegt und dann übertragen werden. Dieses Vorgehen legt nahe, durch systematisches Verändern (Verschieben der Plättchen) weitere Lösungen zu finden. Die Kinder färben jeweils die Hälfte der Felder ein und wählen ein oder zwei besondere Muster aus. Diese werden als Grundlage für die anschließende Reflexion auf ein größeres Zwanzigerfeld übertragen. Als Zusatzaufgabe kann eine Beschreibung des Musters angefertigt werden (AB 1 unterer Teil). Im anschließenden Reflexionsgespräch können einzelne Muster vorgestellt und eine "geschickte" Vorgehensweise besprochen werden. Es kann eine erste Sortierung vorgenommen werden ("Partner finden") und der Blick der Kinder auf Symmetrien fokussiert werden.

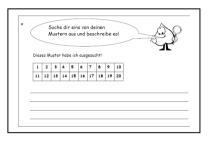
In einer / in weiteren Unterrichtsstunde(n) soll die Fragestellung "Partner finden" bzw. das Finden weiterer Lösungen durch Klappen oder Spiegeln in den Mittelpunkt gestellt werden (AB 2a oder 2b). Dabei wird der Fokus noch stärker auf ein Vorgehen unter Nutzung von Symmetriephänomenen gerichtet.



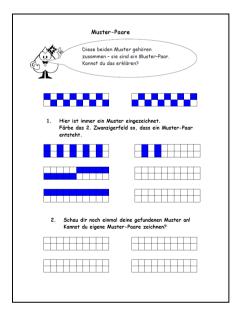
# AB 1 (Forscherauftrag)



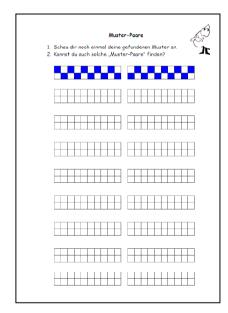
### AB 1 (unterer Teil)



#### AB 2a



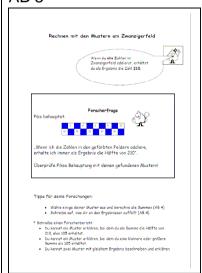
AB 2b





Weiterführend kann mit den gefundenen Mustern der Frage nachgegangen werden, ob die Addition der Zahlen auf den gefärbten Feldern als Summe auch die Hälfte der Gesamtsumme ergibt (AB 3). Dabei wird das geschickte Addieren mehrerer Summanden geübt. Im Bereich der prozessbezogenen Kompetenzen wird insbesondere das Argumentieren weiterentwickelt, wenn die Schülerinnen und Schüler an den unterschiedlichen Ergebnissen forschen und mithilfe der Zahlbeziehungen erste Begründungen finden (AB4, AB 5). Einige Lösungen ( es lassen sich noch viele weitere Muster finden) sind im Lehrermaterial "Lösungen" zusammengestellt.

AB3



 $\Lambda D I$ 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe:
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe:
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe:
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe:
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe:
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Junine.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe:
	e Erg				_					

## **LP NRW S. 62 Zahlen und Operationen**

Die Sch. ...

verfügen über Kenntnisse und Fertigkeiten beim schnellen Kopfrechnen

lösen Additionsaufgaben (...) unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien

nutzen Zahlbeziehungen (...) und Rechengsetze (...) für vorteilhaftes Rechnen

**LP NRW S. 63** 

Die Sch...

nutzen aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen eine Strategie des Zahlenrechnens



Beispiel: Im unteren Muster kommen 10 Zehner hinzu; die Summe ist deshalb um 100 größer.

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 Summe: 55

 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20

Summe: 155

Beispiel: Die Veränderungen heben sich gegensinnig auf; die Summe bleibt gleich.

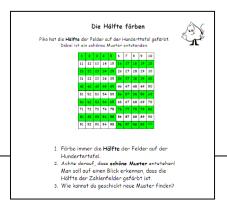
	10	9	8	7	6		4			1
Summ	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
						_		_	_	•
Summ	10					5	4	3	2	1

In den Klassen 3 und 4 kann die oben beschriebene Aktivität (Die Hälfte färben) an der Hundertertafel durchgeführt werden. Dabei kann die Beschreibung der Muster stärker in den Blick genommen werden. Folgende Beschreibungen (geometrisch / arithmetisch) sind u.a. denkbar:

- Einfärben jeder 2. Zeile / Spalte
- Einfärben der ersten 5 (Zeilen / Spalten) / der letzten 5 (Zeilen / Spalten)
- Einfärben jeweils der ersten 5, in der zweiten Spalte der letzten 5 Felder (im Wechsel)
- ...
- Einfärben aller geraden Zahlen
- Einfärben der 50 größten Zahlen
- Einfärben der Zahlen mit geradem Zehner

• ...

AB 1 (oberer Teil): Arbeitsauftrag

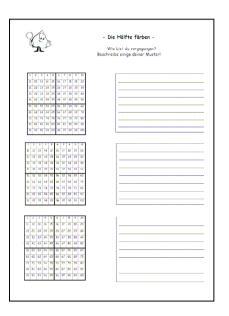


AB 1 (unterer Teil): Mögliche Anschlussaufträge:

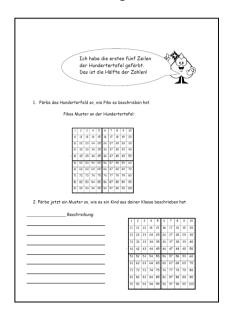




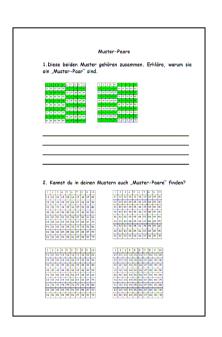
#### AB 2: Muster beschreiben



AB 3: Muster nach Beschreibung einfärben



AB 4: Symmetrien nutzen



LP NRW S. 64 Raum und Form -Symmetrie Ende Klasse 4: Die Sch. ... überprüfen komplexere ebene Figuren auf Achsensymmetrie und ziehen die Symmetrieeigenschafte n wie Längentreue und Abstandstreue zur Begründung heran.

erzeugen komplexere symmetrische Figuren (...) und nutzen dabei die Eigenschaften der Achsensymmetrie.

# Literatur:

Hirt / Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Seelze 2008, S. 196-202 Info: Link im Informationsmaterial "Die Hälfte färben"

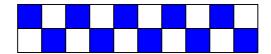
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 55
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 155
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0 405
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe: 105
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 105
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
4	2	2	4	E		7			10	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 100
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 110
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cumma 10F
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Summe 105
				•				•		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe 105
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

1 11	2	3 13	4	5 15	6	7	8	9	10	Summe: 80
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 130
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 95
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 115
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe: 105
1 11	<b>2</b> 12	<b>3</b>	4	<b>5</b>	6	<b>7</b> 17	8	9	10	Summe: 105
			-					-		Summe: 105
			-					-		Summe: 105 Summe: 105
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
11	12	13	14	15 5	16 6	7	18	19	20	
11	12	13	14	15 5	16 6	7	18	19	20	Summe: 105
11 1 11	12 2 12	13 3 13	14 4 14	15 5 15	16 6 16	17 7 17	18 8 18	19 9 19	10 20	
11 11	12 2 12	13 3 13	14 4 14	15 5 15	16 6 16	17 7 17	18 8 18	19 9 19	10 20 10	Summe: 105
11 11	12 2 12	13 3 13	14 4 14	15 5 15	16 6 16	17 7 17	18 8 18	19 9 19	10 20 10	Summe: 105

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

# Die Hälfte färben

Piko hat die **Hälfte** der Felder auf dem Zwanzigerfeld blau gefärbt. Dabei ist ein schönes Muster entstanden.



# Forscherauftrag



- 1. Färbe immer die **Hälfte** der Felder auf dem Zwanzigerfeld.
- 2. Achte darauf, dass schöne Muster entstehen!
- 3. Wie kannst du geschickt neue Muster finden?



Lege das Muster zuerst mit Plättchen!

\* Suche dir eins von deinen Mustern aus und beschreibe es!

Dieses Muster habe ich ausgesucht!

# Die Hälfte färben

Piko hat die **Hälfte** der Felder auf dem Zwanzigerfeld blau gefärbt. Dabei ist ein schönes Muster entstanden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	

# Forscherauftrag



- 1. Färbe immer die **Hälfte** der Felder auf dem Zwanzigerfeld.
- 2. Achte darauf, dass schöne Muster entstehen!
- 3. Wie kannst du geschickt neue Muster finden?



Lege das Muster zuerst mit Plättchen!

Suche dir eins von deinen Mustern aus und beschreibe es!

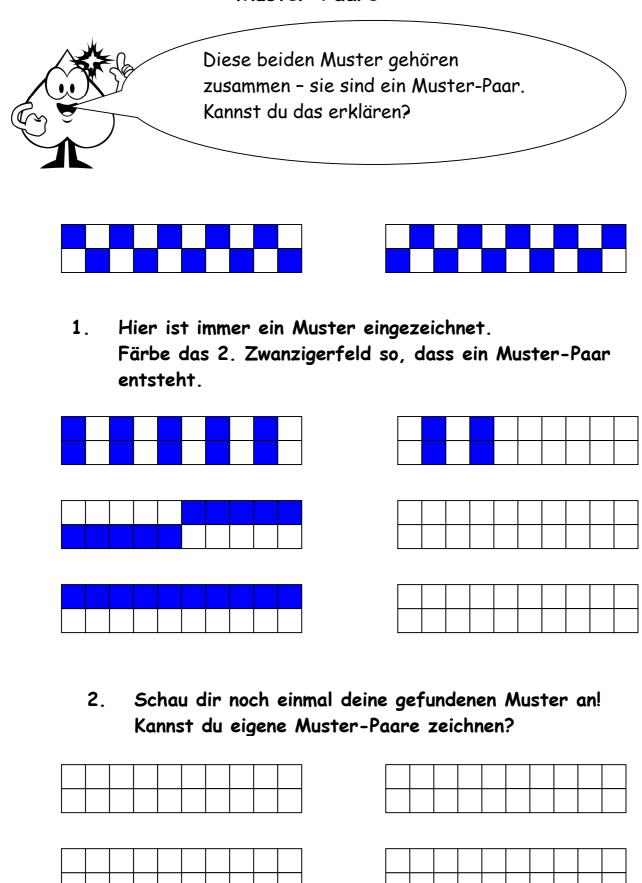


Dieses Muster habe ich ausgesucht!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

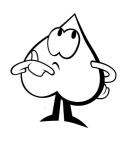
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
									4.0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
					T			T	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				l	l	l	l	l	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
			I		<u> </u>	<u> </u>		1	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

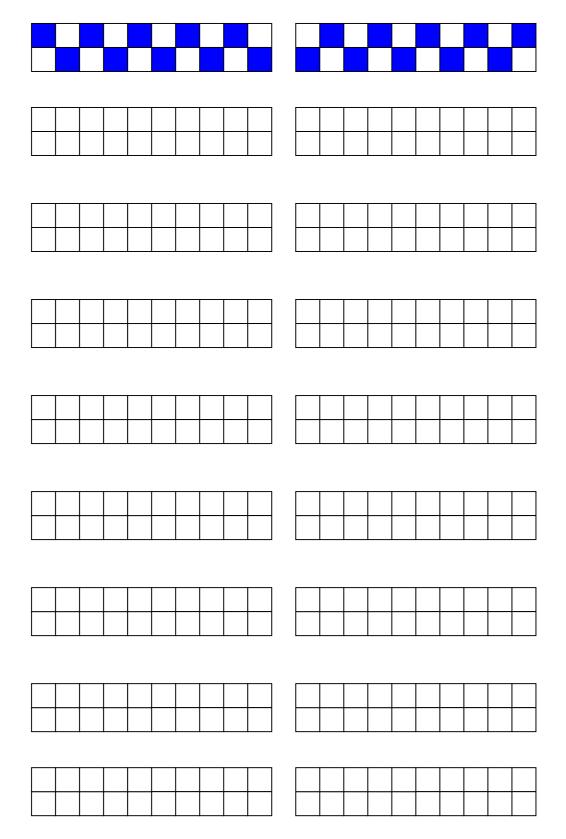
# Muster-Paare



# Muster-Paare

- 1. Schau dir noch einmal deine gefundenen Muster an.
- 2. Kannst du auch solche "Muster-Paare" finden?



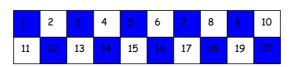


# Rechnen mit den Mustern am Zwanzigerfeld



# Forscherfrage

# Piko behauptet:





"Wenn ich die Zahlen in den gefärbten Feldern addiere, erhalte ich immer als Ergebnis die Hälfte von 210".

Überprüfe Pikos Behauptung mit deinen gefundenen Mustern!

# Tipps für deine Forschungen:

- Wähle einige deiner Muster aus und berechne die Summen (AB 4).
- Schreibe auf, was dir an den Ergebnissen auffällt (AB 4).
- \* Schreibe einen Forscherbericht.
  - Du kannst ein Muster erklären, bei dem du als Summe die Hälfte von 210, also 105 erhältst..
  - Du kannst ein Muster erklären, bei dem du eine kleinere oder größere Summe als 105 erhältst.
  - Du kannst zwei Muster mit gleichem Ergebnis beschreiben und erklären.

Wähle einige Muster aus und berechne die Summe der Zahlen in den gefärbten Feldern!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				\		   _			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
		I	1	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	1				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1	I	1		1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
			1						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Diese Erg	gebnisse habe ich gefunden:
Stimmt P	ikos Behauptung? Schreibe auf, was du heraus gefunden hast:



	Forscherbericht	
Name(n):		
Forscherfrage:		<del></del>

# Die Hälfte färben

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	51 52		54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	1 12 13 14		15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
51 61	52 62	53 63	54 64	55 65	56 66	57 67	58 68	59 69	60 70
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	1 12 13		14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
'	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	1	2	3 4		5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
ı	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
ı	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ı	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ı	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
ı	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
I	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
I	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
I	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
ı	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

# Die Hälfte färben



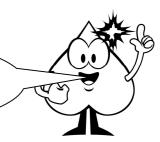
Piko hat die **Hälfte** der Felder auf der Hunderttafel gefärbt.

Dabei ist ein schönes Muster entstanden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- 1. Färbe immer die **Hälfte** der Felder auf der Hundertertafel.
- 2. Achte darauf, dass schöne Muster entstehen! Man soll auf einen Blick erkennen, dass die Hälfte der Zahlenfelder gefärbt ist.
- 3. Wie kannst du geschickt neue Muster finden?

So kannst du mit deinen Muster an der Hundertertafel weiter arbeiten!



- 1. Beschreibe die Muster an deinen Hundertertafeln (AB 2).
- 2. Färbe ein Muster auf der Hundertertafel nach der Beschreibung eines anderen Kindes (AB 3).
- 3. Suche Muster, die zusammen gehören (AB 4).

<sup>\*</sup> Färbe ein Viertel der Felder an der Hundertertafel unterschiedlich



72 73

82 83

75 76

85 86

91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

78

87 88

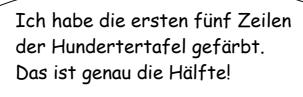
80

90

# - Die Hälfte färben -

# Wie bist du vorgegangen? Beschreibe einige deiner Muster!

ſ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ŀ	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ł	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ŀ	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
ŀ	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
ŀ		52							59	
-		62					67			
ŀ										
ļ			73						79	80
			83				87			
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1 1	2	13	14	15	16	17	18	19	20
2				24	25	26	27	28	29	30
3				34	35		37	38	39	40
4	1 4	2	43	44	45	46	47	48	49	50
5	1 5	2	53	54	55	56	57	58	59	60
6	1 6	2	63	64	65	66	67	68	69	70
7	1 7	2	73	74	75	76	77	78	79	80
8	1 8	2	83	84	85	86	87	88	89	90
9	1 9	2	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	2 1	13	14	15	16	17	18	19	20
				24						
							27	28		30
	32				35		37	38	39	40
41	42	2 4	43	44	45	46	47	48	49	50
51	5	2 5	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	2 6	63	64	65	66	67	68	69	70





1. Färbe das Hunderterfeld so, wie Piko es beschrieben hat.

Pikos Muster an der Hundertertafel:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	62 72	63 73	64 74	65 75	66 76	67 77	68 78	69 79	70 80

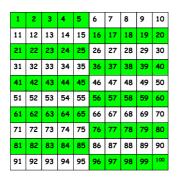
2. Färbe jetzt ein Muster so, wie es ein Kind aus deiner Klasse beschrieben hat.

 _ Beschreibung:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

#### Muster-Paare

# 1. Diese beiden Muster gehören zusammen. Erkläre, warum sie ein "Muster-Paar" sind.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Kannst du in deinen Mustern auch "Muster-Paare" finden?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

#### Vierersummen in Zahlenfeldern

#### Darum geht es:

Auf dem Zwanzigerfeld und der Hundertertafel lassen sich Muster geometrisch und arithmetisch deuten. Die Aufgabenstellung, Vierersummen mit gleichem Ergebnis zu finden und die entsprechenden Zahlenfelder einzufärben, kann am Zwanzigerfeld, an Ausschnitten aus der Hundertertafel, an der Hundertertafel sowie am Tausenderbuch kontinuierlich ab Klasse 2 verfolgt werden. Dabei können viele Lösungen unter Beachtung von Symmetrien geschickt gefunden werden. Aus einer Lösung lassen sich durch Drehung oder Spiegelung weitere finden. Gleichzeitig werden bei den durchzuführenden Additionen Zahl- und Aufgabenbeziehungen sowie Gesetzmäßigkeiten erkannt und genutzt.

#### Zwanzigerfeld: (ab Klasse 2)



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	₹3	14	15	16	17	18	19	20

#### **Geometrische Aspekte:**

Abb. 1:Achsensymmetrie innerhalb des Musters

Abb. 2:Spiegelung an der horizontalen

Symmetrieachse

Abb. 3: Verschiebung einzelner Felder

#### Zahlbeziehungen:

Abb. 1 und 2:

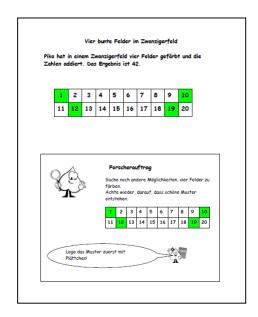
Die Zahlen in den beiden roten Feldern der oberen Reihe werden um 1 kleiner bzw. größer; die Zahlen in den beiden roten Feldern der unteren Reihe werden um 1 größer bzw. kleiner => das Ergebnis bleibt gleich Abb. 3:

Die Zahlen in den beiden roten Feldern der oberen Reihe bleiben konstant; die Zahl im ersten roten Feld der unteren Reihe wird um 1 größer; die Zahl im zweiten roten Feld wird um 1 kleiner => das Ergebnis bleibt gleich.

Für die Summe 42 lassen sich viele weitere Vierermuster auf dem Zwanzigerfeld finden (Lehrermaterial Lösungen Vierersummen 20er). In der unterrichtlichen Durchführung kann mit einem Muster, das zur Problemstellung mit Magnetplättchen auf dem großen 20er-Feld markiert ist, begonnen werden. Dabei kann schon ein geschicktes Vorgehen initiiert werden:

- Berechnung der Summe unter Nutzung des Kommutativgesetzes der Addition: 19+1+10+12=42
- Gespräch über das schöne Muster: Kongruenz
- Erzeugung weiterer Muster durch Kongruenzabbildung
- Erzeugung weiterer Muster durch gegengleiches Verschieben einzelner Felder

Zur Bearbeitung erhalten die Kinder das Zwanzigerfeld und Wendeplättchen, ein Arbeitsblatt mit Zwanzigerfeldern, auf dem die Lösungen eingetragen werden sowie AB 1.

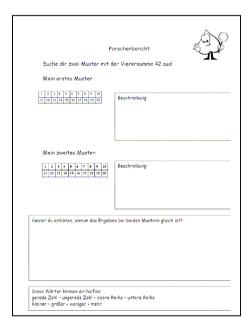


In der Arbeitsphase können einzelne Kinder aufgefordert werden, gefundene Muster auf größere Zwanzigerfelder zu übertragen. Diese sind dann Grundlage einer ersten Reflexion, deren Schwerpunkt ein

"geschicktes" Vorgehen unter Ausnutzung von Symmetrien angedacht und in der nächsten Unterrichtsstunde bei der Produktion weiterer Vierersummen sowohl in der Arbeits- als auch in der Reflexionsphase in den Fokus genommen werden. In einer weiteren Unterrichtsstunde können die Kinder aus gefundenen Mustern zwei frei auswählen und

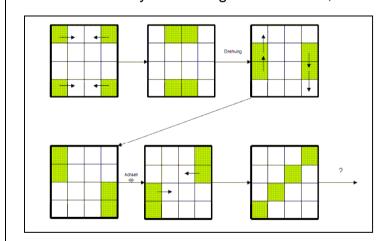
beschreiben (AB 2). Schwerpunkt der Reflexion können dann die Vorschläge der Kinder zur Beantwortung der Frage, warum die Summen gleich sind, sein. Damit wird der Schwerpunkt auf die Zahlbeziehungen gelegt.

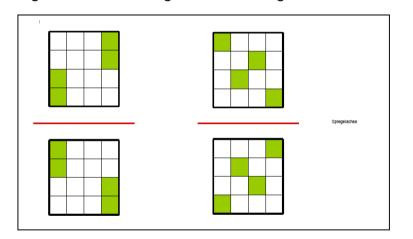
#### AB 2



### Hundertertafel (Ausschnitte) (3.-5. Schuljahr)

Die oben beschriebene Aufgabenstellung lässt sich auf die Hundertertafel übertragen. Dabei können Ausschnitte aus der Hundertertafel (z.B. 4x4 – Quadrate) zur Bearbeitung gewählt werden. "Die regelmäßige Struktur des Zahlenguadrates legt die Nutzung von Gesetzmäßigkeiten nahe: Wenn ein Plättchen um 1 Feld (2, 3 Felder) nach unten (+10, +20, +30) verschoben wird, muss ein anderes Plättchen "als Ausgleich" um 1 Feld (2, 3 Felder) nach oben (-10, -20, -30) verschoben werden. Ähnliches gilt für Verschiebungen in den Zeilen: nach rechts: +1 (+2, +3), nach links: -1 (-2, -3. Das Gesetz von der Konstanz der Summe kommt hierbei zum Tragen." (Lernaufgabe MSW) Ebenso können Symmetrien genutzt werden, um aus einer gefundenen Lösung weitere Lösungen zu finden:





Unterrichtlich kann in ähnlicher Weise vorgegangen werden wie beim Einsatz des Zwanzigerfeldes, wobei der Schwerpunkt des geschickten Nutzens einer gefundenen Lösung zum Finden weiterer Lösungen noch stärker Berücksichtigung finden sollte. Dafür sind folgende Arbeitsblätter vorgesehen:

AB 1: Forscherauftrag

AB 2: Ausschnitt zum Legen mit Plättchen und zum Übertragen

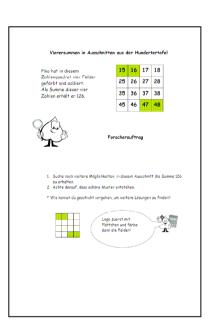


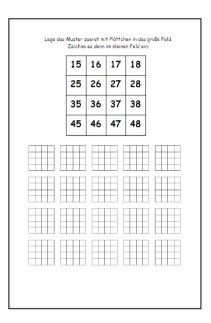
# AB 3: Weitere Forscheraufträge:

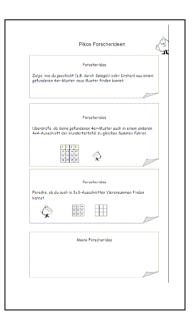
- Übertragung der Entdeckungen auf einen anderen 4x4-Ausschnitt
- Transfer auf einen 3x3-Ausschnitt (AB 4)
- Eigene Forscheridee (AB 5: Forscherbericht)

Symmetrien an Zahlenfeldern: Die Hälfte färben

AB 1 AB 2 AB3







Anmerkung: Weitere Hinweise zur Durchführung in den Informationen zur Lernaufgabe (Link im Informationsmaterial zu Haus 2)



#### **Hundertertafel (ab Klasse 5)**

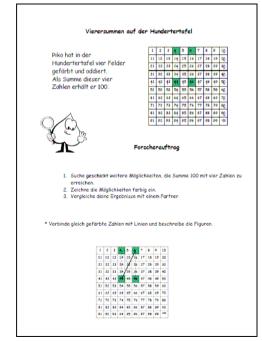
Ueli Hirt und Beat Wälti beschreiben eine Lernumgebung zu Aufgabenstellungen mit Vierersummen, in der die gesamte Hundertertafel (Tausendertafel) zur Verfügung steht.

Im Folgenden werden die Vorschläge zur Hundertertafel vorgestellt. Weitere Infos können dem PDF-Dokument "Symmetrien auf der Hundertertafel" entnommen werden (Lehrermaterial).

Ausgangspunkt der Überlegungen können vier Summanden der Summe 100 sein (im Beispiel 4, 6, 44, 46), die an der Hundertertafel mit Magnetplättchen farbig markiert sind. Über geschicktes Verschieben der Magnete kann eine weitere Lösung / können weitere Lösungen gefunden werden. In einem nächsten Schritt werden die Felder mit gleichen Farben verbunden. Es entstehen Parallelogramme, deren Diagonalen sich in der Mittelzahl

25 schneiden.

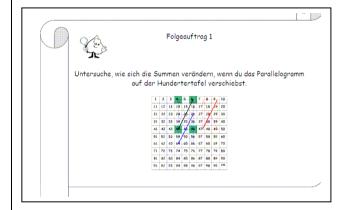
1	2	3	4	5	<u> </u>	7	8	9	10
1		3	7	3	6/		٥	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	<b>2</b>	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



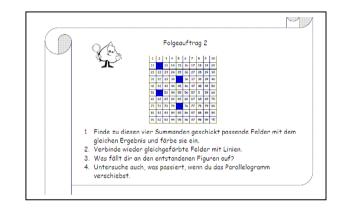
AB 1

Nach dem Austausch über AB 1 können die Schülerinnen und Schüler Überlegungen dazu anstellen, wie sich die Summen verändern, wenn die gezeichneten Parallelogramme vertikal oder horizontal verschoben werden (Folgeauftrag 1) oder ihre Entdeckungen auf eine weitere Vierersumme übertragen bzw. daran überprüfen (Folgeauftrag 2)

### Folgeauftrag 1



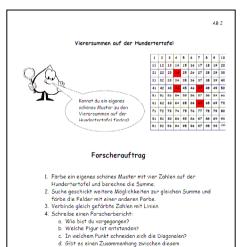
# Folgeauftrag 2



Im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe bilden die Schülerinnen und Schüler eigene Vierersummen und beschreiben die entstandenen Parallelogramme und Schnittpunkte der Diagonalen (AB 2)



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Schnittpunkt und der in 1. berechneten Summe? 5. Vergleiche deine Forscherergebnisse mit einem Partner oder in

einer Mathekonferenz.

11 12 14 | 15 94 95 

#### Anmerkung:

AB 2

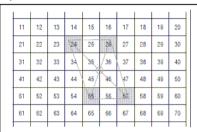
Es können noch weitere Forscheraufträge bereit gehalten werden:

Welche Summen zwischen 60 und 80 lassen sich so erreichen?

Welches ist die kleinste / die größte Summe, die man auf diese Weise erreichen kann? Färbe ein schönes Muster mit acht Zahlen und berechne die Summe. Finde auch hier weitere Möglichkeiten.

Der Schnittpunkt der Diagonalen liegt in einem Zahlenfeld, in der Mitte von vier Feldern, zwischen zwei nebeneinanderliegenden Zahlenfeldern oder zwischen zwei untereinanderliegenden Zahlenfeldern (Abbildungen Lernumgebungen S. 75,76).

	,			,					
1	2	3	4	5	6	71	8	9	10
11	12	13	194	15	16/	17	18	19	20
21	22	28.	24	25	/26	pt.	28	29	30
31	32	33	34	×	36	37	38	39	40
41	42	43	44/	45	46	47,	48	49	50
51	52	93	/54	55	58	57	58	59	60
61	62	82	.64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	76	76	77	78	79	80

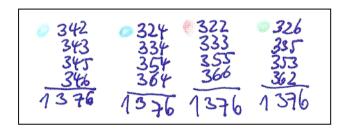


11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	-45	48-	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67.	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43/	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Die Zahlenmuster mit vier Summanden können auf die Tausendertafel übertragen werden.

301	302	303	304	305	306	307	308	309	310
311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370
371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400



Literatur: Hirt, Ueli. Wälti, Beat: Lernumgebungen im Mathematikunterricht, Seelze 2008, S. 74-85

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
					_				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       3       4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14 <t< td=""><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></t<>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20          1       2       3       4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5<	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5<	1	2	2	4	<b>5</b>	6	7	Q	0	10
1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       1       2       3       4       5       6       7       8       9       10           1       2       3	_		3	7	J	0	,	0	9	10
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10										_
1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10			- -	Г			T		T	
1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         11       12       13       14       15       16       17       18       19       20         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10         1       2       3       4       5       6       7       8       9       10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10       11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10       11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10										
1     2     3     4     5     6     7     8     9     10       11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11     12     13     14     15     16     17     18     19     20       1     2     3     4     5     6     7     8     9     10										
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
		l			l	l			l	<u>,                                    </u>
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11   12   13	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

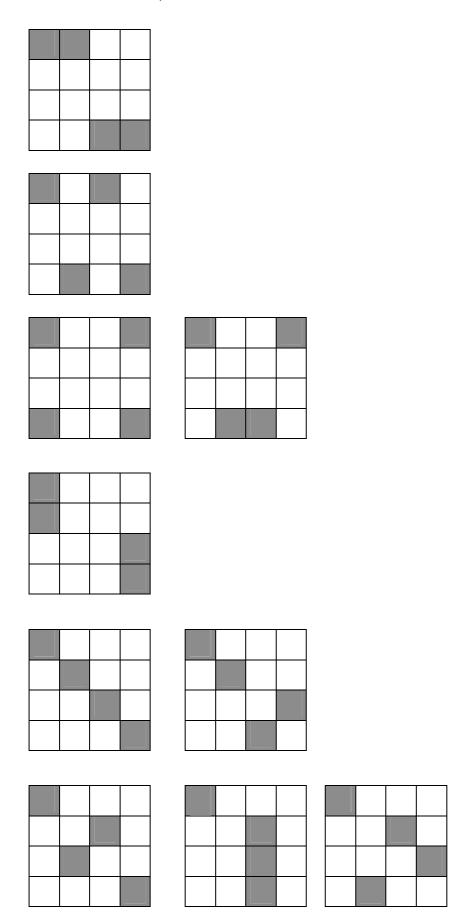
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
		13	14	10	10	1,	10	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	_ <del>'</del>								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	•	•							•
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				1					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	T _		_	1_			_	_	T
1	2	3	4	5	6	<b>  7</b>	8	9	10
						ľ			
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
					16	17	18	19	20
11	12	13	14	15 5					
		3	4		16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	16	7	18	19	20
1	2	3	4	5	16	7	18	19	20

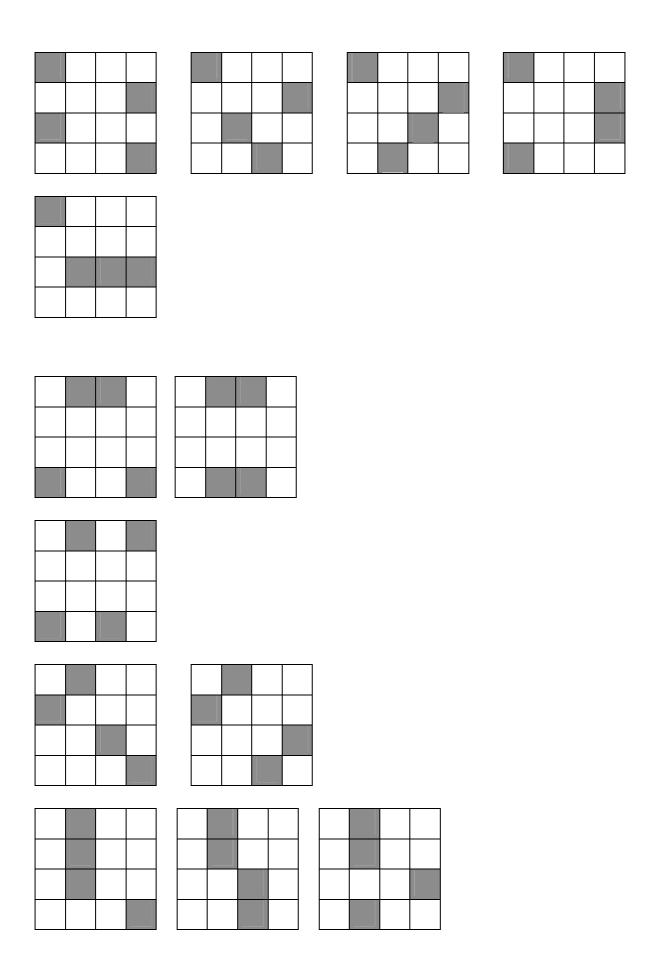
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12		14	15				19	20
11	12	13	14	19	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				_		_			4.0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5 15	6	7	8	9	10 20
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	12	13	14	<b>15</b>	6	7	18	19	20
11 11	12 2 12	13 3 13	14	5 15	6 16	17 7 17	18 8 18	19 9 19	20 10 20
1 1 11	12 2 12	13 3 13	14 4 14	5 15 5	6 16	17 7 17	18 8 18	19 9 19	20 10 20

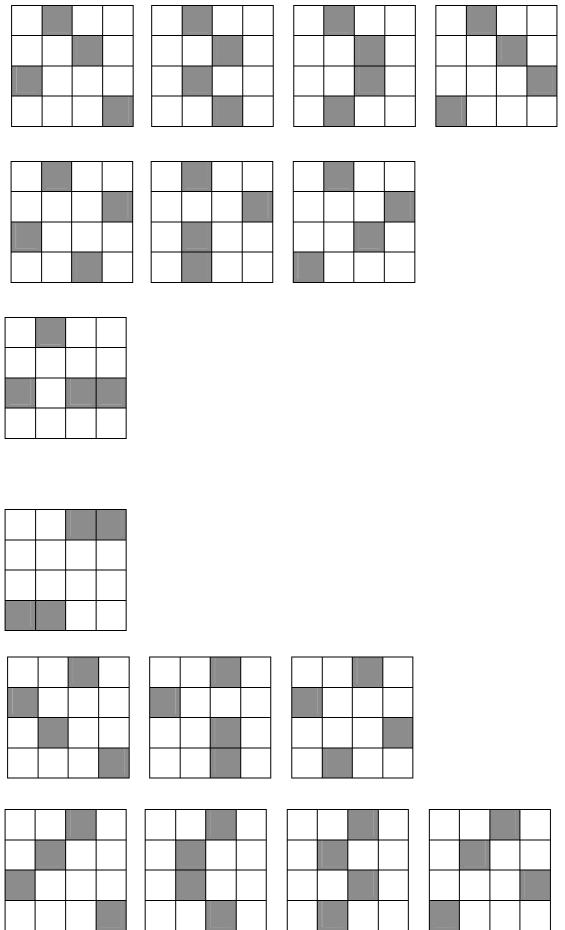
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
,									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
					1	1	1	1	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						_	_	_	

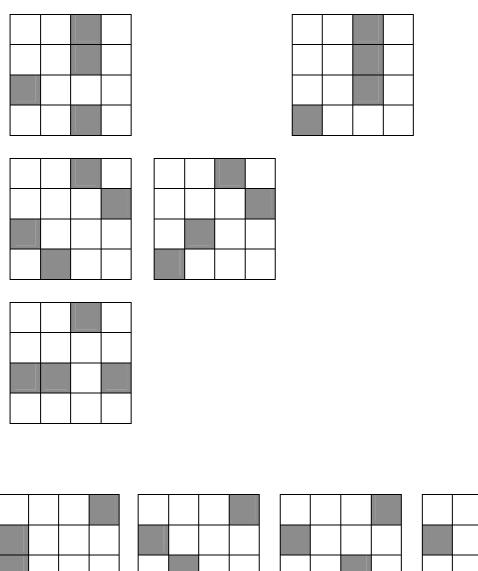
Ausgehend von 2 feststehenden Feldern lassen sich noch weitere Vierersummen zu 42 finden. So können z.B. in der oberen Reihe die Felder zu 2 und 9 eingefärbt werden und dazu passende Felder aus der unteren Reihe.

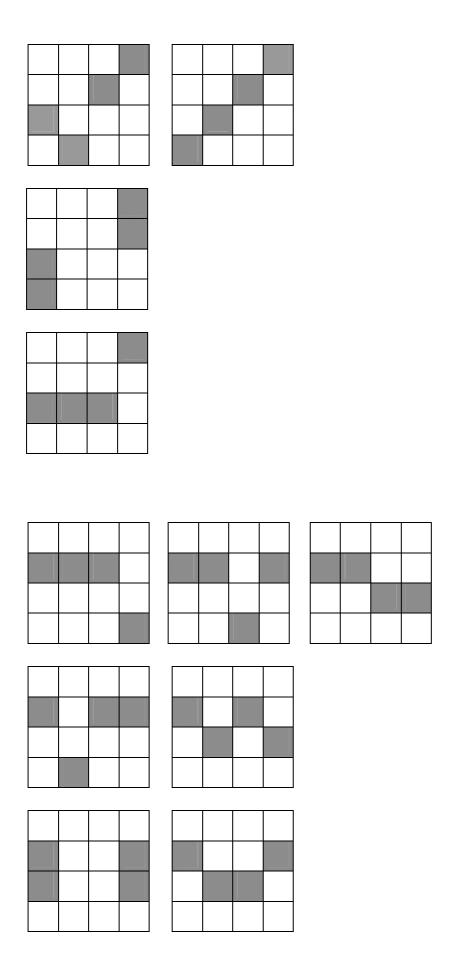
Zusammenstellung aller möglichen Lösungen:
(vgl.: Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen: Lernaufgaben Mathematik – Grundschule: Zahlen und Operationen – "Forscherauftrag zu Vierersummen an der Hundertertafel", S. 12-17)

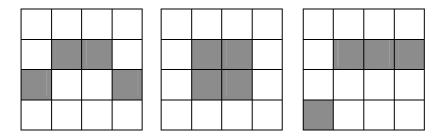


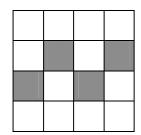


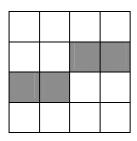












Es gibt 68 Lösungen.

# Vier bunte Felder im Zwanzigerfeld

Piko hat in einem Zwanzigerfeld vier Felder gefärbt und die Zahlen addiert. Das Ergebnis ist 42.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



## Forscherauftrag

Suche noch andere Möglichkeiten, vier Felder zu färben.

Achte wieder, darauf, dass schöne Muster entstehen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Lege das Muster zuerst mit Plättchen!



### Forscherbericht



## Suche dir zwei Muster mit der Vierersumme 42 aus!

### Mein erstes Muster:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Beschreibung:		

### Mein zweites Muster:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Beschreibung:			

Kannst du erklären, warum das Ergebnis bei beiden Mustern gleich ist?

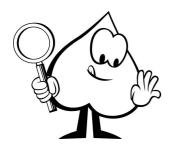
Diese Wörter können dir helfen: gerade Zahl – ungerade Zahl – obere Reihe – untere Reihe kleiner – größer – weniger – mehr

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
									4.0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
					T			T	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				l	l	l	l	l	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
			I		<u> </u>	<u> </u>		1	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

### Vierersummen in Ausschnitten aus der Hundertertafel

Piko hat in diesem
Zahlenquadrat vier Felder
gefärbt und addiert.
Als Summe dieser vier
Zahlen erhält er 126.

15	16	17	18
25	26	27	28
35	36	37	38
45	46	47	48



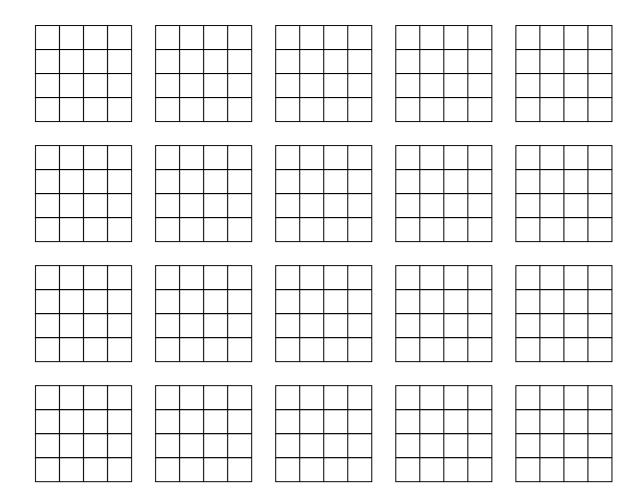
### Forscherauftrag

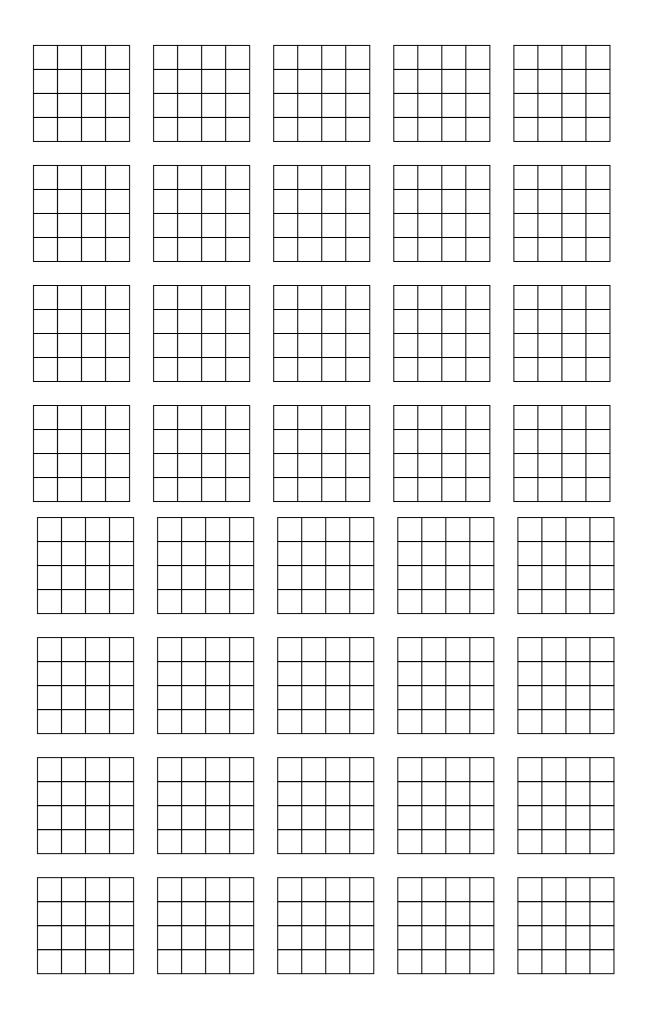
- 1. Suche noch weitere Möglichkeiten, in diesem Ausschnitt die Summe 126 zu erhalten.
- 2. Achte darauf, dass schöne Muster entstehen.
- \* Wie kannst du geschickt vorgehen, um weitere Lösungen zu finden?



Lege das Muster zuerst mit Plättchen in das große Feld. Zeichne es dann im kleinen Feld ein.

15	16	17	18
25	26	27	28
35	36	37	38
45	46	47	48





### Pikos Forscherideen



#### Forscheridee

Zeige, wie du geschickt (z.B. durch Spiegeln oder Drehen) aus einem gefundenen 4er-Muster neue Muster finden kannst.

#### Forscheridee

Überprüfe, ob deine gefundenen 4er-Muster auch in einem anderen 4x4-Ausschnitt der Hundertertafel zu gleichen Summen führen.

	2	3	4	5
	12	13	14	15
	22	23	24	25
ĺ	32	33	34	35



#### Forscheridee

Forsche, ob du auch in  $3\times3$ -Ausschnitten Vierersummen finden kannst.



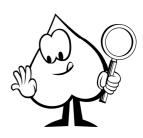
12	13	14
22	23	24
32	33	34



Meine Forscheridee

12	13	14
22	23	24
32	33	34


# Forscherbericht



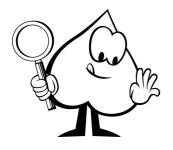
Namen	der	Forscher:
-------	-----	-----------

An dieser Forscheridee haben wir gearbeitet:	
Das haben wir herausgefunden:	
- a	

### Vierersummen auf der Hundertertafel

Piko hat in der Hundertertafel vier Felder gefärbt und addiert. Als Summe dieser vier Zahlen erhält er 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



## Forscherauftrag

- 1. Suche **geschickt** weitere Möglichkeiten, die Summe 100 mit vier Zahlen zu erreichen.
- 2. Zeichne die Möglichkeiten farbig ein.
- 3. Vergleiche deine Ergebnisse mit einem Partner.
- \* Verbinde gleich gefärbte Zahlen mit Linien und beschreibe die Figuren.

1	2	3	4	5	9	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	2/5	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100







### Folgeauftrag 1

Untersuche, wie sich die Summen verändern, wenn du das Parallelogramm auf der Hundertertafel verschiebst.

1	2	3	4	5	9	7	8	9/	10
11	12	13	14	15	16	17	18	<b>(</b> 9	20
21	22	23	24	<b>2</b>	26	27	28/	29	30
31	32	33	34	35	36	37	88	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100





# Folgeauftrag 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11		13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34		36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51		53	54	55	56	57	5	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74		76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- 1. Finde zu diesen vier Summanden geschickt passende Felder mit dem gleichen Ergebnis und färbe sie ein.
- 2. Verbinde wieder gleichgefärbte Felder mit Linien.
- 3. Was fällt dir an den entstandenen Figuren auf?
- 4. Untersuche auch, was passiert, wenn du das Parallelogramm verschiebst.

#### Vierersummen auf der Hundertertafel



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

# Forscherauftrag

- 1. Färbe ein eigenes schönes Muster mit vier Zahlen auf der Hundertertafel und berechne die Summe.
- 2. Suche geschickt weitere Möglichkeiten zur gleichen Summe und färbe die Felder mit einer anderen Farbe.
- 3. Verbinde gleich gefärbte Zahlen mit Linien.
- 4. Schreibe einen Forscherbericht:
  - a. Wie bist du vorgegangen?
  - b. Welche Figur ist entstanden?
  - c. In welchem Punkt schneiden sich die Diagonalen?
  - d. Gibt es einen Zusammenhang zwischen diesem Schnittpunkt und der in 1. berechneten Summe?
- 5. Vergleiche deine Forscherergebnisse mit einem Partner oder in einer Mathekonferenz.