



### Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen

#### Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 1

#### Teil I: Rechnen auf eigenen Wegen - Das „**ICH – DU – WIR** - Prinzip“

##### DARUM GEHT ES

Traditionell wird zwischen drei Hauptmethoden des Rechnens unterschieden: dem mündlichen, dem halbschriftlichen und dem schriftlichen Rechnen. Beim halbschriftlichen Rechnen werden im Kopf durchgeführte Berechnungen durch schriftliche Aufzeichnungen unterstützt. Man spricht daher auch von „gestütztem Kopfrechnen“ (vgl. RADATZ u. a. 1999, S. 82). Da die Kinder beim halbschriftlichen Rechnen mit Zahlgantheiten und nicht mit Ziffern rechnen, ordnet man es ebenso wie das mündliche Rechnen dem „Zahlenrechnen“ (vgl. Lehrplan, S. 62) zu.

##### Hauptstrategien der halbschriftlichen Addition und Subtraktion

Das zentrale Kennzeichen des halbschriftlichen Rechnens ist die Zerlegung von Aufgaben in leichtere Teilaufgaben. Einzelne Rechenschritte werden notiert, bis abschließend das Gesamtergebnis ermittelt ist.

Es zeichnet sich durch folgende Charakteristika aus:

- Die Rechenwege sind im Gegensatz zu den schriftlichen Algorithmen nicht vorgegeben.
- Die Notationsweise ist nicht festgelegt. Die Kinder notieren nicht unbedingt alle Teilschritte.
- Welche Lösungsstrategie - aus der Sicht geübter Rechner - sinnvoll oder weniger sinnvoll ist, hängt von den Zahlenwerten der jeweiligen Aufgabe ab.

Die Lösungswege können in der Regel folgenden Hauptstrategien zugeordnet werden, auch wenn die Schülerinnen und Schüler bisweilen deren Zwischen- und Vorformen zum Einsatz bringen. ☐

##### Hauptstrategien der halbschriftlichen Addition

Strategie	Beschreibung	Beispiel
<b>1. Schrittweise</b>	Ein Summand wird hierbei (meistens in Stellenwerte) zerlegt und schrittweise addiert. Die Vorgehensweisen und Notationen sind dabei durchaus unterschiedlich, z.B.: HZE + H, dann + Z, dann + E <i>oder</i> HZE + E, dann + Z, dann + H	$399 + 473 = 872$ $399 + 400 = 799$ $799 + 70 = 869$ $869 + 3 = 872$

##### Schuljahr 3

(mit variiertem Zahlenmaterial ist auch ein Einsatz in Klasse 2 möglich)

##### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen - Schwerpunkt Zahlenrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein, argumentieren



<b>2. Stellenweise</b>	Beide Summanden werden in Stellenwerte zerlegt. H+H, Z+Z, dann E+E, oder E+E, dann Z+Z, H+H. Anschließend wird die Gesamtsumme ermittelt. Dieses, optimaler Weise durch das Dienes-Material (Zehner-System-Blöcke) veranschaulichte, Vorgehen bereitet den schriftlichen Algorithmus der Addition vor, (vgl. Lernweg, Teil II: „Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen“; auch: Haus 5, FM, Modul 5.3).	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 300 + 400 = 700 \\ 90 + 70 = 160 \\ 9 + 3 = 12 \end{array}$
<b>3. Mischform aus Stellenweise und Schrittweise</b>	Z.B.: Beide Summanden werden zunächst in Stellenwerte zerlegt, die Zehner oder Einer miteinander verknüpft, dann folgt schrittweises Vorgehen.	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 90 + 70 = 160 \\ 160 + 9 = 169 \\ 169 + 3 = 172 \\ 172 + 300 = 472 \\ 472 + 400 = 872 \end{array}$
<b>4. Hilfsaufgabe</b>	Die Kinder suchen sich ähnliche Aufgaben, bei denen es leichter ist, das Ergebnis zu ermitteln und verändern eine Zahl (oder beide Zahlen) zum vollen Zehner oder Hunderter. Dann erfolgt eine nachträgliche Korrektur.	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 400 + 473 - 1 = 872 \end{array}$
<b>5. Vereinfachen</b>	Vereinfachungen werden beispielsweise durch das gegensinnige Verändern der beiden Summanden vorgenommen.	$\begin{array}{r} 399 + 473 = 872 \\ 400 + 472 = 872 \end{array}$

### Hauptstrategien der halbschriftlichen Subtraktion

Strategie	Beschreibung	Beispiel
<b>1. Schrittweise</b>	Der Subtrahend wird hierbei (meistens in Stellenwerte) zerlegt und schrittweise vom Minuenden subtrahiert. Die Vorgehensweisen und Notationen sind dabei durchaus unterschiedlich.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ 526 - 200 = 326 \\ 326 - 80 = 246 \\ 246 - 3 = 243 \end{array}$



<b>2. Stellenweise</b>	Die Subtraktion verläuft stellenweise, hier werden Hunderter, Zehner und Einer werden getrennt voneinander subtrahiert.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 300 - 60 + 3 = 243 \\ \hline 500 - 200 \\ 26 - 80 \\ 6 - 3 \end{array}$
<b>3. Stellenweise mit Wechseln / Eintauschen</b>	Die Subtraktion verläuft ebenfalls stellenweise, beginnend allerdings beim kleinsten Stellenwert. Sofern eine Subtraktion im Sinne des Wegnehmens nicht möglich ist, wird im nächst höheren Stellenwert eingetauscht, z. B. ein Hunderter in 10 Zehner. Dieses durch das Dienes-Material zu veranschaulichende Vorgehen bereitet den schriftlichen Algorithmus (Entbündeln) vor, (vgl. Lernweg, Teil II: „Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen“; auch: Haus 5, FM, Modul 5.3).	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 3 + 40 + 200 = 243 \\ \hline 6 - 3 \\ 120 - 80 \\ 400 - 200 \end{array}$
<b>4. Mischform aus Stellen- und Schrittweise</b>	Minuend und Subtrahend werden in ihre Stellenwerte zerlegt. Zuerst werden hier die Hunderter voneinander subtrahiert. Dann wird schrittweise weiter gerechnet.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ \hline 500 - 200 = 300 \\ 300 - 80 = 220 \\ 220 - 3 = 217 \\ 217 + 26 = 243 \end{array}$
<b>5. Hilfsaufgabe</b>	Bei Auf- oder Abrunden einer Zahl auf den nächsten vollen Zehner oder Hunderter mit nachträglicher Korrektur werden Hilfsaufgaben genutzt.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ \hline 526 - 300 = 226 \\ 226 + 17 = 243 \end{array}$
<b>6. Vereinfachen</b>	Minuend und Subtrahend werden nach dem Gesetz der Konstanz der Differenz gleichsinnig verändert.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 243 \\ \hline 543 - 300 = 243 \end{array}$
<b>7. Ergänzen</b>	Vom Subtrahenden wird schrittweise zum Minuenden ergänzt. Diese Strategie kann auch als Sonderfall der Strategie Schrittweise aufgefasst werden.	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 17 + 200 + 26 = 243 \\ \hline 300 \\ 500 \\ 526 \end{array}$
<b>8. Stellengerechtes Ergänzen</b>	Dieser Sonderfall des Ergänzens bereitet den schriftlichen Algorithmus (Auffüllen, auch: „Zählermodell“) vor (vgl. Lernweg, Teil II: „Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen“; auch: Haus 5, FM, Modul 5.3).	$\begin{array}{r} 526 - 283 = 3 + 40 + 200 = 243 \\ \hline 286 \\ 326 \\ 526 \end{array}$



Wie oben erwähnt, hängt es von der jeweiligen Aufgabe ab, welche Lösungsstrategie besonders sinnvoll („geschickt“) ist. Eine Studie von SELTER (1999) zeigte, dass beim halbschriftlichen Rechnen etwa 80% der Kinder die Strategien „Stellenweise“ und „Schrittweise“ verwenden, auch bei Aufgaben, bei denen die Strategien „Hilfsaufgabe“ oder „Vereinfachen“ geschickter wären, wie z.B.  $399 + 473$  oder  $823 - 699$ .

Das liegt u.a. auch am erteilten Unterricht: Häufig erhalten die Kinder wenig oder keine Gelegenheit, tatsächlich „eigene Rechenwege“ zu entwickeln. Da vielen KollegInnen die Anregungen fehlen, wie sie das selbstständige Entwickeln von Rechenstrategien initiieren können, werden die beiden Hauptstrategien „Schrittweise“ und „Stellenwerte extra“ den Schülerinnen und Schülern – wie der schriftliche Algorithmus - „beigebracht“. Daher können die Kinder keine Rechenstrategien und Zerlegungsmöglichkeiten nutzen.

Dieses Vorgehen widerspricht den im Lehrplan formulierten Kompetenzerwartungen:

## ZIELE

### Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 (Lehrplan Mathematik Nordrhein-Westfalen 2008)

#### *Zahlen und Operationen – Zahlenrechnen*

„Die Schülerinnen und Schüler beschreiben und bewerten unterschiedliche Rechenwege unter dem Aspekt des vorteilhaften Rechnens und stellen sie übersichtlich schriftlich dar“ (S. 62).

#### *Problemlösen/kreativ sein*

„Die Schülerinnen und Schüler überprüfen ihre Ergebnisse auf ihre Angemessenheit, finden und korrigieren Fehler, vergleichen und bewerten verschiedene Lösungswege (reflektieren und überprüfen“; S. 59).

#### *Argumentieren*

„Die Schülerinnen und Schüler erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen und vollziehen Begründungen anderer nach (begründen“; S. 60).

#### *Darstellen/Kommunizieren*

„Die Schülerinnen und Schüler entwickeln und nutzen für die Präsentation ihrer Lösungswege, Ideen und Ergebnisse geeignete Darstellungsformen und Präsentationsmedien (...) und stellen sie nachvollziehbar dar (z.B. im Rahmen von Rechenkonferenzen) (präsentieren und austauschen“; S. 60).



Für das Vorgehen im Unterricht leitet sich aus den vorangegangenen Aussagen die folgende Leitfrage für den 1. Teil der Unterrichtsreihe ab:

LEITFRAGE

„Wie muss ich als Lehrer/in meinen Unterricht planen und durchführen, damit die Kinder „auf eigenen Wegen“ rechnen, also Aufgaben mit ihren eigenen Mitteln unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (möglichst vorteilhaft) mündlich oder halbschriftlich (auch unter Nutzung von Zwischenformen) lösen?“

SO KANN ES GEHEN - VORSCHLÄGE ZUM AUFBAU DES LERNWEGS

Wesentliches Leitprinzip ist hierbei das dialogische Lernen, das sog. „Ich-Du-Wir-Prinzip“ (vgl. GALLIN & RUF 1990 und Infopapier zum Thema: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5\\_-\\_Individuelles\\_und\\_gemeinsames\\_Lernen/IM/Informationstexte/H5\\_IM\\_Dialogisches\\_Lernen\\_von\\_Sprache\\_und\\_Mathematik.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/H5_IM_Dialogisches_Lernen_von_Sprache_und_Mathematik.pdf)):

Die nachstehend skizzierte Unterrichtsreihe (vgl. auch: SUNDERMANN & SELTER 1995; SUNDERMANN 1999) zeigt beispielhaft auf, wie Kinder zunächst auf *eigenen*, informellen *Wegen* Strategien zum halbschriftlichen additiven Rechnen im Tausenderraum entwickeln können (1. **Ich-Phase**), um diese dann in Kooperation und Kommunikation mit anderen Kindern sich gegenseitig vorzustellen (2. **Du-Phase**) und schließlich weniger fehleranfällige und zeitaufwändige Strategien zu favorisieren und Kenntnisse von und Kompetenzen im Umgang mit "regulären" *Rechenwegen* zu erwerben (3. **Wir-Phase**).

Verkürzt:  
Vom  
über das  
zum

- 1. 'Wie mache ich es?'
2. 'Wie machst du es?'
3. 'Wie macht man es?'

Dabei sind die Aufgaben so gewählt worden, dass sie ‚hineingedachte Lösungsstrategien‘ implizieren, so dass diese im sich anschließenden Unterricht weiter thematisiert werden können. Hierzu finden Sie zu beiden Operationen Übersichten im Lehrermaterial (vgl. Abbildungen rechts oben), die illustrieren, welche Strategie bei welcher Aufgabe als „geschickt“ einzuschätzen ist.

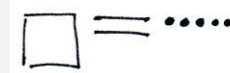
Zentrale „Forschermittel“, also Anschauungs- und Darstellungsmittel (vgl. Haus 1, IM: Video „Forschermittel“ und UM: Entdecker-Päckchen, 2. Einheit), sind hierbei auf der Handlungsebene die Zehner-System-Blöcke („Dienes-Material“) sowie auf der ikonische Ebene die Strich-Punkt-Darstellung („Oehl’sche Darstellung“) und der Rechenstrich („leere Zahlenstrahl“).

Übersicht Rechenwege Addition

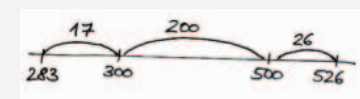
Übersicht Rechenwege Subtraktion



Zehner-System-Blöcke



Strich-Punkt-Darstellung



Rechenstrich



Das Unterrichtsmaterial zum Teil 1 des Lernwegs (vgl. zum Gesamtvorhaben: Haus 5, UM, *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung*) gliedert sich wie folgt:

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

- 1. Einheit: Eingangs-Standortbestimmung
- ICH** 2. Einheit: So rechne ich! – Wie rechnest du?
- DU** 3. Einheit: Rechne wie ...
- WIR** 4. Einheit: Rechne möglichst schlau!
- 5. Einheit: Abschluss-Standortbestimmung



Zunächst wird die Reihe zur Addition durchgeführt.

Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Addition anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Anschließend wird die Reihe zur Subtraktion durchgeführt. Hier wird analog zur Addition verfahren.

Detaillierte sachliche und methodische Informationen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 1*.

Ein *Informationspapier für Eltern* zum Thema „Verschiedene Rechenmethoden“ finden Sie im IM des Hauses 5.



**Literaturhinweise**

GALLIN, Peter & Urs RUF (1990): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Zürich: LCH; 1998 neu verlegt in Seelze bei Kallmeyer

RADATZ, Hendrik et al. (1999): Addition und Subtraktion. In: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 73 – 89

SELTNER, Christoph (1999): Flexibles Rechnen statt Normierung auf Normalverfahren. In: Ders. (Hg.): Flexibles Rechnen. Die Grundschulzeitschrift H. 125, S. 6 - 11

SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G.N. & E. Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 165- 178

SUNDERMANN, Beate (1999): Rechentagebücher und Rechenkonferenzen. Für Strukturen im offenen Unterricht. In: Grundschule H.1, S. 48 – 50

Weitere Informationen finden Sie auf der Website unseres Partner-Projektes KIRA  :

Vorgehensweisen bei der halbschriftlichen Addition: [www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idcat=248&lang=8](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=248&lang=8)

Vorgehensweisen bei der halbschriftlichen Subtraktion: [http://www.kira.tu-dortmund.de/front\\_content.php?idcat=249&lang=8](http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=249&lang=8)