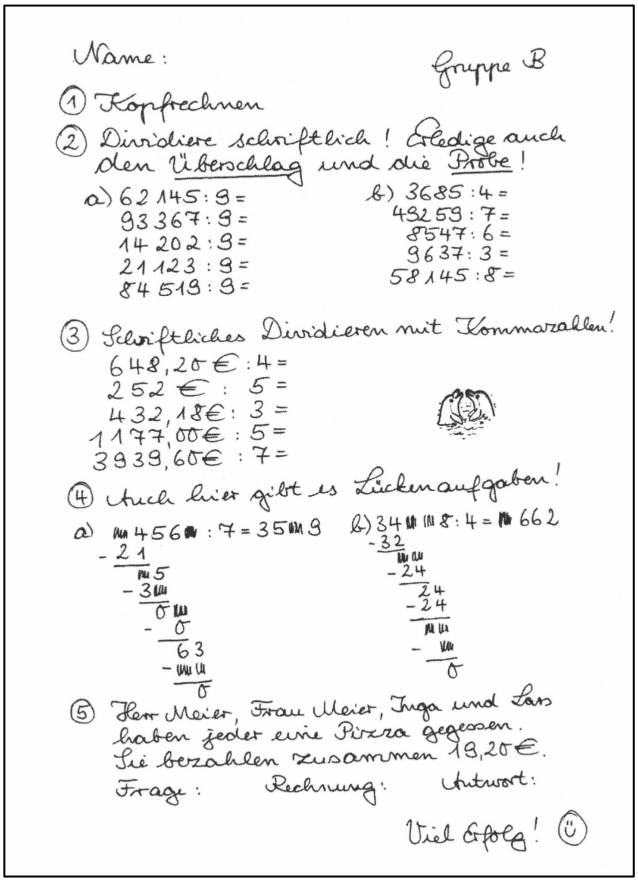
Unterstützen, nicht überprüfen

Aufgabenbeispiele zur Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht

Im vorliegenden Beitrag versuchen wir, Grundzüge einer *unterstützenden* Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht zu entwickeln und diese durch Beispielaufgaben zu illustrieren. Zuvor stellen wir dar, warum der Stellenwert der noch weitgehend vorherrschenden *überprüfenden* Leistungsmessung mit Blick auf die Mathematik, die Kinder und die Lehrerin zu relativieren ist.

Der Blick auf das Fach


Name: Gruppe B
① Kopfrechnen
② Dividiere schriftlich! Erledige auch den Überschlag und die Probe!
a) 62 145 : 9 =
93 367 : 9 =
14 202 : 9 =
21 123 : 9 =
84 519 : 9 =
b) 3685 : 4 =
49 259 : 7 =
8547 : 6 =
9637 : 3 =
58 145 : 8 =
③ Schriftliches Dividieren mit Kommazahlen!
648,20 € : 4 =
252 € : 5 =
432,18 € : 3 =
1177,00 € : 5 =
3939,60 € : 7 =
④ Auch hier gibt es Lückenaufgaben!
a) ▯456▯ : 7 = 35▯9
b) 34▯▯8 : 4 = ▯662
⑤ Herr Meier, Frau Meier, Inga und Lars haben jeder eine Pizza gegessen. Sie bezahlen zusammen 19,20 €.
Frage: Rechnung: Antwort:
Viel Erfolg! ☺

Mathematik gilt – wie sonst vielleicht nur das Rechtschreiben – als Selektionsfach par excellence. Hier wie dort ist die Auffassung weit verbreitet, dass sich Lernerfolge objektiv messen und beurteilen lassen, denn es gibt ja offensichtlich nur 'richtige' und 'falsche' Lösungen bzw. Lösungswege.

Viele Leistungsüberprüfungen, bei denen an festgelegten Terminen unter Zeitdruck eine Vielzahl von Rechenetüden gemäß genauer Vorgaben bearbeitet werden muss, konzentrieren sich daher auf den Wissens- oder den Fertigkeitsbereich (vgl. Kasten). Schließlich bieten Literatur oder Lehrerbildung ja auch so gut wie keine alternativen Entwürfe bzw. Hilfestellungen.

Die Ergebnisse entscheiden dann nicht nur über die Lebensentwürfe von Kindern entscheidend mit, sondern prägen auch deren Bild von Mathematik nachhaltig. In der englischsprachigen Literatur heißt es: 'You get what you test' – die Art der Leistungsüberprüfung bestimmt ganz erheblich, was und wie gelernt wird.

So wichtig die Beherrschung mathematischer Grundlagen auch ist: Mathematik auf das Benennen von abgespeicherten Wissenselementen und auf das Ausführen von intensiv eingeübten Handlungsanweisungen zu reduzieren, wird dem Reichtum und der Prozesshaftigkeit des Faches nicht gerecht. Und es schult auch nicht die Denkfreude.

In der Mathematik gibt es eben nicht generell nur die 'richtige' oder die 'falsche' Lösung. Hier existiert häufig mehr als lediglich der einzige korrekte Lösungsweg, ist nicht immer alles schon fertig vorgedacht: 'Mathematik ist etwas, das man tut', so hat es der Mathematiker Moise einmal formuliert.

Soll demgemäß im Unterricht die Tätigkeit des Mathematiktreibens vermehrt in den Vordergrund gerückt werden, so hat das natürlich entscheidende Konsequenzen für die Leistungsmessung. 'You get, what you test!' *Entdeckendes* Lernen und *aufdeckendes* Abtesten passen nur schwerlich zueinander.

Der Blick auf das Kind

Darüber hinaus ist eine punktuelle, überwiegend produkt-, konkurrenz- und defizitorientierte Art der Leistungsmessung, wie sie im abgedruckten Beispiel repräsentiert ist, auch mit Blick auf das Kind sehr kritisch zu sehen.

Dadurch dass fremdbestimmte Anforderungen von allen Schülern gleichzeitig auf vorgeschriebene Weise und innerhalb einer definierten, in der Regel recht knapp bemessenen Zeiteinheit zu erfüllen sind, wird man weder den Zielen des Mathematikunterrichts noch den Besonderheiten menschlichen Lernens gerecht. Ganz abgesehen davon, dass Objektivität in der Leistungsmessung

und erst recht bei der Leistungsbeurteilung ein Mythos ist, der nicht weitergetragen werden sollte. Messen ist häufig vermessen – im doppelten Wortsinn: nicht genau, aber anmaßend.
Der pädagogische Leistungsbegriff geht hingegen davon aus, dass Leistungsfeststellung nicht primär zum Zwecke der Selektion erfolgt, sondern um die Lernenden zu stärken, zu fördern, zu ermutigen.
Allerdings ist es wohl um einiges einfacher, solche Forderungen aufzustellen, als sie für das Fach Mathematik so zu konkretisieren, dass Lehrerinnen ausgehend von vorgegebenen Beispielen eine Übertragung auf ihre eigenen Klassen und auf bestimmte Themen leisten können.

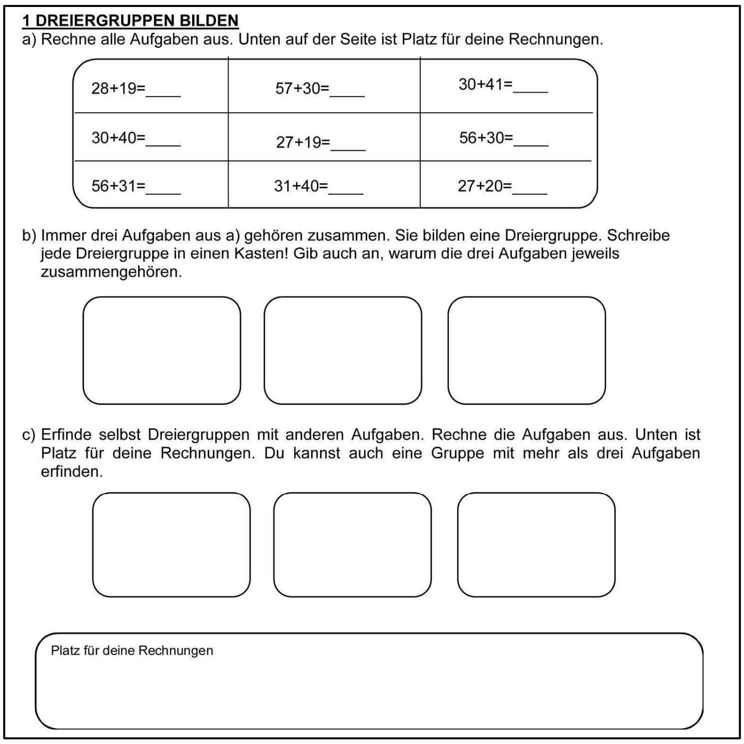
Der Blick auf die Lehrerin

Dass Leistungsfeststellung nicht primär zur *Überprüfung*, sondern vorrangig zur *Unterstützung* durchgeführt werden sollte, trifft nicht nur für Kinder, sondern auch für ihre Lehrerinnen zu: Die Analyse der Schüleräußerungen sollte *vorrangig* zu einer Verbesserung des Unterrichts führen, nicht primär zu einer Klassifizierung der Schüler. Leistungen sollten daher nicht nur erhoben werden, um zurückzublicken, sondern auch, um nach vorn zu schauen.
Hierzu reicht es selbstverständlich nicht aus, nur Ergebnisse von Aufgaben zu vermeintlich leicht abprüfbaren Inhalten zur Kenntnis zu nehmen und sie mit richtig oder falsch zu bewerten. Im Sinne professioneller, dem Kinde gerechter Unterrichtsreflexion und -vorbereitung erscheint es hingegen notwendig, dass die Lehrerin viel von den authentischen Denkweisen ihrer Schüler erfährt. Daher sollten die Schülerinnen und Schüler durch die Aufgabenstellungen die Gelegenheit bekommen, zu zeigen, was sie können und wissen. In den Niederlanden heißt das ‘positives Testen’.
Es geht also für die Lehrerin nicht nur mit Blick auf die Kinder, sondern auch im eigenen Interesse darum, deren Mathematikleistungen sowohl zu *beachten* (im Sinne von wahrnehmen) als auch zu *achten* (i. S. v. ernst nehmen). Nicht nur, *dass* etwas falsch oder richtig ist, ist in diesem Zusammenhang von Bedeutung, sondern auch, *was* falsch bzw. richtig ist und *warum*!

Informative Aufgaben

Wie könnte nun eine stärker kontinuierliche, prozessorientierte, individuumsbezogene, kompetenzorientierte Art der Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht aussehen? Zu einer halbwegs zufriedenstellenden Beantwortung dieser Frage müsste eigentlich ein dickes Buch geschrieben werden.
Im vorliegenden Beitrag können wir nicht mehr leisten, als einen kleinen Diskussionsbeitrag für eines der damit zusammenhängenden Teilprobleme zu liefern. Wir möchten auf der Grundlage der Arbeit von Marja van den Heuvel-Panhuizen (1996) acht wesentliche Prinzipien solcher Aufgaben beschreiben. Natürlich können im Regelfall nicht alle dieser Punkte erfüllt sein.

1. Auf dem Aufgabenblatt oder im Heft sollte immer Platz für *Nebenrechnungen* oder sonstige Notizen zur Verfügung stehen, den die Kinder nutzen können (oder sollen, je nach Intention). Das dort ggf. Stehende kann zur Klärung der Denkweisen herangezogen werden.
2. Bei geeigneten Aufgaben sollten die Kinder gebeten werden, ihre Vorgehensweise schriftlich oder mündlich zu erläutern. Selbst wenn *Erklärung* und tatsächliches Vorgehen nicht übereinstimmen, so eröffnen sich häufig interessante Einblicke in die Denkwege der einzelnen Kinder.


1 DREIERGRUPPEN BILDEN
a) Rechne alle Aufgaben aus. Unten auf der Seite ist Platz für deine Rechnungen.

28+19=____	57+30=____	30+41=____
30+40=____	27+19=____	56+30=____
56+31=____	31+40=____	27+20=____

b) Immer drei Aufgaben aus a) gehören zusammen. Sie bilden eine Dreiergruppe. Schreibe jede Dreiergruppe in einen Kasten! Gib auch an, warum die drei Aufgaben jeweils zusammengehören.

c) Erfinde selbst Dreiergruppen mit anderen Aufgaben. Rechne die Aufgaben aus. Unten ist Platz für deine Rechnungen. Du kannst auch eine Gruppe mit mehr als drei Aufgaben erfinden.

Platz für deine Rechnungen

3. Einzelne oder auch sämtliche Aufgaben sollten *Wahlaufgaben* sein, bei denen die Kinder zwischen zwei ähnlichen, aber unterschiedlich angelegten und durchaus auch unterschiedlich schwierigen Anforderungen wählen können. Oder sie bearbeiten – genügend Zeit vorausgesetzt – beide Aufgaben, und entscheiden dann, falls erforderlich, welche ‚bewertet‘ werden soll, oder lassen die Lehrerin jeweils die günstigere Entscheidung treffen.

2 PLUSAUFGABEN ERFINDEN

59 35 10 39 23 31 40 8

Wähle zwei Zahlen aus und rechne sie zusammen. Erfinde insgesamt acht Plusaufgaben. Entscheide dich nun noch für die Regel A oder die Regel B.

Regel A Das Ergebnis soll größer sein als 20.	Regel B Das Ergebnis soll größer sein als 50.

4. Es sollten auch *offenere Aufgaben* ausgewählt werden, bei denen es mehr als eine Lösung gibt, und solche, bei denen es mehrere sinnvollerweise einzuschlagende Vorgehensweisen existieren.
5. Die Schüler sollten auch die Gelegenheit haben, innerhalb eines durch die Aufgabenstellung präzisierten Rahmens selbst Aufgaben zu produzieren. Natürlich erlauben solche *Eigenproduktionen* keine hundertprozentig sicheren Rückschlüsse auf die wahren Fähigkeiten. Wenn ein Kind beispielsweise aus Bequemlichkeit einfache Aufgaben notiert, so heißt das nicht notwendigerweise, dass es nur solche rechnen kann. Gleichwohl sind in der Zusammenschau mit allen anderen Informationen, über die man als Lehrerin verfügt, gewisse Tendenzen erkennbar. Außerdem könnte die Lehrerin den ‘Produktionsauftrag’ entsprechend fokussieren (z. B.: Erfinde drei schwere Aufgaben!).

3 RECHENWEGE AUFSCHREIBEN

- Rechne die Aufgabe a) aus. Schreibe auf, wie du auf das Ergebnis gekommen bist. Weißt du noch einen anderen Rechenweg? Schreibe ihn bei b) auf!

Platz für deine Rechnungen

a) So rechne ich:	b) So kann ich es anders rechnen:
25+17=____	25+17=____
25+26=____	25+26=____
25+49=____	25+49=____
25+62=____	25+62=____
25+ 24=____	25+ 24=____

6. Eine Aufgabe sollte durchaus auch einmal in verschiedenen Zusammenhängen auftauchen, z. B. als Textaufgabe und als Zahlenaufgabe oder als Textaufgabe mit zwei unterschiedlichen Kontexten. Durch solche *Variationen* kann die Lehrerin bisweilen erfahren, dass ein Kind eine Aufgabe lediglich in bestimmten Zusammenhängen beherrscht – oder anders formuliert: zwar in manchen Kontexten das nicht leisten kann, was es in anderen sehr wohl vermag.
7. Wenn möglich, sollten auch *zusammenhängende Rechenaufgaben* auftreten, um feststellen zu können, ob die Kinder sich diese Beziehungen zunutze machen und fehlerhafte Lösungen vielleicht sogar darauf zurückzuführen sind (z. B. 6+9=13, weil 5+9=12).
8. In einigen Fällen ist es durchaus hilfreich, eine der Aufgaben nebst Lösung vorzugeben. An solchen *Hilfsaufgaben* können die Schüler sich (z. B. größenordnungsmäßig) im Weiteren orientieren; zum anderen können diese dazu beitragen, dass die Schüler die Aufgabenanforderungen verstehen (Was genau soll ich tun? Was schreibe ich wie wohin?).

Die Beispielaufgaben 1 bis 4 sollen diese Punkte anhand des Themas ‘Addition im Zahlenraum bis 100’ illustrieren. Die Aufgabenstellungen wurden unter dem Schwerpunkt ausgewählt, erfahren zu wollen, welche Zusammenhänge zwischen einzelnen Aufgaben die Kinder sehen und ob sie diese nutzen (Beispiele 1 und 4), welche Art von Aufgaben sie erfinden (Beispiel 2) und welche Rechenstrategien sie verwenden (Beispiel 3), wenn ihnen die Freiheit hierzu gegeben wird.

Beim Beispiel 3 etwa kann man nicht nur feststellen, ob die Aufgaben richtig gerechnet wurden, sondern auch, ob alle nach derselben Strategie bearbeitet wurden oder die Schüler aufgabenbezogen variierten, ob diese jeweils einen zweiten Rechenweg angeben konnten, ob sich dieser fundamental vom ersten unterscheidet und welche Fehler auftauchen. Natürlich erhält man auch durch solche umfangreicheren Informationen nicht sicher ein authentisches Abbild des Denkens der Schüler, aber man erfährt natürlich ungleich mehr, als wenn man lediglich die Resultate der Aufgaben zur Kenntnis nimmt.

Dass solche Aufgaben auch im Rahmen von Klassenarbeiten dazu herangezogen werden können, bedeutet nicht, dass wir damit den Klassenarbeiten das Wort reden möchte. Doch wir denken, dass hier der Veränderungsbedarf wohl besonders groß und dringlich ist.

4 AUFGABENPAARE

Hier gehören immer zwei Aufgaben zusammen, eine leichtere und eine schwierigere. Wenn man die leichtere Aufgabe zuerst ausrechnet, kann man sie benutzen, um die schwierigere auszurechnen. Zusammen bilden beide Aufgaben ein Aufgabenpaar.

1. Rechne die Aufgabe, die du leichter findest. Die andere brauchst du nicht zu berechnen. Du kannst sie aber ausrechnen, wenn du gerne möchtest.

a)	27+30=______ 27+33=______	b)	26+69=_____ 26+70=_____	c)	32+20=_____ 32+18=_____
d)	25+50=______ 25+49=______	e)	17+35=_____ 17+ 5 =_____	f)	25+26=_____ 25+25=_____

2. Eine Aufgabe ist schon ausgerechnet. Rechne die andere Aufgabe aus.

a)	68+20= 88 68+22=_____	b)	44+28=_____ 44+30= 74	c)	49+49=_____ 49+50= 99
d)	35+35= 70 35+33=______	e)	15+45= 60 15+48=_____	f)	18+57=_____ 18+ 7= 25

3. Rechne zunächst die leichtere Aufgabe aus und mache ein Kreuz hinter das Ergebnis. Rechne dann die schwierigere Aufgabe aus.

a)	44+40=______ 44+39=______	b)	52+ 9=_____ 52+29=_____	c)	55+27=_____ 55+25=_____
d)	38+43=______ 38+40=______	e)	77+18=_____ 77+20=_____	f)	35+25=_____ 35+23=_____

4. Erfinde selbst 6 Aufgabenpaare. Rechne nur die leichtere Aufgabe aus.

a)	________=____ ________=____	b)	________=____ ________=____	c)	________=____ ________=____
d)	________=____ ________=____	e)	________=____ ________=____	f)	________=____ ________=____

Platz für deine Rechnungen

Es versteht sich von selbst, dass man die durch die Beispiele verkörperten informativen Aufgaben den Schülern nicht unvorbereitet vorlegen sollte. Aufgabenanforderungen, die zum Zwecke der Leistungsfeststellung eingesetzt werden, sollten den Schülern bekannt sein. Auch sollte stets ausreichend viel Zeit zur Verfügung stehen. Je mehr Kinder unter Druck stehen, desto unwahrscheinlicher scheint es, dass sie mehr äußern als das, was sie als das Nötigste erachten.

Beurteilen müsste man die Schülerleistungen bei solchen Aufgaben dann weniger wie traditionelle Diktate, als vielmehr wie die selbst verfassten Texte der Kinder: sich der Subjektivität und der eventuellen Vagheit der eigenen Wahrnehmungen durchaus bewusst, aber mit kompetenzorientiertem Blick um individuelle Gerechtigkeit bemüht. Aber das bietet genug Stoff für einen weiteren Aufsatz.

Literatur

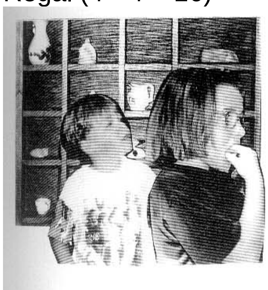
van den Heuvel-Panhuizen, Marja (1996): Assessment in Realistic Mathematics Education. Utrecht. Freudenthal instituut. ISBN: 90-393-1333-4

Informativer Aufgabensatz zur Multiplikation und Division - Aufgabenvariationen

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Bildaufgaben zur Erhebung des Vorwissens von Zweitklässlern zur Multiplikation und Division (entnommen aus Hengartner 1999, S. 36 – 40). Diese Bildaufgaben lassen sich bereits auf informelle Weise lösen (z.B. durch abzählen, Zählen in Schritten usw.), so dass sich diese Aufgaben besonders gut zur Erhebung des Vorwissens eignen. Ergänzt wird die Aufgabenauswahl durch gleiche und weitere Aufgaben in formeller Darstellung (vgl. Arbeitsblatt für die Kinder). Hier kann erhoben werden, inwiefern die Kinder auch schon formelles Wissen zur Multiplikation und Division mitbringen und inwiefern sich die Vorgehensweisen ggf. bei den verschiedenen Vorgehensweisen unterscheiden.

Hinweise zur Durchführung
Um den Leseaufwand möglichst gering zu halten, werden die Aufgaben gemeinsam bearbeitet. D.h. der Lehrer liest den ausführlichen Arbeitsauftrag zu der jeweiligen Bildaufgabe vor (vgl. Text unter den Bildern). Auf dem Arbeitsblatt für die Kinder steht der Arbeitsauftrag nur noch in Kurzfassung. Erst wenn möglichst viele Kinder mit der Bearbeitung einer Aufgabe fertig sind, wird die nächste Aufgabe vorgelesen. Bei den kontextfreien Aufgaben wird nur der Rahmen transparent gemacht, die einzelnen Aufgaben werden nicht vorgelesen, weil es u.a. auch darum gehen soll zu schauen, inwiefern die Kinder die Rechensymbole schon kennen und deuten können.

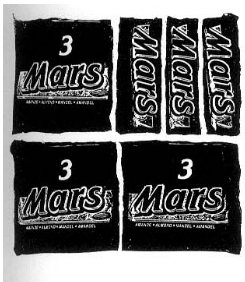
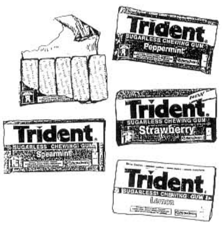
Möglicher Einstieg in die Unterrichtsstunde
„Heute habe ich euch ein paar Mal- und Geteilt-Aufgaben mitgebracht. Das haben wir noch nicht im Unterricht gemacht, aber weil wir bald damit beginnen wollen, interessiert mich sehr, was ihr darüber schon wisst. Es ist auch überhaupt nicht schlimm, wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst. Es gibt nämlich keine Noten. In dem Feld neben der Aufgabe hast du Platz, um deine Lösungswege aufzuschreiben oder aufzumalen, so dass ich verstehen kann, wie du die Lösungen gefunden hast.“

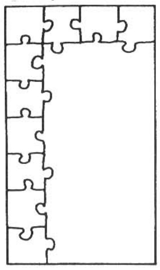
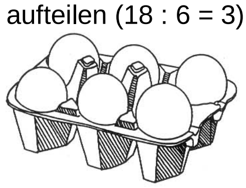
<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen</th></tr>
<tr><td>Regal (4 * 4 = 16)

Hier siehst du ein Regal, das zum Teil von den zwei Kindern verdeckt wird. Kannst du mir sagen, wie viele Fächer das Regal hat?</td><td>Mögliche Schwierigkeiten:

Das Kind
berücksichtigt die verdeckten Fächer nicht
bestimmt die Anzahl der verdeckten Fächer falsch (erkennt möglicherweise nicht die 4*4 Struktur)
verzählt sich, falls es alles zählt.
…</td></tr>
<tr><td>Kleine Fensterscheiben (3 * 8 = 24)

Die drei Fenster sind aus vielen kleinen Fensterscheiben zusammengesetzt. Ein Stoppschild verdeckt sie zum Teil. Kannst du mir sagen, wie viele kleine Fensterchen es insgesamt sind?</td><td>Mögliche Schwierigkeiten:

Das Kind
berücksichtigt die verdeckten Fenster nicht
bestimmt die Anzahl der verdeckten Fenster falsch (erkennt möglicherweise nicht die Struktur)
verzählt sich, falls es alles zählt.
…</td></tr>
</table>

Mars (4 * 3) = 12  Hier siehst du Mars-Riegel in 3er-Packungen. Wie viele Mars sind das insgesamt?	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • sieht jede geschlossene 3er-Packung nur als ein Mars an, also 3 + 1 + 1 + 1 = 6 • …
Mars verteilen (12 : 3 = 4)  Drei Kinder wollen sich die Mars teilen. Wie viele Mars bekommt jedes Kind, wenn jeder gleich viele bekommen soll?	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • sieht noch keine Möglichkeit zu einer symbolischen oder ikonischen Lösung und es gelingt ihm nicht, die Aufgabe in eine Handlung umzusetzen. • sieht jede geschlossene 3er-Packung nur als ein Mars an • …
Kaugummis (5 * 5 = 25)  In jedem Päckchen sind 5 Kaugummis. Wie viele Kaugummis sind es insgesamt?	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • sieht jede geschlossene 5er-Packung nur als ein Kaugummi an • …

Kaugummis verteilen (20 : 5 = 4)  Hier sind nun 4 Päckchen mit Kaugummis. Das Kaugummi soll an 5 Kinder gerecht verteilt werden. Wie viele Kaugummis bekommt jedes Kind?	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • sieht noch keine Möglichkeit zu einer symbolischen oder ikonischen Lösung und es gelingt ihm nicht, die Aufgabe in eine Handlung umzusetzen • sieht jede geschlossene 5er-Packung nur als ein Kaugummi an • sieht einen Widerspruch darin, dass es nur 4 Päckchen sind, die Kaugummis aber an 5 Kinder verteilt werden sollen • …
Puzzle (7 * 4 = 28)  *Das Puzzle ist noch nicht fertig. Finde heraus, wie viele Teile das fertige Puzzle hat!*	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • hat Schwierigkeiten das Puzzle mental zu vervollständigen • …
Eier aufteilen (18 : 6 = 3)  18 Eier in 6er-Schachteln *Stell dir vor, du hast 18 Eier. Lege die 18 Eier in 6er-Schachteln. Wie viele Schachteln brauchst du?*	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • Kann sich den Kontext nicht vorstellen (da nur eine Schachtel gedruckt ist) • …
Toblerone verteilen (27 : 9 = 3)  Für jedes Kind? *Diese drei Schokoriegel sollen gerecht an neun Kinder verteilt werden. Wie viele Stückchen bekommt jedes Kind?*	Mögliche Schwierigkeiten: Das Kind • sieht noch keine Möglichkeit zu einer symbolischen oder ikonischen Lösung und es gelingt ihm nicht, die Aufgabe in eine Handlung umzusetzen • erkennt (bei den geschlossenen Packungen) die Neunerstruktur nicht. • …

Literatur:

HENGARTNER, E. (HRSG.) (1999): *Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht*. Zug: Klett und Balmer.

Informativer Aufgabensatz zur halbschriftlichen Addition im 100er Raum

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Aufgaben zur halbschriftlichen Addition im Zahlraum bis 100, um sich ein Bild darüber machen zu können, inwiefern Kinder ihre Rechenwege aufgabenspezifisch (flexibel) wählen oder ob sie immer wieder eine ganz bestimmte halbschriftliche Strategie bevorzugen – unabhängig davon, ob sie besonders einfach und geschickt ist.
Des Weiteren kann der Umgang mit dem Zehnerübergang sowie generelle Schwierigkeiten bei der Addition im Zahlraum bis 100 beobachtet werden.

Die im folgenden gemachte Aufteilung nach sinnvollen Strategien ist idealtypisch zu sehen; es bieten sich bei einigen Aufgaben durchaus verschiedene Strategien an. Die Beobachtungshinweise können daher nur als Orientierung dienen.

Allgemeine Beobachtungshinweise

- Welche Rechenstrategie wählt das Kind aus?
- Wie bewältigt es den Zehnerübergang? Erkennt das Kind sinnvolle Rechenvorteile?
- Wählt es bei ähnlichen Aufgaben die gleiche Strategie?
- Bevorzugt es bei allen Aufgaben eine bestimmte Strategie?
- An welchen Stellen treten ggf. (immer wieder) Schwierigkeiten auf?

Aufgabenstellung für die Kinder

Löse die Aufgabe. Schreibe deinen Rechenweg auf!

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
a) 23 + 45	**(ZE+ZE ohne Zehnerübergang)** Sinnvolle Strategien Schrittweise: 23+40=63+5=68 Stellenweise: 20+40=60; 3+5=8; 60+8=68
b) 15 + 27	**(ZE+ZE mit Zü)** Sinnvolle Strategien Schrittweise oder Stellenweise Hilfsaufgabe: 15+25=40+2=42
c) 29 + 12	**(ZE+ZE mit Zü, nahe am Z)** Sinnvolle Strategien Vereinfachen: 30+11=41 oder Hilfsaufgabe: 30+12 =42-1=41
d) 19 + 39	**(ZE+ZE mit Zü, nahe am Z)** Sinnvolle Strategien Vereinfachen: 20+38=58 Hilfsaufgabe: 20+40=60-1-1=58 oder 20+39=59; 59-1=58

e) 26 + 25	**(Z+ZE)** Sinnvolle Strategien Hilfsaufgabe: 25+25=50 +1=51 (Fastverdoppeln) 2*26=52-1=51 Mischform: 20+20=40; 5+5=10 +1=51
f) 12 + 29	**(ZE+ZE mit Zü, nahe am Z)** Mögliche Strategien vgl. b) Vertauscht das Kind die Summanden, um sich die Aufgabe einfacher zu machen?
Sternchenaufgaben *) So hat Tom die Aufgabe 39+27 gerechnet: 39+27=66 40+27=67 67- 1=66 Erkläre, wie Tom gerechnet hat. **) Tom rechnet nicht alle Aufgaben so. Welche Aufgaben würde er wahrscheinlich so ähnlich rechnen? Warum? 26+13= 45+21= 34+19= 24+67= Rechne wie Tom. ***) Sieh dir einmal alle Aufgaben an. Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwierig? Warum?	 Inwiefern kann das Kind die Strategie „Hilfsaufgabe" nachvollziehen und erklären? Inwiefern kann das Kind erkennen, bei welchen Aufgaben sich die in *) erklärte Strategie „Hilfsaufgabe" ebenfalls gut eignet? Inwiefern kann es diese Strategie auch selbst anwenden? Warum empfindet das Kind gerade diese Aufgabe als einfach/schwierig?

Informativer Aufgabensatz zur halbschriftlichen Subtraktion im 100er Raum

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Aufgaben zur halbschriftlichen Subtraktion Zahlraum bis 100, um sich ein Bild darüber machen zu können, inwiefern Kinder ihre Rechenwege aufgabenspezifisch (flexibel) wählen oder ob sie immer wieder eine ganz bestimmte halbschriftliche Strategie bevorzugen – unabhängig davon, ob sie besonders einfach und geschickt ist.
Des Weiteren können der Umgang mit dem Zehnerübergang sowie generelle Schwierigkeiten bei der Subtraktion im Zahlraum bis 100 beobachtet werden.

Die im folgenden gemachte Aufteilung nach sinnvollen Strategien ist idealtypisch zu sehen; es bieten sich bei einigen Aufgaben durchaus verschiedene Strategien an. Die Beobachtungshinweise können daher nur als Orientierung dienen.

Allgemeine Beobachtungshinweise

- Welche Rechenstrategie wählt das Kind aus?
- Wie bewältigt es den Zehnerübergang? Erkennt das Kind sinnvolle Rechenvorteile?
- Wählt es bei ähnlichen Aufgaben die gleiche Strategie?
- Bevorzugt es bei allen Aufgaben eine bestimmte Strategie?
- An welchen Stellen treten ggf. (immer wieder) Schwierigkeiten auf?

Aufgabenstellung für die Kinder

Löse die Aufgabe. Schreibe deinen Rechenweg auf!

Aufgabentyp 1: Zahlen liegen weit auseinander

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 64-37	Schrittweise: 64-30=34, 34-7=27
b) 48-26	Stellenweise: 60-30=30, 4-7= -3, 30-3=27
c) 27-15	• der Subtrahend wird zerlegt

Aufgabentyp 2: Zahlen liegen weit auseinander (Aufgaben ohne Übertrag)

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 58-43	Stellenweise: 50-40=10, 8-3=5 und 10+5=15
b) 67-56	Schrittweise:58-40=18 und 18-3=15
c) 77-24	• beide Zahlen werden in Zehner und Einer zerlegt

Aufgabentyp 3: Zahlen liegen weit auseinander (Zahlen mit Übertrag)

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 46-28	Stellenweise: 40-20=20, 6-8= -2 und 20-2=18
b) 32-27	Schrittweise: 46-20=26 und 26-8=18
c) 51-34	• beide Zahlen werden in Zehner und Einer zerlegt

Aufgabentyp 4: Minuend liegt nah beim Zehner

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 51-25	Hilfsaufgabe: 50-25=25+1=26 (Fasthalbieren) • operative Beziehungen werden genutzt
b) 42-21	
c) 29-12	

Aufgabentyp 5: Minuend und Subtrahend haben ungefähr den gleichen Abstand zum nächsten Zehner

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 86-39	Vereinfachen: 87-40=47 • gleichsinniges Verändern von Minuend und Subtrahend
b) 67-58	
c) 54-43	

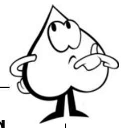
Aufgabentyp 6: Minuend und Subtrahend liegen nah bei einander

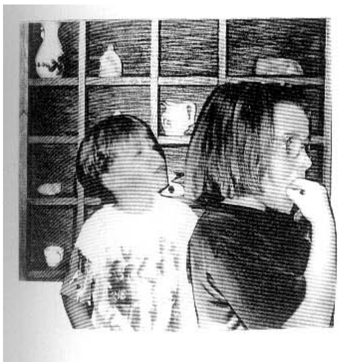
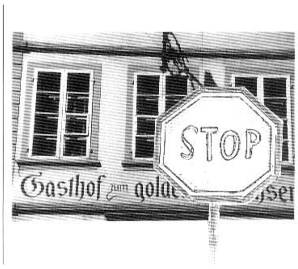
Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 51-37	Ergänzen:51-37=4+10=14 41 51 • Ergänzen des Subtrahenden auf den nächsten vollen Hunderter oder Zehner
b) 71-69	
c) 62-48	

Aufgabentyp 7: Sternchenaufgaben

Aufgaben	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
a) 398-110 b) 341-170	Wie löst das Kind die Aufgaben im noch unbekannten Zahlraum? Inwiefern greift es auf dieselben Strategien zurück?
c) Sieh die einmal alle Aufgaben an. Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwer? Warum?	Warum empfindet das Kind gerade diese Aufgabe als einfach/schwierig?

Bald lernen wir Mal und Geteilt!

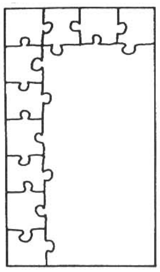
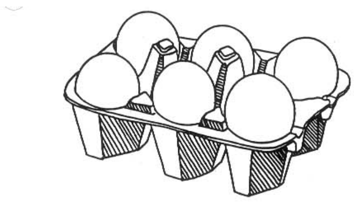


<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Hier ist Platz für deine Lösung</th></tr>
<tr><td>
Wie viele Fächer hat das Regal?</td><td></td></tr>
<tr><td>

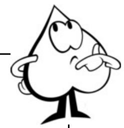
Wie viele kleine Fenster sind es insgesamt?</td><td></td></tr>
<tr><td>

Wie viele Mars-Riegel sind es insgesamt?</td><td></td></tr>
<tr><td>

3 Kinder. Wie viele Mars-Riegel bekommt jedes Kind?</td><td></td></tr>
</table>

 Wie viele Kaugummis sind es insgesamt?	
 5 Kinder. Wie viele Kaugummis bekommt jedes Kind?	
 Wie viele Teile hat das fertige Puzzle?	
 18 Eier in 6er-Schachteln 18 Eier. Lege die 18 Eier in 6er-Schachteln. Wie viele Schachteln brauchst du?	

9 Kinder. Wie viele Schokoladen-Stückchen bekommt jedes Kind?



<u>Welche Aufgaben kennst du schon?</u>

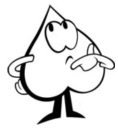
4·4 =	18:6=
5·5=	27:9=
4·3=	12:3=
7·4=	20:5=
3·8=	10:2

Name:________________ Datum: _____________

Addieren im 100er Raum

Aufgabe 1

Rechne die Aufgabe aus. Schreibe immer auch deinen Rechenweg auf.



a) 23 + 45 = ____________________

b) 15 + 27 = ____________________

c) 29 + 12= ____________________

d) 19 + 39 = ____________________

e) 26 + 25 = ____________________

f) 12 + 29= ____________________

Aufgabe 2

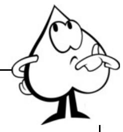
a) Tom rechnet die Aufgabe 39+27 so:

39+27=66
40+27=67
67- 1=66

Erkläre, wie Tom gerechnet hat.

b) Tom rechnet natürlich nicht alle Aufgaben so. Welche dieser Aufgaben würde er wahrscheinlich so ähnlich rechnen? Kreise ein.

26+13=   45+21=   34+19=   24+67=

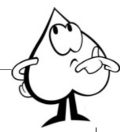


Warum meinst du, dass es diese Aufgaben sind?

Rechne deine eingekreisten Aufgaben wie Tom.

Aufgabe 3

Sieh dir noch einmal alle Aufgaben aus Aufgabe 1) an. Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwierig? Warum?

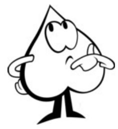


Einfache Aufgabe:	Schwierige Aufgabe:
Diese Aufgabe finde ich einfach, weil …	Diese Aufgabe finde ich schwierig, weil …

Name:________________ Datum: ______________

Subtrahieren im 100er Raum

Rechne die Aufgabe aus. Schreibe immer auch deinen Rechenweg auf.



Aufgabe 1

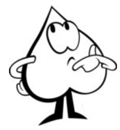
a) 64-37=________ b) 48-26=________ c) 27-15=________

Aufgabe 2

a) 58-43=________ b) 67-56=________ c) 77-24=________

Aufgabe 3

a) 46-28=________ b) 32-27=________ c) 51-34=________



Aufgabe 4

a) 51-25= ____________ b) 42-21= ____________ c) 29-12= ____________

Aufgabe 5

a) 86-39= ____________ b) 67-58= ____________ c) 54-43= ____________

Aufgabe 6

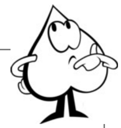
a) 51-37= ____________ b) 71-69= ____________ c) 62-48= ____________

Aufgabe 7

a) 398-110= ______________ b) 341-170= ______________

c) Sieh dir zum Abschluss noch einmal alle Aufgaben an.

Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwierig? Warum?



Einfache Aufgabe:	Schwierige Aufgabe:
Diese Aufgabe finde ich einfach, weil …	Diese Aufgabe finde ich schwierig, weil …

Informativer Aufgabensatz zur halbschriftlichen Addition im 1000er Raum

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Aufgaben zur halbschriftlichen Addition im Zahlraum bis 1000, um sich ein Bild darüber machen zu können, inwiefern Kinder ihre Rechenwege aufgabenspezifisch (flexibel) wählen oder ob sie immer wieder eine ganz bestimmte halbschriftliche Strategie bevorzugen – unabhängig davon, ob sie besonders einfach und geschickt ist.
Des Weiteren kann der Umgang mit dem Zehner- und Hunderterübergang sowie generelle Schwierigkeiten bei der Addition im Zahlraum bis 1000 beobachtet werden.

Die im folgenden gemachte Aufteilung nach sinnvollen Strategien ist idealtypisch zu sehen; es bieten sich bei einigen Aufgaben durchaus verschiedene Strategien an. Die Beobachtungshinweise können daher nur als Orientierung dienen.

Allgemeine Beobachtungshinweise

- Welche Rechenstrategie wählt das Kind aus?
- Wie bewältigt es den Zehnerübergang? Erkennt das Kind sinnvolle Rechenvorteile?
- Wählt es bei ähnlichen Aufgaben die gleiche Strategie?
- Bevorzugt es bei allen Aufgaben eine bestimmte Strategie?
- An welchen Stellen treten ggf. (immer wieder) Schwierigkeiten auf?

Aufgabenstellung für die Kinder

Löse die Aufgabe. Schreibe deinen Rechenweg auf!

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
a) 523+245	**(ZE+ZE ohne Zehnerübergang)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Schrittweise: 523+200=723+40=763+5=768 Stellenweise: 500+200=700, 20+40=60; 3+5=8; 700+60+8=768
b) 637+241	**(ZE+ZE ohne Zü)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Schrittweise: 637+200=837+40=877+1=878 Stellenweise: 600+200=800, 30+40=70, 7+1=8, 800+70+8=878
c) 469+574	**(ZE+ZE mit Zü)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Schrittweise und Stellenweise Hilfsaufgabe: 470+574=1044-1=1043
d) 815+327	**(ZE+ZE mit Zü)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Schrittweise oder Stellenweise Hilfsaufgabe: 815+325=1140+2=1142
e) 429+212	**(ZE+ZE mit Zü, nahe am Z)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Vereinfachen: 430+211=641 oder

	Hilfsaufgabe: 430+212 =642-1=641
f) 719+39	**(ZE+ZE mit Zü, nahe am Z)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Vereinfachen: 720+38=758 Hilfsaufgabe: 720+40=760-1-1=758 oder 720+39=759 759-1=758
g) 399+473	**(ZE+ZE mit Zü nah am H)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Vereinfachen: 400+472=872 Hilfsaufgabe: 400+473=873
h) 226+225	**(Z+ZE)** <u>Sinnvolle Strategien</u> Hilfsaufgabe: 225+225=450 +1=451 (Fastverdoppeln) 2*226=452-1=251 Mischform: 220+220=440; 5+5=10 +1=451
i) 612+329	**(ZE+ZE mit Zü, nahe am Z)** <u>Mögliche Strategien</u> vgl. b) Vertauscht das Kind die Summanden?
Sternchenaufgaben *) So hat Tom die Aufgabe 439 + 527 gerechnet: <u>439+527=966</u> 440+527=967 967- 1=966 Erkläre, wie Tom gerechnet hat. **) Tom rechnet nicht alle Aufgaben so. Welche Aufgaben würde er wahrscheinlich so ähnlich rechnen? Warum? 126+213= 345+421= 234+519= 624+167= Rechne wie Tom. ***) Sieh dir einmal alle Aufgaben an. Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwierig? Warum?	 Inwiefern kann das Kind die Strategie „Hilfsaufgabe“ nachvollziehen und erklären? Inwiefern kann das Kind erkennen, bei welchen Aufgaben sich die in *) erklärte Strategie „Hilfsaufgabe“ ebenfalls gut eignet? Inwiefern kann er diese Strategie auch selbst anwenden? Warum empfindet das Kind gerade diese Aufgabe als einfach/schwierig?

Informativer Aufgabensatz zur halbschriftlichen Subtraktion im 1000er Raum

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Aufgaben zur halbschriftlichen Subtraktion bis 1000, um sich ein Bild darüber machen zu können, inwiefern Kinder ihre Rechenwege aufgabenspezifisch (flexibel) wählen oder ob sie immer wieder eine ganz bestimmte halbschriftliche Strategie bevorzugen – unabhängig davon, ob sie besonders einfach und geschickt ist.
Des Weiteren können der Umgang mit dem Zehnerübergang sowie generelle Schwierigkeiten bei der Subtraktion im Zahlraum bis 1000 beobachtet werden.

Die im folgenden gemachte Aufteilung nach sinnvollen Strategien ist idealtypisch zu sehen; es bieten sich bei einigen Aufgaben durchaus verschiedene Strategien an. Die Beobachtungshinweise können daher nur als Orientierung dienen.

Allgemeine Beobachtungshinweise

- Welche Rechenstrategie wählt das Kind aus?
- Wie bewältigt es den Zehnerübergang? Erkennt das Kind sinnvolle Rechenvorteile?
- Wählt es bei ähnlichen Aufgaben die gleiche Strategie?
- Bevorzugt es bei allen Aufgaben eine bestimmte Strategie?
- An welchen Stellen treten ggf. (immer wieder) Schwierigkeiten auf?

Aufgabenstellung für die Kinder

Löse die Aufgabe. Schreibe deinen Rechenweg auf!

Aufgabentyp 1: Zahlen liegen weit auseinander

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 64-37	Schrittweise: 64-30=34 und 34-7=27
b) 87-55	Stellenweise: 60-30=30, 4-7= -3 und 30-3=27
c) 263-211	• der Subtrahend wird zerlegt

Aufgabentyp 2: Zahlen liegen weit auseinander (Aufgaben ohne Übertrag)

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 96-41	Stellenweise: 90-40=50, 6-1=5 und 50+5=55
b) 95-53	Schrittweise: 96-40=56 und 56-1= 55
c) 187-125	• beide Zahlen werden in Zehner und Einer zerlegt

Aufgabentyp 3: Zahlen liegen weit auseinander (Aufgaben mit Übertrag)

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 86-59	Stellenweise: 80-50=30, 6-9= -3 und 30-3=27
b) 133-45	Schrittweise: 86-50=36 und 36-9=27
c) 952-199	• beide Zahlen werden in Zehner und Einer zerlegt

Aufgabentyp 4: Minuend liegt nah beim Zehner

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 599-234	Hilfsaufgabe: 600-234=366-1=365 • operative Beziehungen werden genutzt
b) 351-178	
c) 238-135	

Aufgabentyp 5: Minuend und Subtrahend haben ungefähr den gleichen Abstand zum nächsten Zehner

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 151-122	Vereinfachen: 150-121=29 • gleichsinniges Verändern von Minuend und Subtrahend
b) 123-54	
c) 375-46	

Aufgabentyp 6: Minuend und Subtrahend liegen nah bei einander

Aufgaben	Naheliegende Strategien
a) 630-450	Ergänzen: 630-450=80+100=180 530 630 • Ergänzen des Subtrahenden auf den nächsten vollen Hunderter oder Zehner
b) 543-246	
c) 333-212	

Aufgabentyp 7: Sternchenaufgaben

Aufgaben	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
a) 34198-17065 (Stellenweise/Tausender extra ohne Übertrag) b) 34198-17210 (Stellenweise/Tausender extra mit Übertrag) c) Sieh die einmal alle Aufgaben an. Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwer? Warum?	Wie löst das Kind die Aufgaben im noch unbekannten Zahlraum? Inwiefern greift es auf dieselben Strategien zurück? Warum empfindet das Kind gerade diese Aufgabe als einfach/schwierig?

Informativer Aufgabensatz zur schriftlichen Subtraktion

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Aufgaben zur Erhebung von Fehlern bei der schriftlichen Subtraktion. Die Aufteilung nach Fehlerquellen ist idealtypisch, so bergen einige Aufgaben durchaus auch mehrere Fehlerquellen. Die Beobachtungshinweise können deshalb nur als Orientierung dienen.

Allgemeine Beobachtungshinweise

- Bei welchen Aufgaben(typen) treten Fehler auf?
- Haben diese Aufgaben Gemeinsamkeiten, so dass sie Hinweise auf eine mögliche Fehlerquelle geben?

Aufgabenstellung für die Kinder

Schreibe stellengerecht untereinander und rechne.

Aufgabentyp 1: Kein Übertrag, keine Null

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 746-532	Ist das Kind irritiert, dass keine Überträge vorkommen?
b) 985-364	
c) 427-212	

Aufgabentyp 2: Ein Übertrag, keine Null

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 713-281	Schreibt das Kind den Übertrag an die richtige Stelle? Kann das Kind erklären, welche Bedeutung der Übertrag hat? (Was bedeutet die 1? / Warum hast du da eine 1 hingeschrieben? Wo kommt der Übertrag her?)
b) 634-317	
c) 536-217	

Aufgabentyp 3: Null im Minuenden

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 701-698	Führt das Kind die Überträge korrekt aus? Ergänzt das Kind zur Null im Minuenden?
b) 7705-4621	
c) 560-321	

Aufgabentyp 4: Null im Subtrahenden

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 687-305	Macht das Kind Fehler aufgrund der Nullen? (z.B. addieren statt subtrahieren; kein Übertrag zur Null hin?)
b) 715-603	
c) 7726-5007	

Aufgabentyp 5: Null im Ergebnis

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 736-432	Macht das Kind unnötigerweise einen Übertrag bei der Subtraktion von zwei gleichen Ziffern?
b) 815-225	
c) 357-148	

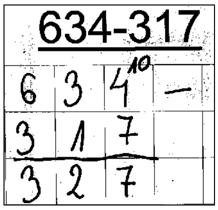
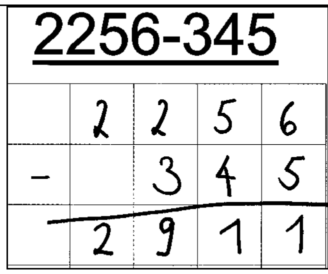
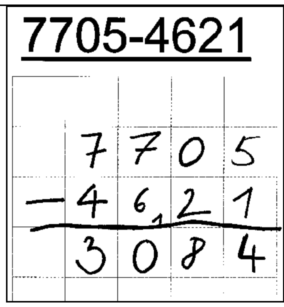
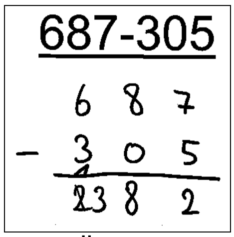
Aufgabentyp 6: unterschiedliche Stellenzahl

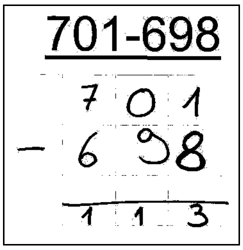
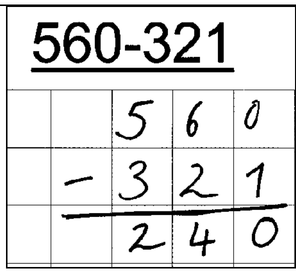
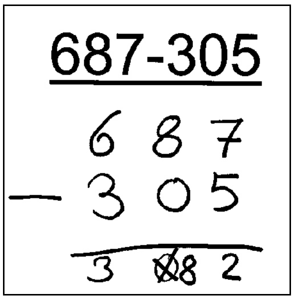
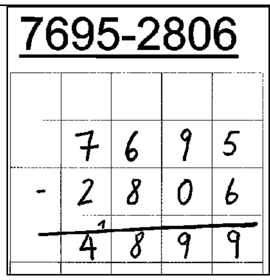
Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 5736-623	Schreibt das Kind die Aufgabe stellengerecht auf? Wie geht es mit der „fehlenden" Stelle im Subtrahenden um?
b) 7705-462	
c) 2256-345	

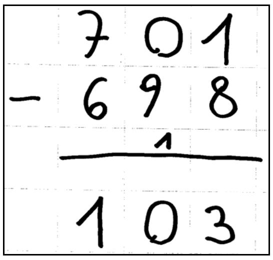
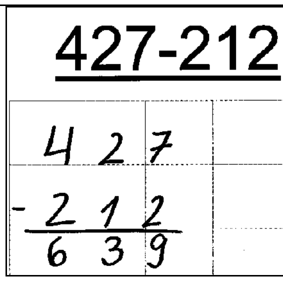
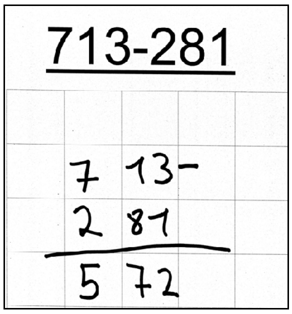
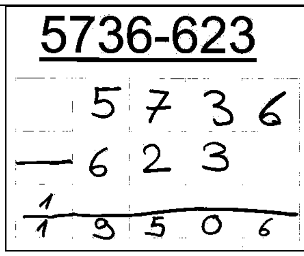
Aufgabentyp 7: selbst eine schwierige Aufgabe erfinden

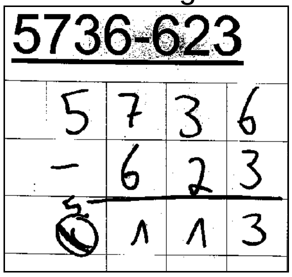
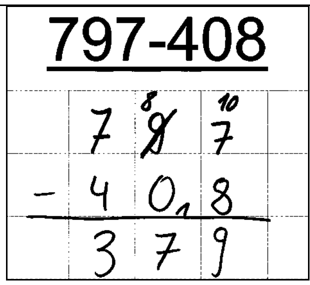
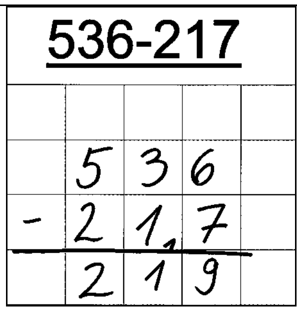
Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
Denke dir selbst eine ganz schwierige Minusaufgabe zum Untereinanderrechnen aus.	Warum empfindet das Kind gerade diese Aufgabe als schwierig? Vermeidet es bestimmte Fehlerquellen?

Typische Fehler bei der schriftlichen Subtraktion - eine Übersicht

Fehlertyp	Beispiel/Erläuterung
Schwierigkeiten mit dem Übertrag	
Generell keine Überträge	Stefanie erweitert die Einerziffer des Minuenden korrekt, macht aber nicht den nötigen Übertrag zur Zehnerziffer des Subtrahenden.  Stefanie
kein Übertrag in die leere(n) Stelle(n)	 Simon
Übertrag bei der Subtraktion zweier gleicher Ziffern	 Silvia
Ein Übertrag zu viel	Öznur macht einen Übertrag in die Hunderterspalte, obwohl die Zehnerziffer im Minuend größer ist als die Zehnerziffer im Subtrahenden.  Öznur

Fehlertyp	Beispiel/Erläuterung
Rechenrichtungsfehler (von links nach rechts statt andersrum)	Wenn die Kinder eine schriftliche Subtraktion von links nach rechts (also in ihrer gewohnten Schreibrichtung) durchführen, kann es zu Fehlern bei den Überträgen kommen, die sich so nicht ohne weiteres durchführen lassen, wie das Beispiel von Bea verdeutlicht.  Bea
Fehler mit der Null	
0-x=0	 Sven
X-0 = 0	Bea ist sich unsicher, wie sie mit der Null im Subtrahenden umgehen soll und rechnet zunächst 8-0=0. Sehen Sie selbst:  Bea
kein Übertrag zur Null	 Michael

Fehlertyp	Beispiel/Erläuterung
kein Übertrag nach der Null	Benjamin macht die Überträge bei anderen Aufgaben richtig. Doch als eine 0 im Zehner des Minuenden auftritt, erweitert er diese korrekterweise auf 10, macht dann aber keinen Übertrag zum Subtrahenden der Hunderterspalte.  Benjamin
Weitere Fehler	
Addition statt Subtraktion	 Maja
Spaltenweise Unterschiedsbildung:	Metin zieht permanent die größere von der kleineren Ziffer ab:  Metin
Falsches Stellenwertverständnis: (die Aufgabe wird nicht stellengerecht untereinander geschrieben)	 Bea

Fehlertyp	Beispiel/Erläuterung
Schwierigkeiten durch unterschiedliche Stellenzahl:	Jessica ist sich unsicher, wie sie mit der unterschiedlichen Stellenzahl von Minuend und Subtrahend umgehen soll.  Jessica
Vermischen verschiedener Übertragstechniken	 Tom
Einspluseinsfehler	 Friederike

Zum Weiterlesen:

www.kira.tu-dortmund.de

PADBERG, F. (2005): Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (3. Auflage). München, Elsevier, S. 222-251.

RADATZ, H.; SCHIPPER, W.; DRÖGE, R. & EBELING, A. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover, Schroedel, S. 132; 137-140.

Informativer Aufgabensatz zur schriftlichen Multiplikation

Im Folgenden finden Sie eine mögliche Zusammenstellung von Aufgaben zur schriftlichen Multiplikation. Der Aufgabensatz dient dazu herauszufinden, wie sicher die Kinder das Verfahren der schriftlichen Multiplikation beherrschen, welche Fehler sie dabei ggf. (wiederholt) machen und inwiefern sie dieses schriftliche Verfahren auch tatsächlich verstehen.

Anmerkung: Für die Beantwortung einiger der folgenden Fragen reicht eine rein schriftliche Bearbeitung nicht aus. Man erhält erst durch Nachfragen Informationen dazu.

Beobachtungshinweise:

- Wie geht das Kind vor? (Rechenrichtung, Sprechweise)
- Notiert das Kind die Teilergebnisse stellengerecht?
- Addiert es die Teilergebnisse stellengerecht?
- Wird die Aufgabe korrekt gelöst? Wenn nein, welche Fehler treten auf? (Warum?)
- Wie geht das Kind mit den Überträgen um? Kann das Kind erklären, welche Bedeutung der Übertrag hat? Führt das Kind die Überträge korrekt aus?

Übergeordnete Fragen zum Verständnis des schriftlichen Algorithmus der Multiplikation:

- Kann das Kind erklären, warum es den niedrigen Stellenwert notiert und den höheren zum nächsten Stellenwert addiert *(„*Warum schreibst du die 1 hin und addierst/merkst dir die zwei?“ – dabei auf den Stellenwert mit dem Übertrag zeigen*)*
- Kann das Kind erklären, warum die Teilergebnisse schräg eingerückt (stellengerecht) notiert werden? („Warum schreibst du das nicht direkt untereinander?“)
- Kann das Kind erklären, warum die Teilergebnisse addiert werden? („Warum musst du die Zahlen addieren?)
- Kann das Kind die Rechenrichtung von rechts nach links begründen? („Warum fängst du nicht vorne an zu rechnen?)

Aufgabenstellung für die Kinder

Schreibe stellengerecht untereinander und rechne.

Aufgabentyp 1: Kein Übertrag, keine Null

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
a) 232 · 23	Ist das Kind irritiert, dass keine Überträge vorkommen?

Aufgabentyp 2: Zwei gleiche Ziffern nebeneinander

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
b) 249 · 33	Ist das Kind irritiert, dass zwei gleiche Teilergebnisse auftreten? Nutzt es das erste Teilergebnis oder rechnet es erneut?
c) 344 · 28	

Aufgabentyp 3: Übertragsziffer wird zur Null addiert

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
d) 453 · 61	Macht das Kind Fehler aufgrund der Null im Teilprodukt?
e) 643 · 52	

Aufgabentyp 4: Addition einer Übertragszahl erzeugt eine Zehnerzahl

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
f) 468 · 340	Notiert das Kind die durch den Übertrag entstehende Null? <u>468 · 340</u> 1404 … Notiert es eine Nullreihe?
g) 534 · 6	

Aufgabentyp 5: Addition einer Übertragszahl führt zur Zehnerüberschreitung

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
h) 539 · 97	Wie geht das Kind mit dem hohen Übertrag um?
i) 68 · 8	

Aufgabentyp 6: Von Null verschiedene Faktoren ergeben eine Null

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
j) 135 · 62	Ist das Kind irritiert, dass eine Null im Teilergebnis notiert wird?
k) 28 · 51	

*** Aufgabentyp 7: schwierige Aufgaben erfinden**

Aufgabe	Aufgabenspezifische Beobachtungshinweise
Erfinde und rechne zwei eigene schwere Multiplikationsaufgaben.	Warum empfindet das Kind gerade diese Aufgaben als schwierig? Vermeidet es bestimmte Fehlerquellen?

Typische Fehler bei der schriftlichen Multiplikation - eine Übersicht

Fehlertypen	**Erläuterung** (ROT: Stellen an denen der jeweilige Fehler erstmals sichtbar wird)
Fehler mit der Null	
• Einmaleinsfehler: $0 \cdot a = a$	432·40 1728 432 17712
$a \cdot 0 = a$	430·42 1724 860 18100
• Stellenwertfehler: Null im Multiplikator wird nicht beachtet	432·40 1728
Null im Multiplikanden wird nicht beachtet	204·63 144 72 1512
Fehler mit der Eins Einmaleinsfehler: $a \cdot 1 = 1$	321·24 641 681 7091
Stellenwertfehler die Teilprodukte werden falsch angeordnet oder unsauber aufgeschrieben: Ziffern stehen nicht stellengerecht untereinander	123·45 123·45 492 492 615 615 1107 6642
Übertragsfehler	
• die Übertragsziffer wird als zusätzliche Ziffer im Teilprodukt notiert	352·44 12208 12208 134288
• Einerziffer statt Zehnerziffer als Übertragsziffer notiert	238·4 4x8=32, 3 aufschreiben, 2 merken 1213 4x3=12, 12+2 =14, 1 aufschreiben, 4 merken…

• Überträge bei der Multiplikation vergessen	426· 43 1684 1268 18108
• Übertrag bei der Addition vergessen oder falsch	123·45 492 615 4535
• Überträge werden aufgeschrieben und falsch gedeutet	36458·7 7x8=56, 7x(4+5)=63, 7x(3+6)=63 6336
Einmaleinsfehler unabhängig von Fehlern mit 0 und 1 • Einmaleinsfehler der Nähe: Ermitteln des Produkts über schrittweises Zählen und dabei +/- 1 Fehler bei … ❖ … der Anzahl der Teilschritte ❖ … einzelnen Additionen	7·8=48, 8·6=42 7·8=57, 7·8=55

(vgl. Padberg & Benz 2011, S. 278-283)

Zum Weiterlesen:

www.kira.tu-dortmund.de

PADBERG, F. & BENZ, Ch. (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag, S. 278-283.

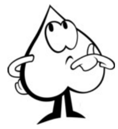
RADATZ, H.; SCHIPPER, W.; DRÖGE, R. & EBELING, A. (2000): Handbuch für den Mathematikunterricht. 4. Schuljahr. Hannover, Schroedel, S. 92-103.

Name:________________ Datum: _____________

Addieren im 1000er Raum

Aufgabe 1

Rechne die Aufgabe aus. Schreibe immer auch deinen Rechenweg auf.



a) 523+245 = ________________________

b) 637+241 = ________________________

c) 469+574= ________________________

d) 815+327 = ________________________

e) 429+212 = ________________________

f) 719+39 = ________________________

g) 399+473 = ________________________

h) 226+225 = ________________________

i) 612+329= ________________________

Aufgabe 2

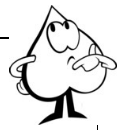
a) Tom rechnet die Aufgabe 439+527 so: <u>439+527=966</u>

440+527=967
967- 1=966

Erkläre, wie Tom gerechnet hat.

b) Tom rechnet natürlich nicht alle Aufgaben so. Welche dieser Aufgaben würde er wahrscheinlich so ähnlich rechnen? Kreise ein.

126+213= 345+421= 234+519= 624+167=

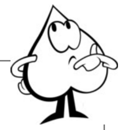


Warum meinst du, dass es diese Aufgaben sind?

Rechne deine eingekreisten Aufgaben wie Tom.

Aufgabe 3

Sieh dir noch einmal alle Aufgaben aus Aufgabe 1) an. Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwierig? Warum?

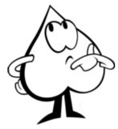


Einfache Aufgabe:	Schwierige Aufgabe:
Diese Aufgabe finde ich einfach, weil …	Diese Aufgabe finde ich schwierig, weil …

Name:________________ Datum: _____________

Subtrahieren im 1000er Raum

Rechne die Aufgabe aus. Schreibe immer auch deinen Rechenweg auf.



Aufgabe 1

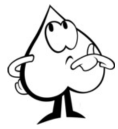
a) 64-37= ________ b) 87-55= ________ c) 263-211= ________

Aufgabe 2

a) 96-41= ________ b) 95-53= ________ c) 187-125= ________

Aufgabe 3

a) 86-59= ________ b) 133-45= ________ c) 952-199= ________



Aufgabe 4

a) 599-234= ______ b) 351-178= ______ c) 238-135= ______

Aufgabe 5

a) 151-122= ______ b) 123-54= ______ c) 375-46= ______

Aufgabe 6

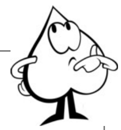
a) 630-450= ______ b) 543-246= ______ c) 333-212= ______

Aufgabe 7

a) 34 198 - 17 065 = ____________ b) 34 198 – 17210 = ____________

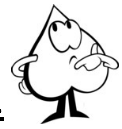
c) Sieh dir zum Abschluss noch einmal alle Aufgaben an.

Welche Aufgabe war besonders einfach? Welche Aufgabe war besonders schwierig? Warum?



Einfache Aufgabe:	Schwierige Aufgabe:
Diese Aufgabe finde ich einfach, weil …	Diese Aufgabe finde ich schwierig, weil …

Immer Minus



Schreibe stellengerecht untereinander und rechne.

Aufgabe 1

a) 746-532	b) 985-364	c) 427-212

Aufgabe 2

a) 713-281	b) 634-317	c) 536-217

Aufgabe 3

a) 701-698	b) 7705-4621	c) 560-321

Aufgabe 4

a) 687-305	b) 715-603	c) 7726-5007

Aufgabe 5

a) 736-432	b) 815-225	c) 357-148

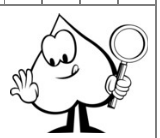
Aufgabe 6

a) 5736-623	b) 7705-462	c) 2256-345

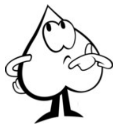
Aufgabe 7

Denke dir selbst eine ganz schwierige Minusaufgabe zum Untereinanderrechnen aus.

Begründe: Diese Aufgabe ist besonders schwierig, weil…



Name:________________ Datum: ____________



Schriftlich multiplizieren

Schreibe stellengerecht untereinander und rechne.

Aufgabe 1

a) 232 · 23	b) 249 · 33	c) 344 · 28
d) 453 · 61	e) 643 · 52	f) 468 · 340
g) 534 · 6	h) 539 · 97	i) 68 · 8
j) 135 · 62	k) 28 · 51	

Aufgabe 2

Erfinde und rechne zwei eigene schwere Multiplikationsaufgaben.

Begründe: Diese Aufgaben sind besonders schwierig, weil…