Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe

„RECHEN-KWADRATE mit Ohren“ (Eren, 1. Klasse)

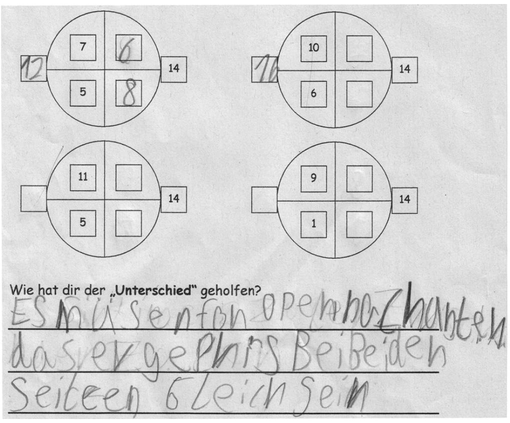


Abb. 1: „Caspar“

„Es müssen von oben nach unten das Ergebnis bei beiden Seiten gleich sein“, erklärt Caspar (7) und beschreibt hiermit die zentrale Lösungsbedingung für die Rechenquadrate – einem neu entwickelten substanziellen Aufgaben- und Übungsformat, welches in diesem Beitrag auf dem Hintergrund intensiver Praxiserprobung[1] vorgestellt wird.

Zur didaktischen Bedeutung

In den vergangenen zwanzig Jahren konnten sich substanzielle Übungsformate im Arithmetikunterricht der Grundschule mehr und mehr als differenzierte und differenzierende *Übungs-Werkzeuge* durchsetzen. – Aus gutem Grund: An die Stelle von selbstzweckorientiertem, sinn- und oft einsichtslosem *Päckchen-Rechnen* traten diese *neuen Übungs-Systeme*, weil sie zugleich

- die Förderung grundlegender Rechenfertigkeiten und allgemeiner Fähigkeiten, wie bspw. Kreativität und insbesondere das Argumentieren und Begründen,
- und die Differenzierung vom Schüler und von der Sache aus zum erklärten Ziel haben.

Im Sinne eines *entdeckenden Übens und übenden Entdeckens* (Winter, 1984) werden dadurch gleichermaßen inhaltliche, methodisch-didaktische und allgemeine Ziele integriert verfolgt (vgl. auch Krauthausen, 1995; 1998) – mit den Worten des neuen Lehrplans: Es werden inhaltsbezogene *und* prozessbezogene Kompetenzen fokussiert.
Kurz: Nach dem Motto „Eines für alles“ – eignet sich ein derartiges Format als *intelligentes Aufgaben- und Übungs-System* zum Üben, zum Entdecken – Beschreiben – Begründen und zum Differenzieren. Zur ikonischen Darstellung eines solchen Übungsformats werden zumeist die arithmetischen (Grund-)Strukturen (d.h. die Bildungsregel(n) und/oder die mathematische Hintergrundtheorie) – mit dem Ziel der *unterstützenden Veranschaulichung* – in einem geeigneten *geometrischen Korsett versteckt*.

Charakteristika und Potenziale

Ein *mathematisch bedeutsamer Inhalt* bildet das *Kernstück* und damit die *Grundlage* eines substanziellen Aufgaben- und Übungsformats. Auf einer solchen Basis lassen sich überhaupt erst gehaltvolle Frage- und Problemkontexte entwickeln. Idealerweise ist dabei von einem Inhalt auszugehen, der *spiralcurriculare Bedeutsamkeit* über unterschiedliche Schulstufen besitzt. Durch die Einbindung des *operativen Prinzips* (vgl. Aebli, 1985 und Wittmann, 1985) werden *„Was passiert, wenn …?“ – Fragen* und Vollständigkeitsbetrachtungen ermöglicht, die mit dem Ziel zu erforschen sind, *der Sache auf den Grund zu gehen*: Innerhalb unterschiedlicher *Gegeben-Gesucht-Situationen* müssen dazu Veränderungen wahrgenommen, erkannt und selber vorgenommen werden, um Zusammenhänge zu entdecken, die zu beschreiben und begründen sind.
Die *Berücksichtigung zusätzlicher Bedingungen* und die *Erweiterung des Formats* stellen weitere Variationsmöglichkeiten zur Entwicklung von *Forscheraufträgen* dar, wodurch sich die tatsächliche Gehaltfülle des Aufgabenformats mehr und mehr erschließen lässt.

So eröffnet sich eine Vielfalt differenzierter Aufgabentypen und Anspruchsniveaus, die

- von allen Schülern entsprechend ihrer Fähigkeiten und Fertigkeiten bearbeitet bzw. selber (weiter-) entwickelt werden kann.
- neben dem Üben grundlegender Rechenfertigkeiten insbesondere durch die anspruchsvolleren Aufgabenstellungen und -typen das Begründen eigener Vorgehensweisen und *entdeckter* Zusammenhänge erfordert.
- unterschiedliche Lösungen und Wege zulässt.

Eine Auseinandersetzung in diesem Sinne ermöglicht es, zu dem *mathematischen Kernstück* ein *Proto-Verständnis auf intuitivem Erfahrungsniveau* anzubahnen – *jenseits formeller Strukturen,* vor der inhaltlich-systematischen Behandlung in nachfolgenden Schulstufen.

Was ist ein Rechenquadrat mit Ohren? – Die Sachstruktur

Das Format *Rechenquadrat* (Abb. 2) basiert auf den folgenden Regeln:

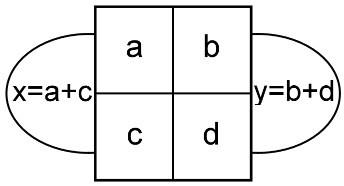


Abb. 2: Übungsformat „Rechenquadrat mit äußeren Zahlen“ in allgemeiner Darstellung

<u>Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen (Innere Zahlen)</u>: Die Summen der Basiszahlen jeder Zeile müssen identisch sein.
$a+b=c+d$
<u>Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen und den äußeren Zahlen</u>: Die Summe der Basiszahlen einer Spalte wird als Ergebnis in das anliegende äußere Zahlenfeld – im Sprachjargon der Kinder: „… in das anliegende äußere Ohr“ – eingetragen.
$x=a+c$ und $y=b+d$

Zum *Warm Up* probieren Sie selber einmal die folgenden Aufgabentypen des Formats zu lösen: *Wie viele* Lösungen kann es jeweils *warum* geben?

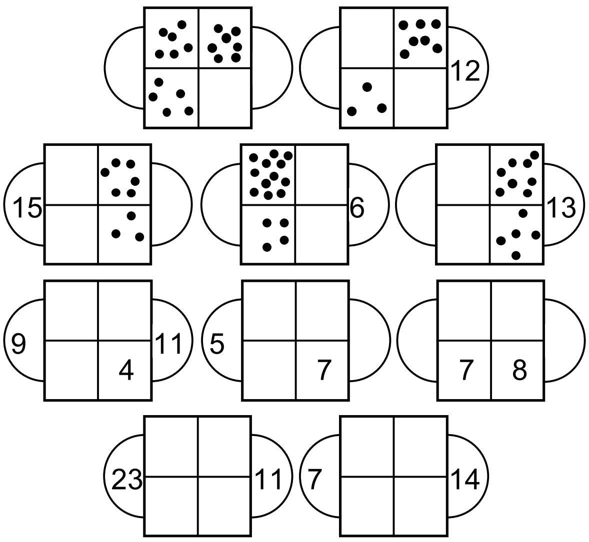


Abb. 3: Ausgewählte Aufgabentypen des Übungsformats

In Abhängigkeit davon, wie viele und welche Einträge vorgegeben sind, müssen zur Erstellung eines Rechenquadrats Additionsaufgaben, Subtraktions- bzw. Ergänzungsaufgaben ausgerechnet und/ oder geeignete Zahlzerlegungen ermittelt werden. Dabei führt die Anwendung der zweiten Regel (*Spaltensumme*) vom einfachen Ausrechnen (Aufgabentypen mit gegebenen Basiszahlen) bis hin zum Ermitteln geeigneter Zahlzerlegungen (Aufgabentypen mit gegebenen äußeren Zahlen). Durch die Anwendung der ersten Regel (*Gleichheit der Zeilensummen*) ermöglicht die Auseinandersetzung mit Rechenquadraten die Anbahnung eines *Proto-Verständnisses von Gleichungen*, bei dem neben der *Ergibt-Interpretation* des Gleichheitszeichens die *Gleichwertigkeit-beider-Seiten-Interpretation* in den Mittelpunkt rückt.

Im mathematischen Kern des Aufgabenformats geht es um das Lösen eines linearen Gleichungssystems in der Menge der natürlichen Zahlen. Je nach Belegung der Variablen besteht das Gleichungssystem aus drei Gleichungen mit 0 bis 6 Unbekannten. Das Gleichungssystem kann keine, genau eine, mehrere oder unendlich viele Lösung(en) besitzen. Wenn die absoluten Differenzen $|c-a|$ und $|b-d|$ gleich sind, dann hat das Gleichungssystem mindestens eine Lösung, andernfalls hat es keine Lösung.

$1a + 1b + (-1)c + (-1)d + 0x + 0y = 0$ (aus $a+b=c+d$)
$1a + 0b + 1c + 0d + (-1)x + 0y = 0$ (aus $x=a+c$)
$0a + 1b + 0c + 1d + 0x + (-1)y = 0$ (aus $y=b+d$)

Reichhaltigkeit möglicher Problemstellungen

Im Sinne des *produktiven Übens* bieten Rechenquadrate vielfältige Gelegenheiten zum vertiefenden Üben der Grundrechenarten: Zu dem Format lässt sich eine Fülle von unterschiedlich anspruchsvollen Aufgabentypen und Fragestellungen entwickeln.
Variationsmöglichkeiten ergeben sich durch

- verschiedene Gegeben-Gesucht-Situationen,
- den Einbezug zusätzlicher Bedingungen,
- operative Veränderungen und das Erforschen ihrer Auswirkungen,
- Forscheraufträge,
- und durch Erweiterung des Aufgabenformats.

In Abbildung 4 wurde das Format *Rechenquadrate mit Ohren* unter dem Aspekt verschiedener *Gegeben-Gesucht-Situationen* strukturiert. Ausgehend vom ersten Rechenquadrat erhöht sich die Anzahl der Unbekannten von links nach rechts jeweils um eins. Im oberen Pfad sind alle Aufgabentypen dargestellt, bei denen eine äußere Zahl fehlt, im unteren alle mit beiden äußeren Zahlen.

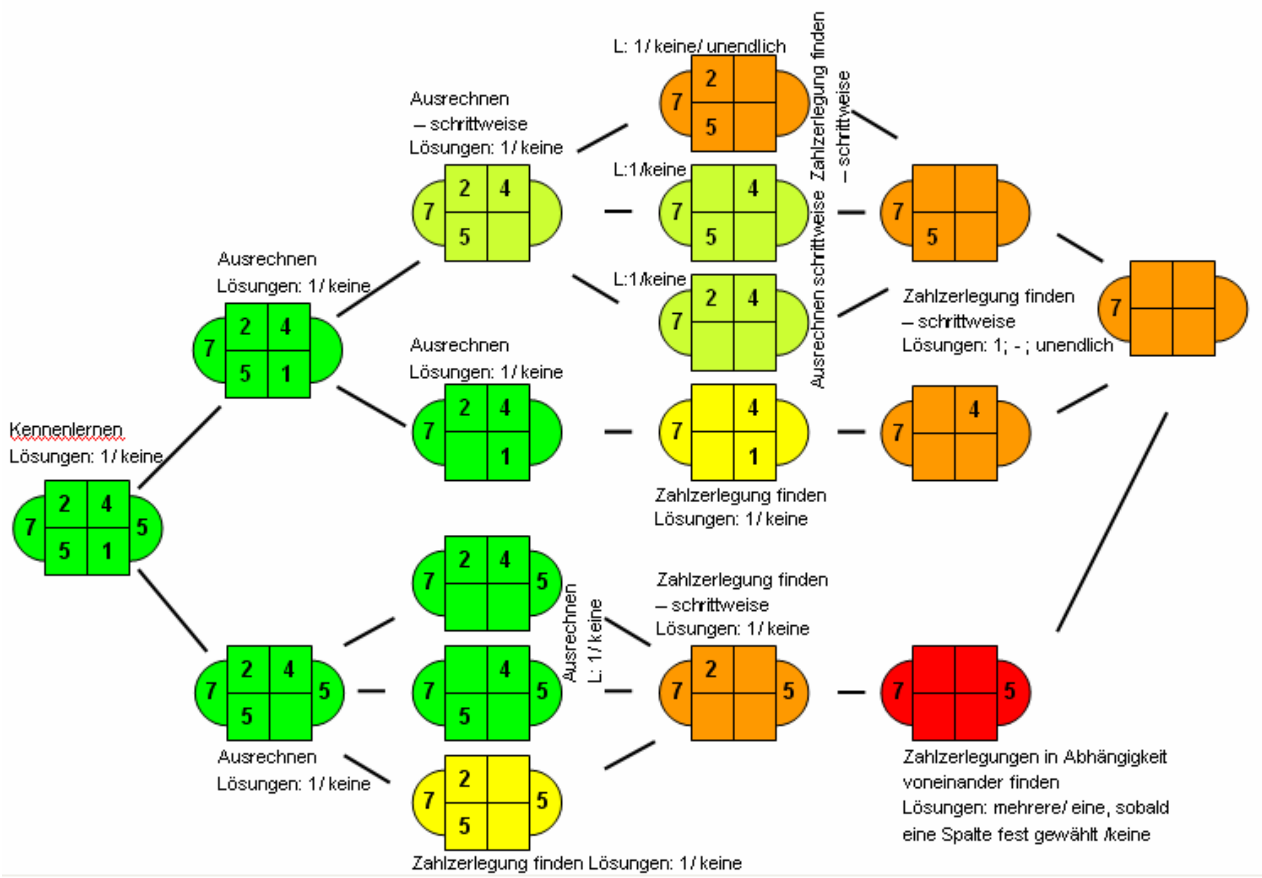


Abb. 4.: Struktur-Diagramm zum Format *Rechenquadrate mit Ohren*

Differenzierte Anforderungen

1. grün: Aufgabentypen zum Kennen lernen/ Prüfen und einfachen Ausrechnen.
2. hellgrün: Aufgaben zum schrittweisen[1] Ausrechnen.
3. gelb: Aufgabentypen zum einfachen Ermitteln der Zahlzerlegungen.
4. orange: Aufgabentypen zum schrittweisen Ermitteln der Zahlzerlegungen.
5. rot: Aufgaben zum Ermitteln voneinander abhängiger Zahlzerlegungen.

Das Struktur-Diagramm kann als Leitfaden zur unterrichtlichen Konzeption dienen. Neben den unterschiedlichen *Rechenanforderungen* stellen die *Reihenfolge des Vorgehens* und das *Auffinden/Entwickeln, Anwenden und Begründen geeigneter Strategien* Merkmale der differenzierten Anforderungen dar. Diese Charakteristika selbst eignen sich bereits als Reflexionsanlässe. Während es beim Kennen lernen durch Prüfen (*Rechenquadrat/ Kein Rechenquadrat*) oder einfaches Ausrechnen zunächst um das Verstehen der Aufgabenstruktur und Anwenden der Regeln

geht (s. Abb. 4: grün), rückt zunehmend das Üben der Grundrechenarten und Zahlzerlegungen in den Mittelpunkt (grün und gelb). Anspruchsvollere Aufgabenstellungen erfordern darüber hinaus das Erkennen, Beschreiben und Begründen von Zusammenhängen, Vorgehensweisen und Lösungswegen, wobei die Grundrechenarten noch *mit-geübt* werden (hellgrün, orange und rot).
Die folgende Aufstellung soll einen Einblick in die vielfältigen Aufgaben- und Problemstellungen geben. Die Formulierungen sind dabei so gewählt, dass die *„einfachen Rechenquadrate“* miteinbezogen werden:

Verschiedene Gegeben–Gesucht–Situationen:

1. Alle (Basis-)Zahlen sind vorgegeben. (Kennen lernen/ Prüfen oder Ausrechnen).
2. Einige Basiszahlen und eine äußere Zahl sind vorgegeben. (Ausrechnen oder Zahlzerlegung finden).
3. Nur die beiden äußeren Zahlen sind vorgegeben. (Voneinander abhängige Zahlzerlegungen finden).
4. Keine Vorgaben (produktives Üben).
5. Reflexion zu den jeweiligen Vorgaben unter 1. bis 3.: Wie viele Lösungen kann es jeweils geben? Warum?

Einbezug zusätzlicher Bedingungen:

6. Auf einzelnen Zahlenkarten sind i) die Basiszahlen ii) alle Zahlen vorgegeben und müssen zu einem Rechenquadrat geordnet werden (Mögl. zur Selbstkontrolle).
7. Nur äußere Zahlen sind vorgegeben: Mache ein Rechenquadrat, bei dem der Unterschied der Basiszahlen einer Spalte jeweils d beträgt.
8. Eine Zeilensumme und die äußeren Zahlen sind vorgegeben: Mache ein Rechenquadrat. Warum ist die Summe der Ohren das Doppelte der Zeilensumme?
9. Die Gesamtsumme ist vorgegeben als Summe i) der Basiszahlen, ii) aller Zahlen: Mache ein Rechenquadrat mit der Gesamtsumme x. Gibt es mehrere Lösungen? Warum ist die Gesamtsumme immer gerade?
10. Verändere i) eine (mehrere) Basiszahl(en) ii) eine (beide) äußere(n) Zahl(en) um ± 1 (dann auch um andere Werte). Welche Auswirkungen hat (haben) diese Veränderung(en) und was kannst du tun?

Forscheraufträge:

11. Warum sind bei den Rechenquadraten die beiden äußeren Zahlen immer *gerade* oder *ungerade*?
12. Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?
13. Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen ein einfaches Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ungerade Zahlen?

Erweiterung des Aufgabenformats:

14. Statt vier Basiszahlen existieren sechs Basiszahlen, drei in jeder Spalte (s. Abb. 5).
15. Das Format wird um eine dritte äußere Zahl erweitert, welche sich als Zeilensumme ergibt.
16. Einsatz in den unteren Jahrgangsstufen der Sekundarstufe durch Erweiterung des Zahlbereichs auf Z und Q.

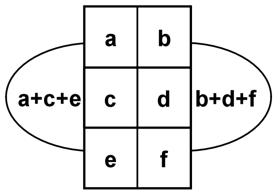


Abb. 5: „Rechenrechteck“

Resumee der Praxiserprobungen

Anhand ausgewählter Schülerdokumente sollen im Folgenden beobachtete Phänomene dargestellt werden[2]: Es zeigte sich bspw., dass viele Schüler als Strategie das Halbieren bzw. Fast-Halbieren anwendeten, was zahlreiche Gesprächsanlässe zum Erzeugen neuer Lösungen durch operative Veränderungen bot.
Darüber hinaus nutzten viele das systematische Probieren. Insbesondere die Aufgabentypen, die ein schrittweises Vorgehen erforderten, förderten den Austausch über eigene Vorgehensweisen. Eine Schwierigkeit war es, eine gemeinsame *Sprache* zu finden. Begriffe wie *Zeile*, *Spalte* oder *Summe* mussten erarbeitet und den Schülern bekannt sein, damit die Ausführungen allgemein verständlich wurden. In den Reflexionsphasen stellte das Verbalisieren eigener Lösungen eine hohe Herausforderung dar, welche besonders von leistungsstärkeren Schülern bewältigt werden konnte, aber auch diese an ihre Grenzen brachte.

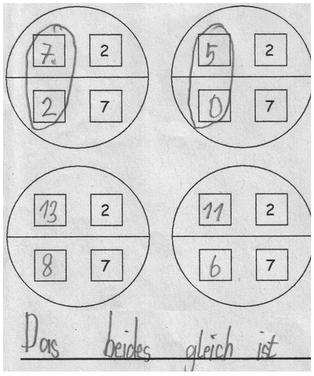


Abb. 6: „Luka“

Nach der Gemeinsamkeit aller Lösungen gefragt, konnte Luka zunächst nur benennen, *„Das beides gleich ist“* (s. Abb. 6). Einen passenden Begriff, z. B. *Unterschied*, konnte er nicht finden.
Mit seiner zweiten Lösung lenkt er jedoch das Hauptaugenmerk auf die *zentrale Bildungsregel* möglicher Lösungen und arbeitet so implizit den Unterschied 5 heraus.
Obwohl er sein Vorgehen nicht verbalisieren kann, wendet er seine Strategie intuitiv an: Bei weiteren Aufgabenstellungen dieses Aufgabentyps konstruiert er zuerst einmal eine Lösung mit 0, *liest* daran die *zentrale Bildungsregel* möglicher Lösungen ab und notiert zielgerichtet neue Lösungen.

Jona schrieb auf, welche Zahlen nicht als Unterschied in Frage kommen (s. Abb. 7) und benennt damit indirekt genau den Abstand, der in Frage kommt: Für ihn kann links von der 2 keine 4,3,2,1 oder 0 sein, weil *„du dann `unten´ keine Zahl finden kannst, so dass du eine Lösung kriegst“*. So kommen erst einmal alle anderen Zahlen und damit auch Abstände in Frage. Für Jona hingegen ist klar, dass er durch seine Benennung dessen, was nicht in Frage kommt, genau das *direkt Benachbarte*, nämlich den Abstand 5, meint.

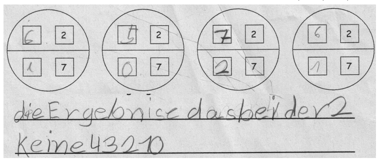


Abb. 7: „Jona“

Caspar nannte sein Vorgehen zunächst einfach *„logesch“* (s. Abb.8). Bald darauf kann er jedoch seine Entdeckungen mitteilen, indem er eine zu verifizierende These aufstellt: *„Es müssen von oben nach unten das Ergebnis bei beiden Seiten gleich sein“* (s. Abb. 1). Hiermit beschreibt er die zentrale Lösungsbedingung für die Rechenquadrate. Dabei verwendet er den Begriff *Ergebnis* synonym zu seinem zuvor genutzten Begriff *Abstand*.

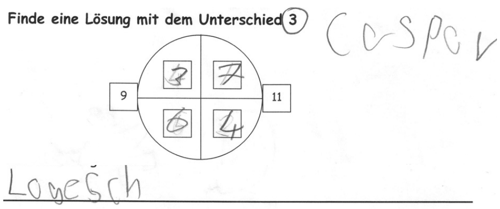


Abb. 8: „Caspar“

In den zweiten Schuljahren erfolgte der Einsatz des Aufgabenformats vor der Zahlenraum-Erweiterung. Anhand der erfundenen Rechenquadrate ließ sich erkennen, dass entsprechend eigener Fähigkeiten und Fertigkeiten auch über den bekannten Zahlenraum hinaus gearbeitet wurde (s. Abb.9). Dabei zeigte sich, an welchen Stellen die Schüler im neuen Zahlenraum Probleme haben, bspw. basiert der Stellenwertfehler bei Noel (60+60=102) auf der inkonsequenten Verwendung von Zahlwörtern im Zusammenhang mit Zahlzeichen.

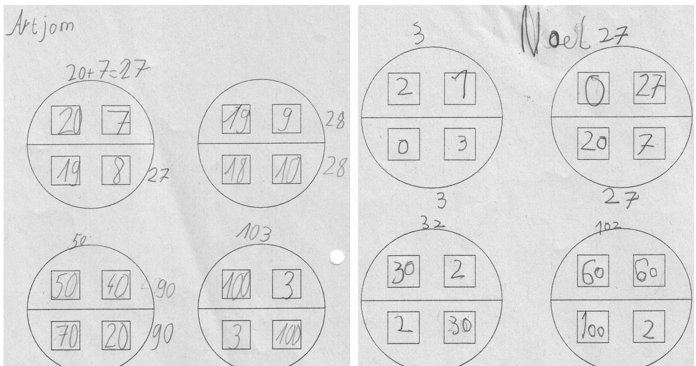


Abb. 9: „Artjom und Noel“

Schlussbemerkung

Das neu entwickelte Format *Rechenquadrat* eignet sich nach dem Motto „Eines für alles“ – als *intelligentes Aufgaben- und Übungs-System* zum Üben, zum Entdecken-Beschreiben-Begründen und zum Differenzieren und stellt somit ein repräsentatives Beispiel substanzieller Übungsformate dar.

Literatur

Aebli, Hans: Das operative Prinzip. In: mathematik lehren 11 / August 1985, S. 4-6.

Huhmann, Tobias: Rechenquadrate mit Ohren – Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe. In: Grundschulmagazin. 2008, H.4, S. 19-25.

Krauthausen, Günter: Zahlenmauern im zweiten Schuljahr – ein substantielles Übungsformat. In: Grundschulunterricht. 1995, H.10, S. 5-9.

Krauthausen, Günter: Lernen - Lehren - Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig: Klett Grundschulverlag 1998, S. 120.

Winter, Heinrich: Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren. 2/1984, S. 4-16.

Wittmann, Erich Ch.: Objekte–Operationen–Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. In: mathematik lehren 11 / August 1985, S. 7-11.

[1] Der Begriff „schrittweise“ verdeutlicht, welcher Eintrag als erster, zweiter, etc. für ein vorteilhaftes Vorgehen zu bestimmen ist.

[2] Die geometrische Gestaltung des Übungsformats änderte sich von Kreisen zu Quadraten, da diese von den Schülern besser und einfacher gezeichnet werden.

Einfache Rechenquadrate 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate sind!

3	5	3	18	12	4	13	6	11	8
6	2	11	9	8	9	7	12	8	12

○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein

Einfache Rechenquadrate 2

Mache Rechenquadrate!

9	4	9	4	9	3	8	3	7	4
10		11		11		11		12	

Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!

Einfache Rechenquadrate 3

Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden? Begründe!

9	5
10	

4	4
	9

7	6

19	
13	

	12
8	

Rechenrechtecke

Mache Rechenrechtecke!

??? Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenrechteck finden? Begründe!

2	1	5
6	2	

0	7	2
3		

6		2
4	3	

Selber erfinden – Einfache Rechenquadrate 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate sind!

○ Ja ○ Nein	○ Ja ○ Nein	○ Ja ○ Nein	○ Ja ○ Nein	○ Ja ○ Nein

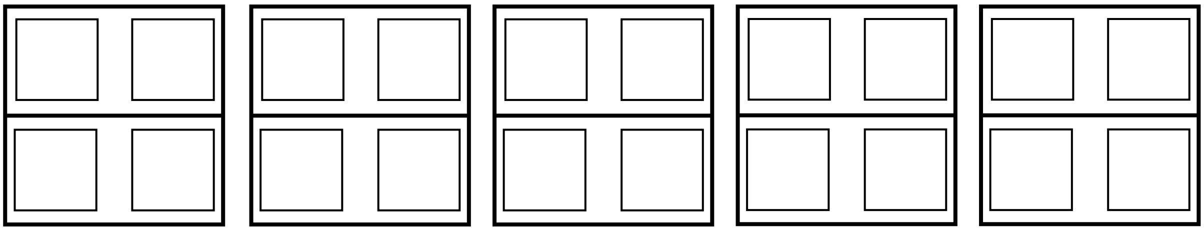
Selber erfinden – Einfache Rechenquadrate 2

Mache Rechenquadrate!

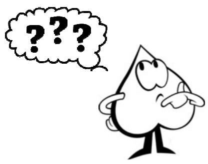
Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!

Selber erfinden – Einfache Rechenquadrate 3

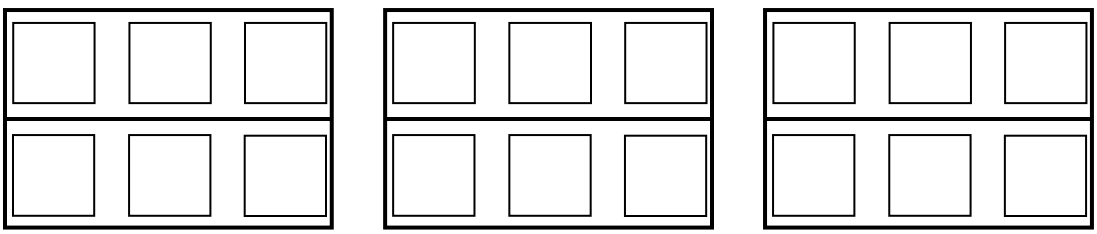
Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden? Begründe!



Selber erfinden – Mache Rechenrechtecke

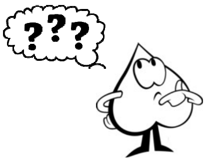


Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenrechteck finden? Begründe!



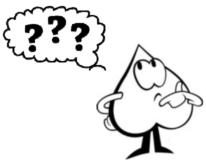
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 1

Erstelle aus den vier aufeinander folgenden Zahlen 2,3,4,5 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit 7,8,9,10? Warum?



Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 1

Erstelle aus den vier aufeinander folgenden geraden Zahlen 6,8,10,12 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit den vier aufeinander folgenden ungeraden Zahlen 9,11,13,15? Warum?



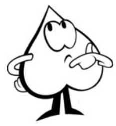
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 3

Kannst du ein Rechenquadrat aus den Zahlen

a) 6,7,9,11 oder

b) 7,8,10,12 erstellen?

Beschreibe, wie du dabei vorgegangen bist.



Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 4

Kannst du ein Rechenquadrat aus ...

a) vier nicht aufeinander folgenden geraden Zahlen erstellen?

b) vier nicht aufeinander folgenden ungeraden Zahlen erstellen?

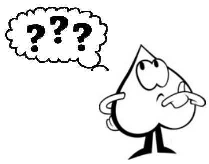
c) zwei ungeraden Zahlen und zwei geraden Zahlen erstellen?

d) drei ungeraden Zahlen und einer geraden Zahl erstellen?

e) drei geraden Zahlen und einer ungeraden Zahl erstellen?

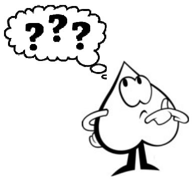
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 5

Warum ist die Gesamtsumme eines Rechenquadrats immer gerade?



Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 6

Wie viele Rechenquadrate gibt es,
die die Gesamtsumme (Summe aller vier Zahlen) 12 haben?



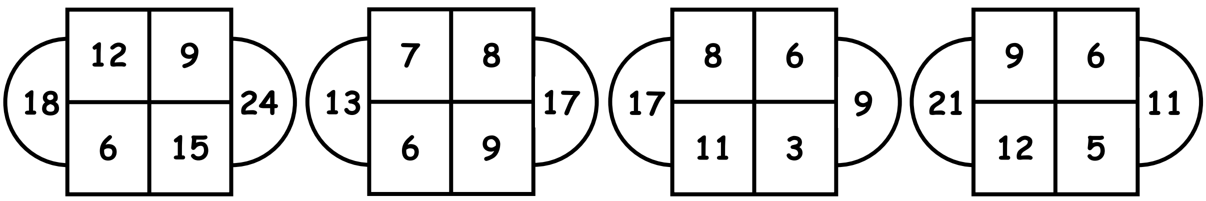
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag *

Erfinde eigene Forscheraufträge!

???

Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate mit Ohren sind!

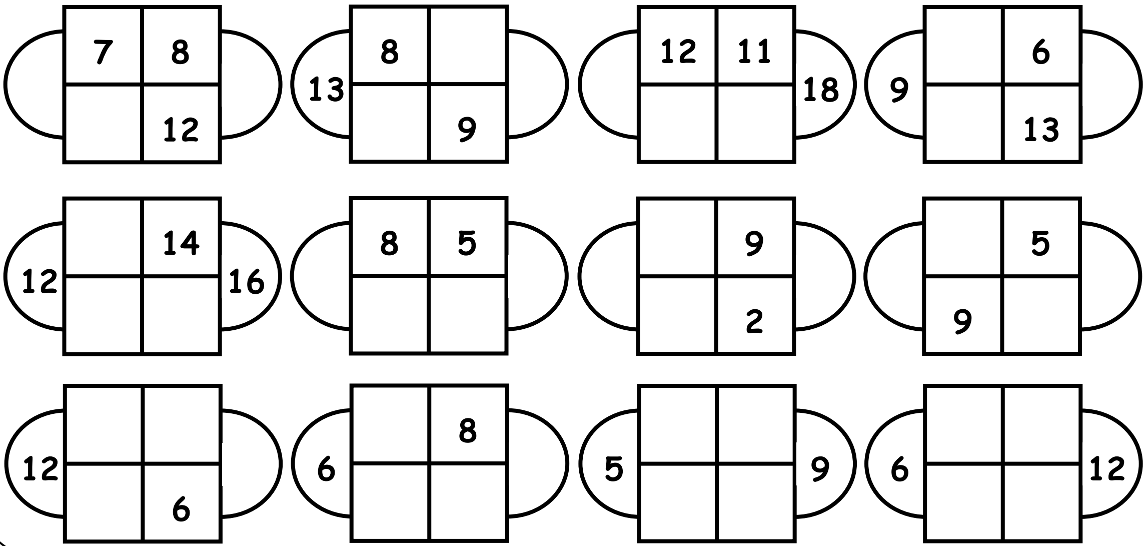


○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein

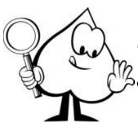
Was kannst du verändern, damit auch wirklich **Alle** Rechenquadrate mit Ohren sind? Gibt es mehrere Möglichkeiten?

Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 2

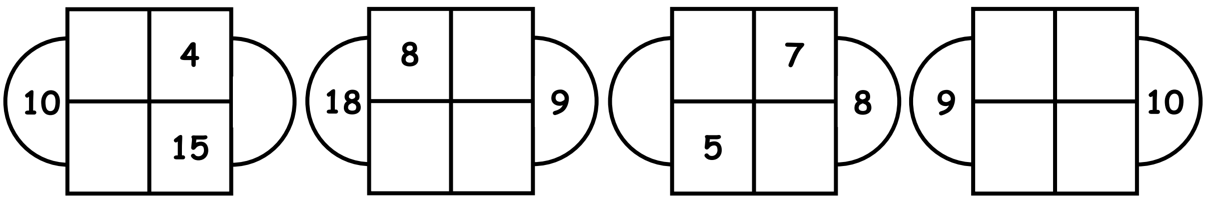
Wie kannst du bei jedem einzelnen Rechenquadrat *„geschickt"* vorgehen, damit du *„möglichst schnell"* die Lösung(en) findest?



Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 3

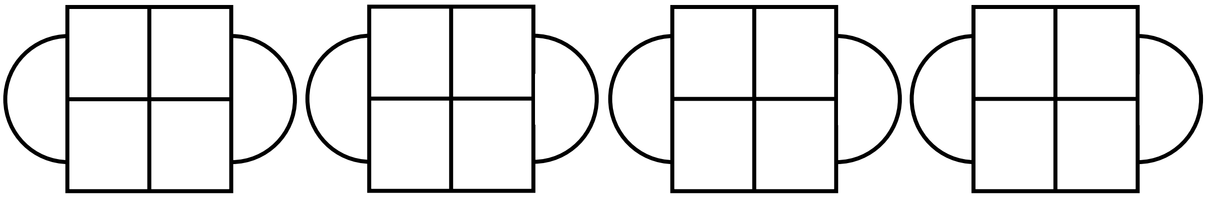


Manchmal geht es nicht! Woran liegt das? Was kannst du verändern, damit es geht?



Rechenquadrate mit Ohren selber erfinden 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate mit Ohren sind!

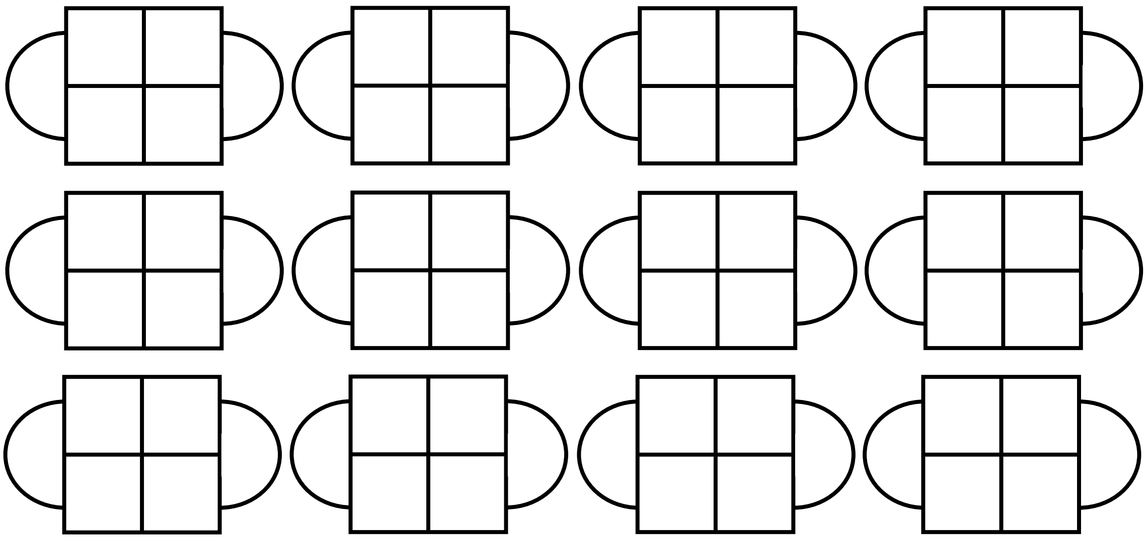


○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein

Was kannst du verändern, damit auch wirklich **Alle** Rechenquadrate mit Ohren sind? Gibt es mehrere Möglichkeiten?

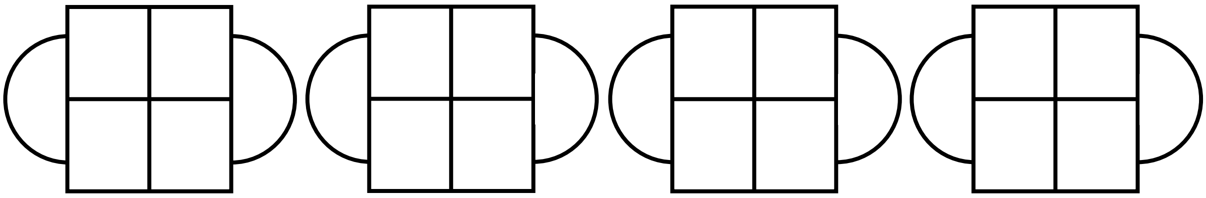
Rechenquadrate mit Ohren selber erfinden 2

Wie kannst du bei jedem einzelnen Rechenquadrat *„geschickt"* vorgehen, damit du *„möglichst schnell"* die Lösung(en) findest?



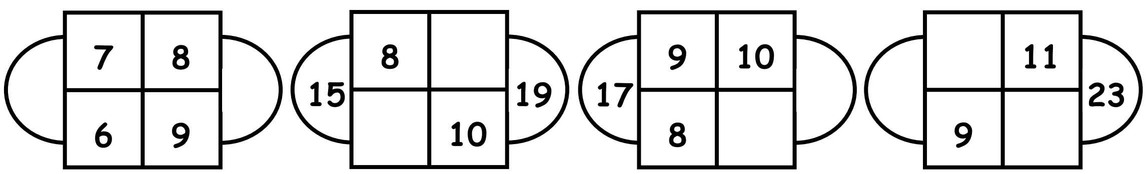
Rechenquadrate mit Ohren selber erfinden 3

Manchmal geht's nicht! Woran liegt das? Was kannst du verändern, damit es geht?

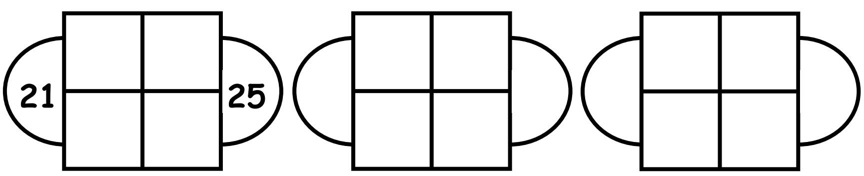


Setze fort 1a

Mache Rechenquadrate mit Ohren!

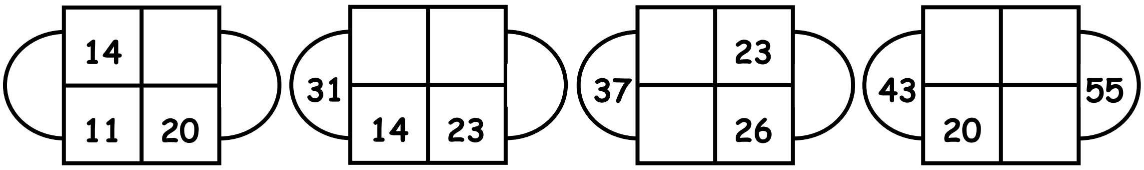


Was fällt dir auf?
Kannst du die Reihe mit diesen Rechen-quadraten fortsetzen?

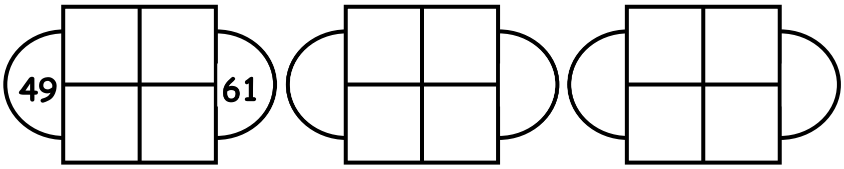


Setze fort 1b

Mache Rechenquadrate mit Ohren!

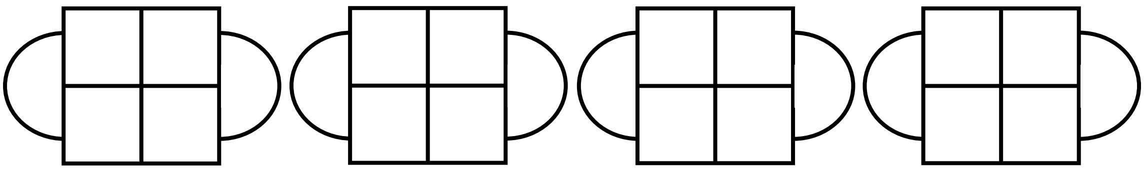


Was fällt dir auf?
Kannst du die Reihe
mit diesen Rechen-
quadraten fortsetzen?

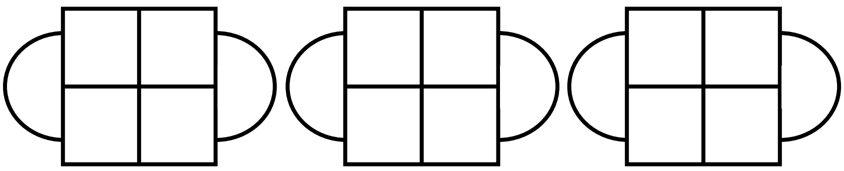


Setze fort 1c

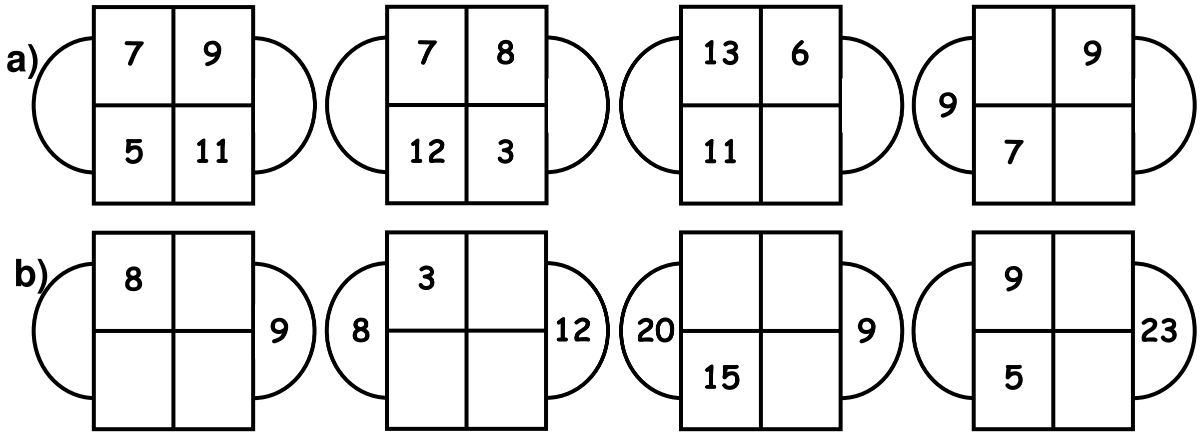
Erfinde selber so eine Reihe mit Rechenquadraten



Was fällt dir auf?
Kannst du die Reihe
mit diesen Rechen-
quadraten fortsetzen?

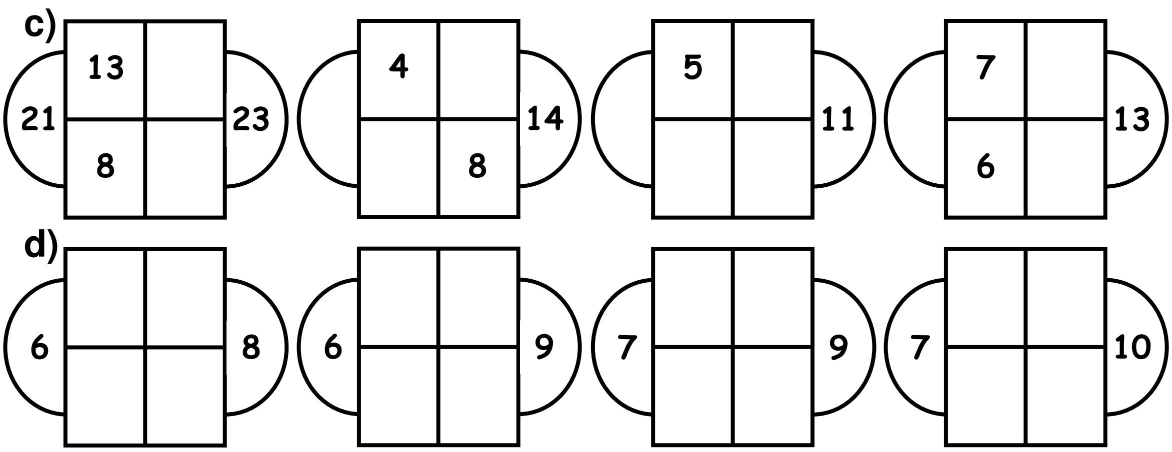


Wie viele Rechenquadrate kann es *warum* geben? 1



Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat mit Ohren finden? Begründe!

Wie viele Rechenquadrate kann es *warum* geben? 2

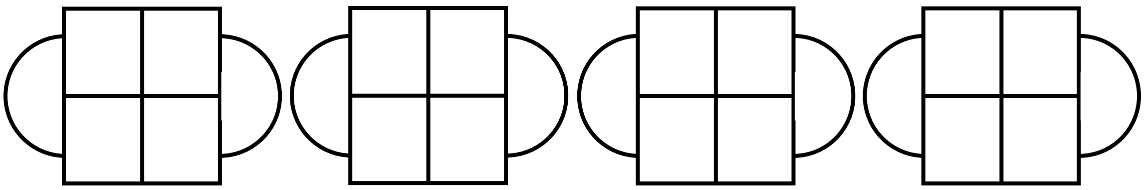


Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat mit Ohren finden? Begründe!

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 1

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

... keine Lösung hat.

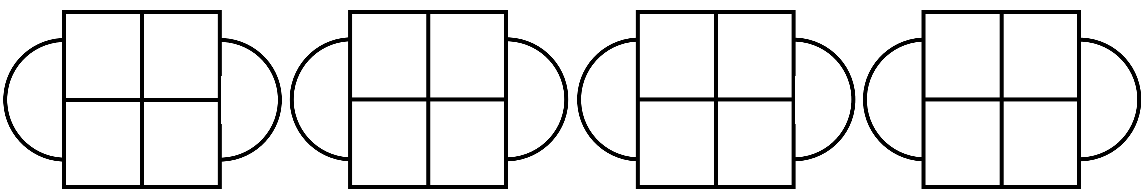


Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 2

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

... genau eine Lösung hat.

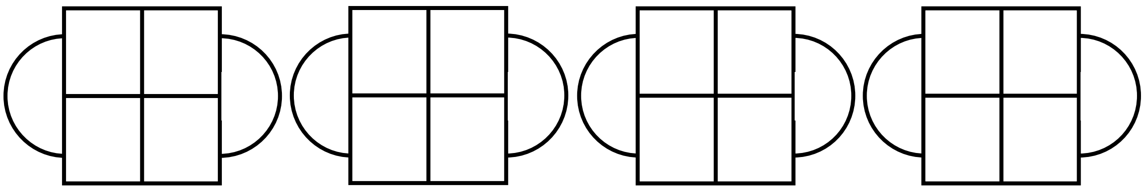


Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 3

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

... genau 5 Lösungen hat.

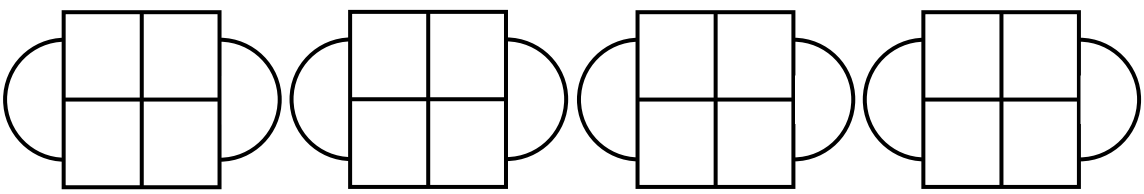


Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 4

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

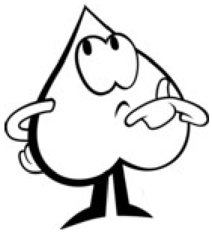
... unendlich viele Lösungen hat.



Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 1

Erstelle aus den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8 ein Rechenquadrat mit Ohren. Geht das auch mit 4, 7, 8, 11, 12, 18? Beschreibe, wie du dabei vorgehst.



Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 2

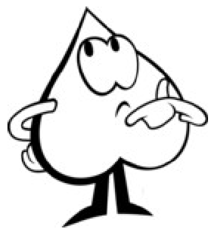
Kannst du ein Rechenquadrat aus ...

a) sechs geraden Zahlen erstellen?
b) sechs ungeraden Zahlen erstellen?
c) fünf ungeraden Zahlen und einer geraden Zahl erstellen?
d) vier ungeraden Zahlen und zwei geraden Zahlen erstellen?
e) drei ungeraden Zahlen und drei geraden Zahlen erstellen?
f) zwei ungeraden Zahlen und vier geraden Zahlen erstellen?

Warum geht das oder warum geht das nicht?

Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 3

Wenn du in einem Rechenquadrat mit Ohren eine Zahl um 2 vergrößerst, wie kannst du die übrigen Felder verändern, damit es noch ein Rechenquadrat bleibt?

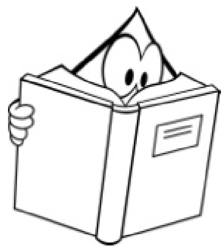


Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 4

Wie viele Rechenquadrate mit Ohren gibt es, die die Gesamtsumme (Summe aller sechs Zahlen) 24 haben?

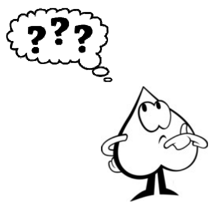
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 5

Warum sind bei den Rechenquadraten mit Ohren die Zahlen in den Ohren entweder beide „gerade“ oder beide „ungerade“? – Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?



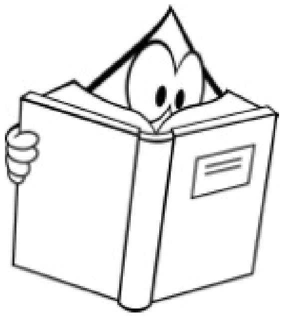
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 6

Warum ist die Gesamtsumme eines Rechenquadrats mit Ohren immer gerade?



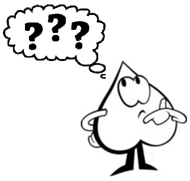
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 7

Wie viele verschiedene Rechenquadrate mit den Ohren 5 und 11 gibt es? Begründe!

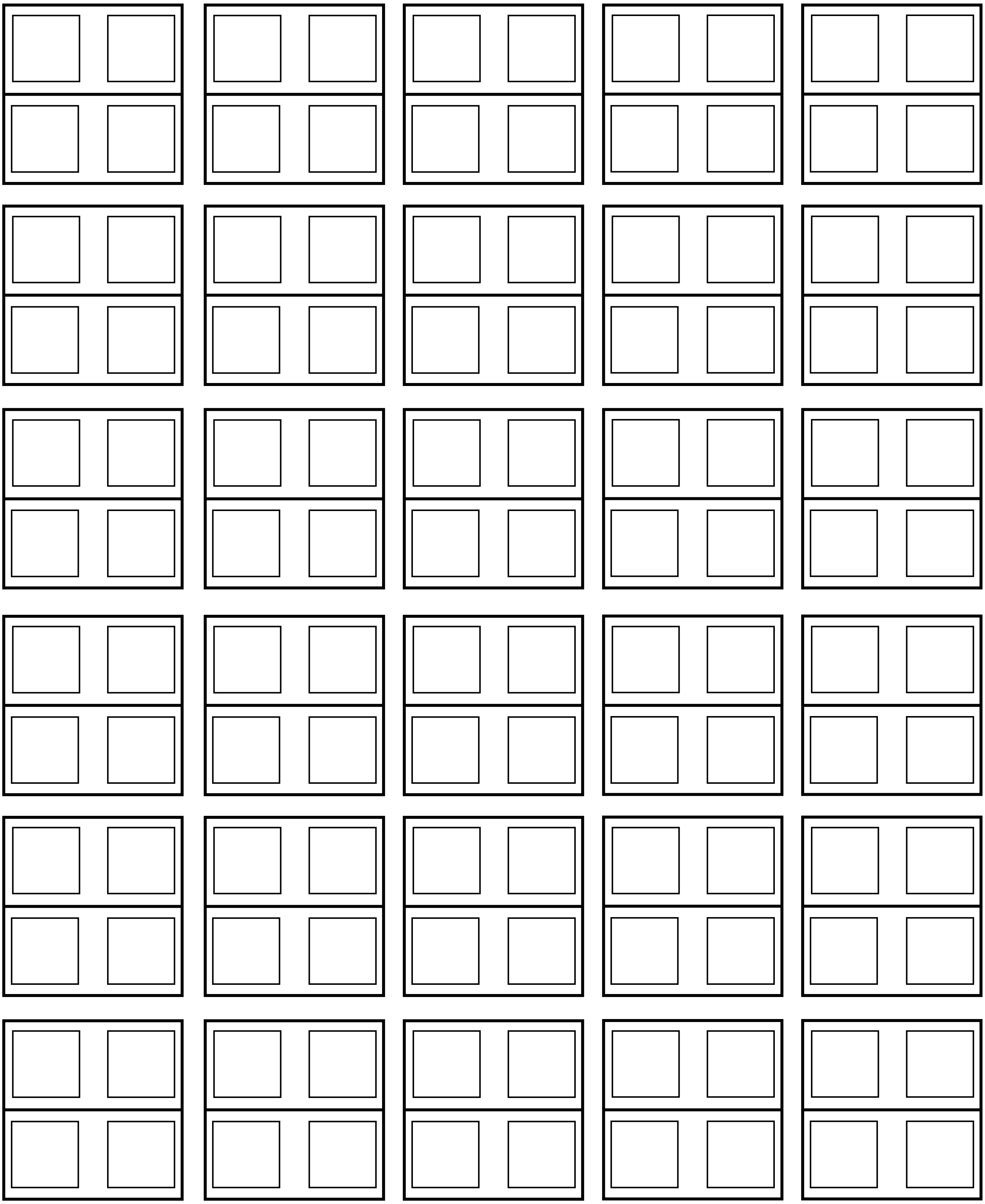


Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag *

Erfinde eigene Forscheraufträge!



LF1: Leerformate „Einfache Rechenquadrate“



LF2: Leerformate „Rechenrechtecke“

LF3: Leerformate „Rechenquadrate mit Ohren“