



## Haus 1

# Mathematische und didaktische Informationen zum Thema „Wahrscheinlichkeiten“ sowie zum Spiel „Ziffernkarten ziehen“

### Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Grundschule?

Die inhaltbezogene Kompetenz „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ ist seit 2008 fester Bestandteil des Lehrplans Mathematik für das Bundesland Nordrhein-Westfalen. Zu den dort angegebenen Kompetenzerwartungen für das Ende des vierten Schuljahres gehören die folgenden beiden Punkte:

„Die Schülerinnen und Schüler

- *bestimmen die Anzahlen verschiedener Möglichkeiten im Rahmen einfacher kombinatorischer Aufgabenstellungen*
- *beschreiben die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen (sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie)“*

(MSW NRW 2008, S.66).

Bereits in der Grundschule sollen also erste Grundlagen zu diesem Thema geschaffen werden. Dies ist deshalb sinnvoll, weil die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs Zeit benötigt (vgl. Eichler 2010, S.8) und oftmals Fehlvorstellungen vorherrschen, die, sofern sie unhinterfragt und unreflektiert bleiben, die Aneignung stochastischer Vorstellungen erschweren können (vgl. Prediger 2005). Jedoch sollte man bedenken, dass Elemente der kombinatorischen Anzahlbestimmung und Wahrscheinlichkeitsrechnung sich mit Grundschulkindern nur an realen Situationen aus ihrer Lebenswirklichkeit erarbeiten lassen (vgl. Bobrowski 2010, S. 4). Besonders spielerische Anlässe bieten sich an, um Gespräche über Zufall und Wahrscheinlichkeiten anzuregen, da sie eng mit der Lebenswirklichkeit der Kinder verbunden sind (vgl. Eichler 2010, S.8).

Zunächst soll hier ein kurzer mathematischer Überblick über das Thema „Wahrscheinlichkeiten“ und über typische Fehlvorstellungen gegeben werden, um dann das der Unterrichtseinheit „Reines Glück oder doch nicht? – Wir werden Spielforscher“ zugrunde liegende Spiel „Ziffernkarten ziehen“ näher zu beschreiben und didaktische Hinweise zu geben. (Das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ entstand aus einer Kombination der Spiele von Schwarzkopf 2004, S. 32 - 34 und Spiegel & Selzer 2008, S. 57.)

### Der Begriff der Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeiten geben an, mit welchem Grad an Sicherheit ein zufälliges Ergebnis eintreffen wird. Allgemein lässt sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnen, indem man den Quotienten aus der Anzahl der für das Ereignis günstigen und der Anzahl aller möglichen Versuchsausgänge bestimmt. Dabei erhält man Werte zwischen 0 und 1, wobei 1 für *sicher*, 0 für *unmöglich* und Werte dazwischen für *wahrscheinlich* (mit einer jeweiligen Tendenz zu *sicher* bzw. *unmöglich*) stehen. Für die Grundschule sollte man sich auf die Verwendung der Begriffe *sicher*, *wahrscheinlich* und *unmöglich* beschränken und auf die Arbeit mit Zahlenwerten verzichten (vgl. Hahn, Kahnt & Maurer 2009, S.9-12).

Die Angabe einer Wahrscheinlichkeit kann allerdings nicht das Eintreten eines Ereignisses vorhersagen. Die Wahrscheinlichkeit gibt einzig Auskunft darüber, wie groß die Chance ist, dass das gewünschte Ergebnis eintritt (vgl. ebd. S.10). Nach dem *Gesetz der großen Zahlen* nähert sich bei einer sehr großen Anzahl von Versuchen die relative Häufigkeit der günstigen Ereignisse (Verhältnis aus der Anzahl des Eintretens des Ereignisses zur



Gesamtzahl der Versuche) der theoretisch berechneten Wahrscheinlichkeit an (vgl. Eichler 2010, S.9).

## Fehlvorstellungen

Häufig ist zu beobachten, dass Kinder aus ihrem Alltag, z.B. aus den Handlungen von Erwachsenen, heraus Fehlvorstellungen zum Thema „Zufall“ und „Wahrscheinlichkeiten“ entwickelt haben. So ist es denkbar, dass verborgene Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Versuchen angenommen werden (Kompensationsargument), also dass ein vorheriges Ereignis beeinflusst, welches Ereignis im Versuch danach wahrscheinlich ist. Ebenso kann die Vorstellung existieren, der Zufall würde „unregelmäßige“ Ereignisse produzieren (beispielsweise beim Lotto: 1-2-3-4-5-6 ist unwahrscheinlicher als 2-6-12-15-26-39). Auch wird oft geringe Wahrscheinlichkeit mit Unmöglichkeit sowie hohe Wahrscheinlichkeit mit Sicherheit verwechselt. Ebenso denkbar sind Vorstellungen, dass bestimmte Glück bringende Handlungen, wie Augenschließen o.ä., den Versuchsausgang beeinflussen können (vgl. Eichler 2010, S. 8).

## Wahrscheinlichkeiten im Spiel ‚Ziffernkarten ziehen‘

Besonders das *Gesetz der großen Zahlen* wird für die Unterrichtseinheit „Reines Glück oder doch nicht? – Wir werden Spielforscher“ genutzt. Im Spiel „Ziffernkarten ziehen“ hat ein Spieler eine fünfmal so große Gewinnwahrscheinlichkeit wie der andere. (Warum dies so ist, wird im Folgenden noch näher erläutert.) Nach dem *Gesetz der großen Zahlen* wird dieser Spieler bei einer großen Anzahl von Spielrunden ungefähr fünfmal häufiger gewinnen als der andere Spieler. Natürlich wird dies die Kinder ärgern, aber gerade deshalb haben sie eine Motivation, zu ergründen, woran es liegt, dass einer der beiden Spieler viel häufiger gewinnt als der andere. Die Kinder werden also durch intrinsische Beweggründe, dazu gebracht das Thema „Wahrscheinlichkeit“ zu erforschen (vgl. Eichler 2010, S. 8).

Aber wieso hat denn nun einer der Spieler eine fünfmal höhere Gewinnchance? Grundlage des Spiels sind ein Spielfeld und vier Ziffernkarten, welche in einem Beutel sind (vgl. Abbildungen 1 und 2). Aus diesem Beutel werden jeweils nacheinander zwei Ziffernkarten gezogen und auf den dafür vorgesehenen Feldern des Spielfeldes platziert. Anschließend wird das Ergebnis der sich ergebenden Malaufgabe errechnet. Einer der Spieler bekommt einen Punkt bei geraden Ergebnissen, der andere bei ungeraden. Gewonnen hat, wer zuerst drei Punkte hat (vgl. Spielregeln in Abbildung 3).

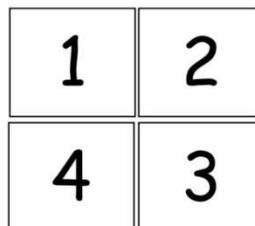


Abb. 1: Ziffernkarten

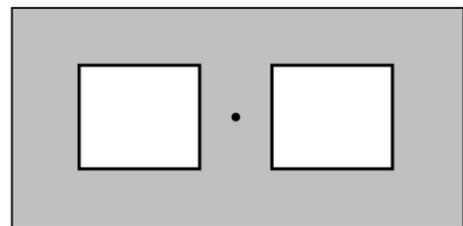


Abb. 2: Spielfeld

### Spielregeln „Ziffernkarten ziehen“

Zieht nacheinander je eine Karte aus dem Beutel und legt sie auf das Feld auf eurer Seite des Spielfeldes! Berechnet das Ergebnis der Malaufgabe!

Spieler 1 bekommt einen Punkt, wenn das Ergebnis gerade ist.

Spieler 2 bekommt einen Punkt, wenn das Ergebnis ungerade ist.

Wer zuerst 3 Punkte hat, gewinnt das Spiel.



Abb.3: Spielregeln

Um Einsicht in die Gewinnwahrscheinlichkeiten der Spieler zu erlangen, muss man sich die Aufgaben ansehen, die aus den vorhandenen Karten gezogen werden können. Es handelt sich hierbei um eine kombinatorische Aufgabe des Typs „Variation ohne Wiederholung“ (vgl. Spiegel & Selter 2004, S. 294). Eine effektive Möglichkeit, die auch Kinder oft eigenständig entwickeln und nutzen, um alle Aufgaben zu finden, ist das systematische Aufschreiben in einer Liste (vgl. Ruwisch 2010, S. 5), beispielsweise geordnet nach dem ersten Faktor der Malaufgabe:

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$1 \cdot 3 = 3$$

$$1 \cdot 4 = 4$$

$$2 \cdot 1 = 2$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$4 \cdot 1 = 4$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$4 \cdot 3 = 12$$



Betrachtet man alle 12 Aufgaben, die gezogen werden können, wird deutlich, dass davon nur zwei Aufgaben (grün markiert) ein ungerades Ergebnis haben und zehn ein gerades. Der Spieler, der bei den geraden Ergebnissen gewinnt, hat also fünfmal so viele günstige Ergebnisse und somit bei jedem Zug eine fünfmal so hohe Wahrscheinlichkeit wie der andere Spieler, einen Punkt zu bekommen. Wie bereits oben geschildert, merken die Kinder dies sehr schnell. Auch kommen sie schnell auf die Idee, sich die möglichen Aufgaben anzusehen, da ihnen ebenfalls meist bereits nach nur wenigen Spielrunden auffällt, dass der Spieler mit den ungeraden Zahlen nur bei zwei der Aufgaben gewinnt, während es für den anderen Spieler mehrere Aufgaben gibt.

Das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ bietet den Kindern also die Möglichkeit, je nach Vorwissen zunächst grundlegende Erfahrungen mit zufälligen Ereignissen zu machen. So können sie entdecken, dass bestimmte Ereignisse häufiger auftreten als andere, was dazu motivieren kann, darüber nachzudenken, ob dies Zufall ist oder ob es eine andere Erklärung dafür gibt. Die Kinder werden dazu veranlasst, das Spiel systematischer zu analysieren und über Wahrscheinlichkeiten von bestimmten Ziffernkombinationen nachzudenken (vgl. Eichler 2010, S.8).

### Zusätzliche Potenziale des Spiels „Ziffernkarten ziehen“

Das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ bietet zusätzlich die Möglichkeit, sich mit arithmetischen Bereichen wie den Paritätengesetzen zu beschäftigen. Indem die Kinder sich überlegen, wann das Produkt zweier Zahlen ungerade ist, können sie ebenfalls etwas über das Verhältnis der günstigen Aufgaben der Einzelspieler und somit über deren Gewinnwahrscheinlichkeiten herausfinden. Ein ungerades Ergebnis entsteht nur, wenn beide Faktoren ungerade sind. Sobald ein Faktor gerade ist, wird auch das Produkt gerade. Aus den vier Ziffern kann man nur zwei Aufgaben mit zwei ungeraden Faktoren legen, alle anderen Kombinationen, von denen es wesentlich mehr gibt, haben mindestens einen geraden Faktor und somit ein gerades Ergebnis. Es ist also nicht zwingend nötig, alle möglichen Aufgaben explizit zu finden.

Somit sind verschiedene Zugangsweisen möglich, wodurch man einer heterogenen Schülerschaft gerecht werden kann. Dazu trägt ebenfalls bei, dass das Spiel leicht zu modifizieren ist. So können beispielsweise weitere Ziffernkarten hinzugenommen oder die Gewinnregeln modifiziert werden. Diese Modifikationen können von den Kindern selbst vorgenommen werden, wodurch eine natürliche Differenzierung stattfinden kann und gleichzeitig Einsichten über Wahrscheinlichkeiten gewonnen und vertieft werden können. In der letzten Arbeitsphase der Unterrichtseinheit steht genau dies im Vordergrund. Hier sollen die Kinder das Spiel so verändern, dass es fair wird. Dazu können sowohl die Ziffernkarten als auch die Spielregeln verändert werden.

Eine Möglichkeit, über die Veränderung der Ziffernkarten eine faire Version zu erhalten, ist die Karte mit der 2 wegzulassen und stattdessen eine mit einer 5 in den Beutel zu legen. Nach dem gleichen Prinzip wie oben schreibt man nun alle Aufgaben auf, die man ziehen kann, und markiert jene mit ungeraden Ergebnissen grün:

$1 \cdot 3 = 3$	$3 \cdot 1 = 3$	$4 \cdot 1 = 4$	$5 \cdot 1 = 5$
$1 \cdot 4 = 4$	$3 \cdot 4 = 12$	$4 \cdot 3 = 12$	$5 \cdot 3 = 15$
$1 \cdot 5 = 5$	$3 \cdot 5 = 15$	$4 \cdot 5 = 20$	$5 \cdot 4 = 20$

Es ist augenscheinlich, dass jeder Spieler bei sechs der insgesamt zwölf Aufgaben einen Punkt bekommt, also beide Spieler gleiche Gewinnchancen haben.

Eine mögliche veränderte Gewinnregel, bei der das Spiel fair ist, ist die folgende:

*Spieler A gewinnt bei Produkten, die kleiner oder gleich vier sind, Spieler B bei Produkten, die größer als vier sind.*

Diese Regel klingt zunächst unfair, da für Spieler A nur vier (1 bis 4) Gewinnzahlen zur Verfügung stehen für Spieler B jedoch zwölf (5 bis 16). Vergleicht man jedoch mit der Auflistung aller Aufgaben zu den Ziffernkarten 1 – 4 (siehe oben), erkennt man, dass nicht alle dieser Zahlen mögliche Ergebnisse der Malaufgaben sind und dass sich die Anzahl der möglichen günstigen Versuchsausgänge für beide Spieler auf jeweils sechs beläuft. Somit haben auch hier beide Spieler die gleiche Gewinnchance.

Sicherlich gibt es noch unzählige andere mögliche Variationen, in denen das Spiel fair ist. Die hier angeführten sollen lediglich der exemplarischen Veranschaulichung der Bandbreite der Möglichkeiten und des damit einhergehenden Differenzierungspotenzial dienen.

### Weitere Lernchancen

Die Kinder lernen durch die Beschäftigung mit dem vorgestellten Glücksspiel, sich kritisch gegenüber solchen zu verhalten und ihre Chancen realistisch einzuschätzen. Die Unterrichtseinheit „*Reines Glück oder doch nicht? – Wir werden Spielforscher*“ trägt also auch dazu bei, die Kinder zu mündigen Menschen zu erziehen, die Glücksspielen nicht leichtgläubig begegnen (vgl. Schwarzkopf 2004, S. 32). Dies entspricht gleichsam den Forderungen des Lehrplans für den Mathematikunterricht nach **Anwendungs- und Strukturorientierung**. Demnach sollen sowohl die mathematischen Vorerfahrungen in lebensweltlichen Situationen aufgegriffen werden, als auch Einsichten über die Realität mit Hilfe mathematischer Methoden neu gewonnen, erweitert und vertieft werden (vgl. MSW NRW 2008, S.66). Beides wird bei der Beschäftigung mit diesem Spiel berücksichtigt.

In der gesamten Einheit werden zudem die **prozessbezogenen Kompetenzen** angesprochen:

Sofern Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit noch nicht behandelt wurden, haben die Kinder für solche Aufgabentypen noch keine Strategien entwickelt. Sie stehen vor einem Problem. Um es zu lösen, erschließen sie Zusammenhänge, stellen Vermutungen an, probieren systematisch, reflektieren und prüfen. Wenn sie selbst faire Regeln finden, übertragen, variieren und erfinden sie. Diese Kompetenzen zählen zu der prozessbezogenen Kompetenz *Problemlösen* (vgl. MSW NRW, S.57).

Die prozessbezogene Kompetenz des *Modellierens* wird insofern angesprochen, dass das theoretische Konstrukt der Wahrscheinlichkeit an sich ein Modell ist. Beim Zuschreiben einer Wahrscheinlichkeit wird mit entsprechenden Angaben, die in der Grundschule auf der Ebene der verbalen Beschreibung bleiben, ausgedrückt, mit welchem Grad an Wahrscheinlichkeit ein Ereignis eintreten wird. Somit wird eine reale Situation mathematisch modelliert. Die Kinder wenden folglich Mathematik auf eine konkrete Aufgabenstellung aus ihrer Erfahrungswelt (unfares Spiel) an. Dabei erfassen sie die Sachsituation, übertragen sie auf ein mathematisches Modell und wenden mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten an, um anschließend einen Rückschluss auf die Realsituation zu ziehen (vgl. ebd. S.57).

Das *Darstellen/Kommunizieren* wird angesprochen, da die Kinder dazu angehalten werden, ihre Entdeckungen und Überlegungen zu dokumentieren. Dazu können sie verschiedene Darstellungsmittel wie Tabellen, systematische Auflistungen oder auch Skizzen verwenden.

Auch zum *Argumentieren* werden die Kinder explizit angeregt, da sie begründen sollen, wieso das Spiel nicht fair ist, bzw. ihre neuen Regeln es sind. Dazu müssen sie die Beziehungen zwischen den möglichen Ergebnissen und den Gewinnchancen erklären oder Vermutungen dazu anstellen.

Insgesamt zeigt sich, dass das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ sehr reichhaltig ist und viele Möglichkeiten eröffnet, um einen handlungsorientierten Unterricht zum Thema „Wahrscheinlichkeiten“ zu gestalten.



## Literatur

- Bobrowski, S. (2010): Neue Lerninhalte im Mathematikunterricht? – Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten sind nicht neu, aber vielfältig. Und sie fordern Schülerinnen und Schüler heraus. In: *Praxis Grundschule*. 33. Jg. H.3, S. 4.
- Eichler, K.-P. (2010): Wahrscheinlich kein Zufall – Betrachtungen rund um Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit. In: *Praxis Grundschule*. 33. Jg., H. 3, S. 7-13.
- Hahn, H., Kahnt, J. & Maurer, F. (2009): Wahrscheinlich ist „... es kann klappen, muss aber nicht...“ – Erfahrungen mit Wahrscheinlichkeitsaufgaben in der Grundschule. In: *Sache-Wort-Zahl*. 37. Jg., H.102, S. 9-16.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung Nordrhein-Westfalens (2008): *Lehrplan für die Grundschulen des Landes Nordrhein-Westfalen*.
- Prediger, S. (2005): Wenn man Schwein gehabt hat, kann man zwei Dreien kriegen. Fallbeispiele zu Überschneidungseffekten bei stochastischen Vorstellungen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005 online*. <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/BzMU/BzMU2005/Beiträge/prediger-gdm05.pdf> (Abruf am 11.01.2012).
- Ruwisch, S. (2010): Zählen, ohne zu zählen. *Grundschule Mathematik*. H. 27, S. 4-5.
- Spiegel, H. & Selter, Ch. (2004): Elemente der Kombinatorik. In: G. N. Müller, H. Steinbring & E. Ch. Wittmann (Hg.): *Arithmetik als Prozess*. (1. Aufl.). Seelze: Klett-Kallmeyer. S. 291-311.
- Spiegel, H. & Selter, Ch. (2008): *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. (5. Aufl.) Seelze-Velber: Erhard Friedrich Verlag.
- Schwarzkopf, R. (2004): Wer gewinnt? – Dem Zufall auf der Spur. In: *Die Grundschulzeitschrift*. 18. Jg., H. 172, S. 32 - 36.





## „Reines Glück oder doch nicht? Wir werden Spielforscher!“ – Kennenlernen von Gewinnwahrscheinlichkeiten durch das Spiel „Ziffernkarten ziehen“

### DARUM GEHT ES - SACHINFORMATIONEN

Einfache Glücksspiele bieten einen guten Anlass, um mit Kindern über Wahrscheinlichkeiten, Zufall und Glück zu sprechen. Die Kinder sind dabei intrinsisch, also aus der Sache heraus, motiviert. Auch das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ bietet sich dazu an. Die bewusst unfair gewählten Spielregeln regen die Kinder an, über die Gewinnwahrscheinlichkeiten der Einzelspieler nachzudenken.

Beim Spiel „Ziffernkarten ziehen“ (siehe Abbildung in der Randspalte) werden jeweils nacheinander zwei Ziffernkarten aus einem Beutel, der je einmal die Karten mit den Ziffern 1 bis 4 enthält, gezogen. Die Karten werden auf dem Spielfeld in den dafür vorgesehenen Feldern platziert und das Ergebnis der sich ergebenden Malaufgabe wird errechnet. Einer der Spieler bekommt einen Punkt bei geraden Ergebnissen, der andere bei ungeraden. Gewonnen hat, wer zuerst drei Punkte hat. Betrachtet man alle zwölf Aufgaben, die gezogen werden können, wird deutlich, dass davon nur zwei Aufgaben (3·1 und 1·3) ein ungerades Ergebnis haben und zehn (1·2, 1·4, 2·1, 2·3, 2·4, 3·2, 3·4, 4·1, 4·2, und 4·3) ein gerades. Der Spieler, der bei den geraden Ergebnissen gewinnt, hat also fünfmal so viele günstige Ergebnisse und somit bei jedem Zug eine fünfmal höhere Wahrscheinlichkeit als der andere Spieler, einen Punkt zu bekommen. Dies spiegelt sich in den meisten Fällen auch in den Spielergebnissen wider, worauf auch die Kinder aufmerksam werden und was den Anlass schafft, sich mit den Gewinnwahrscheinlichkeiten auseinander zu setzen.

Zusätzlich werden mit dem Spiel „Ziffernkarten ziehen“ arithmetische Bereiche, wie die Paritätengesetze, angesprochen. Auch ohne alle möglichen Aufgaben explizit aufzuschreiben, können die Kinder etwas über das Verhältnis der günstigen Aufgaben der Einzelspieler und somit über deren Gewinnwahrscheinlichkeiten herausfinden. Dazu müssen sie sich überlegen, wann das Produkt zweier Zahlen ungerade ist. Dies ist nur der Fall, wenn beide Faktoren ungerade sind, sobald einer gerade ist, wird auch das Produkt gerade. Aus den vier Ziffern kann man nur zwei Aufgaben mit zwei ungeraden Faktoren legen, alle anderen Kombinationen, von denen es wesentlich mehr gibt, haben mindestens einen geraden Faktor und somit ein gerades Ergebnis.

Es sind also verschiedene Zugangsweisen möglich, wodurch man einer heterogenen Schülerschaft gerecht werden kann. Dazu trägt ebenfalls bei, dass das Spiel leicht zu modifizieren ist. So können beispielsweise weitere Ziffernkarten hinzugenommen oder die Gewinnregeln modifiziert werden. Diese Modifikationen können von den Kindern selbst vorgenommen werden, wodurch eine natürliche Differenzierung stattfinden kann und gleichzeitig Einsichten über Wahrscheinlichkeiten gewonnen und vertieft werden können. Dabei werden zudem die prozessbezogenen Kompetenzen *Problemlösen/ Kreativ sein, Argumentieren* und *Darstellen/ Kommunizieren* angesprochen, da die Kinder vorhandene

Schuljahr 3, 4

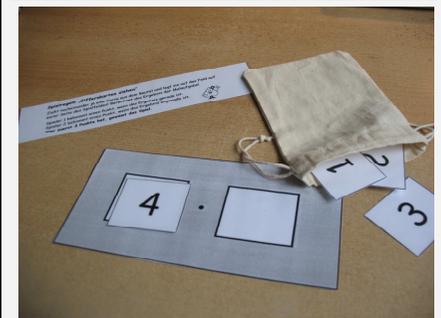
### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Daten Häufigkeiten,  
Wahrscheinlichkeiten -  
Schwerpunkt Wahrscheinlichkeiten

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/Kreativ sein,  
Argumentieren,  
Darstellen/Kommunizieren  
Modellieren



Das Spiel „Ziffernkarten ziehen“

### Kinder sprechen über...

- ... Gewinnwahrscheinlichkeiten
- ... Zufall
- ... Bedeutung einzelner Stichproben



Regeln bewerten, eigene Regeln finden, diese anschaulich darstellen und auch begründen müssen, wieso diese fair sind. Das *Modellieren* wird deshalb angesprochen, weil die Wahrscheinlichkeitstheorie an sich ein Modell zur Erklärung des Phänomens „Zufall“ ist.

**ZIELE**

Die Schülerinnen und Schüler

- machen erste Erfahrungen mit Wahrscheinlichkeiten. Die unterschiedlich hohen Gewinnwahrscheinlichkeiten der beiden Spieler und die daraus resultierenden Spielausgänge regen Gespräche über die Bedeutung von Fairness und die Begriffe *sicher*, *wahrscheinlich*, *unwahrscheinlich* und *unmöglich* an. Wie im Lehrplan gefordert sollen diese Begriffe gemeinsam mit Inhalt gefüllt und konkretisiert werden.
- sollen, um die Vermutungen, die im Spiel bzgl. der Gewinnchancen entstanden sind, zu überprüfen, alle möglichen Spielausgänge bestimmen. Die verschiedenen Arten der Bestimmung aller möglichen Aufgaben, wie das systematische Aufschreiben, sollen im Unterricht jedoch nur am Rande thematisiert werden. Dies kann bzw. sollte jedoch in einer separaten Einheit geschehen.
- sollen sich durch den Auftrag, eigene Modifikationen zu finden, über Kriterien für faire Glücksspiele bewusst werden.
- erhalten durch das ausdrücklich erlaubte wiederholte Spielen in den verschiedenen Variationen immer wieder Gesprächsanlässe zur Bedeutung von Stichproben. Den Kindern soll deutlich werden, dass über die Beschreibung einer Wahrscheinlichkeit keine Vorhersagen für Einzelereignisse gemacht werden können.

**ZEIT**

3 - 4 Schulstunden (optimal hintereinander gelegene Stunden, aber trennbar nach jeder der Arbeitsphasen)

**SO KANN ES GEHEN**

**Problemstellung/Leitfragen**

*Transparenz über die Einheit*

Die Einheit dient dazu, den Kindern einen handlungsorientierten Zugang zum Thema „Wahrscheinlichkeiten“ zu ermöglichen. Dazu wird das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ herangezogen. Die Kinder sollten zu Beginn die Information erhalten, dass sie in den folgenden zwei Stunden als Spielforscher tätig sein werden. Im Plenum sollten erste Ideen gesammelt werden, worauf man dabei achten könnte und was der Begriff *fair* bedeutet. Auf einem Plakat sollte dabei eine Übersicht zum Begriff *fair* erstellt werden. Ebenso sollte den Kindern hier deutlich gemacht werden, dass im Falle eines unfairen Spiels die Aufgabe eines Spielforschers ist, dieses so zu verändern, dass es fair ist.

*Problemstellung*

**Material**

*Schüler:*

- \* Spielfeld
- \* Spielregeln
- \* Ziffernkarten 1 bis 4
- \* Beutel
- \* Deckblatt Forscherheft
- \* Spielforscheraufträge (SFA) 1-3
- \* Tippkarte zu SFA 3 /Tippblatt zu SFA 1
- \* Sternchenaufgaben zu SFA 1 - 3
- \* Blanko-Ziffernkarten
- \* Vorlage für neue Spielversionen
- Schere
- verschiedenfarbige Stifte

*Lehrerin/ Lehrer*

- \* Demo-Version des Spiels „Ziffernkarten ziehen“
- \* Material für Plakate „Wahrscheinlichkeiten“ und „Fairness“



## „Reines Glück oder doch nicht? Wir werden Spielforscher!“

## Unterrichtsplanung

Die Lehrerin erklärt anhand des Demonstrationsmaterials unter Einbeziehung zweier Kinder die Spielregeln des Spiels „Ziffernkarten ziehen“. Hier sollte Raum für erste Einschätzungen über die Fairness des Spiels gegeben werden. Danach wird der Spielforscherauftrag 1 (SFA1) vorgestellt. Die Kinder sollen hier zunächst schriftlich eine Einschätzung über die Fairness des Spiels abgeben. Dann sollen sie mindestens dreimal spielen und den Gewinner in einer Strichliste festhalten. Ebenso sollen sie aufschreiben, was ihnen auffällt. In einer separaten Fragestellung werden sie aufgefordert zu begründen, wieso die Auffälligkeiten entstanden sind.

### Arbeitsphase 1

Die Kinder sollten den Spielforscherauftrag 1 in Partnerarbeit bearbeiten. Nur so können sie das Spiel wirklich spielen und die Besonderheiten entdecken. Auch können auf diese Weise divergente Auffassungen diskutiert werden. Die Lehrerin gibt individuelle Hilfestellungen und weist ggf. auf die Tippkarten und die weiterführenden Anforderungen hin.

Je nachdem, wie die Kinder die Forscheraufträge bewältigen, kann es sinnvoll sein, eine **Zwischenreflexion** in die erste Arbeitsphase einzufügen. Hier können die Kinder erste Entdeckungen vorstellen und Schwierigkeiten im Forschungsprozess besprechen. Stellt sich beispielsweise heraus, dass viele Kinder Schwierigkeiten haben, alle möglichen Aufgaben zu finden, kann dies hier thematisiert werden. Den Kindern sollte in diesem Fall nahegelegt werden, die Aufgaben mit einer Systematik aufzuschreiben. Auf die Strategien zur Ermittlung aller möglichen Spielergebnisse soll aber nicht zu lange eingegangen werden, da der Schwerpunkt der Einheit auf der Beschäftigung mit Gewinnwahrscheinlichkeiten liegt. Durch die geringe Anzahl der Ziffernkarten lassen sich alle Aufgaben auch recht leicht finden, so dass nicht mit allzu großen Schwierigkeiten zu rechnen ist.

Ebenso sollte eine solche Zwischenreflexion dann gemacht werden, wenn sich bei den Kindern eine große Frustration auf Grund der unfairen Gewinnregeln entwickelt. In diesem Fall sollte man betonen, dass es wichtig ist herauszufinden, wieso das Spiel unfair ist, damit man es so verbessern kann, dass das Spiel danach fair ist.

### Differenzierung

Um den Kindern ein erfolgreiches Bearbeiten des Forscherauftrages zu ermöglichen, sind Aufgaben zum Beschreiben und Aufgaben zum Begründen von einander getrennt aufgeführt. So können die schwächeren Kinder zunächst auf der Ebene des Beschreibens verweilen, während die stärkeren Kinder sich mit den Begründungen für ihre Beobachtungen auseinandersetzen können. Wie bereits oben erläutert, sind auf Grund der Offenheit der Aufgabenstellungen verschiedene Ansätze möglich, sich an die Gewinnwahrscheinlichkeiten anzunähern. Somit gibt es auch innerhalb der Aufgaben genügend Raum für individuelles Vorgehen.

Zusätzlich steht ein Tippblatt zum ersten Spielforscherauftrag (TB1) bereit, das die Kinder dazu anhält, alle möglichen Aufgaben zu finden. Weiter sollen die Kinder hier Auffälligkeiten beschreiben und deren Bezug zu den vorherigen

Spielforscherauftrag 1 Namen: \_\_\_\_\_

**Wer gewinnt?**

1. Bevor ihr spielt:  
 Findet ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!  
 Fair  
 Unfair  
 Warum?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

2. Spielt das Spiel mindestens dreimal. Wer hat gewonnen?  
 Macht einen Strich in der Tabelle, wenn ein Spieler einen Punkt bekommt. Wenn ein Spieler drei Punkte hat, hat er gewonnen und die Runde ist vorbei.

	Runde 1 Punkte	Runde 2 Punkte	Runde 3 Punkte	Runde 4 Punkte	Runde 5 Punkte
Spieler 1					
Spieler 2					

Wer hat wie oft gewonnen? Macht einen Strich, bei dem Spieler, der gewonnen hat.  
 Spieler 1 hat gewonnen: \_\_\_\_\_  
 Spieler 2 hat gewonnen: \_\_\_\_\_

3. Was fällt euch auf?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Spielforscherauftrag 1 Namen: \_\_\_\_\_

4. **Woran kann das liegen?**  
 Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch einen Tipp holen.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Hier ist Platz für weitere Notizen oder Zeichnungen!

SFA1: Wer gewinnt?



Spielabläufe erklären.

Für die schnelleren Kinder steht eine Sternchenaufgabe zu Spielforscherauftrag 1 bereit. Hier sollen sie erforschen, was passiert, wenn noch weitere Ziffernkärtchen wie die 5 und die 6 in dem Beutel sind.

### Zwischenreflexion

In einer Zwischenreflexion sollen die Kinder nun die Möglichkeit erhalten, sich über ihre Erkenntnisse auszutauschen. Im Plenum soll das Spiel erneut bewertet werden und die Kinder sollen begründen, wieso es ein unfaires (oder faires) Spiel ist. Hier sollte auch besprochen werden, welche Möglichkeiten es gibt, Aufgaben zu ziehen. Dies sollte in einem Tafelbild festgehalten werden.

Es ist zu erwarten, dass in diesem Kontext, Begriffe wie *wahrscheinlich* oder *unwahrscheinlich* fallen, wenn sie auch nur von einzelnen Kindern gebraucht werden. Diese sollten aufgegriffen und für alle verbindlich definiert werden. Sollten die Begriffe nicht fallen, kann die Lehrperson sie den Kindern selbst vorstellen und mit ihnen über deren Bedeutung sprechen. In diesem Zusammenhang können auch die Begriffe *sicher* und *unmöglich* eingeführt und definiert werden. Auch hierzu soll ein Plakat erstellt werden, auf dem die Bedeutungen der Begriffe festgehalten werden. Hierzu ist es günstig, sich im Vorfeld konkrete Beispiele für jeden der Begriffe zu überlegen, die ggf. angeführt werden können, da von Seiten der Kinder auch mit Beispielen aus ihrem Alltag zu rechnen ist, bei denen sie die Begriffe nicht korrekt benutzen.

Ebenso sollte man thematisieren, dass die Aussagen über die Wahrscheinlichkeit keine Vorhersagen über einen einzelnen Spielausgang ermöglichen. Dazu können Fragen wie „Kann es trotzdem passieren, dass der Spieler mit den ungeraden Ergebnissen gewinnt?“ dienen.

Letztlich soll hier Spielforscherauftrag 2 (SFA2) vorgestellt werden. Dieser dient dazu, zu überprüfen, ob die Kinder die Begriffe *wahrscheinlich*, *unwahrscheinlich*, *sicher* und *unmöglich* verstanden haben bzw. ihnen Gelegenheit zu geben, für sich selbst zu klären, was die Begriffe bedeuten. So werden sie dazu aufgefordert, in ihren Worten aufzuschreiben, was die Begriffe bedeuten. Nachdem sie damit fertig sind, sollen sie sich mit ihrem Nachbarn austauschen und ihre Beschreibungen vergleichen.

### Arbeitsphase 2

Da die Kinder hier ihr Verständnis der neuen Begriffe vertiefen und festigen sollen, wird bewusst Einzelarbeit vorgegeben, damit die Kinder ihre eigenen Vorstellungen zum Ausdruck bringen können. Erst nachdem das geschehen ist, wird ein Austausch angeregt. Da die Kinder nun nicht mehr spielen dürfen, sollte man zu ihrer Motivation deutlich machen, dass das Spiel nach Bearbeitung dieses Auftrages verbessert werden soll.

Die Lehrperson sollte sich während dieser Phase einen Überblick über die Beschreibungen der Kinder verschaffen. Ggf. kann es nötig sein, in der anschließenden Plenumsphase Fehlverständnisse zu besprechen.

Spielforscherauftrag 2 Name: \_\_\_\_\_

**Wahrscheinlich bedeutet...?**

 Was bedeuten die Begriffe?  
Schreibe zu jedem der folgenden Begriffe in deinen eigenen Worten auf, was sie bedeuten.

„wahrscheinlich“ bedeutet: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

„unwahrscheinlich“ bedeutet: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

„sicher“ bedeutet: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

„unmöglich“ bedeutet: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Du bist fertig? Dann suche dir ein anderes Kind, mit dem du deine Ergebnisse vergleichen kannst! 

SFA2: Wahrscheinlich bedeutet...



### Differenzierung

Für die schnelleren Kinder steht zusätzlich eine Sternchenaufgabe zu Spielforscherauftrag 2 bereit, die eine intensivere Auseinandersetzung mit den Begriffen ermöglicht. Hier sollen die Schüler und Schülerinnen das Spiel erneut bewerten und dabei versuchen, die neuen Begriffe zu benutzen. Abschließend wird eine Einschätzung verlangt, ob es möglich ist, dass Spieler 1 bzw. Spieler 2 gewinnt. Hier sollen sich die Kinder damit auseinandersetzen, dass man mit Aussagen über Wahrscheinlichkeiten nicht vorhersagen kann, was im Einzelfall passiert. Ebenso wie bei Spielforscherauftrag 2 soll zunächst Einzelarbeit vorgegeben werden. Wiederum sollen die Kinder dann mit ihrem Nachbarn oder einem anderen Kind diskutieren. Dazu sollte man ggf. anregen, dass die Kinder das Spiel erneut spielen.

Kinder, die große Probleme haben, Spielforscherauftrag 2 zu bewältigen, sollte man auf das erstellte Plakat hinweisen und dazu anregen, Beispiele für die Begriffe zu finden.

### Zwischenreflexion und Überleitung zu Arbeitsphase 3

Je nach Einschätzung der Lehrperson bzgl. der Bearbeitung des zweiten Spielforscherauftrags sollte wie bereits oben angedeutet nochmals über die neu eingeführten Begriffe und deren Bedeutung für die Spielsituation gesprochen werden. Hierzu bietet es sich an, die Kinder ihre Beschreibungen vortragen zu lassen, das Plakat heranzuziehen, wiederum die konkreten Beispiele zu jedem der Begriffe zu nennen und die Unterschiede in der Bedeutung zu klären. Auch sollte darüber gesprochen werden, ob ein Einzelergebnis vorhersagbar ist. Für diese Phase sollte man ausreichend Zeit einplanen, denn die Kinder werden viele Beispiele einbringen wollen.

Nun kann unter Verwendung der neuen Begriffe erneut über das Spiel gesprochen werden. Es ist naheliegend, dass die Kinder schon ungeduldig darauf warten, das Spiel zu verbessern. Dies soll Inhalt der dritten Arbeitsphase sein. Im Plenum können erste Ideen zur Verbesserung gesammelt werden. Dabei sollte auch geklärt werden, welche Kriterien ein faires Spiel erfüllen muss. Denkbare Ideen der Kinder sind, mehr Karten hinzunehmen, die Rechenoperation zu verändern oder neue Gewinnregeln zu erfinden. Da zu viele Ziffernkarten dazu führen, dass die Anzahl der möglichen Aufgaben schnell sehr groß wird und so das Aufschreiben aller Aufgaben sehr aufwendig wird, sollte die Lehrperson die Kinder dazu anhalten, maximal sechs Karten zu benutzen. Auch kann man an dieser Stelle besprechen, dass es möglich ist, zunächst nur eine neue Karte zu benutzen bzw. gegen eine alte zu tauschen und zu überprüfen, was passiert. So kann das Spiel sukzessiv verbessert werden. Besonders wichtig ist, dass deutlich herausgestellt wird, dass, egal wie die Kinder vorgehen, unbedingt alle möglichen Aufgaben, die man mit den neuen Karten legen kann, aufgeschrieben werden müssen, um herauszufinden, ob das Spiel mit den veränderten Karten tatsächlich fair ist. Dies gilt auch, wenn die Kinder die Gewinnregel modifizieren.

Diese vorläufigen Einschränkungen spiegeln sich auch in Spielforscherauftrag 3 (SFA3) wider, der an dieser Stelle vorgestellt werden sollte. Hier werden die Kinder dazu aufgefordert, sich eine faire Version zu überlegen, entweder durch neue Gewinnregeln oder neue Karten. Sie werden darauf hingewiesen, dass sie ggf. maximal sechs leere Ziffernkarten beschriften sollten. Ebenso werden sie explizit aufgefordert, alle Aufgaben, die mit den neuen Karten zu legen sind, zu

Spielforscherauftrag 3 Namen: \_\_\_\_\_

**Wir machen das Spiel fair!**

Versucht das Spiel so zu verändern, dass es fair ist!  
 Sie könnt auch dazu andere Gewinnregeln überlegen oder die leeren Ziffernkarten benutzen und euch eigene Karten machen. Benutzt erstmal maximal 6 Karten.  
 Wenn ihr gar keine Idee habt, könnt ihr euch eine Tippkarte holen.

Unsere Idee: \_\_\_\_\_

Malt hier eure neuen Ziffernkarten auf: \_\_\_\_\_

Diese Aufgaben kann man mit unseren neuen Karten legen: \_\_\_\_\_

Warum sind das alle? \_\_\_\_\_

Ist das Spiel so fair? Begründet! \_\_\_\_\_

SFA3: Wir machen das Spiel fair!



finden, sowie zu begründen, wieso das Spiel mit den neuen Karten oder Regeln nun fair oder unfair ist. Ist eine faire Version gefunden, so soll sie auf einem Vordruck für neue Spielregeln festgehalten werden, so dass sie später auch anderen Kindern zur Verfügung stehen kann. Selbstverständlich darf mit den neuen Karten auch gespielt werden.

### Arbeitsphase 3

Spielforscherauftrag 3 sollte in Partnerarbeit bearbeitet werden, damit die neuen Versionen getestet werden können. Die Lehrerin sollte darauf achten, dass die Kinder alle Aufgaben aufschreiben und auf die Tippkarte bzw. die weiterführenden Aufgaben aufmerksam machen.

### Differenzierung

Der Arbeitsauftrag ist offen formuliert, so dass verschiedene Ideen eingebracht werden können und viel Spielraum für individuelles Vorgehen und individuelle Denkweisen vorhanden ist. So können beispielsweise Abstufungen über die Größe und Anzahl der benutzten Zahlen entstehen. Dadurch ist gewährleistet, dass jedes Kind auf seinem Niveau arbeiten kann.

Für Kinder, die keine Ideen haben, steht hier eine Tippkarte (TK3) zur Verfügung. Hier wird eine Variante vorgeschlagen, die fair ist. Kinder, die schnell eine faire Version finden, können entweder versuchen, eine faire Version mit mehr Ziffernkarten zu finden oder die Sternchenaufgabe bearbeiten. Hier wird eine alternative Gewinnregel vorgeschlagen, die die Kinder bewerten sollen.

### Schlussphase / Reflexion

Für die Förderung der fachlichen Kompetenzen ist es unerlässlich, mit den Kindern über ihr Mathematiktreiben zu reden. Insofern kommt der Reflexionsphase eine besondere Bedeutung zu.

Nach der letzten Arbeitsphase sollte mit den Kindern das Plakat zum Begriff „Fairness“ erweitert werden. Die Kinder sollten ihre Erkenntnisse aus der dritten Arbeitsphase schildern dürfen und auch selbst gefundene Regeln vorstellen. Ebenso sollten die Kinder dann an einer Modifikation exemplarisch begründen, wieso sie fair ist. Dabei sollten auch die neu eingeführten Begriffe immer wieder aufgegriffen und angesprochen werden, um sie zu festigen. Sicherlich kann dies aus Zeitgründen nicht bei allen Modifikationen geschehen. Man sollte sich mit den Kindern auf eine besonders interessante Regel einigen, die man genauer betrachtet. Um auch die anderen Regeln zu würdigen, können diese im Klassenzimmer ausgelegt werden, so dass die Kinder in Situationen im Unterricht, in denen sie etwas Zeit haben, eine solche untersuchen und ggf. dem Erfinderkind eine Rückmeldung geben können. Um ihre Regeln aufschreiben zu können, stehen den Kindern Vorlagen für die neuen Spielversionen zur Verfügung.

Namen: \_\_\_\_\_

Unser Spiel:

Diese Ziffernkarten benutzen wir:

Das sind unsere Gewinnregeln:

Vorlage für neue Spielversion

Tippkarte zu Spielforscherauftrag 3

**Sina und Marc haben eine Idee:**

„Wir nehmen die 2 weg und tun eine 5 rein. Dann sind in unserem Säckchen die Zahlen 1, 2, 4 und 5.“

Was meint ihr zu dieser Idee? Ist das Spiel so fair?  
Was vermutet ihr? Ihr dürft diese Version auch erst einmal spielen. Beschriftet dazu zunächst die leeren Ziffernkärtchen.  
Schreibt eure Überlegungen auf eurer Aufgabenblatt!

TK3: Sina und Marc haben eine Idee



### Weiterarbeit

Es ist wichtig, das Thema *Wahrscheinlichkeiten* im Unterricht erneut aufzugreifen, damit die Kinder ihre Erkenntnisse vertiefen können. Dazu kann man beispielsweise weitere Gewinnregeln und sonstige Modifikationen, wie das Verändern der Rechenoperation o.ä., vorgeben. Es ist aber auch wichtig, *Wahrscheinlichkeiten* in anderen Zusammenhängen zu thematisieren. Der Kontext 'Glücksspiele' bietet dazu noch viele weitere Möglichkeiten. Im Haus 7 der PIK-Seite findet sich eine dreiteilige Unterrichtsreihe, die Möglichkeiten aufzeigt, mit Hilfe von Würfeln und Glücksrädern über *Wahrscheinlichkeiten* zu sprechen und weitere Erkenntnisse zu erlangen. In dieser Reihe werden auch Zufallsexperimente angesprochen, in denen die verschiedenen Ereignisse nicht alle gleichwahrscheinlich sind.

Weiter kann auch eine Unterrichtseinheit zum Vergleich von *Wahrscheinlichkeiten* einen sinnvollen Anschluss an diese Einheit darstellen. Dabei könnte ein *Wahrscheinlichkeitsbarometer* eingeführt werden, auf dem *Wahrscheinlichkeiten* auf einer Skala von ‚Sicher‘ bis ‚Unmöglich‘ eingestellt werden und so Vergleiche von *Wahrscheinlichkeiten* angestellt werden können, ohne Zahlen zu benutzen.

Ebenfalls bietet es sich an, Aktivitäten zur kombinatorischen Anzahlbestimmung anzuschließen oder auch voranzustellen.

Die Spielforscheraufträge sollten die Kinder zusammen mit dem Deckblatt des Forscherheftes in einer Mappe sammeln, damit sie bei späterem Aufgreifen dieses Themas darauf zurückgreifen können.

Reines Glück oder doch nicht?

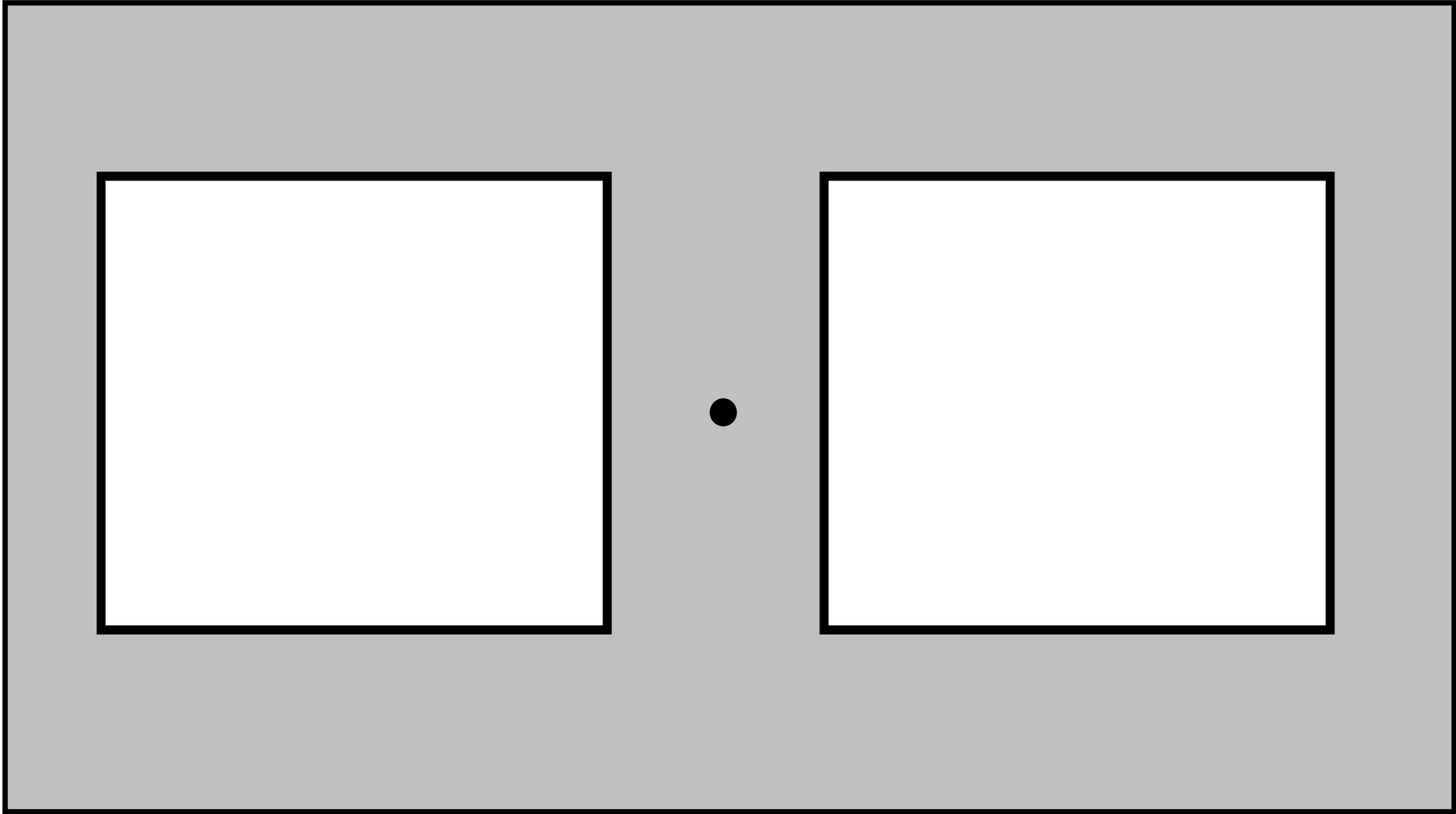


**Spielforscherheft**

von:

\_\_\_\_\_

Spielforscherheftdeckblatt



1

2

3

4

5

6



## Ausgewählte Kinderdokumente zu Spielforscherauftrag 1

### Aufgabe 1:

1. Bevor ihr spielt:

Findet ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

  Fair  
 Unfair

Warum?

Es ist Fair weil derjenige mit den Gradenzahlen aber auch derjenige mit den Ungradenzahlen gewinnen kann.

Kinderdokument 1

Weil es ein Glücksspiel ist. Und Glücksspiele sind meistens Fair.

Kinderdokument 2

T Weil es eine Glücksache ist.

Kinderdokument 3

Weil man nicht weiß welche Zahl man zieht.

Kinderdokument 4

Alle Kinder, die an der Erprobung des Materials teilgenommen haben, haben zunächst angekreuzt, dass das Spiel fair ist. Die Begründungen ähneln sich dabei sehr. Meist wird darüber argumentiert, dass es eine Frage des Glücks ist.



### Aufgabe 3:

3. Was fällt euch auf?

Wenn man die geraden Zahlen hat gewinnt man  
mehr häufiger als dem der die ungerade.

Kinderdokument 5

Es gewinnen meist gerade Zahlen.

Kinderdokument 6

Der ungerade Spieler gewinnt nur  
bei  $1 \cdot 3$  und  $3 \cdot 1$  sonst gewinnt der gerade  
Spieler immer.

Kinderdokument 7

Die meisten Kinder bemerken an dieser Stelle, dass der Spieler, der bei den geraden Ergebnissen einen Punkt bekommt, häufiger gewinnt. Einige, so wie die beiden folgenden Forscherteams, versuchen dies allerdings auch schon zu erklären:

Alle Zahlen die raus kommen  
sind 3, 4, 5, 6, 7, 8 | Nur die Aufgabe  
 $7 \cdot 3$  oder  $3 \cdot 7$  ist ungerade.

Kinderdokument 8

Es ist doch ein bisschen unger. Weil es  
nur eine Zahl die ungerade ist.

Kinderdokument 9



#### Aufgabe 4:

##### 4. Woran kann das liegen?

Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch einen Tipp holen.



Es könnte sein, dass der 1. Spieler fast immer gewinnt, weil Spieler eins mehr Aufgaben hat, es zieht nur 2 Aufgaben für Spieler 2.

Kinderdokument 10

Das ist unfair weil: es nur eine Aufgabe gibt die ungerade ist.

Kinderdokument 11

Die meisten Kinder erkannten beim Spielen, dass es viel mehr Aufgaben mit geradem Ergebnis, als solche mit ungeradem gibt, wie die vorangehenden Dokumente illustrieren. Einige Kinder schrieben selbstständig alle Aufgaben auf, um dies zu verdeutlichen. Viele bedurften jedoch einer Aufforderung dazu. Dies scheint häufig der Fall gewesen zu sein, weil den Kindern dieser Umstand aufgrund ihrer gesammelten Spielerfahrungen ganz klar erschien.

Beim Finden der Aufgaben hatten nur wenige Kinder Probleme. Die meisten fanden schnell und sicher alle Aufgaben. Natürlich gab es auch unvollständige Listen, jedoch wurden im Plenum Fehler schnell entdeckt. Nachfolgend finden Sie einige exemplarische Listen.

Weil es 10 Aufgaben gibt die Gerade  
Ergebnis ergeben sind nur 2 ungrade.

G	U
$1 \cdot 4 = 4$	$1 \cdot 3 = 3$
$4 \cdot 1 = 4$	$3 \cdot 1 = 3$
$2 \cdot 4 = 8$	
$4 \cdot 2 = 8$	
$3 \cdot 4 = 12$	
$4 \cdot 3 = 12$	
$2 \cdot 3 = 6$	
$3 \cdot 2 = 6$	
$2 \cdot 1 = 2$	
$1 \cdot 2 = 2$	

Kinderdokument 12

$3 \cdot 4 = 12$	$1 \cdot 3 = 3$
$4 \cdot 3 = 12$	$2 \cdot 1 = 2$
$3 \cdot 1 = 3$	$1 \cdot 4 = 4$
$3 \cdot 2 = 6$	$1 \cdot 2 = 2$
$4 \cdot 1 = 4$	$2 \cdot 4 = 8$
$4 \cdot 2 = 8$	$2 \cdot 3 = 6$

Es gibt nur 2 Ungerade Ergebnisse.

Kinderdokument 13



☛ Es gibt nur eine Aufgabe & wo das  
Ergebnis ungrade ist das ist ziemlich unfair.

$$\begin{array}{l} 4 \circ 3 = 12 \text{ g} \\ 4 \circ 2 = 8 \text{ g} \\ 4 \circ 1 = 4 \text{ g} \\ 3 \circ 4 = 12 \text{ g} \\ 3 \circ 2 = 6 \text{ g} \\ 3 \circ 1 = 3 \text{ g} \\ 2 \circ 4 = 8 \text{ g} \\ 2 \circ 3 = 6 \text{ g} \\ 2 \circ 1 = 2 \text{ g} \end{array}$$

Kinderdokument 14



## Ausgewählte Kinderdokumente zu Spielforscherauftrag 2

Viele Kinder konnten die Begriffe relativ gut mit ihren eigenen Worten beschreiben, wie das folgende Dokument illustrieren soll:

 **Was bedeuten die Begriffe?**  
Schreibe zu jedem der folgenden Begriffe auf, was sie bedeuten.

„wahrscheinlich“ bedeutet:  
es kann etwas passieren aber  
es wäre doch sehr hässlich.

„unwahrscheinlich“ bedeutet:  
es passiert bestimmt aber es  
kann auch sein dass es nicht passiert

„sicher“ bedeutet:  
es passiert auf jeden Fall

„unmöglich“ bedeutet:  
es kann nicht passieren

Kinderdokument 1

Oft hatten die Kinder jedoch auch Schwierigkeiten mit der Formulierung dieser recht abstrakten Begriffe auch wenn sie das Richtige zu meinen scheinen:



**Was bedeuten die Begriffe?**

Schreibe zu jedem der folgenden Begriffe auf, was sie bedeuten.

„wahrscheinlich“ bedeutet:

das es so kommen ~~ne~~ wird aber  
das es auch anders kommen kann

„unwahrscheinlich“ bedeutet:

das es nicht so kommen wird  
aber auch so kommen kann

„sicher“ bedeutet:

das es so kommt

„unmöglich“ bedeutet:

das es nicht so kommt

Ebenfalls traten Schwierigkeiten auf, die Begriffe allgemein, losgelöst von dem Spiel „Ziffernkarten ziehen“, zu beschreiben:

„wahrscheinlich“ bedeutet:

das man glaubig gewinnt

„unwahrscheinlich“ bedeutet:

das man glaubig verliert

„sicher“ bedeutet:

das man auf jedenfall gewinnt

„unmöglich“ bedeutet:

das man auf jedenfall verliert

Kinderdokument 3

Andere Kinder versuchten Beispiele aus ihrem Alltag zu finden, um die Begriffe zu beschreiben:

„wahrscheinlich“ bedeutet:

das es ziemlich ~~wahrscheinlich~~ wahrscheinlich es das ~~ist~~  
glaube das ich nicht in die Schule komme weil  
ich ziemliche Bauchschmerzen hab

„unwahrscheinlich“ bedeutet:

Es ist unwahrscheinlich das man bei dem Spiel  
mit den Zahlen gewinnt wenn man die Ungradenzahlen gewonnen  
hat

„sicher“ bedeutet:

Ich kann sicher sein das wenn ein Haus brennt die  
Feuerwehr auf den schlauesten Weg zu was kommt

„unmöglich“ bedeutet:

Es ist unmöglich in 1 Minute 5 km Läufer.

Kinderdokument 4

Häufig konnte man aber auch erkennen, dass Kinder die Begriffe noch nicht richtig verstanden haben. So wurde häufig „sehr wahrscheinlich“ mit „sicher“ verwechselt (vgl. Absatz Fehlvorstellungen in den Basisinfos):

„sicher“ bedeutet:

~~Wir hier gewinnen sicher P P P~~  
Es ist sicher das der mit den 0 graden Fahlen  
gewinnt

Kinderdokument 5

Auch bei den Sternchenaufgaben zeigte sich, dass man aufmerksam beobachten sollte, was die Kinder unter den Begriffen verstehen und dies immer wieder in gemeinsamen Gesprächen aufgreifen sollte:

Dein Mitspieler und du ziehen je einmal.

Kann es passieren, dass der Spieler mit den ungeraden Zahlen gewinnt?



Kreuze an!

- Ja  
 Nein

Warum?

Weil es 10 gerade Fahlen gibt. Und  
nur 2 ungerade Fahlen.

Kinderdokument 6

Dennoch gab es auch hier Kinder, die die Begriffe gut verstanden zu haben scheinen:

Bewerte das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ erneut!



Findest du, dass das Spiel fair ist? Kreuze an!

- Fair  
 Unfair

Warum? Versuche die neuen Begriffe zu benutzen!

Weil es unwahrscheinlich ist  
das spieler 2 gewinnen kann.  
denn es gibt 10 Aufgaben für spieler  
1 und spieler 2 hat nur 2 Aufgaben

Kinderdokument 7

Dein Mitspieler und du ziehen je einmal.

Kann es passieren, dass der Spieler mit den ungeraden Zahlen gewinnt?



Kreuze an!

- Ja  
 Nein

Warum?

ja wenn eine 3+1 gezogen  
wird

Kinderdokument 8

Weil es 2 Aufgaben gibt  
na spieler 2 gewonnen könnte.

Kinderdokument 9

Insgesamt zeigte sich die Einführung der Begriffe sich als nicht einfach, weil die Kinder sie in ihrem Alltag schon mit einer abweichenden Bedeutung kennengelernt haben und sie sehr abstrakt sind. Es ist hilfreich, sich eindeutige Beispiele zu überlegen, die man den Kindern anbieten kann. Ebenso ist eine wiederholte Behandlung hilfreich.



### Ausgewählte Kinderdokumente zu Spielforscherauftrag 3

Die Kinder hatten viele gute Ideen, um das Spiel zu verbessern. Die meisten kamen auf die Idee, die auch auf der Tippkarte zu diesem Aufgabenblatt vorgeschlagen wird. Hier soll noch eine weitere interessante Idee gezeigt werden:

Meine  
Unsere Idee:  
Man nimmt die 3 weg und tut die 0  
dazu

Warum ist <sup>mein</sup> ~~es~~ Spiel so fair? Begründet!  
Meine geraden Aufgaben:  $0 \cdot 1, 0 \cdot 2, 0 \cdot 4, 1 \cdot 0, 2 \cdot 0,$   
 $4 \cdot 0$ . Meine gerade Aufgaben:  $2 \cdot 1, 4 \cdot 1, 1 \cdot 2, 4 \cdot 2, 1 \cdot 4, 2 \cdot 4$ .  
Es gibt 6 gerade Ergebnisse und ~~es~~ 6 ungeraden Ergebnisse

Kinderdokument 1

Das Kind hat die Null als ungerade Zahl angesehen. Mathematisch ist das nicht ganz korrekt, dennoch sind seine Ausführungen, wenn man von seiner falschen Annahme ausgeht, kurz aber prägnant dargestellt.

Viele Kinder neigten dazu, die Aufgaben nicht aufzuschreiben, sondern sofort die leeren Karten zu beschriften und zu spielen. Man sollte also besonders darauf achten, dass die Kinder die Aufgaben aufschreiben, um wirklich sicher zu stellen, dass ihre Spielversion fair ist. Sicher wäre dann die eine oder andere Idee nochmal überarbeitet oder weiter konkretisiert worden. Dennoch bieten gerade solche nicht ganz fairen Versionen Anlass, um sie im Plenum zu diskutieren:

Unsere Idee:

Mann muss die Drei wegnehmen und  
dazu eine 5 hinstyn.

Kinderdokument 2

Unsere Idee:

~~Mann~~ Mann kann die <sup>F</sup> fünf und die sechs dazu führen.

Warum ist euer Spiel so fair? Begründet!

Jetzt gibt es 3 gerade Zahlen und 3 ungerade  
Zahlen.

Kinderdokument 3

Unsere Idee:

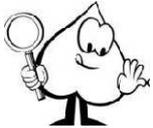
Wir schreiben mehr Zahlen damit Spieler  
2 eine Chance hat zu gewinnen.

Kinderdokument 4



## Was kann passieren?

1. Schreibt alle Aufgaben auf, die man ziehen kann!



Wieso sind das alle?

---

---

---

2. Was fällt euch auf?



---

---

---

3. Was hat das mit eurer Strichliste zu tun?



---

---

---



**Tippkarte zu Spielforscherauftrag 3**



**Tippkarte zu Spielforscherauftrag 3**



**Tippkarte zu Spielforscherauftrag 3**



**Tippkarte zu Spielforscherauftrag 3**

## Sina und Marc haben eine Idee:



„Wir nehmen die 2 weg und tun eine 5 rein. Dann sind in unserem Säckchen die Zahlen 1, 3, 4 und 5.“

### Was meint ihr zu dieser Idee? Ist das Spiel so fair?

Was vermutet ihr? Ihr dürft diese Version auch erst einmal spielen. Beschriftet dazu zunächst die leeren Ziffernkärtchen.

Schreibt eure Überlegungen auf euer Aufgabenblatt!

## Sina und Marc haben eine Idee:



„Wir nehmen die 2 weg und tun eine 5 rein. Dann sind in unserem Säckchen die Zahlen 1, 3, 4 und 5.“

### Was meint ihr zu dieser Idee? Ist das Spiel so fair?

Was vermutet ihr? Ihr dürft diese Version auch erst einmal spielen. Beschriftet dazu zunächst die leeren Ziffernkärtchen.

Schreibt eure Überlegungen auf euer Aufgabenblatt!

## Sina und Marc haben eine Idee:



„Wir nehmen die 2 weg und tun eine 5 rein. Dann sind in unserem Säckchen die Zahlen 1, 3, 4 und 5.“

### Was meint ihr zu dieser Idee? Ist das Spiel so fair?

Was vermutet ihr? Ihr dürft diese Version auch erst einmal spielen. Beschriftet dazu zunächst die leeren Ziffernkärtchen.

Schreibt eure Überlegungen auf euer Aufgabenblatt!

## Sina und Marc haben eine Idee:

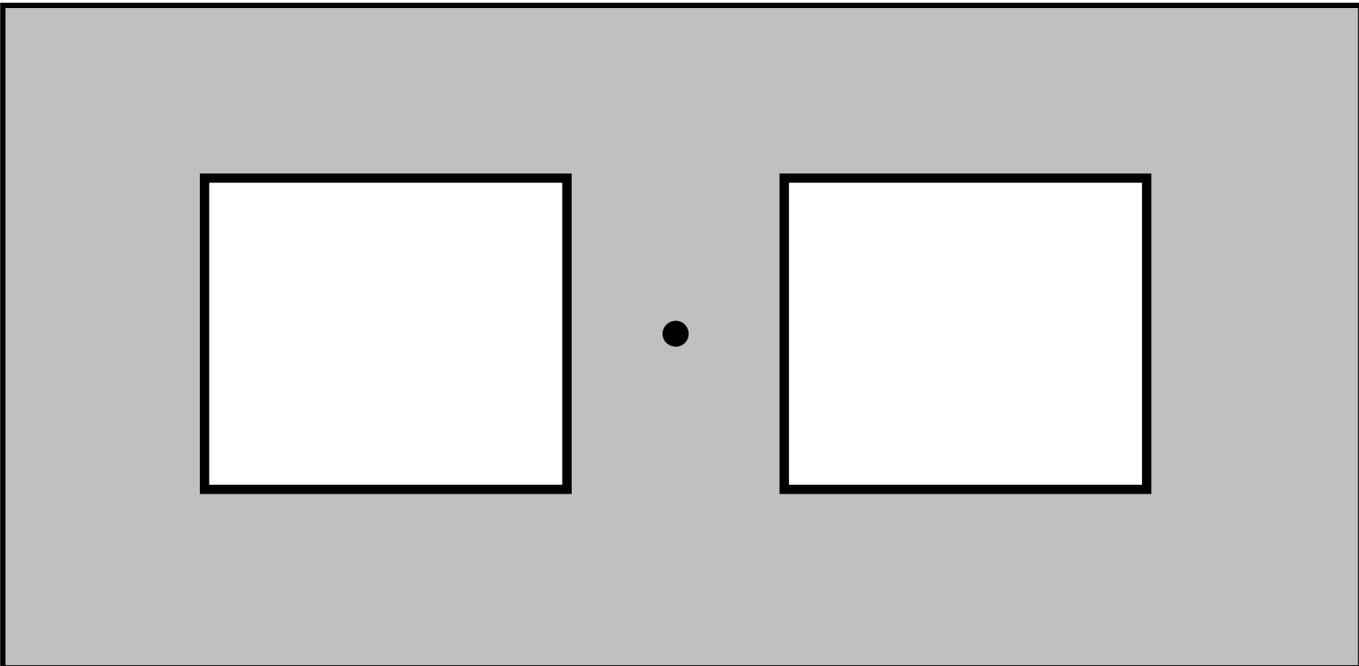
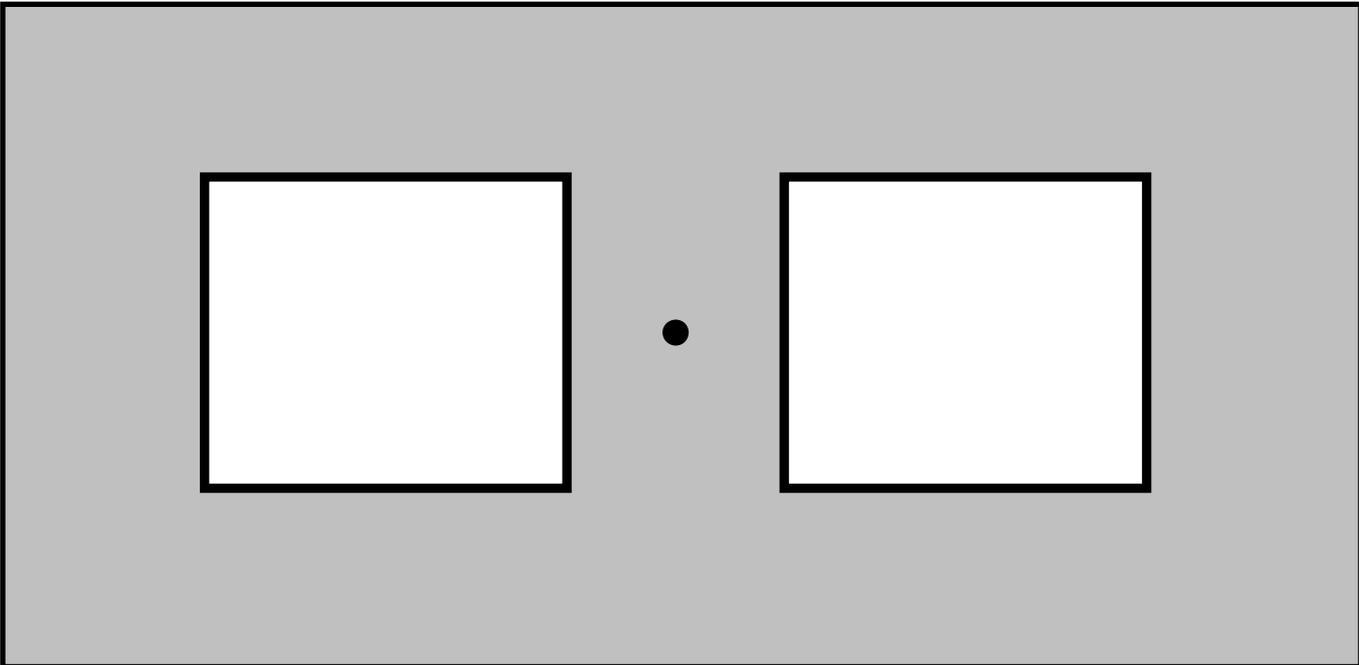
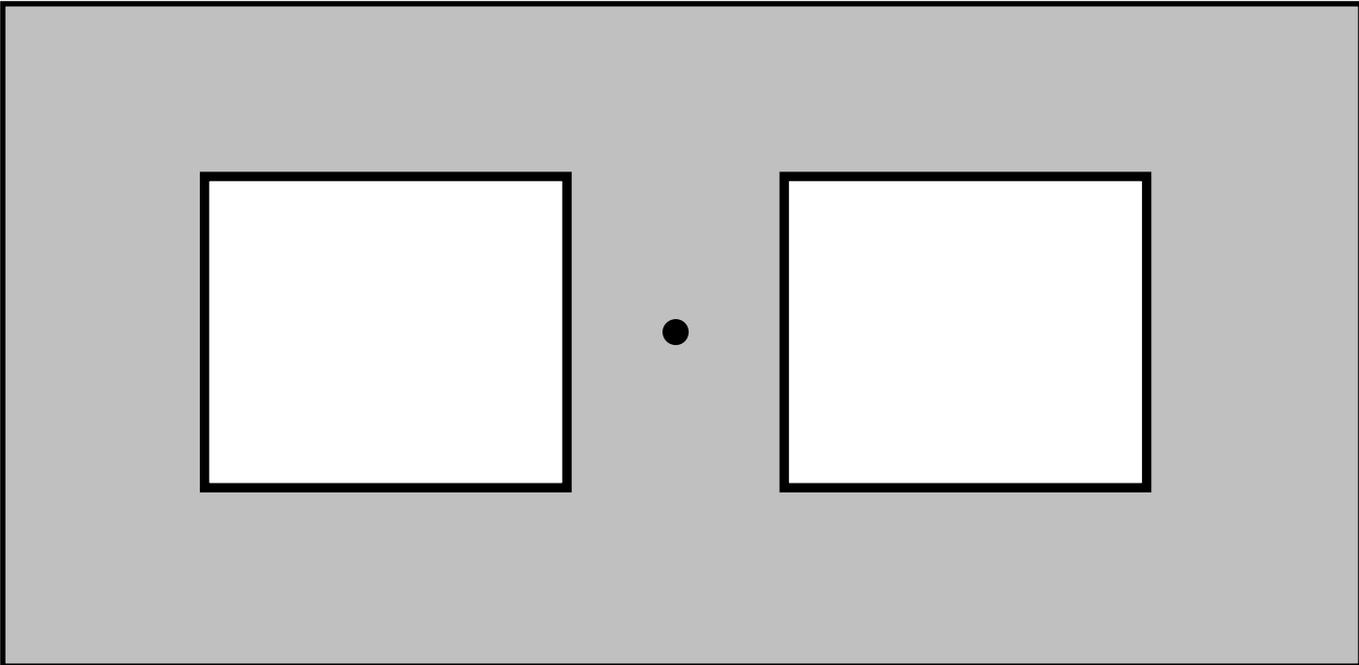


„Wir nehmen die 2 weg und tun eine 5 rein. Dann sind in unserem Säckchen die Zahlen 1, 3, 4 und 5.“

### Was meint ihr zu dieser Idee? Ist das Spiel so fair?

Was vermutet ihr? Ihr dürft diese Version auch erst einmal spielen. Beschriftet dazu zunächst die leeren Ziffernkärtchen.

Schreibt eure Überlegungen auf euer Aufgabenblatt!



1

2

3

4

5

6

1

2

3

4

5

6

1

2

3

4

5

6

## **Spielregel „Ziffernkarten ziehen“**

Zieht nacheinander je eine Karte aus dem Beutel und legt sie auf das Feld auf eurer Seite des Spielfeldes! Berechnet das Ergebnis der Malaufgabe!

### **Gewinnregel**

Spieler 1 gewinnt, wenn das Ergebnis gerade ist.  
Spieler 2 gewinnt, wenn das Ergebnis ungerade ist.



## **Spielregel „Ziffernkarten ziehen“**

Zieht nacheinander je eine Karte aus dem Beutel und legt sie auf das Feld auf eurer Seite des Spielfeldes! Berechnet das Ergebnis der Malaufgabe!

### **Gewinnregel**

Spieler 1 gewinnt, wenn das Ergebnis gerade ist.  
Spieler 2 gewinnt, wenn das Ergebnis ungerade ist.



## **Spielregel „Ziffernkarten ziehen“**

Zieht nacheinander je eine Karte aus dem Beutel und legt sie auf das Feld auf eurer Seite des Spielfeldes! Berechnet das Ergebnis der Malaufgabe!

### **Gewinnregel**

Spieler 1 gewinnt, wenn das Ergebnis gerade ist.  
Spieler 2 gewinnt, wenn das Ergebnis ungerade ist.



## **Spielregel „Ziffernkarten ziehen“**

Zieht nacheinander je eine Karte aus dem Beutel und legt sie auf das Feld auf eurer Seite des Spielfeldes! Berechnet das Ergebnis der Malaufgabe!

### **Gewinnregel**

Spieler 1 gewinnt, wenn das Ergebnis gerade ist.  
Spieler 2 gewinnt, wenn das Ergebnis ungerade ist.



## **Spielregel „Ziffernkarten ziehen“**

Zieht nacheinander je eine Karte aus dem Beutel und legt sie auf das Feld auf eurer Seite des Spielfeldes! Berechnet das Ergebnis der Malaufgabe!

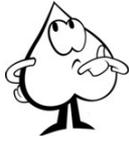
### **Gewinnregel**

Spieler 1 gewinnt, wenn das Ergebnis gerade ist.  
Spieler 2 gewinnt, wenn das Ergebnis ungerade ist.



## Wer gewinnt?

### 1. Bevor ihr spielt:



Findet ihr, dass das Spiel fair ist? Kreuzt an!

- fair  
 unfair

Warum?

---



---



---

### 2. Spielt das Spiel mindestens dreimal! Wer hat gewonnen?

Macht einen Strich in der Tabelle, wenn ein Spieler einen Punkt bekommt. Wenn ein Spieler drei Punkte hat, hat er gewonnen und die Runde ist vorbei.

	Runde 1 Punkte	Runde 2 Punkte	Runde 3 Punkte	Runde 4 Punkte	Runde 5 Punkte
Spieler 1					
Spieler 2					

Wer hat wie oft gewonnen? Macht einen Strich bei dem Spieler, der gewonnen hat!

Spieler 1 hat gewonnen: \_\_\_\_\_

Spieler 2 hat gewonnen: \_\_\_\_\_

### 3. Was fällt euch auf?

---



---



---



---

**4. Woran kann das liegen?**

Wenn ihr noch etwas Hilfe braucht, könnt ihr euch einen Tipp holen!



---

---

---

---



**Hier ist Platz für weitere Notizen oder Zeichnungen!**



## Was passiert wenn es mehr Kärtchen gibt?



Was passiert wenn man noch eine 5 (und eine 6) in den Beutel tut?

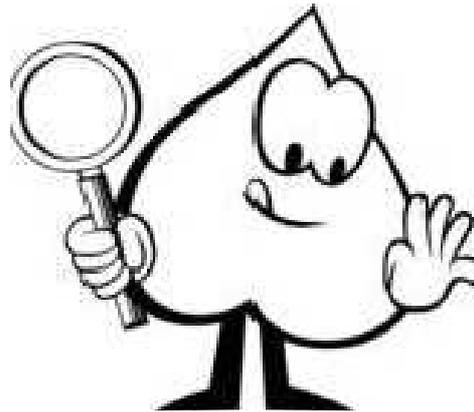
---

---

---

Hier ist Platz für eure Notizen:

Reines Glück oder doch nicht?



**Spielforscherheft**

**von:**

---

## Wahrscheinlich bedeutet...?



Was bedeuten die Begriffe?

Schreibe zu jedem der folgenden Begriffe in deinen eigenen Worten auf, was sie bedeuten.

„wahrscheinlich“ bedeutet:

---

---

---

„unwahrscheinlich“ bedeutet:

---

---

---

„sicher“ bedeutet:

---

---

---

„unmöglich“ bedeutet:

---

---

---

Du bist fertig? Dann suche dir ein anderes Kind, mit dem du deine Ergebnisse vergleichen kannst!





## Wahrscheinlich, unwahrscheinlich, sicher oder unmöglich?

1. Bewerte das Spiel „Ziffernkarten ziehen“ erneut!



Findest du, dass das Spiel fair ist? Kreuze an!

fair

unfair

Warum? Versuche die neuen Begriffe zu benutzen!

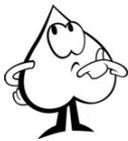
---

---

---

2. Stell dir vor, dein Mitspieler und du ziehen je einmal.

Kann es passieren, dass der Spieler mit den ungeraden Zahlen gewinnt?



Kreuze an!

Ja

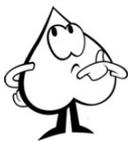
Nein

Warum?

---

---

Kann es passieren, dass der Spieler mit den geraden Zahlen gewinnt?



Kreuze an!

Ja

Nein

Warum?

---

---

Du bist fertig? Dann suche dir ein anderes Kind, mit dem du deine Ergebnisse vergleichen kannst!



## Wir machen das Spiel fair!



**Versucht das Spiel so zu verändern, dass es fair ist!**

Ihr könnt euch dazu andere Gewinnregeln überlegen oder die leeren Ziffernkarten benutzen und euch eigene Karten machen. Benutzt erstmal maximal 6 Karten.

Wenn ihr gar keine Idee habt, könnt ihr euch eine Tippkarte holen.

**Unsere Idee:**

---

---

**Malt hier eure neuen Ziffernkarten auf:**

**Diese Aufgaben kann man mit unseren neuen Karten legen:**

**Warum sind das alle?**

---

---

**Ist das Spiel so fair? Begründet!**

---

---

---

## Eine andere Gewinnregel

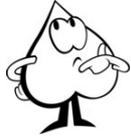
Alexander und Sarah haben sich neue Gewinnregeln ausgedacht:

Spieler 1 bekommt einen Punkt bei Ergebnissen, die größer oder gleich 5 sind.

Spieler 2 bei Ergebnissen, die kleiner oder gleich 4 sind.

Wer zuerst 3 Punkte hat, gewinnt.

1	2
3	4



1. Was meint ihr zu diesen Regeln? Ist das Spiel so fair?

Was vermutet ihr? Ihr dürft die Regel auch erst einmal spielen.

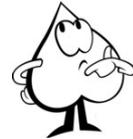
---

---

---

2. Könnt ihr herausfinden, ob das Spiel fair ist oder nicht?

Schreibt eure Überlegungen auf!



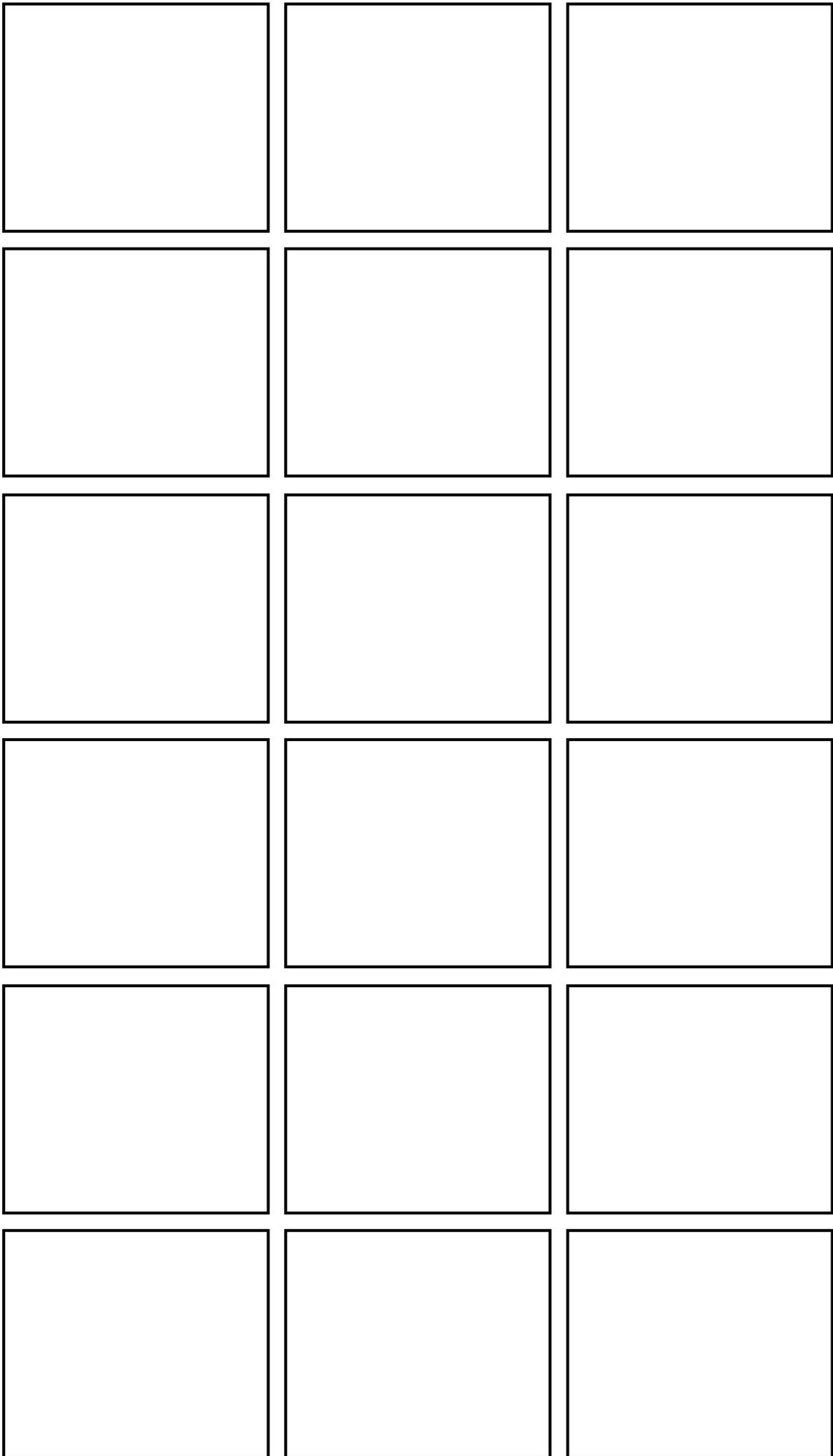
---

---

---



Hier ist Platz für weitere Notizen oder Zeichnungen.



Namen: \_\_\_\_\_



## Unser Spiel:

Diese Ziffernkarten benutzen wir:

Das sind unsere Gewinnregeln:



Namen: \_\_\_\_\_



## Unser Spiel:

Diese Ziffernkarten benutzen wir:

Das sind unsere Gewinnregeln: